

DOI <http://dx.doi.org/10.9725/kstle.2015.31.4.163>

트라이볼로지 손상을 억제하기 위한 구조물 모서리부 설계: 제1부 - 설계공식 개발

김 형 규[†]

한국원자력연구원 경수로핵연료기술개발부

Design of Structure Corners Restraining Tribological Failures: Part I - Development of Design Formula

Hyung-Kyu Kim[†]

LWR Fuel Development Division, Korea Atomic Energy Research Institute
(Received June 24, 2015; Revised July 20, 2015; Accepted July 20, 2015)

Abstract – This paper describes a design method for the corner radius of a contacting body using the theoretical approach of contact mechanics. A complete contact, as in the case of a sharp-cornered punch, produces singular contact traction: whereas, in an incomplete contact, the singular contact traction disappears because of the rounded corners, and the contact edges are within the rounded regions. The design method aims to determine the conditions of the contact force as well as the material properties in an incomplete contact. The incomplete contact changes into the complete contact again when the contact edges exceed the rounded regions owing to either an increased contact force or the compliance of the materials. The contact length of a rounded punch is used as a parameter to derive the required conditions. As a result, a design formula is obtained, which provides a minimum allowable radius when the materials, normal contact force, and the length of a flat region of the punch are pre-determined. This work consists of two parts: Part I includes a theoretical background, design method, and formula, and Part II describes the actual process with the investigation of design parameters.

Keywords – structure corner(구조물 모서리부), corner radius(모서리 반지름), contact mechanics(접촉역학), complete contact(완전 접촉), incomplete contact(불완전 접촉), contact length(접촉 길이)

Nomenclature

A : Measure of the compliance of two contacting bodies
 G : Shear modulus
 P : Contact normal force
 R : Radius of contact corner
 b : A half length of the contact region
 l : Length of the flat region of a punch
 k : Ratio of the allowable minimum corner radius to

the length of the flat region
 β : Dundurs' parameter
 η : Side angle of a punch
 ν : Poisson's ratio

1. 서 론

대부분의 기계구조물은 둘 이상의 부품이 조립되어 있는 접촉부를 갖고 있다. 이때 각각의 부품을 가공할 때 조립 후의 접촉면 경계에 해당하는 모서리 부위를 모따기 또는 라운딩 가공방법으로 부드럽게 처리하는 것이 일반적이다. 이를 위해 제작 도면에는 모따기 치수를 표기하거나 라운딩 반지름 크기를 표기하게 된다.

[†]Corresponding author : hkkim1@kaeri.re.kr
Tel: +82-42-868-2111, Fax: +82-42-863-0565

한편 모서리 부위를 부드럽게 처리하는 이유를 작업자의 취급 안전성을 위한 것으로 설명하고 있는 것이 일반적이다. 따라서 설계자가 구조물 접촉 모서리 부위의 형상을 결정하게 되는 모따기 치수나 라운딩 반지름 값을 결정할 때, 특별한 기준 없이 통상적인 경험 값을 적용하고 있다.

그러나 접촉역학의 관점에서 보면 구조물의 작동 중 접촉 하중이 가해질 때, 접촉면에 발생하는 응력장의 분포 형상 및 크기는 접촉면의 형상에 의존하며, 물체 내부의 응력은 접촉 응력에 직접적인 영향을 받으므로 동일한 접촉 하중이 작용하는 경우에도 접촉면 형상이 어떻게 설계하는가에 따라 구조물의 파단 수명이 달라진다. 특히 접촉부 경계에서의 프레팅 마멸이나 균열이 발생하고 성장하여 일반 피로수명을 현저히 감소시키는 프레팅 피로의 경우, 위와 같은 이유로 인해 균열 진전 거동이 모서리 부위의 형상에 의존하므로 프레팅 피로수명에 상당한 영향을 미치게 된다.

