

## PDC와 적분 슬라이딩 모드 제어를 결합한 이동 로봇의 강인 궤도 추적 제어

박민수 · 박승규 · 안호균 · 곽균평 · 윤태성\*

### Robust Trajectory Tracking Control of a Mobile Robot Combining PDC and Integral Sliding Mode Control

Min-soo Park · Seung-kyu Park · Ho-kyun Ahn · Gun-pyong Kwak · Tae-sung Yoon\*

Department of Electrical Engineering, Changwon National University, Changwon 641-773, Korea

#### 요 약

본 논문에서는 병렬 분산 보상 (PDC) 제어와 적분 슬라이딩 모드 제어 (ISMC)를 결합하여 바퀴형 이동 로봇의 강인한 궤도 추적 제어 방법을 새롭게 제안한다. PDC 제어 방법은 다른 비선형 제어 방법에 비해 비교적 간단하고 사용이 편리하다. 그리고 ISMC는 상태 변수들을 원하는 공칭 동특성을 갖는 슬라이딩 평면에 배치함으로써 초기 순간부터 모델 불확실성 및 외란에 대해 강인하고 안정적인 제어 특성을 갖게 할 수 있다. 그러므로 제안된 PDC+ISMC 궤도 추적 제어 방법은 외란에도 불구하고 강인한 궤도 추적 제어 성능을 보여준다. 제안된 궤도 추적 방법에 대해 시뮬레이션을 통하여 외란이 있는 경우의 궤도 추적 성능을 확인하였다. 제안된 방법은 외란이 증가하더라도 외란이 없을 때의 PDC 제어 방법에 의한 궤도 추적 성능을 유지하였다. 그러나 PDC 궤도 추적 방법은 외란의 크기가 증가하면 제안된 방법과는 달리 궤도 추적 오차가 크게 증가함을 알 수 있었다.

#### ABSTRACT

In this paper, a robust trajectory tracking control method of a wheeled mobile robot is newly proposed combining the PDC and the ISMC. The PDC is a relatively simple and easy control method for nonlinear system compared to the other non-linear control methods. And the ISMC can have robust and stable control characteristics against model uncertainties and disturbances from the initial time by placing the states on the sliding plane with desired nominal dynamics. Therefore, the proposed PDC+ISMC trajectory tracking control method shows robust trajectory tracking performance in spite of external disturbance. The tracking performance of the proposed method is verified through simulations. Even though the disturbance increases, the proposed method keeps the performance of the PDC method when there is no disturbance. However, the PDC trajectory tracking control method has increasing tracking error unlike the proposed method when the disturbance increases.

**키워드** : 이동 로봇, 궤도 추적 제어, T-S 퍼지 모델, PDC 제어, 적분 슬라이딩 모드 제어

**Key word** : mobile robot, trajectory tracking control, T-S fuzzy model, PDC control, integral sliding mode control

Received 27 May 2015, Revised 10 June 2015, Accepted 24 June 2015

\* Corresponding Author Tae-sung Yoon(E-mail:tsyoon@changwon.ac.kr, Tel:+82-55-213-3633)

Department of Electrical Engineering, Changwon National University, Changwon 641-773, Korea

Open Access <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2015.19.7.1694>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.  
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

## I. 서 론

이동 로봇의 궤도 추적 제어(trjectory tracking control) 문제는 이동 로봇의 자율 주행에 있어 중요한 주제로서 이동 로봇으로 하여금 주어진 기준 궤도를 따라가게 하는 것을 목표로 한다. 이동 로봇의 기준 궤도 추적이 있어 기준 궤도와 이동로봇의 에러 동특성은 비선형 시스템이다. 이러한 비선형 시스템의 제어를 위한 기법들이 지금까지 많이 소개되어 왔다[1].

그 중에서, 일반적으로 많이 사용되는 방법 중의 하나가 T-S 퍼지 제어 기법이다[2]. 이러한 T-S 퍼지 제어 기법 중에서 일반적으로 다른 방법에 비해 상대적으로 간단하고 사용하기 쉬운 PDC (Parallel Distributed Compensation)라는 제어 기법이 많이 사용된다. PDC 제어 기법은 선형 모델의 결합으로 나타낸 T-S 퍼지 모델에 선형 제어 기법의 하나인 상태 궤환 제어를 사용하며, 설계 과정에서 Lypunov 안정 조건을 이용하여 전체 제어 시스템의 안정도를 보장 받는다[3,4]. 이 기법은 다른 비선형 제어 기법이나 T-S 퍼지 제어 기법들에 비하여 보다 간단한 방법으로 제어를 할 수 있다는 장점이 있지만, 입력 신호에 외란이 존재하는 경우 제어 성능 면에 있어 다른 복잡한 제어 기법들에 비하여 부족함이 있다. 그렇기 때문에 외란이 있는 경우 PDC를 이용해 정확한 제어를 하기 위해서는 이 점을 보완할 방법이 필요하다.

시스템의 불확실성과 외란에 강인한 제어 기법의 하나로서 슬라이딩 모드 제어(sliding mode control) 기법 [5]이 있는데, 이 기법은 시스템의 구조를 변경하여, 시스템의 상태를 슬라이딩 평면상에 구속시킴으로써 강인성을 얻을 수 있는 비선형 제어 기법이다. 그러나, 슬라이딩 모드 제어 기법은 도달 모드(reaching mode)에서 외란에 영향을 받을 수 있는 단점이 있다. 이 단점을 보완하고자 도달 모드가 존재하지 않고 초기시간부터 슬라이딩 모드가 존재하는 적분 슬라이딩 모드 제어 (ISMC : Integral Sliding Mode Control:) 기법이 제안되었다[6,7]. 이는 공칭 시스템에 대해서 공칭 제어 입력을 미리 결정해 놓고 그 공칭 시스템의 응답 특성과 같은 동특성을 갖도록 슬라이딩 평면을 결정하는 방법이다. 다시 말해 적분 슬라이딩 모드 제어기는 슬라이딩 평면에 동특성을 부여하여 도달 모드를 제거함으로써 전 영역에서 모델의 불확실성과 외란에 강인한 특성을

