

## 복합신소재 적층판의 강성에 대한 연구

한봉구<sup>1</sup> · 김윤영<sup>2</sup>

서울과학기술대학교 건설시스템공학과<sup>1</sup>, 동의대학교 기계공학과<sup>2</sup>

### A Study on the Stiffnesses of the Advanced Composite Laminated Plates

Han, Bong Koo<sup>1</sup> · Kim, Yun Young<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Professor, Dept. of Civil Engineering, Seoul National University of Science, Seoul, Korea

<sup>2</sup>Assistance Professor, Dept. of Mechanical Engineering, Dong-Eui University, Busan, Korea

**Abstract:** Compared with conventional construction materials such as steel and concrete, the advanced composite materials are corrosion-free, light-weight, and when used as construction materials, the construction period can be made less than one-tenth needed for conventional materials. However, because of the difficult theories and formulas, the ordinary construction engineers have difficulties in understanding and calculating formulas needed in construction. In this paper, calculation of the stiffnesses of the advanced composite laminated plates and compared with the result of stiffnesses.

**Key Words:** advanced composite laminate plate, stiffnesses, specially orthotropic laminate plate

#### 1. 서 론

현재 복합신소재 분야의 기술은 급속도로 발전하고 있는 추세이다. 복합신소재로 만드는 여러 가지 산업 시설물들이 도처에 설치되거나 생활용품 등의 생산이 급격히 증가되고 있는 실정이다. 그러나 아직까지도 건설 분야에서는 복합신소재보다는 재래적인 건설재료라 할 수 있는 강재와 콘크리트로 건축물 및 교량을 건설하고 있다. 건설 분야에 복합신소재가 사용된다면 재료비, 노무비, 공사비 등을 획기적으로 줄일 수 있고 공사기간까지도 단축시킬 수 있다.

현재 연구가 활발히 진행되고 있는 복합신소재의 대표적인 것 중 박판 적층 구조로 이루어진 매우 고강도 이면서 경량인 판재가 있다. 이는 본래 우주, 항공 분야에서 개발되어 인공위성이나 항공 분야에 이용되어 오던 것인데, 최근의 건설기술 개발과 초현대

화 구조물의 건설에 있어서 기존 재료 활용의 한계성 때문에 건설 분야에 적절히 응용하기 위한 구조적 연구가 활발히 진행되고 있다. 이는 복합신소재가 가지고 있는 장점을 최대한 활용하자는 기본적인 개념에서 시작되었다. 즉, 복합신소재는 기존의 건설 재료에 비하여 부식에 대한 저항성이 크고 경량이면서 고강도일 뿐만 아니라 공장 제작이 가능하다는 여러 가지 장점을 가지고 있기 때문이다. 그러나 이와 같은 우수한 성질을 갖는 복합신소재를 실제적으로 이용하기 위해서는 해결해야 할 문제점들이 허다하다. 우선 고급 복합신소재의 가격이 높아서 경제성이 떨어진다는 생각을 하고 있는데, 현재 금속 및 화학공업의 급속한 발달로 소재의 가격들은 현저히 내려가고 있는 실정이며, 공기의 단축과 차후의 유지, 보수의 측면까지 감안을 한다면 기존 건설재료에 비하여 경제성에서 결코 뒤지지 않는다는 것이 전문가들의 견해이다. 또 다른 문제점은 복합신소재의 이론으로 구조설계

**주요어:** 복합신소재 적층판, 강성, 특별직교이방성

**Corresponding author:** Kim, Yun Young

Department of Mechanical Engineering, Dong-Eui University, 176 Eumkwang-ro, Busanjin-gu, Busan, 614-714 Korea  
Tel: +82-2-970-6577, Fax: +82-2-948-0043, E-mail: [ykim@deu.ac.kr](mailto:ykim@deu.ac.kr)