이러한 현상을 고려하여, 본 연구는 구조물의 모서리 부위에 적용하는 라운딩 가공에 초점을 두고 그 반지름의 크기를 어떠한 공학적 기준으로 설계하여야 하며, 나아가 구조물의 파손을 억제할 수 있는 안전한 설계를 할 수 있을까 하는 문제를 생각한 것이다. 이를 해결하기 위한 도구로서 두 물체의 접촉 시 접촉면에 형성되는 응력장과 이로 인해 발생하는 물체 내부의 응력장을 구할 수 있는 접촉역학을 이용하였다. 즉 접촉부 경계가 날카로운 완전 접촉문제와 그렇지 않은 불완전 접촉 문제 각각의 일반 해를 응용하여 이로부터 손상을 억제할 수 있는 모서리 라운딩 반지름의 크기를 설계하는 방법을 제안하고자 하였다.

완전 접촉과 불완전 접촉은 접촉 수직 하중과 이에 따른 접촉 영역의 변화 거동에 의해 정의된다. 즉, 완전 접촉이란 접촉 영역의 크기가 접촉 수직 하중에 무관하게 일정한 경우를 말하며, 이에 반해 불완전 접촉은 접촉 영역의 크기가 접촉 수직 하중에 따라 변하는 것을 말한다. 이를 Fig. 1에 비교하여 도시하였다. 따라서 사각 펀치와 같이 양단이 날카로운 모서리를 갖



Fig. 1. Definition of complete (left) and incomplete (right) contacts: S designates a contact length.

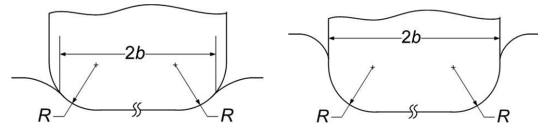


Fig. 2. Supposed change from incomplete (left) to complete (right) contact conditions with respect to the contact normal force.

는 경우에는 완전 접촉이 되며, 그러한 모서리를 제거할 경우에는 불완전 접촉이 된다.

완전 접촉의 경우, 접촉 경계에서 접촉 응력이 무한대가 되므로 이러한 가공을 피하여야 하는 것은 자명하다. 이 날카로운 모서리를 제거하기 위해 라운딩 가공을 하는 순간부터 접촉 경계에서의 응력이 0이 되는 불완전 접촉 상황이 될 수 있으며, 이는 손상 억제를 위한 요건이 된다. 그러나 이 불완전 접촉 조건은 두 물체의 접촉 경계가 라운딩 부위 내에 존재할 때 성립한다. 비록 라운딩 부위가 존재하더라도 접촉 경계가 라운딩 부위를 초과하게 되면 다시 완전 접촉의 상태가 되는 것이다. 이러한 상황을 양 모서리가 라운딩 가공된 사각 펀치가 반 무한 평판에 접촉하는 모델을 이용하여 Fig. 2에 도시하였다. 이때 접촉 구간을 $2b$ 로 표시하였다.

따라서 물체의 단면 형상이 원일 경우(또는 평탄부가 없이 2차 이상의 함수로 표현할 수 있는 형상일 경우에는) 항상 불완전 접촉 상태가 된다. 또한 라운딩 반지름을 비정상적으로 크게 하여 불완전 접촉 상태가 되도록 할 수 있을 것이다. 그러나 실제 구조물의 단면 형상 설계에서는 다른 구조적 요인(조립부, 끼워맞춤부 등)에 의해 접촉면 형상이 제한되는 경우가 일반적이므로 항상 원형 단면을 갖게 한다면 임의적으로 큰 반지름의 라운딩을 설계하기는 불가능하다.