보여주는 제어기로서, 초기시간부터 오차 동력학에서의 궤적이 슬라이딩 평면에 있게 하며, 적절한 제어 입력에 의해 지속적으로 그 평면상에 머물러 있도록 하여 외란이 있는 경우에도 공칭계통의 동특성을 유지할 수 있도록 한다. 한편, 이동로봇의 궤도 추적 제어를 위하여 Lyapunov 함수를 이용해 안정도를 보장 받는 제어가 제안되었고, 이동 로봇의 궤적과 기준궤적 간의 오차 방정식을 제어 시스템으로 놓고 그 오차 값을 평형 상태로 보내어 오차를 0으로 만드는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다[8]. 그리고 제어 입력이 피드포워드 입력과 피드백 입력으로 구성되어진 구조의 제어 시스템을 가지며, 기준 궤도 주위에서 선형화된 에러 동특성을 가지는 모델에 선형 예측 제어 기법을 적용하여 제어기를 설계하는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다 [9]. 근래에는 [9]에서 제시된 기준 궤도 주위에서 선형화된 에러 동특성 모델에 다항식 퍼지 모델링과 제곱합 (sum of squares) 기법을 사용하여 작은 제어 입력을 갖는 제어기를 설계하는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다[10]. 또한, 기준 궤도 주위에서의 선형화 없이 비선형 에러 동특성 모델에 직접 PDC 기법을 적용하여 제어기를 설계하는 궤도 추적 제어 방법이 제안되었다 [11,12]. 이와 함께, 드리프트(drift) 불확실성을 갖는 이동 로봇의 안정적이고 강인한 궤도 추적을 위하여 적분 슬라이딩 모드 제어 기법을 적용한 추적 방법이 제시되었으며[13], 모델링 불확실성과 외란이 존재할 때 이동 로봇의 효과적인 궤도 추적 제어를 위하여 슬라이딩 모드 이론과 신경망 보상기를 이용한 궤도 추적 방법이 제시되었다[14]. 그러나 이 방법들은 제어기 설계가 간단하지 않거나 실시간으로 사용하는데 문제가 있다. 따라서, 본 논문에서는 일반적인 PDC 기법에 ISMC 기법을 결합하여 위의 방법에 비해 상대적으로 간단하고 실용적인 외란에 강인한 궤도 추적 제어 방법을 새롭게 제안하기로 한다.

본 연구에서는 [9]에서 제시된 궤도 추적 제어 시스템에 PDC 기법과 ISMC 기법을 결합하여 피드백 제어 입력을 설계함으로써 외란이 있는 경우에도 공칭 계통의 동특성을 유지할 수 있도록 한다. 즉, 이동 로봇에 외란이 가해지더라도 외란이 없는 경우의 PDC 제어 기법에 의한 궤도 추적 성능을 유지하도록 하는 강인한 궤도 추적 방법을 제안한다. 이를 위하여, 먼저 비선형 시스템인 이동로봇의 주행 궤도와 기준궤도 간의 에러 동

특성 방정식을 T-S 퍼지 모델링 한 후 Lyapunov 안정 조건 및 LMI 연산을 이용해 상태 궤환 이득을 구하여 공칭 시스템의 동특성을 갖도록 하는 공칭 제어 입력을 얻는다. 그런후, T-S 퍼지 모델에 ISMC 기법을 적용하여 외란이 있는 경우에도 공칭시스템의 동특성을 유지할 수 있도록 하는 불연속 제어 입력을 얻는다. 또한, matlab/simulink 시뮬레이션을 통해 본 논문에서 제안한 궤도 추적 방법을 검증하기로 한다. 외란이 있는 경우, PDC 제어 입력만을 사용한 경우와 PDC 제어 입력에 ISMC로부터 설계한 제어 입력을 추가한 경우를 비교함으로써 제안한 궤도 추적 방법의 성능을 증명하도록 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II절의 2.1절에서는 바퀴형 이동로봇의 기구학 모델과 궤도 추적을 위한 여러 동특성 방정식에 대해 기술한다. 그리고 2.2절에서는 제안하는 PDC와 ISMC를 결합한 강인 궤도 추적 제어기의 제어 입력 설계 방법에 대하여 기술하고, 2.3절에서는 시뮬레이션 결과를 보여준다. 마지막으로 III절에 결론을 기술한다.

## II. 본 론

### 2.1. 이동로봇의 기구학과 여러 동특성 방정식

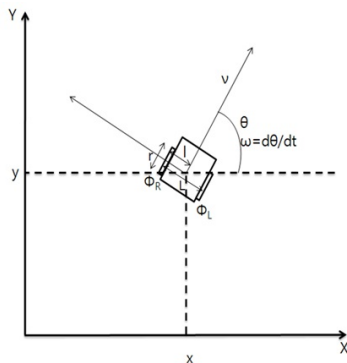


그림 1. 이동로봇의 기구학 모델  
Fig. 1 Kinematic model of wheeled mobile robot.

이동로봇이 그림 1 과 같이 지면의 굴곡이 없는 평면 좌표계 X, Y 평면상에 존재 한다고 가정할 때 이동로봇의 자세(posture)  $q$ 는  $x, y$ 좌표와 로봇이 향하는 방향

각  $\theta$ 의 3가지 요소에 의해  $q = [x \ y \ \theta]^T$ 로 정의할 수 있다[15].

$$\dot{q} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (1)$$

위의 식 (1)에서  $v, \omega$ 는 각각 이동로봇의 선속도와 각속도를 나타낸다.

