

## 초등학교 수학 교과서의 수직선 활용과 문제점

홍진곤 (건국대학교)  
김양권 (손곡초등학교)<sup>†</sup>

본 연구에서는 초등학교 수학 교과서에서 수 개념 학습과 관련하여 수직선이 어떻게 활용되고 있는지 살펴보고, 현재 교과서의 수직선 활용과 관련된 문제점을 자연수와 유리수(분수, 소수)의 개념 학습을 중심으로 분석하였다. 초등학교 수학 교과서에서 수직선의 도입 시기, 도입 내용, 활용 방법에 대한 분석을 바탕으로 수직선 활용 방안과 관련한 시사점을 도출하고자 하였다.

### I. 서론

수직선은 직선 위의 한 점에 하나의 실수를 대응시킨 것으로, 수 체계에 대한 모델링으로 기능하는 정교한 수학적 표현이다. 0을 기준으로 오른쪽에는 0보다 큰 수, 왼쪽에는 0보다 작은 수가 대응하도록 나타낸다. 수직선 위의 기준점에서 단위 길이를 정하고 수를 나타내어 세기, 순서짓기를 할 수 있으며, 사칙연산, 분수와 소수의 의미 이해 및 활용, 수의 크기 비교 등에 수직선을 이용할 수 있다(이상미, 2010). 수직선은 수와 수의 표현 방식, 수 사이의 관련성을 이해하고 수의 크기를 비교하는 데 유용한 수학적 도구이기 때문에, 1학년 2학기 자연수의 연산과 관련하여 처음으로 도입되어, 6학년까지 수와 연산, 측정, 규칙성의 영역에서 다양하게 활용되고 있다.

수직선의 교육적 활용가치가 높음에도 불구하고, 수직선과 관련된 연구는 수직선의 이해에 대한 실태 조사(이상미, 2010)나 수직선의 교육적 활용에 대한 분석 연구(장지영 외, 2013; 김현영, 2010), 수직선의 표기법 연구(서보익 외, 2013) 등이 주를 이루고 있다. 특히 자연수나 분수, 소수의 개념을 포함한 수 체계를 이해하는 내용보다는 사칙연산, 문제해결 중심의 활동이 주를 이루고 있어서 학생들이 수직선을 활용하여 분수나 소수를 표현하거나 이해하는 면에서 많은 어려움을 겪고 있다. 예를 들어, 분자가 1인 분수를 수직선에 나타내도록 했을 때, 4학년 학생 26명 중 24명이 그림을 보고 이를 수직선에 제대로 나타내지 못하였다는 사례 연구가 있으며(오현근, 2014), 4, 5, 6학년 학생들이 자연수와 소수에 비해 분수가 있는 경우의 수직선 개념 이해가 부족하다는 연구 결과가 있다(이상미, 2010).

제한된 범위의 수직선 이해 실태 및 활용, 표기법 등에 그치고 있는 현재 관련 연구와, 수직선 개념에 대한 학생들의 낮은 이해에 비추어 볼 때, 수 체계의 수학적 모델로서의 수직선의 활용 가치와 방향을 제시하는 체계적인 연구가 필요하다. 본 연구에서는 수 개념 학습과 관련한 수직선의 의미를 분석하고, 현재 초등학교 수학 교과서에서 수직선의 활용과 관련된 문제점을 파악하여 수직선의 바람직한 활용 방안을 탐색하기 위해 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

가. 수 개념의 학습과 관련하여 수직선은 어떤 의미를 갖는가?

나. 현재 초등학교 수학 교과서에서 수직선은 어떻게 활용되고 있으며, 문제점은 무엇인가?

\* 접수일(2015년 3월 8일), 심사(수정)일(2015년 7월 31일), 게재확정일(2015년 8월 31일)

\* ZDM 분류 : F42, U22

\* MSC2000 분류 : 97U20

\* 주제어 : 자연수, 유리수, 수직선

<sup>†</sup> 교신저자 : agsarang@hanmail.net

## II. 수 개념 학습에서 수직선의 활용

Gullberg(1997)는 수직선을 0으로부터 음의 무한대와 양의 무한대 양방향으로 확장하는 단위 거리로 눈금이 매겨진 길이라고 정의하였다. 모든 실수는 이 직선의 점에 대응된다. Herbst(1997)는 좀 더 정교한 수준에서 수직선은 수 체계의 은유라는 사실에 동의하고 수직선을 0으로부터 특정한 단위 선분 U의 연속적인 배열로 정의하였다. 단위 선분 U는 무한히 많은 방법으로 나누어지고 수직선을 형성한다. Herbst가 수 체계의 은유로 수직선을 언급하는 것은 모든 종류의 수, 즉 자연수, 정수, 유리수, 실수를 수직선 위에 표현할 수 있으며, 그것이 직관적으로 매우 강력하기 때문이다. Herbst는 이를 “수직선의 은유성”과 평면 기하로부터 발전한 수직선의 “직관적 완비성”(Herbst, 1997, p.40)이라고 표현한다. 수 체계를 학습하는 교육적 상황에서는 서로 다른 수를 표기하기 위하여 일련의 다른 수직선을 생성하는 것이 가능하다. 자연수 수직선에서 출발하여, 양의 유리수 수직선, 그리고 정수의 수직선, 음의 유리수 수직선, 마지막으로 모든 수를 포함하는 실수의 수직선까지 다루는 상황이 가능한 것이다.

### 1. 자연수

#### 가. 자연수의 의미

자연수는 다양한 의미로 사용된다. 12개의 사과와 같이 물건의 개수(이산량)를 나타내는 기수, 1등, 2등, 3등과 같은 순서를 나타내는 서수, 물건의 길이나 무게를 측정할 값을 나타내는 측정수 등의 다양한 의미가 있다. 이와 같은 다양한 자연수의 의미와 그 연산을 학습하는 데 있어서 수직선은 유용하게 사용할 수 있다.

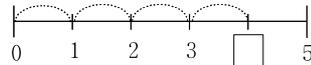
[그림 II-1]과 같이 “9까지의 수” 단원에서 수직선을 도입하여 기수를 배울 수 있다. 다만 [그림 II-1]과 같은 수직선은 차례나 순서를 나타내는 서수의 의미가 더 두드러지지만, 0에서부터 1까지의 구간을 한 칸이라는 양의 개념으로 학습한다면 기수의 의미로도 자연수를 충분히 익힐 수 있다. 또, [그림 II-2]와 같이 “9까지의 수” 단원에서 수직선을 도입하여 서수를 배울 수 있다.

