

Tilting 상태인 테이퍼 로울러의 탄성유체윤활 해석

박 태 조[†]

경상대학교 기계공학부 · 공학연구원

Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of a Tilted Tapered Roller

Tae-Jo Park[†]

School of Mechanical Engineering, ERI, Gyeongsang National University
(Received June 27, 2015; Revised July 20, 2015; Accepted July 21, 2015)

Abstract – Tapered roller bearings are widely used in equipment where high combined thrust and radial loads are experienced. A certain amount of tilting between the tapered rollers and the races always occurs because of bending moment load conditions and shaft deflection. It is now well understood that a coherent elastohydrodynamic lubrication (EHL) film separates the rollers and races. In spite of extensive study on EHL problems for over half a century, relatively few studies have focused on the finite line contacts problem. This study presents a complete numerical analysis of the effects of roller tilting on the EHL characteristics in a tapered roller bearing. We systematically analyze this highly nonlinear problem using finite differences with fully non-uniform grids and the Newton–Raphson method. Detailed EHL pressure distributions and film shapes are presented under moderate loads and material parameters. A very small roller tilting significantly affects the pressure distributions and film shapes near both ends of the roller. Moreover, the effect of tilting on the EHL characteristics at the small end is much greater than that at the large end. Therefore, in designing optimum profiles for tapered roller bearings, the profile radius should be larger at the small end.

Keywords – EHL(탄성유체윤활), finite line contact(유한한 길이의 선접촉), roller profile(로울러 프로파일), tapered roller bearing(테이퍼 로울러 베어링), tilting(틸팅)

Nomenclature

c : Elastostatic footprint half-width at $y=0$
 d : Elastostatic footprint length
 $D_{ij,kl}$: Elastic influence coefficient
 E : Modified modulus of elasticity
 G : Dimensionless material parameter, αE
 H : Dimensionless film thickness
 P : Dimensionless pressure
 R : Radius of tapered roller at arbitrary y

R_d : Dub-off radius (Fig. 1)
 R_m : Mean radius of tapered roller at $Y=0$ (Fig. 1)
 R_d^* : R_d/R_m
 R_s : R/R_m
 U : Dimensionless speed parameter, $U_m R/R_m$
 U_m : Dimensionless speed parameter at $Y=0$
 X, Y : Dimensionless Cartesian coordinates
 Y_d : y_d/R_m
 W : Dimensionless load parameter
 α : Pressure-viscosity coefficient of lubricant
 η : Dimensionless viscosity
 ρ : Dimensionless lubricant density
 θ : Roller half-included angle (Fig. 1)

[†]Corresponding author : tjpark@gnu.ac.kr
Tel: +82-55-772-1623, Fax: +82-55-772-1577

ϕ : Roller tilting angle (Fig. 1)

1. 서 론

테이퍼 로울러 베어링(Tapered roller bearing)은 반경방향과 축방향으로 작용하는 대하중을 동시에 지지할 수 있는 장점을 가지고 있기에 자동차, 철도차량, 중장비, 산업기계 등에 널리 사용되고 있다. 원통형 로울러 베어링의 경우와 동일하게 길이가 유한하고 축의 처짐(Deflection), 설치불량 등의 원인으로 어느 정도의 정렬불량(Misalignment)은 피할 수 없기 때문에 로울러를 프로파일링(Profiling)하여 양단부에서 발생하는 응력집중을 완화시키고 있다. 테이퍼 로울러 베어링은 탄성유체윤활(Elastohydrodynamic lubrication: EHL) 상태로 운전되기에 베어링 회사에서 프로파일(Profile) 설계에 사용하는 탄성접촉해석[1]으로는 피로수명에 큰 영향을 미치는 최소유막의 크기를 추정할 수가 없다. 따라서, 테이퍼 로울러 베어링의 피로수명을 향상시키기 위해서는 이에 대한 EHL 해석결과가 우선적으로 요구된다.