Received December 12, 2014 / Revised June 21, 2015 / Accepted July 20, 2015

및 진동해석을 수행하는데 있어서 일반 등방성 재료의 이론에 비하여 다루기가 쉽지 않다는 것이다. 복합신소재는 이방성이므로 휨-인장, 인장-전단 및 휨-비틀림의 연계효과의 발생으로 고전이론에 비해 너무 어렵다는 단점이 있으므로 일반기술자들이 건설 분야에 응용하기에는 많은 어려움이 있다. 이러한 문제점들은 건설구조물처럼 단면이 커질 경우 특별직교이방성이론으로 해석이 가능하다는 결과가 제시됨에 따라 해석에 따른 어려움이 점차 해결되고 있다.(Kim 1995, 1998, 1999, Han 2009, 2010, 2011)

탄성론의 대부로 간주되는 Navier는 휨강성을 포함한 판의 정확한 차분방정식을 유도하였으며, 대수 방정식으로부터 변형된 차분방정식을 유도함으로써 모든 지점이 단순지지 된 형태의 판을 해석하여 정확한 값을 얻는 데 성공했다. 그러나 경계조건이 다른 구조물에까지는 그 해석 방법을 확장 시키지는 못하였다. 이에 대해 Kim은 1991년도부터 유한차분법을 통한 경계조건이 다양하고 강성이 변하는 구조물의 해석적 방법을 찾았으며, 적층판의 적층수가 증가함에 따라 특별직교이방성 복합신소재 적층판 이론의 사용이 가능한 적층 형태 및 배향각에 관해 연구하고 그 타당성을 밝힌바 있다.

복합신소재 구조물은 여러 가지 장점이 있는 반면 몇 가지 문제점이 있는데 그중 가장 크게 문제가 되는 것은 복합신소재 이론이 너무 어렵다는 점에 있다.

본 논문에서는 건설기술자가 복합신소재의 설계적 개념을 가질 수 있게 함과 동시에 실무설계를 할 수 있게 복합신소재로 이루어진 적층판의 강성계산 방법을 설명하고, 실제 설계에 사용 될 수 있는 몇 가지 형태에 대한 강성을 기술자들에게 제공하고자 한다. 또한 실무에서 설계를 할 때 구조물의 강성을 알아야 하는데 여기서는 복합신소재 적층판의 고전이론과 특별직교이방성 판 이론에 의해 프로그램을 작성하여 강성을 계산하여 비교해보고자 한다. 본 논문에서는 다양한 배향각과 적층수를 갖는 복합신소재 적층판의 강성을 해석하는데 가장 효과적으로 해결할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하여 강성 계산을 수행하였고, 여러 가지 예를 들어 구조물 설계시 필요한 데이터를 제시하였다.

## 2. 복합신소재 적층판의 기본이론

특별직교이방성인 적층판의 처짐 및 응력을 구하기 위해 복합신소재 적층판의 강성 및 지배방정식을 구하고 복합신소재 적층판의 처짐과 응력에 대한 관계식을 유도하였다. 복합신소재 적층판의 처짐 및 응력

에 대한 해석과 관련 된 기본적인 이론을 기술하면 다음과 같다(Pagano 1970, Whitney 1970, Timoshenko 1989, Kim 1995).

### 2.1 복합신소재 적층판의 강성

한 개의 적층판(Laminate)은 서로 부착된 여러 개의 lamina 또는 ply로 만들어져 있다. n개의 lamina로 구성된 적층판을 고려할 때 k번째 lamina에 대한 구성 방정식(constitutive equation)은 다음 식(1)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_k = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix}_k \quad (1)$$

여기서  $\sigma_{xy}$ 는 x면에서 y방향으로의 응력,  $\epsilon_{xy}$ 는 x면에서 y방향으로의 변형 그리고  $[\bar{Q}]_k$ 는 축소된 강성 매트릭스이다. 또한 변위와 변형의 관계는 식(2)~식(7)과 같이 표시된다.