※ 다음 빈 칸에 들어갈 수를 써 넣으시오.



[그림 II-1] 수직선으로 3 알아보기

※ 다음 수직선에서 첫 번째 칸에는 1이, 두 번째 칸에는 2가, 세 번째 칸에는 3이 들어갑니다. 네 번째 칸에 들어갈 수를 빈 칸에 써 넣으시오.

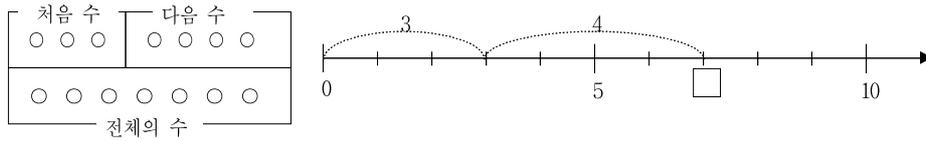


[그림 II-2] 수의 순서 알아보기

#### 나. 자연수의 덧셈과 뺄셈

##### 1) 덧셈

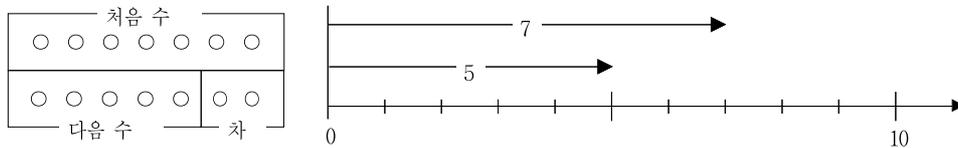
덧셈이 쓰이는 경우는 동시에 존재하는 두 수량을 합한 것의 크기, 처음에 있었던 수량에 새로 추가하거나, 처음에 있었던 수량이 증가할 때의 전체의 크기, 어떤 번호나 순서(위치)로부터 몇 번째 뒤의 번호나 순서(위치), 같은 방향으로 두 번 변할 때 변화한 전체의 크기 등을 알아보는 상황에서이다(이용률, 2010, p.54). 이와 같은 덧셈은 [그림 II-3]과 같이 띠 그림과 수직선을 활용하여 학습할 수 있다.



[그림 11-3] 수직선을 활용한 자연수의 덧셈

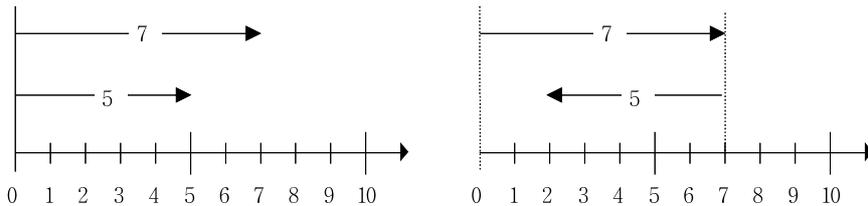
2) 뺄셈

뺄셈이 쓰이는 경우는 동시에 존재하는 두 수량의 차, 처음에 있었던 수량에서 덜어내거나 감소되었을 때의 나머지, 어떤 번호부터 몇 번째 앞의 번호나 두 순서(위치)의 차이, 필요한 수량에 미치지 못하는 수량, 큰 쪽의 수량과 두 수량의 차에서 작은 쪽의 수량 등을 알아보는 상황에서이다(이용률, 2010, p.66). 이와 같은 뺄셈은 [그림 11-4]와 같이 띠 그림과 수직선을 활용하여 학습할 수 있다.



[그림 11-4] 수직선을 활용한 자연수의 뺄셈

두 수 가운데 어느 수가 큰가(작은가)를 알아볼 때, 처음 단계에서는 ‘7-5’를 [그림 11-5]의 왼쪽 그림과 같이 나타내었다가, ‘7-5’의 답을 수직선에서 구하는 단계에서,  $\xrightarrow{5}$ 의 방향을  $\xleftarrow{5}$ 로 바꾸어 나타내면([그림 11-5]의 오른쪽 그림), 수직선에서 답을 직접 읽어낼 수 있어서 좋다.



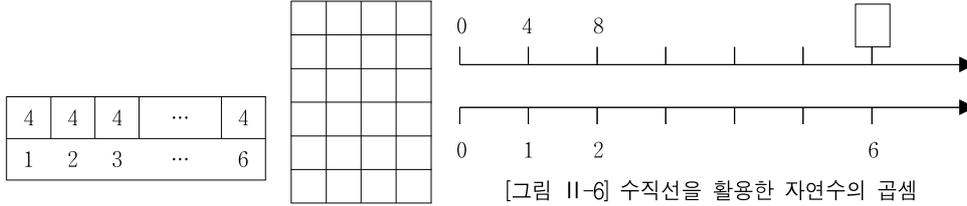
[그림 11-5] 수직선을 활용한 자연수의 뺄셈

다. 자연수의 곱셈과 나눗셈

1) 곱셈

곱셈이 쓰이는 경우는 같은 수  $a$ 를 거듭 ( $b$ 번) 더한 것(동수 누가)의 수량, 한 무더기가  $a$ 인 것의  $b$ 무더기의 수량, 한 줄에  $a$ 개씩  $b$ 열 배열된 사물의 수량 등을 알아보는 상황에서이다(이용률, 2010, p.98). 이와 같은 곱셈은 [그림 11-6]과 같이 띠 그림, 면적도, 수직선을 활용하여 학습할 수 있다.

※ 색종이를 한 사람 앞에 4장씩 6사람에게 나누어주려고 합니다. 색종이가 모두 몇 장이 있어야 하는지 구하시오.



[그림 11-6] 수직선을 활용한 자연수의 곱셈

2) 나눗셈

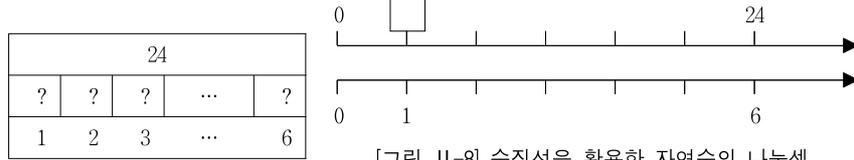
나눗셈이 쓰이는 경우는  $a$ 개의 사물을  $b$ 등분했을 때의 한 몫의 수량(등분제),  $a$ 개의 사물을  $b$ 개씩의 무더기를 만들 때의 무더기의 수량(포함제)을 알아보는 상황에서이다(이용률, 2010, p.109). 이와 같은 나눗셈은 [그림 11-7], [그림 11-8]과 같이 때 그림과 수직선을 활용하여 학습할 수 있다.