결론적으로, 이 문제는 두 물체에 접촉 하중이 작용하는 경우, 접촉 영역의 양 끝단이 라운딩 부위 내에 존재할 수 있는 조건을 찾아야 하는 것으로 귀결된다. 이때 접촉 영역의 크기는 두 접촉 물체의 탄성적 성질과 수직 접촉하중의 크기에 지배되므로 접촉 영역의 크기를 라운딩 반지름의 설계를 위한 변수로 사용할 수 있을 것이다. 예를 들면, 접촉 하중이 작거나 또는 강성이 큰 물체의 경우에는 작은 반지름의 라운딩에 의해서도 불완전 접촉이 될 가능성이 크지만, 그 반대인 큰 접촉 하중 또는 낮은 강성의 물체일 경우 접촉 영역이 확장되어 접촉 경계가 라운딩 부위를 초과할

경우 다시 완전 접촉 상태가 되는 것이다. 따라서 본 논문에서는 불완전 접촉이 되는 조건을 접촉 물체의 탄성적 성질, 접촉 하중, 라운딩 반지름을 변화시키며 찾고자 하였으며, 2차원 탄성론을 사용하여, 이들을 결정하는 변수로서 접촉 길이를 사용하였다.

본 논문은 제1부에서 이론적인 배경과 라운딩 반지름의 설계 공식을 유도하여 제시하고 있으며, 제2부에서는 설계 변수들을 분석하며 실제 설계방법을 예제를 통해 보일 것이다.

2. 이 론

2-1. 지배방정식

접촉역학에서는 Fig. 3과 같이 두 탄성 물체에 수직 하중, P 와 전단 하중, Q 가 작용할 때, 이에 따라 접촉면에서 발생하는 수직 방향의 응력, $p(x)$ 및 변위, $h(x)$ 와 전단 방향의 응력, $q(x)$ 및 변위, $g(x)$ 사이의 상호 관계를 아래와 같이 서로 연성된 특이적분 연립 방정식의 형태로 지배방정식을 유도하고 있다[1]. 이때 특히 $h(x)$ 는 두 접촉 물체의 접촉면 형상을 함수로 정의한 것이 된다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{A} \frac{\partial h(x)}{\partial x} &= \frac{1}{\pi^2 L} \int_{x-\xi}^{\xi} d\xi - \beta q(x) \\ \frac{1}{A} \frac{\partial g(x)}{\partial x} &= \frac{1}{\pi} \int_{x-\xi}^{\xi} d\xi + \beta p(x) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, L 은 접촉 구간을 나타내며, Fig. 2의 경우를 예로 하면 $[-b, b]$ 가 된다. A 는 두 접촉 물체의 상이한 탄성적 성질을 나타내는 복합 탄성 계수, 그리고 β 는 Dundurs 상수[2]의 하나로서 평면 변형률 상태에서 각각 다음과 같이 정의 된다.

$$A = \frac{1-\nu_1}{G_1} + \frac{1-\nu_2}{G_2} \quad (2)$$

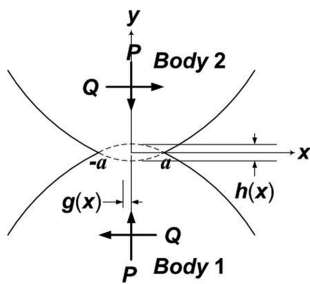


Fig. 3. General contact configuration.

$$\beta = \frac{1}{2} \left[\frac{\{(1-2\nu_1)/G_1\} - \{(1-2\nu_2)/G_2\}}{\{(1-\nu_1)/G_1\} + \{(1-\nu_2)/G_2\}} \right] \quad (3)$$

여기서, G 는 전단 강성계수, ν 는 프와송비를 나타내며, 아래 첨자는 두 개의 접촉 물체를 의미한다. 이때 물체 1은 아래 쪽, 물체 2는 위쪽 물체를 지칭하는 것이 일반적이다.