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (4)$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{1}{2} \gamma_{yz} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad (5)$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{1}{2} \gamma_{zx} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (6)$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{2} \gamma_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7)$$

박판이론(theory of thin plate)에서 임의의 점을 고려했을 때 x, y, z방향의 변위, u, v, w는 다음 식과 같다.

$$u(x, y, z) = u_o(x, y) + z\bar{\alpha}(x, y) \quad (8)$$

$$v(x, y, z) = v_o(x, y) + z\bar{\beta}(x, y) \quad (9)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y) \quad (10)$$

여기서  $u_0, v_0, w$  는 중립면의 변위,  $\bar{\alpha}$ 와  $\bar{\beta}$ 는 회전 각이다. 복합신소재 적층판 에서 모든 lamina가 서로 완전 부착되어 있기 때문에 lamina의 두께 방향으로 변형과 변위는 연속성을 유지한다. 그러나 각각의 lamina가 서로 다른 방향성을 가짐에 따라 다른 강성을 가지게 되고 이에 따라 응력은 불연속을 띄게 된다. 얇은 복합판에 대하여  $\sigma_x$  와  $\epsilon_x$  는 무시된다고 가정하면 식 (1)은 다음 식(11)과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}]_k \begin{bmatrix} \epsilon_{x_0} + ZX_x \\ \epsilon_{y_0} + ZX_y \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (13)$$

전체 적층판의 합력과 모멘트(stress couples)는 각각의 lamina에 대한 응력 성분을 합하면 된다. 식 (12)와 식(13)에 식(11)을 대입하여 정리하고 이를 다음과 같은 매트릭스 형태로 간략하게 표현할 수 있다. 적층판에 대한 면내 합력과 모멘트는 균질인 보, 관, 셸 등등에서와 같이 중립면의 변형에 대한 함수일 뿐만 아니라 곡률과 비틀림(twists)에 대한 함수이다. 따라서 열 및 습열 효과를 무시한 구성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 2A_{16} & B_{11} & B_{12} & 2B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & 2A_{26} & B_{12} & B_{22} & 2B_{26} \\ A_{16} & B_{26} & 2A_{66} & B_{16} & B_{26} & 2B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 2B_{16} & D_{11} & D_{12} & 2D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & 2B_{26} & D_{12} & D_{22} & 2D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & 2B_{66} & D_{16} & D_{26} & 2D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{x_0} \\ \epsilon_{y_0} \\ \epsilon_{xy_0} \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기서 [A] 매트릭스는 인장강성이고 [D] 매트릭스는 휨 강성으로 응력 coupling (M) 과 곡률 (k) 사이의 관계를 나타낸다. [B] 매트릭스는 휨-인장 연계강성이다. 적층구조물은 모든 laminae가 등방성이라고 할지라도 휨-인장 연계강성을 갖는다.  $A_{16}$  와  $A_{26}$  항

들은 extention-shear에 대한 것이며,  $B_{16}$ 와  $B_{26}$ 는 휨-전단과 팽창-뒤틀림에 관한 항들이다.  $D_{16}$ 와  $D_{26}$ 는 휨-뒤틀림 항이다. 만약 중립면에 대하여 정확히 대칭이 될 경우에는 모든 [B] 매트릭스의 성분들이 소거된다. 이러한 대칭성은 laminae의 물성, 보강재의 배향, 중립면으로부터의 위치 등 모든 것을 내포한다. 강성 A, B, C 매트릭스는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k - h_{k-1}) \quad (15)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \quad (16)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \quad (17)$$

여기서 h는 lamina의 두께이고,  $\bar{Q}_{ij}$ 는 평면 응력의 경우에 대한 transformed reduced matrix이다.