[포함제] ※ 24개의 꿀을 한 사람에게 4개씩 나누어준다면 몇 사람까지 나누어줄 수 있는지 구하시오.



[그림 11-7] 수직선을 활용한 자연수의 나눗셈

[등분제] ※ 24개의 꿀을 6명에게 똑같이 나누어준다면 한 사람에게 몇 개씩 돌아가는지 구하시오.



[그림 11-8] 수직선을 활용한 자연수의 나눗셈

2. 유리수<sup>3)</sup>

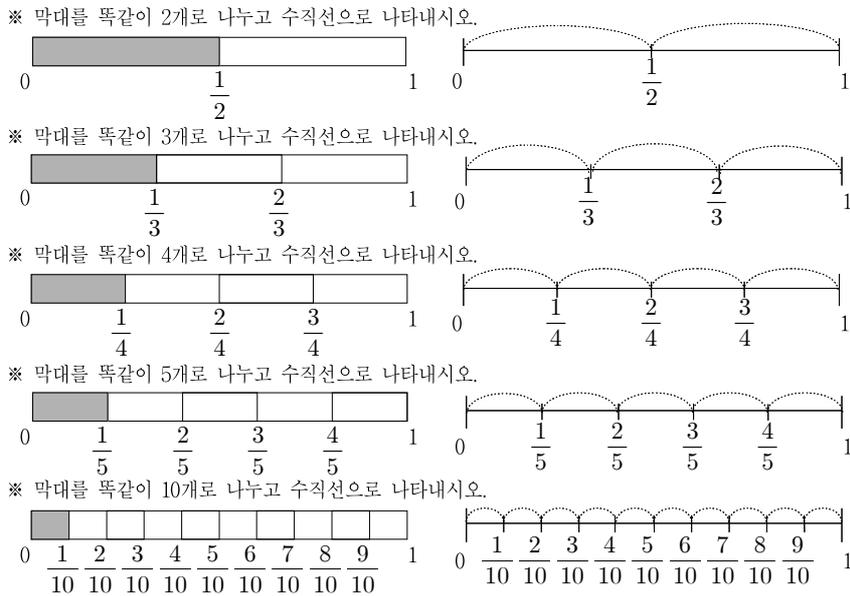
유리수는 여러 가지 특성을 지니고 있다. 학생들이 유리수를 폭넓게 이해하기 위해 여러 가지 특성을 알 필요가 있다. 더 구체적으로, 초등학교 수학 수업은 전체에 대한 부분의 의미뿐만 아니라 나눗셈의 몫, 비, 연산자의 의미를 소개하는 것이 중요하다. 유리수에 대한 이해는 일반적으로 그 의미가 곱셈적 관계와 어떻게 구별되는 지에서 나온다. 유리수는 분수와 분모가 10의 거듭제곱인 분수, 곧 소수로 나타내어진다.

가. 분수와 소수

유리수(분수)의 네 가지 주요 의미는 다음과 같다. 먼저 분수는 전체에 대한 부분의 관계 즉, 똑같은 크기의 부분으로 나눈 전체(분모)에 대한 부분의 수(분자)를 의미한다. 둘째, 분수는 또한 나눗셈의 몫을 의미한다. 셋째,

3) 본 연구에서는 초등학교 수학과 교육과정에서 다루는 분수와 소수로 한정한다.

$\frac{4}{5}$ 와 같은 분수는 비를 나타낼 수 있다. 비를 다른 방법으로 4:5와 같이 표현한다. 비는 두 양 사이의 관계를 나타내는데, 전체에 대한 부분의 관계가 있는 경우와 없는 경우가 있다. 넷째, 연산자는 분수를 곱하는 함수를 의미한다. [그림 II-9]와 같이 막대와 수직선을 활용하여 분수의 의미(전체에 대한 부분)를 학습할 수 있다(소수는 분수와 소수의 관계를 통하여 유추할 수 있으므로 생략한다.).

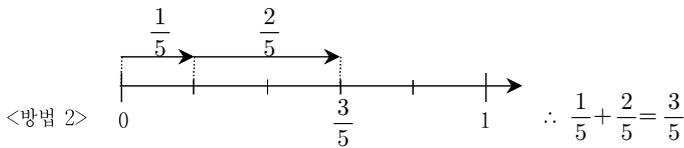


[그림 II-9] 수직선을 활용하여 분수 이해하기

나. 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈

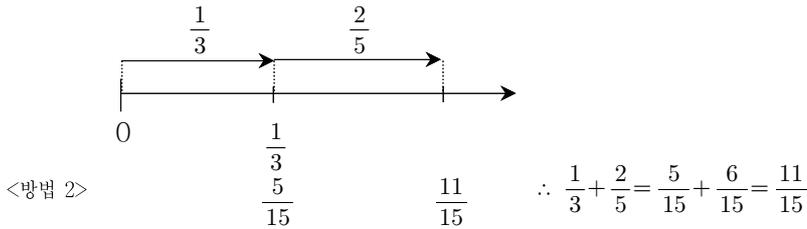
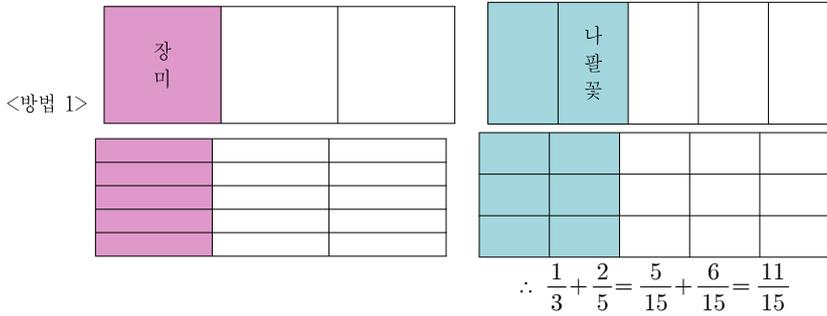
수직선을 활용하여 [그림 II-10]과 같이 분모가 같은 분수의 덧셈을, [그림 II-11]과 같이 분모가 다른 분수의 덧셈을 학습할 수 있다(분수의 뺄셈과 소수의 덧셈과 뺄셈은 분수의 덧셈에서 유추할 수 있으므로 생략한다.).