이동로봇의 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴의 속도를 각각  $\phi_R, \phi_L$ 이라 하고, 로봇 중심의 속도를  $v$ , 반시계 방향으로의 로봇의 회전속도를  $\omega = d\theta/dt$  라 하면,  $v, \omega$ 와  $\phi_R, \phi_L$ 와의 관계식은 다음과 같이 된다[16].

$$\phi_R = v + l\omega, \quad \phi_L = v - l\omega \quad (2)$$

여기서  $l = \frac{L}{2}$  이며 이동로봇의 중심으로부터 바퀴까지의 거리이다. 식 (2)를  $v, \omega$ 에 관한 식으로 나타내면 다음 식 (3)과 같이 얻어진다.

$$v = \frac{\phi_R + \phi_L}{2}, \quad \omega = \frac{\phi_R - \phi_L}{L} \quad (3)$$

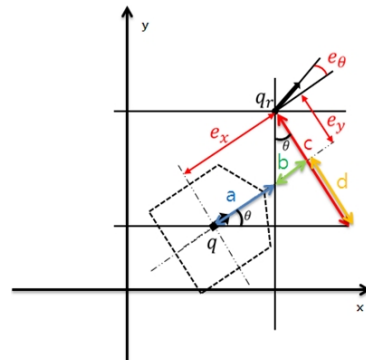


그림 2. 이동로봇과 기준궤도의 자세 오차  
Fig. 2 Error posture between mobile robot and reference trajectory

그림 2는 이동로봇과 기준궤도의 자세 오차를 보여주고 있는데,  $e_x, e_y, e_\theta$ 는 식 (4)와 같이 나타낼 수 있다 [8]. 그림 2에서  $q = [x \ y \ \theta]^T$ 는 이동로봇의 현재 자세를,  $q_r = [x_r \ y_r \ \theta_r]^T$ 는 목표 자세인 기준궤도의 자세를 나타낸다.

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

위의 식 (4)를 시간에 대해 미분을 하면, 다음 식 (5)와 같은 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_y \omega - v + v_r \cos e_\theta \\ -e_x \omega + v_r \sin e_\theta \\ \omega_r - \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

식 (5)는 식 (6)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos e_\theta & 0 \\ \sin e_\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_r \\ \omega_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{u} = [v \ \omega]^T$ 는 이동로봇의 입력 벡터이며,  $v_r$ 과  $\omega_r$ 은 기준궤도를 만들어내는 선속도와 각속도로서 기준 입력을 의미한다.

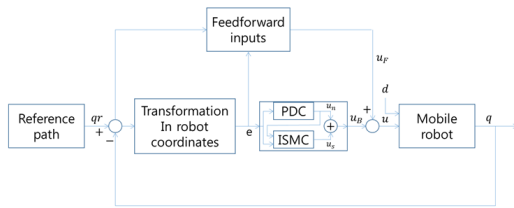


그림 3. 이동로봇 궤도 추적 제어 시스템의 구조  
Fig. 3 Structure of trajectory tracking control system

그림 3은 본 논문에서 사용한 이동 로봇의 전체적인 궤도 추적 제어 시스템의 구조이다. 이동로봇의 입력 벡터 즉 제어 입력 벡터  $\mathbf{u}$ 는 아래의 식 (7)과 같이 피드포워드(feed forward) 입력  $\mathbf{u}_F$ 와 피드백(feedback) 입력  $\mathbf{u}_B$ 로 구성된다[9].

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_F + \mathbf{u}_B = [v_r \cos e_\theta \ \omega_r]^T + [v_c \ \omega_c]^T \quad (7)$$

위의 식 (7)을 식 (6)에 대입하면 다음의 식 (8)과 같은 이동 로봇의 기준궤도 추적 제어를 위한 여러 동특성 방정식을 얻을 수 있다[10-12].

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_x \\ \dot{e}_y \\ \dot{e}_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_r & 0 \\ -\omega_r & 0 & v_r \sin e_\theta \\ 0 & 0 & e_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_x \\ e_y \\ e_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & e_y \\ 0 & -e_x \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ \omega_c \end{bmatrix} \quad (8)$$

## 2.2. PDC와 ISMC를 결합한 궤도 추적 제어기 설계

본 논문에서는 위의 식 (8)에 PDC 기법과 ISMC 기법을 적용하여 외란에 대해 강인하면서 정확한 궤도 추적 성능을 갖는 이동 로봇의 궤도 추적 제어기를 제안하기로 한다.

### 2.2.1. PDC를 이용한 제어 입력 $\mathbf{u}_n(t)$ 설계

PDC 기법[3,4]은 선형 시스템의 결합으로 표현된 T-S 퍼지 모델에 Lyapunov 안정 조건을 이용하여 상태 궤환 이득을 구한 후 각 규칙의 적합도를 반영해서 결합한 상태 궤환 제어 입력으로 전체 시스템을 제어하는 기법이다.

Takagi와 Sugeno에 의해서 제안된 T-S 퍼지 모델은 비선형 시스템을 여러 개의 선형 모델들의 결합으로 표현한다.

Plant rule  $i$ : (9)

IF  $w_1(t)$  is  $F_{i1}$  and ... and  $w_g(t)$  is  $F_{ig}$

Then  $\dot{\mathbf{e}}(t) = A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}_n(t)$

식 (8)에 대한 T-S 퍼지 모델의  $i$ 번째 규칙은 위의 식 (9)와 같은 형태를 갖는다. 여기서,  $i = 1, 2, \dots, L$  이고  $F_{ig}$ 는 전반부의 퍼지 집합을 나타낸다.  $w_1(t), w_2(t), \dots, w_g(t)$ 는 전반부 변수들 이고  $A_i \in R^{n \times n}$ ,  $B_i \in R^{n \times m}$  이다.  $L$ 은 If-Then 규칙의 개수 이고,  $n$ 은 상태변수의 개수  $m$ 은 입력의 개수 이다. 전체 T-S 퍼지 모델은 다음과 같이 추론된다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}_n(t)\}}{\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t))} \\ &= \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}_n(t)\} \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,  $\mathbf{w}(t) = [w_1(t), w_2(t), \dots, w_g(t)]$  이며,  $\mu_i(\mathbf{w}(t)) = \prod_{j=1}^g F_{ij}(w_j(t))$ 이다. 그리고  $F_{ij}(w_j(t))$ 는  $F_{ij}$ 에 대한  $w_j(t)$ 의 소속 정도이다. 또한,  $i = 1, 2, \dots, L$ 에 대해서  $\mu_i(\mathbf{w}(t)) \geq 0$ 이며, 따라서 다음의 관계식들이 성립된다.