### 2.2 복합신소재 적층판의 지배방정식

3차원 공간에서 dx, dy, dz를 갖는 연속체의 미소 체적이 단위 체적당 받는 힘의 x, y, z 축 성분을 각각  $F_x, F_y, F_z$  로 정의하면 각 방향의 힘에 대한 평형 방정식은 다음 식(18)과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + F_x &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + F_y &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + F_z &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

또한 응력의 합과 모멘트는 각각 식(19)와 식(20)으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix} dz \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} z dz \quad (20)$$

여기서  $h$  는 적층판의 두께,  $h_k$  는  $k$  번째 ply의 두께이다. 식(18)에서 체적힘은 미소 체적에 작용하는 다른 힘 보다 상대적으로 작기 때문에 무시할 수 있다. 따라서 식(18)를 각 ply 에 대하여 적분하고 합하면 다음 식(21)이 된다.

$$\sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{x_k}}{\partial x} dz + \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{yx_k}}{\partial y} dz + \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} \frac{\partial \sigma_{zx_k}}{\partial z} dz = 0 \quad (21)$$

표면에 전단응력이 존재하지 않고 열이나 습열의 영향을 무시한 경우의 복합적층판의 지배방정식은 다음 식(22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q(x, y) \quad (22)$$

특별직교이방성 복합신소재 적층판의 경우  $B_{ij} = 0$ ,  $A_{16} = A_{26} = D_{16} = D_{26} = 0$ 이 되므로 이에 대한 구성방정식은 식(23) ~ 식(25)과 같다.

$$M_x = D_{11}\kappa_x + D_{12}\kappa_y \quad (23)$$

$$M_y = D_{12}\kappa_x + D_{22}\kappa_y \quad (24)$$

$$M_{xy} = 2D_{66}\kappa_{xy} \quad (25)$$

박판이 휨모멘트를 받으면 판은 이동 및 회전을 하게 된다. 전단변형을 무시하면,

$$\bar{\alpha} = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad \bar{\beta} = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (26)$$

따라서 식(26)을 대입하여 정리하면 다음 식(27)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \kappa_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ \kappa_{xy} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (27)$$

식(27)를 식(23), 식(24) 그리고 식(25)에 대입하면 다음 식(28), 식(29) 그리고 식(30)가 된다.

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (28)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (29)$$

$$M_{xy} = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (30)$$

식(28)~식(29)를 정리하면 최종적으로 다음 식(31)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \end{aligned} \quad (31)$$

식(31)에서  $D_1 = D_{11}$ ,  $D_2 = D_{22}$  그리고  $D_3 = (D_{12} + 2D_{66})$  로 정의하면 다음 식(32)와 같이 간단하게 나타낼 수 있다.

$$D_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (32)$$

식(32)는 특별직교이방성 적층판의 처짐을 해석할 때 사용되는 지배방정식으로 타원형의 4차 편미분방정식이다. 따라서 본 지배방정식을 이용하여 임의의 구조물을 해석하기 위해서는 구조물의 올바른 경계조건 설정이 필수적으로 요구된다.

탄성지지된 복합적층판의 지배방정식인 식(32)는 4차의 단일 미분항을 갖기 때문에 중앙 차분식을 사용하여도 소요되는 점의 수가 5개가 되어 계산상 혼잡을 일으킨다. 그러나 식(28), 식(29), 식(30), 식(31)를 동시에 사용하면 세 개의 종속변수  $w$ ,  $M_x$ ,  $M_y$  를 가진 세 개의 2차 연립 편미분방정식으로 나타낼 수 있다. 즉, 미지수를 세 개로 줄이기 위해 식(30)의  $M_{xy}$  식을 (22)에 대입하면 식(33)~식(35)와 같은 세 개의 방정식으로 정리된다.

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} - 4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = -q(x, y) \quad (33)$$

$$M_x = -D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (34)$$

$$M_y = -D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (35)$$

첫 번째식의  $4D_{66} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2}$  항은 4차 편미분방정식이지만 2차 차분식으로 표기되므로 가상 경계조건을 줄일 수 있다.