식 (1)에서 $p(x)$ 및 $q(x)$ 를 구하고자 할 때, 연성이 없다면 용이하게 해를 구할 수 있다. 이와 같은 경우로서, 만일 접촉하는 두 물체가 동일한 재료이거나 탄성적 성질이 유사할 경우, 그리고 재료 성질의 특별한 경우로서, 물체 1이 비압축성이고 물체 2가 강체일 때 $\beta=0$ 이 되므로 두 방정식의 연성이 사라지게 된다. 한편, 접촉면의 마찰을 무시할 경우에는 $q(x)=0$ 가 되므로 역시 식 (1)의 연립 방정식에서 연성이 사라지게 된다. 이러한 경우 외에도 식 (1) 중 위 식 우변의 $\beta q(x)$ 항을 무시하고 우선 $p(x)$ 를 구한 후, 이를 식 (1)의 아래 식에 대입하여 $q(x)$ 를 구하는 방법을 Goodman's Approximation[3]이라 하며 이때 연성이 고려된 완전 해와의 오차는 β 가 작을수록 그리고 마찰 계수가 클수록 줄어든다[4].

한편, 연성이 없는 조건 또는 Goodman's Approximation을 이용하여 $p(x)$ 를 구한 후 $q(x)$ 를 구할 때, 식 (1)의 아래 식을 사용하는 대신 수치적 방법을 사용할 수 있다. 이 방법은 접촉 구간을 다수의 미소 구간으로 분해한 후 각 미소 구간의 collocation point에서 정의되는 $p(x_i)$ 와 $q(x_i)$ 를 구하는 것으로서(여기서 i 는 collocation point를 나타냄), 프레팅 피로 균열 성장 또는 마멸과 같은 트라이볼로지 손상에 많이 나타나는 부분 미끄럼 상태와 같이, 접촉면 전단 응력장이 전단 하중의 이력에 따라 변하는 경우, 그리고 접촉면에서의 미끄럼 방향이 하나의 방향 이상으로 임의적일 때 $q(x)$ 를 용이하게 구할 수 있다[5, 6].

접촉 응력 $p(x)$ 와 $q(x)$ 를 구한 후 접촉 물체 내부에 발생하는 응력은 Flamant Potential로 부터 유도된 식으로 다음과 같이 구할 수 있다(여기서 2차원 문제로 생각하며 Fig. 3의 좌표계를 이용함)[7].

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= -\frac{2y}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi)(x-\xi)^2 d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} - \frac{2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi)(x-\xi)^3 d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} \\ \sigma_{yy} &= -\frac{2y^3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi)d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} - \frac{2y^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi)(x-\xi)d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} \\ \sigma_{xy} &= -\frac{2y^2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{p(\xi)(x-\xi)d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} - \frac{2y}{\pi} \int_{-a}^a \frac{q(\xi)(x-\xi)^2 d\xi}{\{(x-\xi)^2+y^2\}^2} \end{aligned} \quad (4)$$

3. 일반 해

3-2. 접촉 응력

앞 절에서 설명한 방법으로 식 (1)에서 연성이 없는 경우를 생각한다. 즉, 접촉 수직 응력, $p(x)$ 를 구하는 식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{1}{A} \frac{dh(x)}{dx} = \frac{1}{\pi} \int_{-L}^L \frac{p(\xi) d\xi}{x-\xi} \quad (5)$$

여기서, 식 (1)의 경우 $h(x)$ 에 대해 편미분한 항을 이제 평면 문제로 전환하였으므로 식 (5)에서는 상미분을 사용하였다. 식 (5)로부터 함수 $p(x)$ 의 형태는 물체의 접촉부 형상 함수, $h(x)$ 에 의해서만 결정되며 여기에 두 접촉 물체의 탄성적 성질은 scaling factor로 작용하게 됨을 알 수 있다.

한편 접촉 영역, L 의 크기는 수직 하중, P 에만 의존하며 다음의 관계 식으로부터 구할 수 있다.

$$P = - \int_L p(x) dx \quad (6)$$

앞서 설명한 것과 같이, 본 연구에서는 접촉부의 경계가 물체의 모서리 라운딩 영역 내에 있는 불완전 접촉과 그렇지 않은 완전 접촉 상태에서부터 라운딩 반지름의 크기를 설계하고자 하므로 본 연구의 목적을 위해서는 $p(x)$ 와 $h(x)$ 를 고려하면 된다.