$$\sum_{i=1}^L \mu_i(\mathbf{w}(t)) > 0, \quad \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) = 1 \quad (11)$$

PDC 제어 기법의 퍼지 제어 규칙은 다음 식 (12)와 같은 형태를 가지며, 전체 제어 입력은 식 (13)과 같이 추론된다. 여기서,  $K_i$ 는 상태 귀환 이득 이고,  $\mathbf{u}_n(t)$ 는 외란  $d$ 가 없는 공칭계통의 동특성을 갖도록 하는 제어 입력이다.

$$\text{Control rule } i: \quad (12)$$

$$\text{IF } w_1(t) \text{ is } F_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } w_g(t) \text{ is } F_{ig}$$

$$\text{Then } \mathbf{u}_n(t) = -K_i \mathbf{e}(t) \quad i = 1, 2, \dots, L$$

$$\mathbf{u}_n(t) = -\sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) K_i \mathbf{e}(t) \quad (13)$$

식 (13)을 식 (10)에 대입하면, 전체 제어 시스템은 다음 식 (14)처럼 된다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) h_j(\mathbf{w}(t)) \{A_i - B_i K_j\} \mathbf{e}(t) \quad (14)$$

위의 식 (14)에 식 (15)와 같은 Lyapunov 안정 조건을 적용하여  $i = j$ 인 경우와  $i < j$ 인 경우로 나누어 전개하면 식 (16)이 얻어지며, 식(16)을 선형행렬부등식(LMI) 형태로 바꾸어서 해를 구하게 되면 이득  $K_i$ 가 구해진다. 식 (15)에서  $V$ 는 Lyapunov 함수이고,  $P$ 는 양한정(positive definite) 행렬이다.

$$\begin{aligned} V(t) &= \mathbf{e}(t)^T P \mathbf{e}(t) > 0 \\ \dot{V}(t) &= \dot{\mathbf{e}}(t)^T P \mathbf{e}(t) + \mathbf{e}(t)^T P \dot{\mathbf{e}}(t) < 0 \\ P &= P^T, P > 0 \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} G_{ii}^T P + P G_{ii} &< 0 & i = j \\ \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T P + P \left( \frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) &< 0 & i < j \\ G_{ii} &= A_i - B_i K_i, \quad G_{ij} = A_i - B_i K_j \end{aligned} \quad (16)$$

### 2.2.2. ISMC를 이용한 제어 입력 $\mathbf{u}_s(t)$ 설계

적분 슬라이딩 모드 제어(ISMC) 기법[6,7]은 초기 시간부터 오차 동력학에서의 궤적이 슬라이딩 평면에 있게 하며, 적절한 제어입력에 의해 지속적으로 그 평면 상에 머물러 있도록 하여 외란이 있는 경우에도 공칭계통의 동특성을 유지할 수 있도록 한다.

그림 3의 궤도 추적 제어 시스템에서, 외란  $d$ 가 존재하는 경우 식 (8)의 에러 동특성 방정식에 대한 T-S 퍼지 모델링은 다음과 같이 된다.

$$\dot{\mathbf{e}}(t) = \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) A_i \mathbf{e}(t) + \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i (\mathbf{u}_B(t) + d) \quad (17)$$

ISMC의 슬라이딩 평면은 다음과 같이 선정한다.

$$S = \mathbf{e}(t) + \mathbf{z}(t) = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = -\sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) A_i \mathbf{e}(t) - \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_n(t)$$

이다. 이는 슬라이딩 평면 ( $S = \mathbf{0}$ )에서 다음과 같은 공칭계통의 동특성을 갖도록 한다.

$$S \dot{S} = \dot{\mathbf{e}}(t) + \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{0} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}(t) &= \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) A_i \mathbf{e}(t) + \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_n(t) \\ &= \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}_n(t)\} \end{aligned}$$

$S^T \dot{S} < 0$ 의 조건을 만족시키는 입력을 구하기 위해 아래와 같은 계산을 한다.

$$\begin{aligned} S^T \dot{S} &= S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i (\mathbf{u}_B(t) + d)\} \\ &\quad - S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) \{A_i \mathbf{e}(t) + B_i \mathbf{u}_n(t)\} \end{aligned} \quad (20)$$

식 (20)에서  $\mathbf{u}_B(t) = \mathbf{u}_n(t) + \mathbf{u}_s(t)$  라고 하면 다음 식 (21)과 같이 된다.

$$S^T \dot{S} = S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i (\mathbf{u}_s(t) + \mathbf{d}) \quad (21)$$

$$= S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_s + S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{d}$$

여기서, 외란의 크기를  $\|\mathbf{d}(t)\| < d_{\max}$  라고 놓고,  $S^T \dot{S}$  값이 0보다 작도록 하는 입력  $\mathbf{u}_s$ 를 구하면 다음과 같다.

$$S^T \dot{S} = S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_s + S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{d}$$

$$\leq S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_s + \left\| S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right\| \|\mathbf{d}\|$$

$$< S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \mathbf{u}_s + \left\| S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right\| d_{\max}$$

$$= - \left\| S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right\| (d_{\max} + \eta)$$

$$+ \left\| S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right\| d_{\max}$$

$$= - \left\| S^T \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right\| \eta$$

$$< 0 \quad (22)$$

여기서,

$$\mathbf{u}_s = - \frac{\left( \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right)^T S}{\left\| S^T \left( \sum_{i=1}^L h_i(\mathbf{w}(t)) B_i \right) \right\|} (d_{\max} + \eta), \quad \eta > 0 \quad (23)$$

$\eta$ 는 양의 상수 이므로,  $S^T \dot{S} < 0$ 의 조건을 만족하게 된다. 따라서 외란이 있는 경우에도 공칭계통의 동특성을 유지할 수 있도록 슬라이딩 평면에 놓이도록 하는 불연속 제어 입력  $\mathbf{u}_s(t)$ 는 식 (23)과 같이 얻어진다.