### 3. 수치해석 및 결과분석

#### 3.1 복합신소재 적층판의 물성치

수치해석을 하기위한 구조를 가로, 세로 1m×1m의 판으로 가정하였고, top surface 와 bottom surface, 그리고 2nd, 3rd surface의 배향각이 같은 형태의 판으로 그 형상은 Fig 1과 같다.

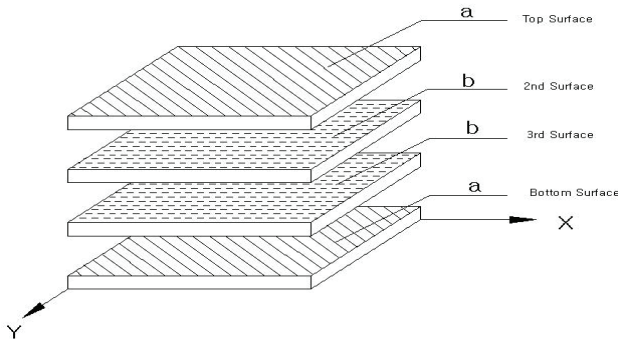


Fig. 1 Configuration of [a/b/b/a]<sub>r</sub> Advanced Composite Laminated Plate

물성치는 Table 1과 같고, 형상비는 a : b = 1 : 1로 제한하였다.

Table 1. Material Properties of Advanced Composite Laminated Plate

$E_m$ (GPa)	$E_f$ (GPa)	$v_m$	$v_f$	$V_m$	$V_f$	$t$ (m)
3.4	110.0	0.35	0.22	0.4	0.6	0.005

$E_m$  : 모재의 탄성계수,  $E_f$  : 보강재의 탄성계수,  
 $v$  : Poisson비,  $V$  : 체적비,  $t$  : 플라이의 두께(m)

각도변화와 층수변화에 따른 강성의 변화를 살펴보기 위해 아래와 같이 각도를 3가지로 변화 시켜서 수치해석을 시행하였다.

CASE A : [a b b a]<sub>r</sub>, a = 0°, b = 90°

CASE B : [a b b a]<sub>r</sub>, a = 30°, b = 60°

CASE C : [a b b a]<sub>r</sub>, a = 45°, b = 90°

여기서 r은 적층수이며 본 논문에서는 적층수를 변화시켜가며 그 강성을 비교하였다.

#### 3.2 복합신소재 적층판의 강성 계산

본 연구에서는 복합신소재 적층판의 강성을 구하였으며 수치해석 결과는 다음과 같다.

CASE A의 강성값은 Table 2와 같이 계산되었다.

Table 2. [a b b a]<sub>r</sub> a = 0°, b = 90°

A,B,D matrix	unit	r(N)		
		1(4)	5(20)	10(40)
$A_{11}$	(MN/m)	761.6297096	3808.145548	7616.291096
$A_{12}$		44.5889726	222.9448629	445.8897258
$A_{22}$		761.6291096	3808.145548	7616.291096
$A_{16}$		0.000E+00	-0.0000002	-0.0000003
$A_{26}$		-0.0000261	-0.0001305	-0.0002609
$A_{66}$		0.060430968	302.1548442	604.3096884
$D_{11}$	(N·m)	40330.11203	3248166.8600	25537060.61
$D_{12}$		1486.29902	185787.3775	1486299.019
$D_{22}$		10445.15967	3098742.4004	25238211.08
$D_{16}$		-0.00000277	-0.0001343441	-0.00409968
$D_{26}$		-0.00021744	-0.1054592704	-0.86324739
$D_{66}$		2014.365538	251795.6922	2014365.538

Table 2에서 보면 [a b b a]<sub>r</sub>, a = 0°, b = 90° 인 경우 일 때의 강성들은  $A_{16} = A_{26}$ ,  $D_{16} = D_{26} \approx 0$ ,  $A_{22} = A_{11}$  인 대칭 직교이방성 적층판의 특징을 나타내고 있다. 이는 배향각의 배치가 적절하게 되어 있음을 나타낸다. 휨-인장 강성은 모든 경우에 0에 가까운 값으로 계산되었으며 Table 2에는 생략하였다.