EHL 문제는 Dowson and Higginson[2]이 발생압력에 의한 윤활면의 탄성변형과 윤활유의 점도변화를 동시에 고려하여 수치해석한 이후에 집중적으로 연구되고 있다. 그러나 대부분 타원접촉문제이거나 무한장 선 접촉문제이며, 로울러 베어링 등에서의 같이 접촉길이가 유한한 경우에 대한 연구는 소수에 불과한 실정이다[3]. 이는 EHL 문제자체의 강한 비선형성과 함께 탄성접촉부의 길이폭의 비율이 커서 엄청난 수의 격자계가 요구되는 등으로 수치해석이 아주 어렵고 실험도 쉽지 않기 때문이다. 지금까지 이 문제에 대한 거의 유일한 실험으로 인정되고 있는 Wymer and Cameron[4]의 연구결과, 로울러 양단부에서 항상 발생하는 최소유막은 로울러 프로파일에 따라서 크기가 크게 달라졌다. Mostofi and Gohar[5]는 프로파일링한 원통형 로울러에 대한 EHL 문제를 최초로 수치해석하였지만 결과가 물리적으로 타당하지 않았다. Park and Kim[6]은 동일한 문제를 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 적용하여 정확하게 수치해석하였다.

만일 원통형 로울러가 정렬불량이거나 테이퍼 로울러인 경우에는 길이방향으로의 압력분포와 유막형상이 비대칭이기 때문에 수치해석은 한층 복잡하고 어렵게 된다. Yamashita 등[7]은 Multigrid 방법으로 테이퍼 로울러에 대한 EHL 해석을 처음으로 수행하여 길이방

향으로 비대칭인 압력분포와 유막형상을 제시하였지만 해석결과는 완전하지 않았다. Kushwaha 등[8]은 원통형 로울러가 정렬불량인 경우에는 양단부에서의 EHL 압력과 유막형상이 크게 달라질 수 있다는 정도의 개략적인 결과만 제시하였다. Yang & Yang[9]은 2개의 테이퍼진 로울러가 서로 반대방향으로 배치된 경우의 열탄성유체윤활(TEHL) 문제를 해석하였지만 해석모델은 헬리컬 기어(Helical gear)에 상당할 뿐이다. 한편, 본 논문의 저자[10-12]는 참고문헌[6]의 수치해석방법을 사용하여 위의 2가지 문제를 정확하게 해석하였다. 이 결과, 원통형 로울러인 경우에 정렬불량은 유막두께 보다는 압력분포에 더욱 큰 영향을 미치며, 최소유막두께는 크게 감소하지만 중앙부 유막두께는 거의 변하지 않았다. 테이퍼 로울러인 경우에 최대압력과 최소유막은 소단부에서 발생하며, 양단부에서는 압력분포에 비하여 유막두께의 차이가 상대적으로 크게 나타났다.

이와 같이 테이퍼진 로울러가 정렬불량인 경우의 EHL 문제에 대한 연구결과가 아직까지 제시되지 않은 실정이므로 본 논문에서는 이를 수치해석하고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해석

테이퍼 로울러 베어링에서는 축과 로울러의 중심선이 원통형 로울러 베어링의 경우와는 달리 서로 평행하지 않다. 본 논문에서는 궤도면에 대한 테이퍼 로울러의 정렬불량을 틸팅(Tilting)으로 정의하고 이 경우에 대한 EHL 문제를 해석하기 위한 개략적인 그림을 Fig. 1에 나타내었다. 여기서, 2θ 는 로울러의 테이퍼 각도이며, ϕ 는 틸팅 각도로 반시계방향인 경우를 (+)로 설정하였다. 지배방정식, 수치해석방법 및 기호는 참고문헌[10-12]과 거의 동일하므로 다음에는 무차원

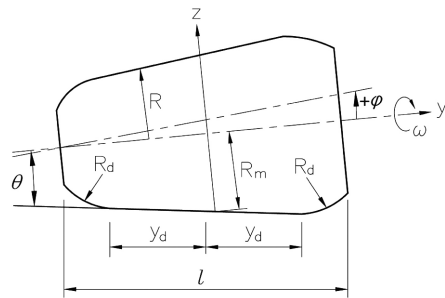


Fig. 1. Schematic of a tilted tapered roller.

형태의 지배방정식을 제시하였다.

2-1. 지배방정식

Fig. 1에서 테이퍼진 로울러의 구름방향이 x 방향일 때, EHL 압력을 결정하는 레이놀즈 방정식의 무차원 형태는 다음과 같다[6, 10-12].

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\rho H^3 \partial P}{\eta \partial X} \right) + \frac{\partial}{\partial Y} \left(\frac{\rho H^3 \partial P}{\eta \partial Y} \right) = 12 \frac{\partial (\rho U H)}{\partial X} \quad (1)$$

활유의 점도와 밀도에 대한 무차원식은 각각 다음과 같다[2].

$$\eta = \exp(GP) \quad (2)$$

$$\rho = 1 + \frac{0.58EP}{1 + 1.68EP} \quad (3)$$

여기서, $G = \alpha E$ 이고 E 의 단위는 [GPa]이다.