### 2.3. 시뮬레이션 결과

여기서는 matlab / simulink를 이용한 시뮬레이션을 통하여 제안된 궤도 추적 제어 방법의 추적 성능을 확인한다.

식 (6)의 에러 동특성 방정식을 이용하여 2.2절에서 제시된 궤도 추적 방법에 의해 이동 로봇의 궤도 추적 제어를 설계하고 시뮬레이션을 통하여 궤도 추적 성능을 살펴보았다. 시뮬레이션은 matlab / simulink로 수행하였으며, 기준 궤적의 선속도  $v_r$ 과 각속도  $\omega_r$ , 그리고 이동 로봇의 초기 자세  $\mathbf{q}(0)$ 와 기준 궤적의 초기 자세는  $\mathbf{q}_r(0)$ 는 표 1과 같이 정하였다. 궤도 추적 수행시간은 10[sec]동안 진행하였다[10].

표 1. 시뮬레이션 조건 및 파라미터  
Table. 1 Simulation conditions and parameter

시뮬레이션 조건 및 파라미터	
기준 궤적	$v_r = 100 + 500 * \exp(-2t) [mm/s]$ $w_r = 10 \sin(0.01t) [rad/s]$
초기 자세	$\mathbf{q}(0)^T = [-100 [mm], -100 [mm], 0 [deg]]$ $\mathbf{q}_r(0)^T = [0 [mm], 0 [mm], 45 [deg]]$
외란	$d(t) = d_{\max} \sin(2\pi ft) [mm], f = 3 [Hz]$ $d_{\max} = 10, \eta = 1$ $d_{\max} = 100, \eta = 5$

외란  $d$ 가 이동로봇의 오른쪽 바퀴와 왼쪽 바퀴의 속도  $\phi_R, \phi_L$ 에 동일하게 더해진다고 가정할 경우 식 (3)은 다음 식 (24)와 같이 된다. 따라서, 입력  $v$ 에 대한 외란을 고려하여 시뮬레이션을 수행하였다.

$$v = \frac{\phi_R + \phi_L}{2} + d, \quad \omega = \frac{\phi_R - \phi_L}{2l} \quad (24)$$

제어기 설계를 위해서 먼저 식 (8)에 대한 T-S 퍼지 모델링이 필요하다. 먼저 식 (8)의 비선형 성분을 전건부 변수로 선정하여 그에 따른 소속 함수를 정하고, T-S 퍼지 모델링을 위한 퍼지 규칙을 만든다. 그림 4와 같이 식 (8)의 네 가지 비선형 성분에 대해 각각 두 가지 경우의 소속 함수를 정하였다. 각 전건부 변수의 범위는 실제 파라미터의 변동 범위를 고려하여 선정하여야 한다. 여기서는 기준 궤적의 입력의 범위와 오차의 변동 범위에 따라 전건부 변수들의 범위를 결정하였다.

이렇게 결정된 소속 함수들을 이용해 퍼지 규칙을 정하게 되는데, 본 논문에서는 각 네 변수의 두 가지 경우를 이용하여 총 16 가지의 규칙을 다음 그림 5와 같이

정하였다. 그림 4와 그림 5에서  $F_v = \frac{v_r \sin e_\theta}{e_\theta}$  이다.

각 규칙의 후반부 선형 모델에 대한  $A_i$ 와  $B_i$ 는 그림 4의 전반부 변수들에 대한 소속 함수로부터 다음 그림 6과 같이 정하였다.

그림 7과 8은 각각  $d_{max} = 10$  일 때, PDC 기법만을 사용한 경우와 PDC+ISMC 기법을 사용한 경우의 기준 궤도 추적 결과를, 그림 9는  $x, y, \theta$ 에 대한 궤도 추적 오차 결과이다. 이때 외란은 표 1에 주어진 것처럼 sine 함수를 사용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 그림에서 붉은 실선(굵은 실선)은 기준 궤적을, 녹색 실선(가는 실선)은 외란이 없는 경우의 PDC (nominal PDC) 제어기에 의한 이동로봇의 주행 궤적을, 파란 점선은 외란이 있는 경우에 각 제어기에 의한 이동로봇의 주행 궤적을 나타낸다. 이 경우, 그림 7에 보이는 PDC 기법만을 이용한 궤도 추적 결과와 그림 8의 PDC+ISMC 기법을 이용한 궤도 추적 결과의 차이가 잘 보이지 않지만, 그림 9의 궤도 추적 오차 그래프를 보면 PDC+ISMC 기법이 외란에 더 강한 성능을 보여주는 것을 확인할 수 있다. 그림 9에서 녹색 실선은 외란이 없는 경우의 PDC (nominal PDC) 제어기에 의한 이동로봇의 궤도 추적 오차를, 파란 점선은 외란이 있는 경우에 각 제어기에 의한 이동로봇의 궤도 추적 오차를 나타낸다. 그림 10은 그림 9의 궤도 추적 오차 중에서  $y$ 좌표 오차만을 확대해서 보인 것이다. 그림 10에서 녹색 실선(가는 실선)은 외란이 없는 경우의 PDC (nominal PDC) 제어기에 의한 오차를, 붉은 실선(굵은 실선)과 파란 점선은 각각 외란이 있는 경우에 PDC 기법만을 이용한 경우와 PDC+ISMC 기법을 이용한 경우의 오차를 나타낸다. PDC+ISMC 기법이 PDC 기법에 비해 외란에 더 강한 성능을 확인할 수 있다. 그림 11과 12는 각각  $d_{max} = 100$  일 때, PDC와 PDC+ISMC 제어기에 대한 궤도 추적 결과이고, 그림 13은  $x, y, \theta$ 에 대한 궤도 추적 오차 그래프이다. 그림 14는 그림 10에서처럼 그림 13의 궤도 추적 오차 중에서  $y$ 좌표 오차만을 확대해서 보인 것이다. 그림 11 - 14를 보면 PDC+ISMC 기법이 이동 로봇에 외란이 가해지더라도 외란이 없는 경우의 PDC 제어기 (nominal PDC)에 의한 궤도 추적 성능을 유지하며, PDC 기법만을 사용한 경우보다 외란에 더 강한 성능을 보여주는 것을 분명하게 확인할 수 있다.