본 연구에서는, $h(x)$ 의 정의를 위해 Fig. 4에 나타난 것과 같이 양단 모서리가 반지름, R 을 갖고, 길이 $2l$ 의 편평한 밑면을 갖는 펀치를 고려하여 문제를 단순화 하였다. 한편 펀치의 옆 면은 수평 방향에 대해 각도 η 를 갖는 것으로 일반화 하였으며, 펀치가 아래의 반무한 평판에 접촉할 때 발생하는 접촉 길이를 $2b$ 라 하였다.

식 (5)에서 주어진 $h(x)$ 에 대해 $p(x)$ 를 구하는 방정

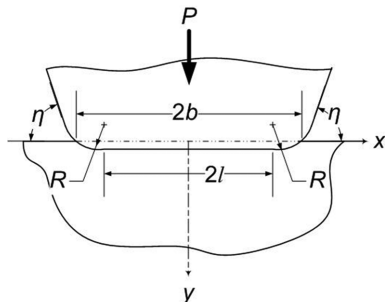


Fig. 4. Basic drawing for the present analysis: a rounded punch applying a normal force, P to a half plane.

식의 형태는 Cauchy Singular Kernel을 갖는 제1종 특이적분 방정식이며, 일반 해는 다음과 같다[7].

$$p(x) = \frac{\int_{-b}^b \frac{\sqrt{b^2-\xi^2} \left(\frac{dh(\xi)}{d\xi} \right) d\xi}{x-\xi}}{A\pi\sqrt{b^2-x^2}} + \frac{P}{\pi\sqrt{b^2-x^2}} \quad (7)$$

3-1-1. 완전 접촉의 경우

Fig. 4에서 $R=0$ 인 경우, 완전 접촉의 형상이 된다. 즉 펀치의 밑면 거리 $2l$ 이 P 의 크기에 무관하게 일정한 접촉 길이가 된다. 이 경우 $h(x)$ 는 상수가 되므로 식 (5)의 좌변은 0 이 되고, 따라서 식 (7)의 우변 첫째 항이 소멸하여, 접촉 수직 응력은 다음과 같이 단순하게 된다. 즉 접촉 경계($x \pm b$)에서 접촉 응력이 무한대가 된다.

$$p(x) = \frac{P}{\pi\sqrt{b^2-x^2}} \quad (8)$$

3-1-2. 불완전 접촉의 경우

완전 접촉에서와 달리 $R>0$ 인 경우를 고려한다. 식 (7)을 이용하기 위해, Fig. 4와 같은 라운딩 펀치에 의한 접촉면 형상 함수 $h(x)$ 의 일계 미분은 다음과 같이 계산된다.

$$\frac{dh(x)}{dx} = \begin{cases} -(l+x)/R, & -b < x < -l \\ 0, & -l \leq x \leq l \\ -(x-l)/R, & l < x \leq b \end{cases} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (7)에 대입하여 $p(x)$ 를 구하면 다음과 같은 결과를 얻는다[8].

$$\frac{bp(\phi)}{P} = -\frac{2/\pi}{\pi-2\phi_0-\sin 2\phi_0} \left\{ (\pi-2\phi_0)\cos\phi + \ln \left(\frac{|\sin(\phi+\phi_0)|^{\sin\phi}}{|\sin(\phi-\phi_0)|} \left| \tan \frac{\phi+\phi_0}{2} \tan \frac{\phi-\phi_0}{2} \right|^{\sin\phi_0} \right) \right\} \quad (10)$$

여기서, ϕ_0 및 ϕ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\phi_0 = \sin^{-1}\left(\frac{l}{b}\right), \quad \phi = \sin^{-1}\left(\frac{x}{b}\right) \quad (11)$$

3-1-3. 접촉 응력장 비교

Fig. 5에는 식 (8)과 (10)을 이용하여 완전 접촉과 불완전 접촉 상태에서의 접촉 수직 응력을 도시하였다.