CASE B의 강성 값은 Table 3과 같이 계산되었다. Table 3에서와 같이 배향각이 [a b b a]<sub>r</sub> a = 30°, b = 60°인 경우의 강성들은 인  $A_{11} = A_{22}$ ,  $A_{16} = A_{26}$  특징을 갖고, 이는 직교형 대칭 적층판에 해당한다. 이는 배향각의 배치가 적절하게 되어있음을 나타낸다. 휨-인장 강성은 모든 경우에 0에 가까운 값으로 계산되었으며 Table 3에는 생략하였다.

CASE C의 강성 값은 Table 4와 같이 계산되었다. Table 4에서와 같이 배향각이 [a b b a]<sub>r</sub>, a = 45°,

$b = 90^\circ$ 인 경우의 강성들은  $A_{11} = A_{22}$ ,  $A_{16} = A_{26}$  이고, 이는 대칭 적층판의 특징을 나타내며 이는 배향각의 배치가 적절하게 되었음을 나타낸다. 휨-인장 강성은 모든 경우에 0에 가까운 값으로 계산되었으며 Table 4에는 생략하였다.

**Table 3.**  $[abb a]_r$   $a = 30^\circ, b = 60^\circ$

A,B,D matrix	unit	r(N)		
		1(4)	5(20)	10(40)
$A_{11}$	(MN/m)	538.06226	2690.31128	5380.62255
$A_{12}$		268.15579	1340.77896	2681.55792
$A_{22}$		538.06236	2690.31178	5380.62356
$A_{16}$		258.81123	1294.05636	2588.11272
$A_{26}$		258.81123	1294.05653	2588.11308
$A_{66}$		283.99779	1419.98894	2839.97789
$D_{11}$	(N·m)	25406.65	2279282.15	18010120.47
$D_{12}$		8938.53	1117315.75	8938526.01
$D_{22}$		10464.17	2204570.18	17860698.68
$D_{16}$		11853.95	1094514.8	8659311.11
$D_{26}$		5400.13	1062245.85	8594774.11
$D_{66}$		9466.59	1183324.07	9466592.54

**Table 4.**  $[abb a]_r$   $a = 45^\circ, b = 90^\circ$

A,B,D matrix	unit	r(N)		
		1(4)	5(20)	10(40)
$A_{11}$	(MN/m)	313.7350	1568.6570	3137.3501
$A_{12}$		193.6335	968.1676	1939.3351
$A_{22}$		313.7350	4557.1704	9114.3408
$A_{16}$		149.4248	747.1238	1494.2476
$A_{26}$		149.4247	747.1237	1494.2373
$A_{66}$		209.4755	1047.3775	20947.7551
$D_{11}$	(N·m)	14202.9572	1325954.757	10495284.34
$D_{12}$		10180.5634	825436.8248	6491711.20
$D_{22}$		19183.7826	3741655.073	30269161.14
$D_{16}$		8716.4438	641281.2252	5018181.23
$D_{26}$		8716.4436	641281.1198	5018180.37
$D_{66}$		10708.6298	891445.1373	7019777.70

**3.3 결과분석 및 고찰**

각 CASE에서 나타내어지는 강성의 특성들은 Table 5와 같다. Table 5에서와 같이 모든 CASE의 강성은 대칭 특별직교이방성 적층판의 특징을 나타내어 간단한 해석이 가능하며, 이러한 배향각의 형상은 설계시 간단한 해석이 가능하다.