Dub-off 형태인 프로파일 반경이 양단부에서 동일하고 테이퍼진 로울러가 반시계방향으로 ϕ 만큼 틸팅된 경우(Fig. 1), 무차원 유막두께는 다음식과 같이 나타내어진다.

$$H = H_0 + \frac{X^2}{2R_m^*} + \frac{(Y - Y_d)^2}{2R_d^*} + Y \tan \phi + \sum_k \sum_l D_{i,j,k,l} P_{k,l} \quad (4)$$

여기서, 프로파일링하지 않은 위치에서는 우변의 세 번째 항이 0이다.

테이퍼 로울러에 작용하는 하중의 무차원식은 다음과 같다.

$$W = \iint P dXdY \quad (5)$$

2-2. 경계조건

계산영역의 경계에서는 $P=0$ 이며, 구름방향 출구측에는 다음식으로 표현되는 레이놀즈의 경계조건을 만족한다.

$$P = \frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial P}{\partial Y} = 0 \quad (6)$$

2-3. 수치해석

본 논문에서는 참고문헌[6, 10-12]과 동일하게 유한 차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하여 체계적으로 수치해석하였다. Fig. 2는 Rahnejat and Gohar[1]의 방법으로 구한 중앙부의 탄성접촉반폭 c 와 탄성접촉길이 d 를 기준으로 구름방향 입구와 출구를 $-5.0c$ 와 $2.5c$ 에,

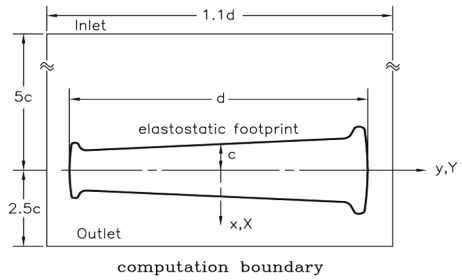


Fig. 2. Computation boundaries and coordinates.

측면경계를 $\pm 0.55d$ 에 각각 위치시킨 계산영역의 경계를 나타낸 그림이다. 이때, 경계의 위치가 해석결과에 영향을 미치지 않도록 가능하면 넓게 두었다. 사용한 격자계는 완전히 불균일하며 격자의 최대수는 94×45 개이다.

3. 결과 및 고찰

본 논문에서 테이퍼 로울러에 작용하는 틸팅의 영향

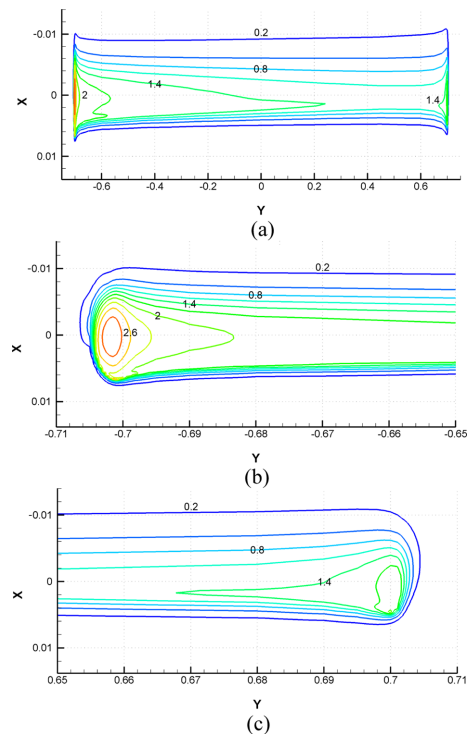


Fig. 3. Contours plot of dimensionless pressure distribution ($P \times 10^3$) with $\phi = 0.002^\circ$. (a) Complete contours, (b) Small end, (c) Large end.