※ 1m<sup>2</sup>의 작은 꽃밭이 있다. 이 꽃밭의  $\frac{1}{5}$ 에는 장미를,  $\frac{2}{5}$ 에는 나팔꽃을 심었다. 장미와 나팔꽃은 모두 몇 m<sup>2</sup> 심었는가?



[그림 II-10] 분모가 같은 분수의 덧셈

※ 1m<sup>2</sup>의 작은 꽃밭이 있다. 이 꽃밭의  $\frac{1}{3}$ 에는 장미를,  $\frac{2}{5}$ 에는 나팔꽃을 심었다. 장미와 나팔꽃은 모두 몇 m<sup>2</sup> 심었는가?

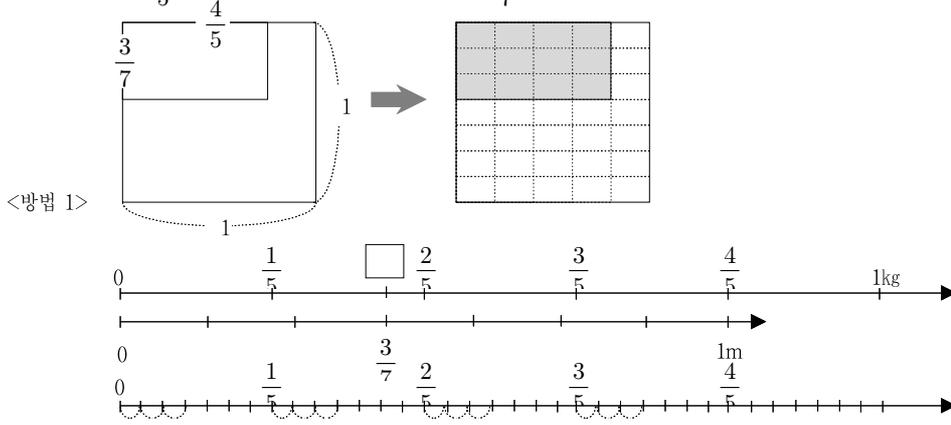


[그림 II-11] 분모가 다른 분수의 덧셈

다. 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈

수직선을 활용하여 [그림 II-12]와 같이 분모의 곱셈을, [그림 II-13]과 같이 분수의 나눗셈을 학습할 수 있다(소수의 곱셈과 나눗셈은 분수의 곱셈과 나눗셈에서 유추할 수 있으므로 생략한다.).

※ 1m의 무게가  $\frac{4}{5}$ kg인 막대가 있다. 이 막대의 길이가  $\frac{3}{7}$ m이면 무게는 몇 kg입니까?

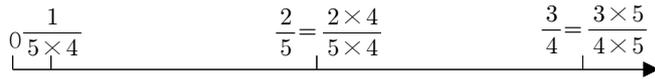


<방법 1>

<방법 2> 1에는  $\cup$ 이 (7×5)개,  $\frac{4}{5}$ 의  $\frac{3}{7}$ 에는  $\cup$ 이 (3×4)개 이 부분( )의 합이  $\frac{4}{5}$ 의  $\frac{3}{7}$   
 $\frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{4 \times 3}{5 \times 7}$

[그림 11-12] 분수의 곱셈

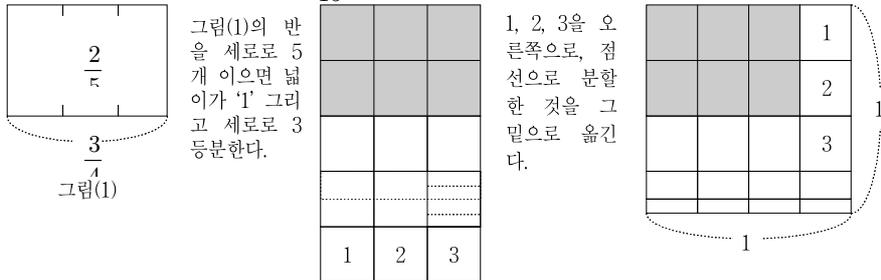
※ 1m의 무게가  $\frac{3}{4}$ kg인 막대가 있다. 이 막대 한 토막의 무게가  $\frac{2}{5}$ kg이라면 이 한 토막의 막대의 길이는 몇 m입니까?



<방법 1>

$\frac{1}{4 \times 5}$ 을 단위로 보면, 이런 것이  $\frac{2}{5}$ 에는 (2×4)개,  $\frac{3}{4}$ 에는 (3×5)개 있으므로,  
 $(2 \times 4) \div (3 \times 5) = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{2}{5} \times \frac{4}{3}$

<방법 2> 가로가  $\frac{3}{4}$ 이고, 넓이가  $\frac{2}{5}$ 인 직사각형의 문제로 보고, 그림(1)을 그리고, 이 그림(1)을 아래와 같이 분할, 이동시켜 세로의 길이를 세어보면 세로는  $\frac{8}{15}$ 이다.



[그림 11-13] 분수의 나눗셈

### III. 초등학교 수학 교과서의 수직선 활용과 문제점

#### 1. 초등학교 수학과 교육과정에서 수직선 활용 분석

이 절에서는 현재 초등학교 수학과 교육과정에서 자연수와 유리수, 측정 및 규칙성의 학습 계열을 분석하고, 수직선이 어떻게 활용되고 있는지 살펴보고자 한다.

<표 III-1> 자연수의 학습 계열과 수직선의 활용

수직선 활용 단위	수직선 활용 차시 내용	수직선의 활용
1-1-1. 9까지의 수		
1-1-3. 덧셈과 뺄셈		
1-1-5. 50까지의 수		
1-2-1. 100까지의 수		
1-2-3. 덧셈과 뺄셈 (1)		
1-2-5. 덧셈과 뺄셈 (2)	10이 되는 더하기, 10에서 빼기	자연수의 덧셈
2-1-1. 세 자리 수		
2-1-3. 덧셈과 뺄셈	덧셈과 뺄셈의 관계, □의 값을 구하기	자연수의 덧셈과 뺄셈
2-1-6. 곱셈	곱셈식 알아보기	자연수의 곱셈
2-2-1. 네 자리 수	1000 알아보기	기수, 서수
2-2-2. 곱셈구구	3, 8, 9의 단 곱셈구구	자연수의 곱셈
3-1-1. 덧셈과 뺄셈		
3-1-3. 나눗셈		
3-1-4. 곱셈	(두 자리 수)×(한 자리 수)	자연수의 곱셈
3-2-1. 곱셈		
3-2-2. 나눗셈		
4-1-1. 큰 수		
4-1-2. 곱셈과 나눗셈	몇 십으로 나누기	자연수의 나눗셈
4-1-5. 혼합 계산		
5-1-1. 약수와 배수		