**Table 5.** Characteristic of the Stiffnesses for the Case

CASE	Characteristic of the Stiffnesses	Remarks
CASE A [0°,90°,90°,0]	Symmetrical specially orthotropic laminate plate	Possible of simple analysis method for design
CASE B [30°,60°,60°,30°]	Symmetrical orthotropic laminate plate	Possible of simple analysis method for design
CASE C [45°.90°.90°.45°]	Symmetrical laminate plate	Possible of simple analysis method for design

**4. 결론**

본 논문에서는 복합신소재 적층판의 강성을 계산하였고, 3가지 경우의 배향각과 적층수 r 을 변화시킬 때 각각의 경우 그 특성을 비교 분석하였다. 본 논문에서 수행한 연구 결과를 종합하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) CASE A 에서 CASE C 까지 수치해석을 해본 결과, 강성 값은 공통적으로 인장강성과 휨강성은 적층수의 증가에 따라 강성이 큰 폭으로 늘어나는 것을 볼 수 있다.
- (2) 휨-인장 강성은 모든 경우에 0에 가까운 값을 나타나는 것을 볼 수 있었다.
- (3)  $[a b b a]_r$  형태의  $[0^\circ, 90^\circ, 90^\circ, 0^\circ]$  인 경우 특별직교이방성 적층판의 특징을 나타내고 있으며, 이외의 경우에는 복잡한 강성의 변화를 보이고 있음을 알 수 있었다.
- (4) 모든 경우에 강성의 특성 값이 특별직교이방성 판의 특성과 거의 같음을 알 수 있었다.
- (5) 강성이 일정치 않은 경우는 배향각이 적절치 않음을 알 수 있었다. 이 경우 설계 시 많은 어려움을 가져오게 되므로 이러한 각도는 설계시 피해야 함을 알 수 있었다.

**ACKNOWLEDGMENT**

This study was supported by the Research Program funded by the Seoul National University of Science and Technology.

**References**

Han, B. K. and Kim, D. H.(2009), "Analysis of Post-tensioned Reinforced Concrete Slab by Beam Theory" Journal of the Korean society for

- composite materials, Vol. 22, No.5, pp 23-28
- Han, B. K, Lee, C. S. (2010), "Analysis of Rolled Beam Bridge by means of Specially Orthotropic Laminates Theory" Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures, Vol 1, No 3, pp 35-40.
- Han, B. K and Baek, J. N (2011), "The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Terms in Analyzing Composite Laminate Plates", Journal of the Korean Society for Advanced Composite Structures, Vol 2, No 3, pp 35-40.
- Jones, R. M. (1975), " Mechanics of Composite Materials ", McGraw-Hill Company.
- Kim, D. H. (1995) "Composite Structures for Civil and Architectural Engineering", E&FN SPON, Chapman & Hall, London.
- Kim, D. H. (1998), " The Effect of Neglecting the Longitudinal Moment Terms on the Natural Frequency of  $[90^0, 0^0, 90^0]_r$  Type Laminates with Increasing Aspect Ratio", ICCE/5, Las Vegas.
- Kim, D. H., Han, B. K., Lee, J. H., Hong, C. W.(1999), "Simple Methods of Vibration Analysis of Three Span Continuous Reinforced Concrete Bridge with Elastic Intermediate Supports", Proceeding of the Advances in Structural Engineering and Mechanics, Seoul, Vol. 2, pp. 1279 - 1284.
- Pagano, N. J. (1970), "Exact Solution for Rectangular Bidirectional Composites and Sandwich Plates", Journal of Composites Materials, Vol. 4, No. 1, pp 20-34.
- Timoshenko, S. P. and Woinowsky-Kreiger, S. (1989) "Theory of Plates and Shells, Second Edition", McGraw Hill Book Co
- Whitney, J. M. and Leissa, A. W. (1970) "Analysis of a Simply Supported Laminated Anisotropic Rectangular Plate", J. of AIAA, Vol. 8, No. 1 pp. 28-33.