“Sharp Punch”로 표현된 완전 접촉의 경우, 접촉부 경계에서 수직 응력이 무한대가 되며, 불완전 접촉에서는 0이 되는 것을 확인할 수 있고 모서리 반지름이 증가함에 따라 최대 응력값 및 최대와 최소 응력 값의

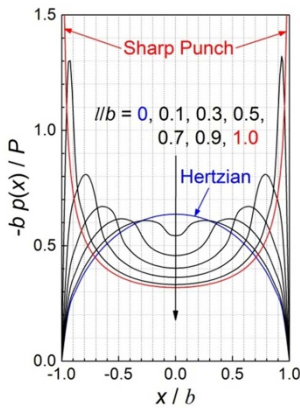


Fig. 5. Contact normal stress profiles.

차이가 줄어들어 가는 것을 알 수 있다. 한편, 불완전 접촉 중 극한의 경우로서 접촉부에 평탄부가 없을 경우($l=0$), 원형 단면의 접촉인 Hertz 응력으로 되는 것을 알 수 있다.

3-2. 접촉 길이

완전 접촉인 경우 정의에 의해 접촉 길이는 펀치의 밑면 길이가 되므로 별도의 해석이 필요치 않다. 따라서 불완전 접촉인 경우에 대해서만 접촉 길이를 분석한다. 접촉 응력을 접촉 구간 내에서 적분한 것이 접촉 하중이 되므로 식 (10)에서의 $p(x)$ 를 식 (6)에 대입하여 접촉 길이를 구할 수 있다. 결과로서 다음의 식 (12)를 얻게 된다[8]. 이때 식 (11)에서 ϕ_0 는 접촉 길이, b 의 함수이다.

$$\frac{APR}{l^2} = \frac{\pi - 2\phi_0}{2\sin^2\phi_0} - \cot\phi_0 \quad (12)$$

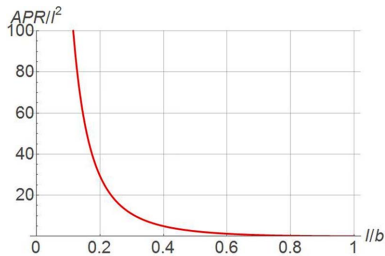


Fig. 6. Function plot of Eq. (12).

¹접촉 물체 사이에 간격이 있는 경우는 제외한다.

Fig. 6은 식 (12)의 거동을 도시한 것이다. 이때, 식 (11)을 이용하여 횡축을 ϕ_0 대신 l/b 로 나타내었다.

Fig. 6과 함께, 식 (12) 좌변의 분자를 구성하는 변수인 A, P 또는 R 중 어느 하나만 0이 되면 $\phi = \sin^{-1}(l/b) = \pi/2$ 가 되어, 접촉 길이는 접촉부의 평탄부 길이와 같게 되는 타당한 결과를 보여 준다. 이것은 두 접촉 물체가 강체이거나($A=0$), 접촉 하중이 작용하지 않거나($P=0$)¹, 또는 날카로운 모서리를 갖는 ($R=0$) 펀치가 접촉하는 경우를 말한다. 한편, Fig. 6으로부터 $\phi = \sin^{-1}(l/b) \rightarrow 0$ 인 경우는 펀치 밑면의 평탄부 길이에 비해 접촉 길이가 무한히 긴 경우를 의미하며, A, P 또는 R 이 무한대가 되거나 평탄부의 길이가 무한소가 되는 경우이다. A, P, R 이 무한대가 되는 조건은 실제의 공학 구조 설계에서 발생할 수 없다. 단, $l=0$ 인 Hertz 접촉인 경우에는 의미가 있다.