<표 III-2> 유리수의 학습 계열과 수직선의 활용

수직선 활용 단위	수직선 활용 차시 내용	수직선의 활용
3-1-6. 분수와 소수	소수 알아보기	분수와 소수
3-2-4. 분수	분수를 수직선에 나타내기, 진분수와 가분수	분수
4-1-4. 분수의 덧셈과 뺄셈	분모가 같은 분수의 덧셈, 뺄셈	분수의 덧셈과 뺄셈
4-2-1. 소수의 덧셈과 뺄셈	소수 두 자리 수, 크기비교, 덧셈과 뺄셈	소수, 덧셈과 뺄셈
5-1-2. 약분과 통분	분수를 수직선에 나타내기(탐구활동)	분수
5-1-3. 분수의 덧셈과 뺄셈		
5-1-4. 분수의 곱셈		
5-2-1. 분수와 소수	분수와 소수의 관계	분수와 소수
5-2-2. 분수의 나눗셈	(가분수)÷(자연수)의 계산	분수의 나눗셈
5-2-4. 소수의 곱셈	(소수)×(자연수)의 계산	소수의 곱셈
5-2-5. 소수의 나눗셈	(소수)÷(자연수)의 계산	소수의 나눗셈
6-1-1. 분수의 나눗셈		
6-1-2. 소수의 나눗셈		
6-2-1. 분수와 소수의 혼합계산		

<표 III-3> 측정 및 규칙성의 학습 계열과 수직선의 활용

수직선 활용 단위	수직선 활용 차시 내용	수직선의 활용
1-1-4. 비교하기		
1-2-4. 시계 보기		
1-2-6. 규칙 찾기		
2-1-4. 길이 재기		
2-2-3. 길이 재기		
2-2-4. 시각과 시간		
2-2-6. 규칙 찾기		
3-1-5. 시간과 길이	1m보다 큰 단위, 길이의 합과 차	측정수의 덧셈과 뺄셈
3-2-5. 들이와 무게	들이의 합과 차	측정수의 덧셈과 뺄셈
4-2-4. 어렵하기	이상, 이하, 초과, 미만, 반올림	서수, 측정수
4-2-6. 규칙과 대응		
5-2-7. 비와 비율		
6-1-7. 비례식		
6-1-8. 연비와 비례배분		
6-2-6. 방정식	미지수를 $x$ 로 나타내기, 등식의 성질, 방정식	자연수의 연산
6-2-7. 정비례와 반비례		
6-2-8. 문제해결방법 찾기	그림을 그리거나 식을 세워 문제해결하기	측정수의 연산

초등학교 수학과 교육과정에서 자연수와 유리수, 측정 및 규칙성의 학습 계열과 수직선 활용의 특징은 다음과 같다.

첫째, 자연수의 의미(기수, 서수, 측정수)에 대한 내용이 1학년 1학기 “1. 9까지의 수” 단원부터 나오지만, 수직선을 활용하여 자연수의 의미를 학습하는 내용은 2학년 2학기 “1. 네 자리 수”, 3학년 1학기 “5. 시간과 길이”, 4학년 2학기 “4. 어렵하기” 단원에서 찾아 볼 수 있다.

둘째, 저학년(1~3학년)에서 수직선의 활용은 자연수의 의미보다는 자연수의 연산(자연수의 알고리즘 측면)과 관련된 내용으로 집중되었다. 예를 들면, 1학년 2학기 “5. 덧셈과 뺄셈 (2)”와 2학년 1학기 “3. 덧셈과 뺄셈”, “6. 곱셈”, 2학년 2학기 “2. 곱셈구구”, 3학년 1학기 “5. 시간과 길이(측정수의 덧셈과 뺄셈)”, 3학년 2학기 “5. 들이와 무게(측정수의 덧셈과 뺄셈)” 단원에서 자연수의 연산과 관련된 내용을 중심으로 수직선이 활용되었다.

셋째, 자연수의 나눗셈은 3학년 1학기 “3. 나눗셈” 단원에서 학습하지만, 수직선이 활용되는 시기는 4학년 1학기 “2. 곱셈과 나눗셈” 단원에서 몫과 나머지가 있는 나눗셈에서 처음 수직선이 도입된다.

넷째, 분수가 처음 도입이 되는 3학년 1학기 “6. 분수와 소수” 단원에서 수직선은 소수를 이해하기 위한 방법으로 도입이 되고, 분수의 의미를 이해하기 위해 수직선을 활용한 시기는 3학년 2학기 “4. 분수” 단원에서 찾아 볼 수 있다. 분수의 의미와 관련된 내용 중에서 전체에 대한 부분의 의미나 몫의 의미로 수직선을 활용하는 내용은 찾아 볼 수 있었으나 비의 의미로 활용된 내용은 찾아볼 수 없었다.

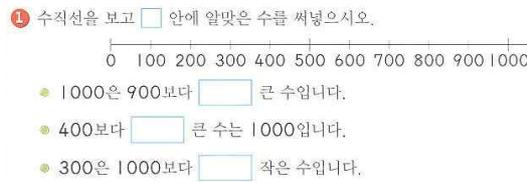
다섯째, 고학년(4~6학년)에서도 수직선의 활용은 분수와 소수의 연산(유리수의 알고리즘 측면)과 관련된 내용으로 집중되었다. 예를 들면, 4학년 1학기 “4. 분수의 덧셈과 뺄셈”, 4학년 2학기 “1. 소수의 덧셈과 뺄셈”, 5학년 2학기 “2. 분수의 나눗셈”, “4. 소수의 곱셈”, “5. 소수의 나눗셈” 단원에서 분수와 소수의 연산과 관련된 내용을 중심으로 수직선이 활용되었지만, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈이나, 분수의 곱셈, 분수의 나눗셈 중에서 (분수) $\div$ (분수에 대한 내용, 소수의 나눗셈 중에서 (소수) $\div$ (소수)에 대한 내용에서 수직선을 활용하는 장면은 찾아볼 수 없었다.

여섯째, 수직선의 활용 면에서, 수직선과 함께 다양한 반구체물(사각형, 막대, 띠, 자, 원 등)을 함께 활용하고 있으나, 다양한 형태의 수직선(이중 수직선이나 빈 수직선 등)을 활용하지 않고 단일 수직선만을 활용하고 있다.