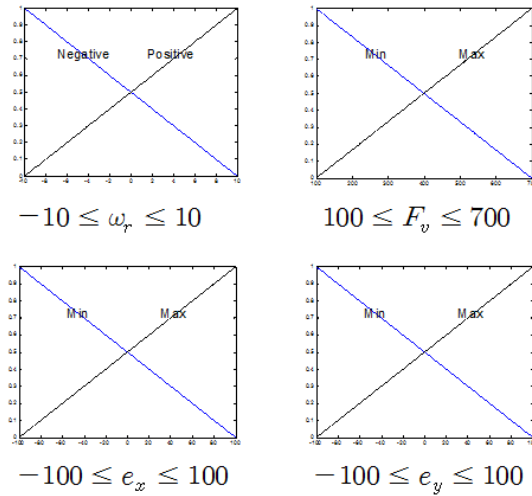


그림 4. 전반부 변수들에 대한 소속 함수  
Fig. 4 Membership functions of premise variables

- Rule 1: If  $\omega_r$  is negative and  $F_v$  is min and  $e_x$  is min and  $e_y$  is min  
Then  $\dot{e}(t) = A_1 e(t) + B_1 u(t)$
- Rule 2: If  $\omega_r$  is negative and  $F_v$  is min and  $e_x$  is min and  $e_y$  is max  
Then  $\dot{e}(t) = A_2 e(t) + B_2 u(t)$
- ⋮
- Rule 15: If  $\omega_r$  is positive and  $F_v$  is max and  $e_x$  is max and  $e_y$  is min  
Then  $\dot{e}(t) = A_{15} e(t) + B_{15} u(t)$
- Rule 16: If  $\omega_r$  is positive and  $F_v$  is max and  $e_x$  is max and  $e_y$  is max  
Then  $\dot{e}(t) = A_{16} e(t) + B_{16} u(t)$

그림 5. T-S 퍼지 모델의 규칙  
Fig. 5 Rule of T-S fuzzy model

$$A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ 10 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_5 = A_6 = A_7 = A_8 = \begin{bmatrix} 0 & -10 & 0 \\ 10 & 0 & 700 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_9 = A_{10} = A_{11} = A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & 100 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, A_{13} = A_{14} = A_{15} = A_{16} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 \\ -10 & 0 & 700 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = B_3 = B_{13} = \begin{bmatrix} -1 & -100 \\ 0 & 100 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B_4 = B_5 = B_{10} = B_{14} = \begin{bmatrix} -1 & 100 \\ 0 & 100 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_6 = B_7 = B_{11} = B_{15} = \begin{bmatrix} -1 & -100 \\ 0 & -100 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B_8 = B_9 = B_{12} = B_{16} = \begin{bmatrix} -1 & 100 \\ 0 & -100 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

그림 6. 후반부 선형 모델들에 대한  $A_i$  및  $B_i$   
Fig. 6  $A_i$  and  $B_i$  for each consequent linear model

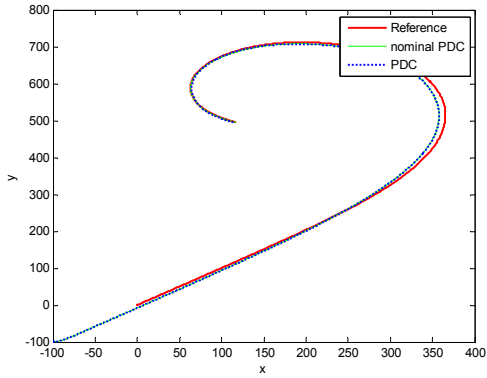


그림 7. PDC 제어기의 궤도 추적 결과  
Fig. 7 Trajectory tracking performance for PDC

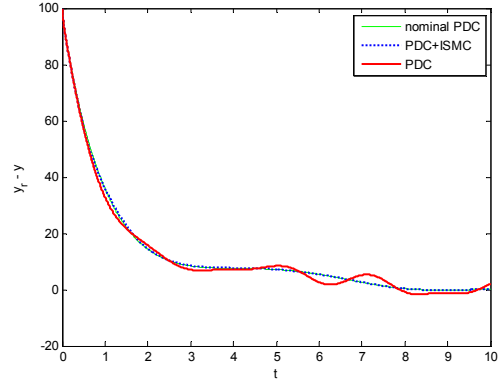


그림 10. PDC+ISM과 PDC 제어기의  $y$ 좌표 추적 오차  
Fig. 10 Tracking error of  $y$  coordinate for PDC+ISM and PDC