불완전 접촉 상태에서 P 가 증가함에 따라 접촉 경계는 라운딩 부 내에서 확장하게 되며, P 가 더욱 증가하여 접촉 경계가 라운딩 부를 벗어나는 순간, 불완전 접촉 상태가 끝나고 다시 완전 접촉 상태가 된다. 따라서, 불완전 접촉 상태를 유지할 수 있는 P 의 최댓값은 접촉 길이가 다음 기하학적 조건이 만족할 때까지로 생각할 수 있다.

$$b = l + R \sin \eta \quad (13)$$

3-3. 모서리 반지름 설계 공식

식 (13)을 식 (12)에 대입하면, 설계하고자 하는 접촉 물체의 재료와 접촉 수직 하중 조건에서, 미리 결정된 접촉면의 평탄부 길이에 필요한 모서리 라운딩 반지름의 최소 허용 값을 결정할 수 있는 다음의 공식을 유도할 수 있다.

$$\frac{AP}{l} = \frac{1}{k} \left\{ \frac{\pi - 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{1+k \sin \eta}\right)}{2\left(\frac{1}{1+k \sin \eta}\right)} \right\} - \sqrt{k \sin \eta (k \sin \eta + 2)} \quad (14)$$

여기서 $k=R_{\min}/l$ 로서, 허용되는 최소 모서리 반지름과 평탄부 길이와의 비를 나타내는 값이며, 본 논문에서 최종적으로 구하고자 하는 결과이다.

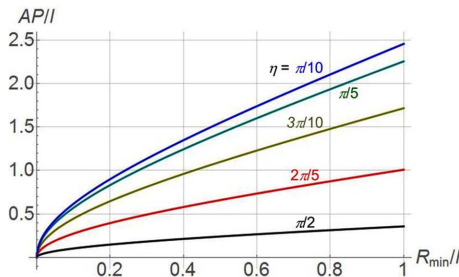


Fig. 7. Influence of punch side angle on the allowable minimum corner radius.

Fig. 7에는, 식 (14)를 이용하여, 동일한 물체, 수직 하중 및 평탄부 길이를 갖는 접촉 물체에서 측면 각이 $\pi/10 \leq \pi/2$ 의 범위를 가질 때, 모서리 최소 허용 반지름의 크기 변화를 보여 준다. 이때 일반적인 공학 구조물의 경우를 고려하여 반지름의 크기가 평탄부 길이의 반을 초과하는 경우는 나타내지 않았다. Fig. 7로부터, η 가 작을수록(즉 접촉부에서 멀어질수록 폭이 넓어지는 형상의 펀치일 경우), 최소 반지름을 더 크게 설계할 수 있음을 알 수 있으며, 이것은 기하학적으로 타당한 결과이다.

한편 모서리 라운딩의 반지름을 결정한 후 식 (10)과 식 (4)를 이용하여 물체 내부의 응력장과 이로부터 Von Mises 응력을 계산하고, Von Mises 응력이 재료의 항복강도보다 작은 값을 갖는 것을 확인하여 접촉 물체의 모서리부에서 발생할 수 있는 트라이볼로지 손상을 억제하는 설계를 완료할 수 있다.

4. 토 의

Figs. 6 및 7의 종축에 나타낸 APR/l^2 과 AP/l 은 A 의 차원이 응력의 역수와 같은 $F^{-1}L^2$ 이고(식 (2) 참조), 평면 문제에서 접촉 하중 P 의 차원이 FL^{-1} 임을 생각할 때(여기서 F 는 하중 L 은 길이) 각각 무차원화된 양인 것을 알 수 있다. 한편, 식 (12) 및 (14)의 양변에 펀치의 평탄부 길이 l 가 공통적으로 포함되어 있어 이 값이 미리 결정되어야 한다는 문제가 있다. 그러나, 접촉 형상 설계에서는 설계자가 두 접촉 물체의 배열 상태 및 조립 요건을 고려하여 평탄부 길이를 미리 결정하는 것이 일반적이라 생각된다. 따라서 식 (14)를 모서리 반지름의 최댓값을 결정하기 위한 설계 공식으로 사용할 수 있다고 평가하였다.