## 2. 자연수

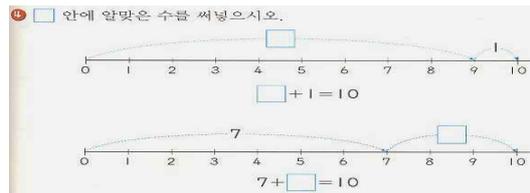
### 가. 기수와 서수

기수는 물건의 개수를 나타내기 위해 양(이산량)을 표시할 때의 수로 여러 가지 대상을 세고 분류하는데 사용되며, 서수는 물건의 순서나 차례를 나타내는 데 사용하는 수이다. 이러한 기수와 서수의 의미는 1학년 1학기 “9까지의 수” 단원에서 처음 배우게 되지만, 기수, 서수의 의미와 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-1]과 같이 2학년 2학기 “1. 네 자리 수” 단원에서 찾아볼 수 있다.



[그림 III-1] 2-2. 1. 네 자리 수

문제는 이와 같이 기수의 의미로 도입되는 수직선이 2학년 2학기에 비로소 처음 나타나는 반면, 학생들이 1학년 때 처음으로 만나는 수직선은 1학년 2학기의 자연수의 ‘덧셈과 뺄셈’을 설명하기 위한 상황에서라는 점이다. 학생들이 1학년 때 처음 접하는 수직선이 이처럼 곧바로 자연수의 연산을 설명하는 것이라면 학습상 이해의 부담은 물론, 자연수 개념 학습의 과정과 어울리지 않음을 짐작할 수 있다.



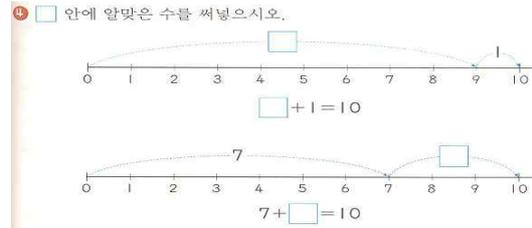
[그림 III-2] 1-2. 5. 덧셈과 뺄셈 (2)

또, [그림 III-2]와 같은 1학년 2학기의 수직선 활용 상황도, 수직선에서의 양, 위치, 순서, 연속성 등의 기본 개념을 제대로 익힐 겨를이 없이 수직선이 도입되기 때문에 학생들은 수직선을 활용한 수 개념 학습에서 어려움을 느낄 수 있다.

## 3. 자연수의 연산

### 가. 덧셈

자연수의 덧셈과 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-3]에서 본 것과 같이 1학년 2학기 “5. 덧셈과 뺄셈 (2)” 단원의  $\square + 1 = 10$ 이나  $7 + \square = 10$ 과 같은 문제 상황과 관련해서 찾아볼 수 있다.

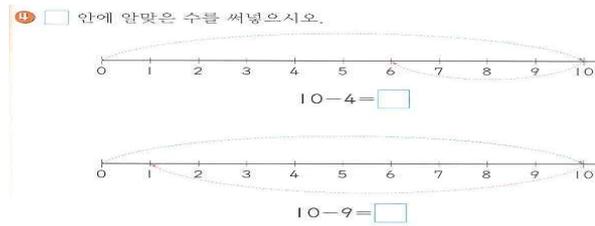


[그림 III-3] 1-2. 5. 덧셈과 뺄셈 (2)

이는 2009 교육과정에서 처음으로 수직선이 도입이 되는 내용인데, 다음과 같은 두 가지 문제점이 있다. 첫째, 미지수와 같은 의미인 □를 사용한 방정식을 해결하기에 1학년 학생이 이해하기 힘들다는 점이고, 둘째, 수직선에 대한 이해가 부족한 상태에서 수직선 간격마다 표시된 자연수 1부터 10까지의 수와 7칸의 간격과 □칸의 간격을 나타내는 수를 구분하기 힘들다는 점이다.

나. 뺄셈

자연수의 뺄셈과 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-4]의 1학년 2학기 “5. 덧셈과 뺄셈 (2)” 단원이다.

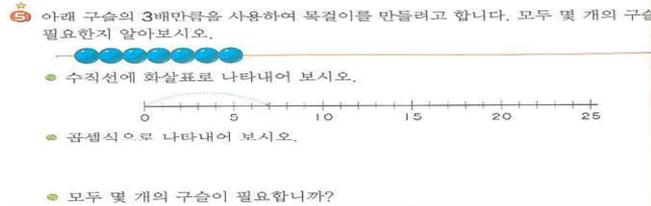


[그림 III-4] 1-2. 5. 덧셈과 뺄셈 (2)

여기에서도 문제는 학생들이 아직 수직선의 의미에 익숙하지 않은 상태에서 자연수의 연산을 설명하기 위한 도구로 사용되고 있다는 점이다. 기수와 서수의 의미를 배우는 초기 단계에서 수직선을 도입하며 배운다면 학생들이 이해를 더 쉽게 할 수 있을 것이다.

다. 곱셈

자연수의 곱셈과 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-5]의 2학년 1학기 “6. 곱셈” 단원의 곱셈식 알아보기에서 찾아볼 수 있다.

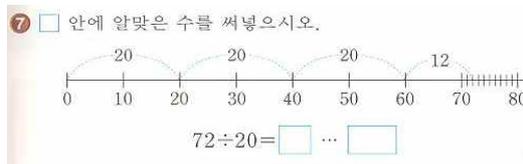


[그림 III-5] 2-1. 6. 곱셈

수직선을 활용하여 자연수의 곱셈을 학습할 때, 뛰어 세기나 등수 누가를 이용하여 곱셈의 의미를 배울 수 있다. 곱셈 학습의 초기에 수직선을 활용하여 곱셈의 의미를 학습하는 것이 바람직하다.

라. 나눗셈

자연수의 나눗셈과 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-6]의 4학년 1학기 “2. 곱셈과 나눗셈” 단원에서 찾아볼 수 있다.



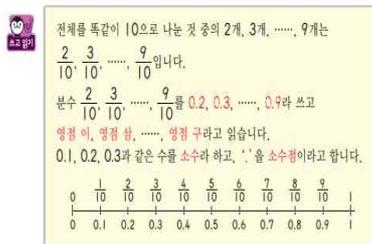
[그림 III-6] 4-1. 2. 곱셈과 나눗셈

수직선을 활용한 자연수의 나눗셈 학습과 관련한 문제는 3학년 1학기 “3. 나눗셈” 단원에서 나눗셈을 포함제와 등분제의 두 가지 의미로 학습하는 상황에서 수직선이 충분히 활용되지 못하고, [그림 II-6]과 같이 4학년 1학기 “2. 곱셈과 나눗셈” 단원의 나머지가 있는 나눗셈 알아보기 차시에서 비로소 도입하게 된다는 점이다.