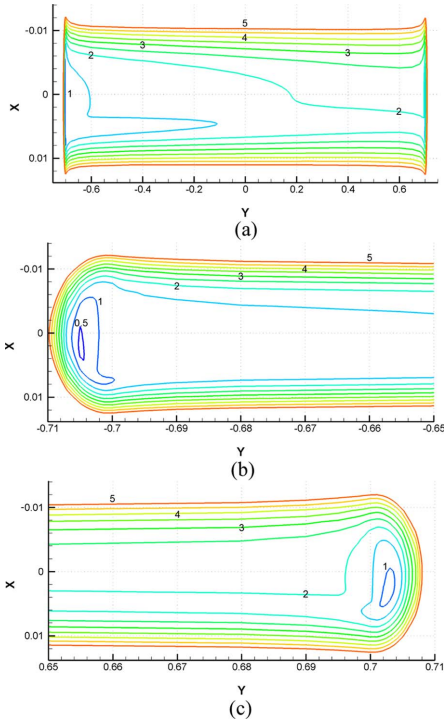


Fig. 4. Contours plot of dimensionless film thickness ($H \times 10^5$) with $\varphi = 0.002^\circ$. (a) Complete contours, (b) Small end, (c) Large end.

을 조사하기 위하여 사용한 자료는 다음과 같다:

$$R_d^* = 0.5, |Y_d| = 0.7, \theta = 10^\circ, U_m = 1 \times 10^{-11}, T = 2,500$$

$$W = 2 \times 10^{-5}, E = 220 \text{ GPa}, |\phi| = 0.002^\circ$$

Fig. 3과 Fig. 4에는 테이퍼 로울러가 반시계방향으로 틸팅($\varphi = 0.002^\circ$)된 경우에 대한 EHL 압력의 등압선과 유막의 등고선을 각각 나타내었다. 여기서, Fig. 3(a)와 Fig. 4(a)는 전체길이에 대하여 나타내기 위하여 y 방향으로는 크게 축소한 반면에 나머지 그림은 프로파일 시작위치($Y_d = \pm 0.7$) 부근을 확대하였다. Fig. 5와 Fig. 6에는 틸팅 방향에 의한 영향을 비교하기 위하여 Fig. 3, Fig. 4와 크기는 동일하지만 반대방향으로 틸팅($\varphi = -0.002^\circ$)된 경우의 결과를 제시하였다. 이상의 결과, 길이방향 중앙의 상당한 길이에서와는 달리 프로파일링한 부분의 EHL 압력분포와 유막형상은 아주 작은 각도임에도 불구하고 틸팅 방향에 따라 크게 변화하였다. 특히, 틸팅으로 인한 영향은 대단부 보다는 소단부에서, 유막형상 보다는 압력분포에서 상대적으로 크게 나타났다. 참고로 테이퍼 로울러에서 틸팅이 없

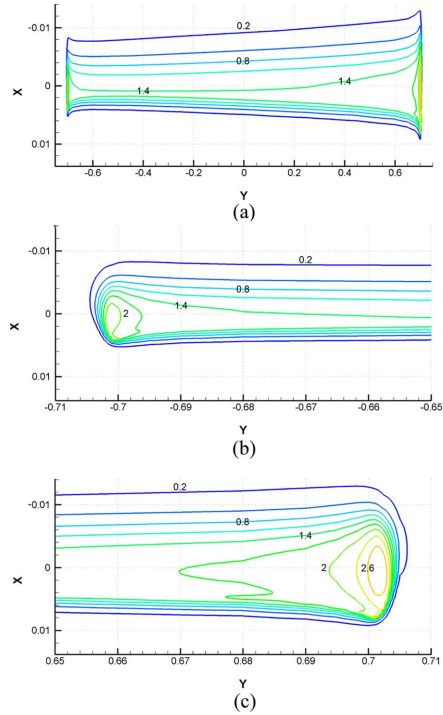


Fig. 5. Contours plot of dimensionless pressure distribution ($P \times 10^5$) with $\varphi = -0.002^\circ$. (a) Complete contours, (b) Small end, (c) Large end.

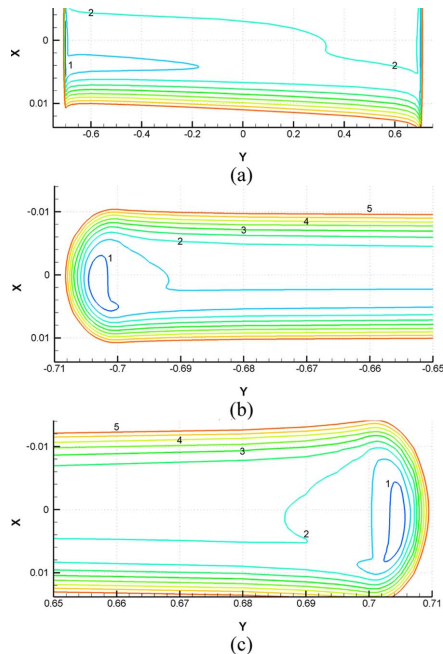


Fig. 6. Contours plot of dimensionless film thickness ($H \times 10^5$) with $\varphi = -0.002^\circ$. (a) Complete contours, (b) Small end, (c) Large end.