Fig. 7에서 접촉 물체의 형상 중 측면 경사각이 η

$> \pi/2$ 인 경우는 나타내고 있지 않다. 식 (14)에서 Sine 함수가 $\eta = \pi/2$ 를 기준으로 대칭이므로, $\eta > \pi/2$ 일 때에는 Fig. 7에서 ($\eta = \pi/2$)의 결과와 동일하게 된다. 이것은 완전 접촉이 되기 위해 아래의 접촉 물체(반 무한 평판)가 접촉 하중에 의해 모서리 라운딩 부위를 감싸는 형태로 변형이 되어야 하는 것을 의미하므로, 실제의 탄성체의 변형 거동으로는 불가능하다. 실제 접촉하고 있는 기계 구조물에서 $\eta > \pi/2$ 인 경우는 많지 않을 것으로 사료되며, 특별히 dovetail joint와 같은 형상에서 볼 수 있을 것으로 생각된다. 그러나 이러한 형상을 갖는 구조물 또는 부품의 경우에는 본 연구에서 고려하고 있는 접촉 수직 하중에 의한 손상이 일반적으로 고려되지는 않는다.

끝으로, 본 연구에서 트라이볼로지 손상의 억제라는 목적을 언급하면서도 접촉 전단 응력 $q(x)$ 를 고려하고 있지 않은 데에 대한 논의가 있을 수 있다. 이것은 접촉 역학에서 접촉 길이는 수직 하중 P 에 의해서만 결정되는 것일 뿐 아니라, 모서리 부의 미끄럼 구간에서는 항상 $q(x) = \pm \mu p(x)$ (μ 는 마찰계수)가 되어 $q(x)$ 와 $p(x)$ 의 함수 형태가 동일하므로 식 (14)의 거동에는 영향을 미치지 않기 때문이다. 단, 내부 응력장에는 영향을 미칠 수 있다. 이것은 제2부에서 평가한다.

5. 결 론

두 개의 탄성 물체에 접촉 수직 하중이 가해지는 경우 트라이볼로지 손상을 억제하기 위한 형상 설계로서 접촉 모서리의 라운딩 반지름을 결정하는 방법을 접촉 역학 이론을 이용하여 제안하였다. 결과로서, 불완전 접촉 상태에서부터 완전 접촉 상태로 변하는 조건을 찾아 접촉 물체 모서리 라운딩 부의 최소 허용 반지름을 구할 수 있는 설계 공식을 개발하였으며, 공식의 논리적 타당성 및 적용 제한성을 검토하였다.

Acknowledgements

본 연구는 미래창조과학부 원자력연구개발 사업의 지원으로 수행되었음(과제번호: 2012M2A8A2025639).

References

- [1] Hills, D. A., Nowell, D., Sackfield, A., *Mechanics of Elastic Contacts*, Chap. 2, Butterworth-Heine-

- mann, Oxford, UK, 1993 (ISBN 0-7506-0540-5).
- [2] Dundurs, J., "Discussion of edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading", *J. Appl. Mech.*, Vol. 36, pp. 650-652, 1969.
- [3] Goodman, L. E., "Contact stress analysis of normally loaded rough spheres," *J. Appl. Mech.*, Vol. 29, No. 3, pp. 515-522, 1962.
- [4] Nowell, D., Hills, D. A., Sackfield, A., "Contact of dissimilar elastic cylinders under normal and tangential loading", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 36, No. 1, pp. 59-75, 1988.
- [5] Kim, H.-K., Hills, D. A., Nowell, D., "Partial slip between contacting cylinders under transverse and axial shear", *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 42, pp. 199-212, 2000.
- [6] Kim, H.-K., *SHEARCONTAC*, Registered Program No. 2001-01-12-7084, Korea, 2001.
- [7] Johnson, K. L., *Contact Mechanics*, Chap. 2, Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1985 (ISBN 0-521-34796-3).
- [8] Ciavarella, M., Hills, D. A., Monno, G., "The Influence of Rounded Edges on Indentation by a Flat Punch", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 212, pp. 319-328, 1998.