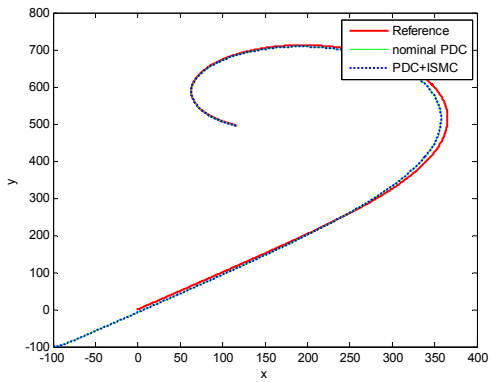


그림 8. PDC+ISM 제어기의 궤도 추적 결과  
Fig. 8 Trajectory tracking performance for PDC+ISM

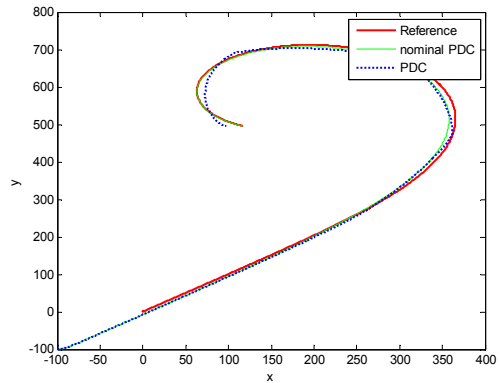


그림 11. PDC 제어기의 궤도 추적 결과  
Fig. 11 Trajectory tracking performance for PDC

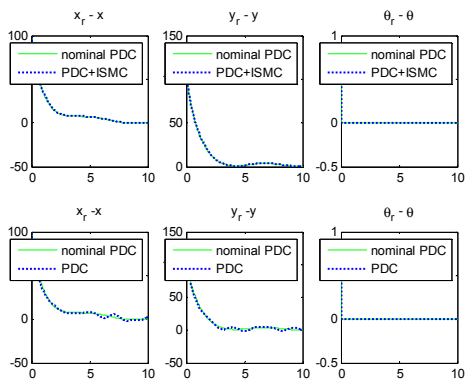


그림 9. PDC+ISM과 PDC 제어기의 궤도 추적 오차  
Fig. 9 Tracking errors for PDC+ISM and PDC

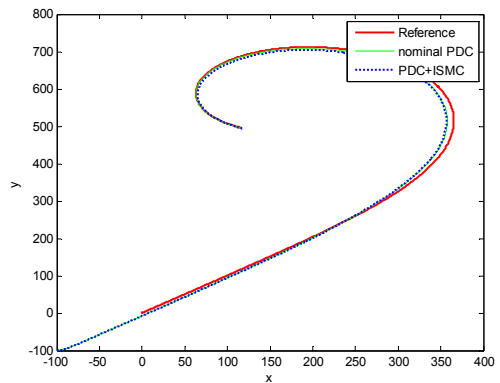


그림 12. PDC + ISM 제어기의 궤도 추적 결과  
Fig. 12 Trajectory tracking performance for PDC + ISM



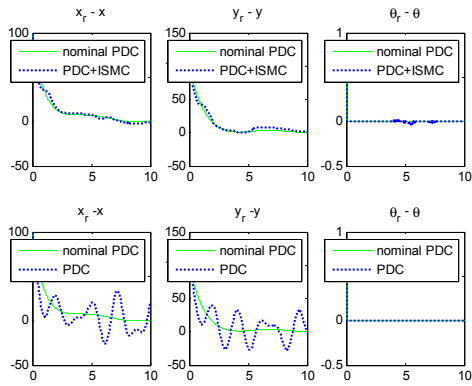


그림 13. PDC+ISMC와 PDC 제어기의 궤도 추적 오차  
Fig. 13 Tracking errors for PDC+ISMC and PDC

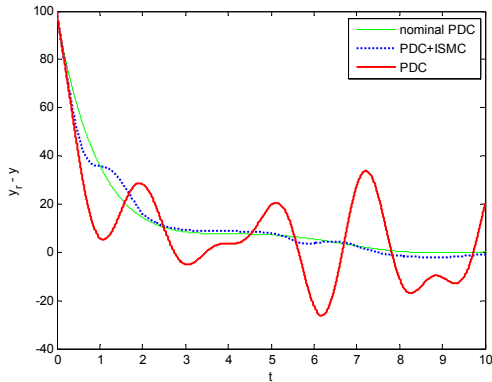


그림 14. PDC+ISMC와 PDC 제어기의 y좌표 추적 오차  
Fig. 14 Tracking error of y coordinate for PDC+ISMC and PDC

표 2. PDC와 PDC+ISMC 제어기의 궤도 추적 오차의 r.m.s. 값 비교

Table. 2 Comparison of r.m.s. value of tracking errors for PDC and PDC+ISMC

$q_r - q$	$d_{max} = 10$		$d_{max} = 100$	
	PDC	PDC + ISMC	PDC	PDC + ISMC
$x_r - x$ [mm]	3.7649	3.5248	17.0648	3.3459
$y_r - y$ [mm]	3.1285	2.6947	17.6449	5.8215
$\theta_r - \theta$ [rad]	0.0008	0.0008	0.0014	0.0032

정량적인 차이를 좀 더 보기 쉽게 살펴보기 위하여, 그림 9와 그림 13에 대해서  $x, y, \theta$ 에 대한 과도상태가 지난후의 궤도 추적 오차의 r.m.s.(root mean square)값을 구하여 표 2에 나타내었다.

표 2를 살펴보면 외란이  $d_{max} = 100$ 일 때뿐만 아니라 상대적으로 작은  $d_{max} = 10$  일 때도 PDC+ISMC 기법이 PDC 기법만을 사용한 경우보다 더 강인함을 알 수 있다. 다만  $\theta$ 의 경우 PDC 기법만을 사용한 경우가 PDC+ISMC 기법을 사용한 경우보다 오차가 더 작지만 그 차이는 미미하므로, 표 2의 결과로 볼 때 본 논문에서 제안하는 PDC+ISMC 제어기가 외란에 강인하다는 것을 알 수 있다.

### III. 결 론

본 논문에서는 바퀴형 이동 로봇의 궤도 추적 제어를 위하여 PDC 기법에 ISMC 기법을 추가하여 외란에 강인한 궤도 추적 제어 시스템을 설계하였고, 시뮬레이션을 통하여 제안한 방법의 우수성을 증명하였다.