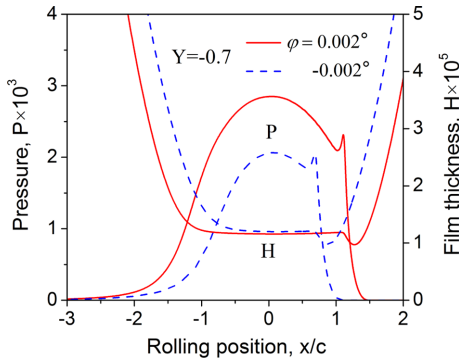


Fig. 7. Effect of tilting on the pressure distribution and film shapes in the rolling direction at $Y = -0.7$.

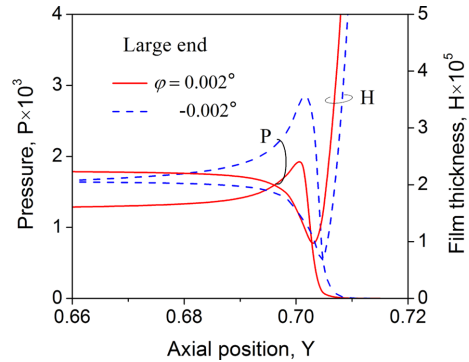


Fig. 10. Effect of tilting on the transverse pressure distribution and film shapes near large end along $X = 0$.

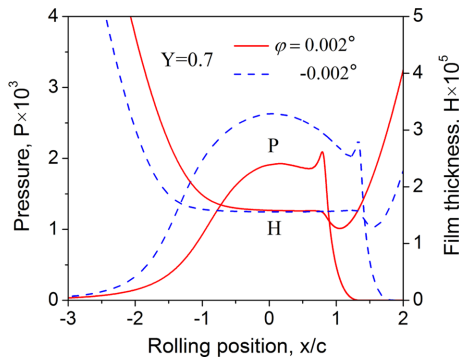


Fig. 8. Effect of tilting on the pressure distribution and film shapes in the rolling direction at $Y = 0.7$.

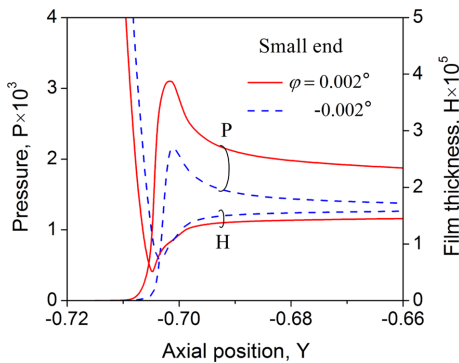


Fig. 9. Effect of tilting on the transverse pressure distribution and film shapes near small end along $X = 0$.

는($\phi = 0^\circ$) 경우에는 항상 소단부에서 최대압력과 최소 유막이 발생하였다[12]. 다음의 결과는 테이퍼 로울러의 틸팅방향이 서로 반대인 경우에 대한 각 단면에서의 EHL 압력분포와 유막형상을 비교하여 나타낸 것이다. Fig. 7과 Fig. 8은 각각 프로파일 시작위치인 $Y = -$

0.7(소단부)와 $Y = 0.7$ (대단부)에서 구름방향으로의 결과이며, Fig. 9와 Fig. 10은 각각 테이퍼 로울러의 소단부와 대단부 부근의 $X = 0$ 에서의 결과이다. 구름방향으로는 EHL의 대표적인 특징인 압력 Spike와 접촉폭 중앙부에서의 일정한 유막두께와 함께 출구측에서 유막수축이 선명하게 나타났다. 그리고, 길이방향으로의 Peak압력은 최소유막이 발생하는 위치보다 로울러 중앙부쪽에서 발생하였다[6, 10-12]. 특히, Fig. 3~Fig. 6에서 고찰한 바와 같이 Dub-off 반경이 동일한 경우에 틸팅의 영향은 상대적으로 소단부에서 가혹하게 나타났다. 이러한 결과는 소단부의 로울러 반경이 작고 구름속도가 느린 것에 기인한다. 따라서, 테이퍼 로울러의 소단부에서의 EHL 상태를 완화시키기 위해서는 이곳의 프로파일 반경을 대단부에서 보다 크게 설계하는 것이 적절하다고 판단된다. 참고로 본 논문에서는 Kushwaha 등[8]이 보고한 “Pressure pips”와 “Islands of minimum film thickness”가 발생하지 않았으며, 이는 그들이 사용한 격자계가 부적절하였기 때문인 것으로 추정된다[10].