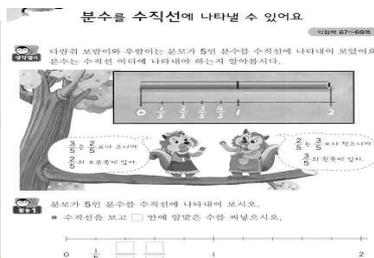
4. 유리수

가. 분수

분수와 관련하여 수직선이 도입되는 것은 [그림 III-7]의 3학년 1학기 “6. 분수와 소수” 단원에서 찾아볼 수 있다. 또한 분수를 수직선에 나타내는 활동은 [그림 III-8]의 3학년 2학기 “4. 분수” 단원에서 찾아볼 수 있다.



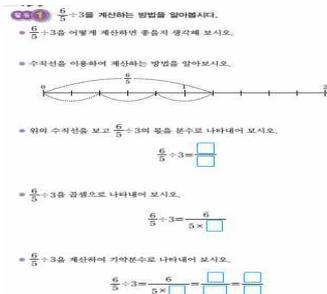
[그림 III-7] 3-1. 6. 분수와 소수



[그림 III-8] 3-2. 4. 분수

문제는 분수의 의미를 처음 배울 때에는 수직선을 활용하지 않다가, 소수를 학습하는 상황에 와서야 0부터 1까지 표시된 수직선을 10개로 나누고 분모가 10인 분수를 등분한 후에 소수와 비교하면서 소개하고 있다는 점이다. 오히려 분수를 수직선에 나타낼 수 있다는 내용은 [그림 III-8]의 3학년 2학기 “4. 분수” 단원에서 처음 나오게 되는데, 이는 분수 개념의 학습에 수직선이 효과적으로 활용되지 못하고 있음을 보여준다.

몫의 의미와 관련하여 분수 학습은 [그림 III-9]의 5학년 2학기 “2. 분수의 나눗셈” 단원에서 찾아볼 수 있는데, 이 단원의 4차시 (가분수)÷(자연수) 계산하기의 내용에서 수직선을 활용하여 몫의 의미와 관련된 학습을 한다.

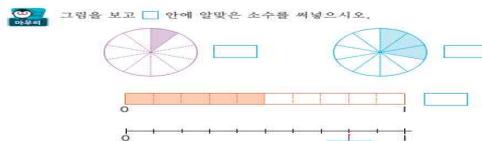


[그림 III-9] 5-2. 2. 분수의 나눗셈

몫의 의미와 관련한 학습은 5학년 2학기 “2. 분수의 나눗셈” 단원의 1, 2차시의 내용이 (자연수)÷(자연수)의 몫을 구하고, 분수로 나타내기이고, 3차시는 (진분수)÷(자연수) 계산하기, 4차시는 [그림 III-9]와 같이 (가분수)÷(자연수) 계산하기, 5차시는 (대분수)÷(자연수) 계산하기, 6차시는 분수와 자연수의 혼합계산의 내용으로 이루어진다. 몫의 의미와 관련된 분수 학습에서의 문제점은 1, 2차시의 (자연수)÷(자연수)의 몫을 구하고, 분수로 나타내기와 같이 이해하기 쉬운 부분에서 수직선을 도입하지 않고, 4차시인 (가분수)÷(자연수) 계산하기의 내용에서 도입하게 되어 수직선을 효과적으로 활용하지 못하고 있다는 점이다.

나. 소수

소수와 관련하여 수직선이 처음 도입되는 것은 [그림 III-10]과 같이 3학년 1학기 “6. 분수와 소수” 단원에서 찾아볼 수 있으며, 0부터 1까지 표시된 수직선을 10개로 나누고 분모가 10인 분수를 등분한 후에 소수와 비교하면서 소개하고 있고, 소수의 이해 학습 과정에서 수직선을 활용하여 학습하고 있다.



[그림 III-10] 3-1. 6. 분수와 소수

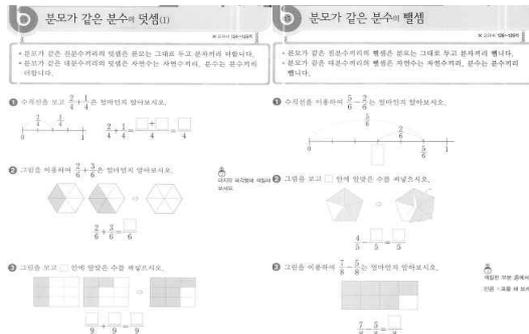
수직선을 활용하는 시기와 내용에서의 분수의 학습에서 보인 문제점과는 달리 소수를 이해하는 3학년 1학기 “6. 분수와 소수” 단원은 전체적으로 수직선이나 막대, 원과 같은 다양한 반구체물을 활용하여 학습하고 있어 소수를 이해하는데 수직선이 효과적으로 활용되고 있음을 알 수 있다.

5. 유리수의 연산

가. 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈

1) 분수의 덧셈과 뺄셈

분수의 덧셈과 뺄셈의 내용과 관련하여 수직선이 활용되는 것은 [그림 III-11]과 같이 4학년 1학기 “4. 분수의 덧셈과 뺄셈” 단원에서 찾아볼 수 있다.

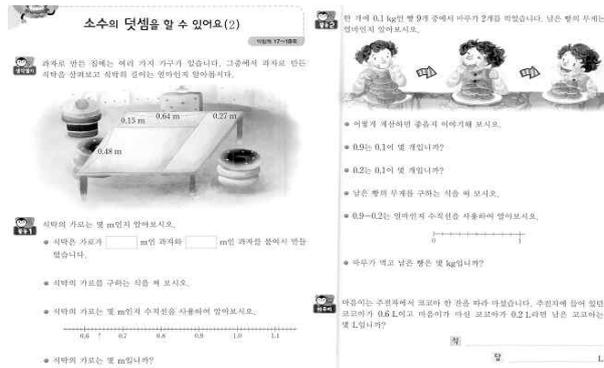


[그림 III-11] 4-1. 4. 분수의 덧셈과 뺄셈

분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 [그림 III-11]과 같이 수직선을 활용하고 있으나, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 수직선을 활용하여 학습하는 과정은 찾아볼 수 없다.