본 논문에서는 이동로봇에 외란이 가해지더라도 외란이 없는 경우의 PDC 제어 기법에 의한 궤도 추적 성능을 유지하도록 하는 강인한 궤도 추적 방법을 제안하였다. 비선형 시스템인 이동로봇의 주행 궤도와 기준궤도 간의 에러 동특성 방정식을 T-S 퍼지 모델링 한 후 Lyapunov 안정 조건 및 LMI 연산을 이용해 상태 궤환 이득을 구하여 공칭 제어 입력을 얻었고, ISMC 기법을 적용하여 외란이 있는 경우에도 공칭시스템의 동특성을 유지할 수 있도록 하는 불연속 제어 입력을 얻었다. 이 두 제어 입력을 더하여 이동로봇에 인가함으로써 외란에 강인한 궤도 추적 성능을 얻을 수 있었다.

### ACKNOWLEDGMENTS

This research is financially supported by Changwon National University in 2013~2015.

REFERENCES

[ 1 ] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice Hall, 2002.

[ 2 ] G. Feng, "A survey on analysis and design of model-based fuzzy control," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 14, no. 5, pp. 676-697, Oct. 2006.

[ 3 ] K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis : A Linear Matrix Inequality Approach*, John Wiley & Sons, Inc., 2001.

[ 4 ] C. H. Tseng, B. S. Chen and H. J. Uang, "Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic systems via T-S fuzzy model," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 3, pp. 381-392, Jun. 2001.

[ 5 ] J. J. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*, Prentice Hall, 1991.

[ 6 ] Y.W. Liang, S.D. Xu, D.C. Liaw, and C.C. Chen, "A study of T - S model-based SMC scheme with application to robot control," *IEEE Trans. Ind. Electron.* vol. 55, no. 11, pp. 3964 - 3971, Nov. 2008.

[ 7 ] Q. Gao, L. Liu, G. Feng, and Y. Wang, J. Qiu, "Universal fuzzy integral sliding-mode controllers based on T-S fuzzy models," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 22, no. 2, pp. 350-362 , Apr. 2014.

[ 8 ] Y. Kanayama, Y. Kimura, F. Miyazaki and T. Noguchi, "A stable tracking control method for an autonomous mobile robot ," *1990 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, vol. 1, Cincinnati, pp. 384-389, 1990.

[ 9 ] G. Klančar and I. Skrjanč , "Tracking - error model - based predictive control for mobile robots in real time," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 55, pp. 460-469, 2007.

[10] C. J. Kim, J. W. Kwon and D. Chwa, "Polynomial fuzzy modeling and tracking control of wheeled mobile robots via sum of squares approach," in *Proceeding of ICIT 2009*, IEEE, Gippsland, pp. 973-977, Feb. 2009.

[11] E. H. Guechi, J. Lauber, M. Dambrine, S. Blažič and G. Klančar, "Tracking-error model-based PDC control for mobile robots with acceleration limits," *FUZZ-IEEE 2009*, Korea, pp. 197-202, Aug. 2009.

[12] E. H. Guechi, J. Lauber, M. Dambrine, G. Klančar and S. Blažič, "PDC control design for non-holonomic wheeled mobile robots with delayed outputs," *J. of Intelligent & Robotic Systems*, vol. 60, pp. 395-414, Apr. 2010.

[13] M. Defoort, J. Palos, T. Floquet, A. Kokosy and W. Perruquetti, "Practical stabilization and tracking of a wheeled mobile robot with integral sliding mode controller," in *Proceedings of 46<sup>th</sup> IEEE CDC*, New Orleans, pp. 1999-2004, Dec. 2007.

[14] N. A. Martins, E. S. Elyoussef, D. W. Bertol, E. R. De Pieri, U. F. Moreno and E. B. Castelan, "Nonholonomic mobile robot with kinematic disturbances in the trajectory tracking: a variable structure controller," *Learning & Nonlinear Models, Journal of the Brazilian Neural Network Society*, vol. 8, no. 1, pp. 23-40, 2010.

[15] R. Siegwart and I. R. Nourbakhsh, *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, The MIT Press, 2004.

[16] A. Kelly, *Mobile Robotics : Mathematics, Models, and Methods*, Cambridge University Press, 2013.



박민수(Min-soo Park)

2013년 창원대학교 전기공학과 졸업(공학사)  
 2015년 창원대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
 2015년~현재 (주)삼정시스템  
 ※관심분야 : 비선형제어, 신호처리, 이동로봇



박승규(Seung-kyu Park)

1984년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학사)  
 1986년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
 1990년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학박사)  
 2003년~2004년 미국 Wisconsin대 visiting professor  
 1990년~현재 창원대학교 전기공학과 교수  
 ※관심분야 : 퍼지제어, 강인제어, 비선형제어



**안호균(Ho-kyun Ahn)**

1981년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학사)  
1989년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
1992년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학박사)  
1992년~현재 창원대학교 전기공학과 교수  
※ 관심분야 : 전력전자, 고효율에너지, 대체에너지



**곽군평(Gun-pyoung Kwak)**

1982년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학사)  
1985년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
1990년 고려대학교 전기공학과 졸업(공학박사)  
1990년~1997년 LG산전 연구소 CNC 연구소장  
1998년~현재 창원대학교 전기공학과 교수  
※ 관심분야 : 강인제어, 슬라이딩모드제어, 모션제어



**윤태성(Tae-sung Yoon)**

1978년 연세대학교 전기공학과 졸업(공학사)  
1980년 연세대학교 전기공학과 졸업(공학석사)  
1988년 연세대학교 전기공학과 졸업(공학박사)  
1994년~1995년 미국 Vanderbilt대 visiting professor  
1989년~현재 창원대학교 전기공학과 교수  
※ 관심분야 : 신호처리, 지능제어, 이동로봇