이상에서 나타낸 것과 같이 틸팅된 테이퍼 로울러에 대한 EHL 문제를 완전하게 수치해석하였으며, 결과는 테이퍼 로울러 베어링의 최적 프로파일 설계에 사용될 수 있을 것으로 기대된다.

4. 결 론

본 논문에서는 틸팅된 테이퍼 로울러에 대한 EHL 문제를 완전히 불균일한 격자계를 채용한 유한차분법과 뉴우튼-랩슨 방법을 사용하여 완전하게 해석하였다. 테이퍼 로울러의 양단부 프로파일이 동일한 경우에 소

단부에서의 EHL 상태는 틸팅으로 인하여 대단부에서 보다 한층 악화되었다. 따라서, 이러한 문제를 해소하기 위해서는 소단부의 프로파일 반경을 대단부 보다 크게 설계하는 것이 적절하다고 판단된다. 본 논문의 수치해석방법은 테이퍼 로울러 베어링의 최적 프로파일 설계에 유용하게 사용될 수 있을 것으로 기대되며, 추가연구가 요구된다.

Acknowledgements

이 논문은 2011년도 정부(교육과학기술부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. 2011-0014650).

References

- [1] Rahnejat, H., Gohar, R., "Design of Profiled Taper Roller Bearings", *Tribology Int.*, Vol. 12, pp. 269-275, 1979.
- [2] Dowson, D., Higginson, G R., "A Numerical Solution to the Elastohydrodynamic Problem", *J. of Mech. Eng. Sci.*, Vol. 1, pp. 7-15, 1959.
- [3] Chen, X., Sun, H., Shen, X., "Review and Prospect of Developments in EHL of Finite Line Contacts", Proc. IUTAM Symposium on "Elastohydrodynamics and Micro-elastohydrodynamics", Cardiff, United Kingdom, September 2004.
- [4] Wymer, D. G., Cameron, A., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Line Contact", *Proc. IMechE*, Vol. 188, pp. 221-231, 1973-74.
- [5] Mostofi, A., Gohar, R., "Elastohydrodynamic Lubrication of Finite Line Contacts", *J. of Lub. Tech.*, Vol. 105, pp. 598-604, 1983.
- [6] Park, T. J., Kim, K. W., "Elastohydrodynamic Lubrication of a Finite Line Contacts", *Wear*, Vol. 223, No. 1-2, pp. 102-109, 1998.
- [7] Yamashita, R., Dowson, D., Taylor, C. M., "An Analysis of Elastohydrodynamic Film Thickness in Tapered Roller Bearings", *Tribology Series*, Vol. 32, pp. 617-637, 1997.
- [8] Kushwaha, M., Rahnejat, H., Gohar, R., "Aligned and Misaligned Contacts of Rollers to Races in Elastohydrodynamic Finite Line Junctions", *Proc. IMechE, J. of Mech. Eng. Sci.*, Vol. 216, pp. 1051-1069, 2002.
- [9] Yang, P., Yang, P., "Analysis on the Thermal Elastohydrodynamic Lubrication of Tapered Rollers in Opposite Orientation", *Tribology Int.*, Vol. 40, pp. 1627-1637, 2007.
- [10] Park, T. J., "Numerical Analysis of Misaligned Finite Line Contacts EHL Problem", *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, Vol. 26, pp. 263-271, 2010.
- [11] Park, T. J., "Effect of Roller Profile and Misalignment in EHL of Finite Line Contacts", Proc. of ASME 2010 "10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis (ESDA 2010)", Istanbul, Turkey, July 2010.
- [12] Park, T. J., 2012, "An Elastohydrodynamic Lubrication Analysis of Tapered Roller with Profiled Ends", *J. Korean Soc. Tribol. Lubr. Eng.*, Vol. 28, No. 4, pp. 153-159.