2) 소수의 덧셈과 뺄셈

소수의 덧셈과 뺄셈의 내용과 관련하여 수직선이 활용되는 것은 [그림 III-12]와 같이 4학년 2학기 “1. 소수의 덧셈과 뺄셈” 단원에서 찾아볼 수 있다.



[그림 III-12] 4-2. 1. 소수의 덧셈과 뺄셈

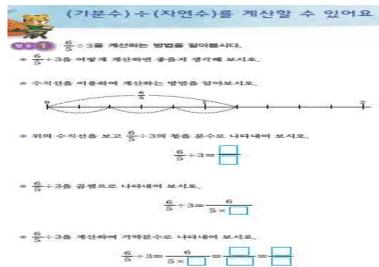
소수의 덧셈과 뺄셈을 처음 배우는 4학년 2학기 “1. 소수의 덧셈과 뺄셈” 단원 전체적으로 수직선이나 다양한 반구체물을 활용하여 학습하고 있어서 소수의 덧셈과 뺄셈을 이해하는데 수직선이 효과적으로 활용되고 있음을

알 수 있다.

나. 분수와 소수의 곱셈과 나눗셈

1) 분수의 곱셈과 나눗셈

수직선을 활용하여 분수의 곱셈을 학습하는 내용은 찾아볼 수 없고, 분수의 나눗셈과 관련하여 수직선이 활용되는 것은 [그림 III-13]과 같이 5학년 2학기 “2. 분수의 나눗셈” 단원에서 찾아볼 수 있다.

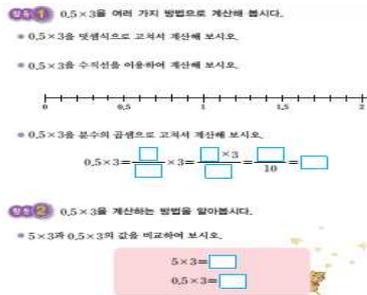


[그림 III-13] 5-2. 2. 분수의 나눗셈

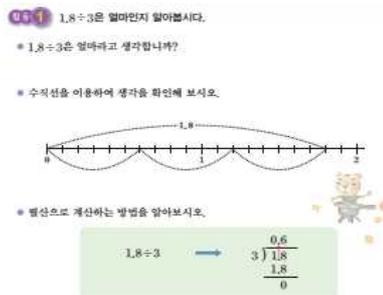
분수의 곱셈과 나눗셈의 학습에서 수직선을 활용하여 분수의 곱셈을 학습하는 내용이 없이 더 이해하기 힘든, 분수의 나눗셈에서만 수직선을 활용하고 있다는 점은 다소 의아하다. 또한 수직선을 비롯한 다양한 방법을 활용하여 분수의 곱셈과 나눗셈의 의미를 이해하면서 학습해야 하지만, 학생들이 분수의 곱셈과 나눗셈의 단순한 계산 알고리즘만 이해하며 문제를 해결하는 것은 분수의 곱셈과 나눗셈의 학습에서 많은 오류를 보이는 한 원인이 될 것이다.

2) 소수의 곱셈과 나눗셈

소수의 곱셈과 관련하여 수직선이 활용되는 것은 [그림 III-14]와 같이 5학년 2학기 “4. 소수의 곱셈” 단원에서 찾아볼 수 있고, 소수의 나눗셈과 관련하여 수직선이 활용되는 것은 [그림 III-15]와 같이 5학년 2학기 “5. 소수의 나눗셈” 단원에서 찾아볼 수 있다.



[그림 III-14] 5-2. 4. 소수의 곱셈



[그림 III-15] 5-2. 5. 소수의 나눗셈

소수의 곱셈과 나눗셈을 배우는 5학년 2학기 “4. 소수의 곱셈” 단원과 5학년 2학기 “5. 소수의 나눗셈” 단원

전체적으로 수직선이나 다양한 방법을 활용하여 학습하고 있어서 소수의 곱셈과 나눗셈을 이해하는데 수직선이 효과적으로 활용되고 있으나, 소수의 나눗셈 단원에서 (소수) $\div$ (소수) 계산하기의 내용으로 수직선을 활용하는 장면은 찾아볼 수 없었다.

#### IV. 결론

수직선은 수 체계에 대한 좋은 은유이며 수 개념 학습에 유용한 도구이다. 자연수 개념, 정수 개념, 유리수 개념, 실수 개념 모두 수직선을 활용하여 학습될 수 있는 가능성이 있지만, 모든 상황에서 수직선의 활용이 효과적이지는 않다. 수직선 활용의 성과와 한계를 확인하기 위해, 초등학교 수학 교과서의 수직선 활용과 문제점을 자연수와 유리수(분수, 소수)를 중심으로 살펴보았다. 수직선 활용의 문제점을 도입 시기, 도입 내용, 활용 방법의 문제로 나누어 정리하면 다음과 같다.

##### 1. 도입 시기의 문제

자연수, 유리수와 관련된 여러 개념이 도입되는 시기와 수직선이 활용되는 시기 사이에는 다음과 같은 불일치를 확인할 수 있다.

<표 IV-1> 자연수와 유리수 학습에서 수직선의 도입 시기

수 개념	의미 및 연산	학습 시기	수직선 도입 시기
자연수	기수와 서수	1학년 1학기 1. 9까지의 수	2학년 2학기 1. 네 자리 수
	덧셈과 뺄셈	1학년 1학기 3. 덧셈과 뺄셈	1학년 2학기 5. 덧셈과 뺄셈 (2)
	곱셈	2학년 1학기 6. 곱셈	2학년 1학기 6. 곱셈 6차시
	나눗셈	3학년 1학기 3. 나눗셈	4학년 1학기 2. 곱셈과 나눗셈
유리수	분수의 의미	3학년 1학기 6. 분수	3학년 2학기 4. 분수
	동분모 분수의 덧셈과 뺄셈	4학년 1학기 4. 분수의 덧셈과 뺄셈	4학년 1학기 4. 분수의 덧셈과 뺄셈
	이분모 분수의 덧셈과 뺄셈	5학년 1학기 3. 분수의 덧셈과 뺄셈	수직선 도입하지 않음
	분수의 곱셈	5학년 1학기 4. 분수의 곱셈	수직선 도입하지 않음
	분수의 나눗셈	5학년 2학기 2. 분수의 나눗셈	5학년 2학기 2. 분수의 나눗셈 4차시
소수의 나눗셈	5학년 2학기 5. 소수의 나눗셈	5학년 2학기 5. 소수의 나눗셈 3차시	

##### 2. 도입 내용의 문제

기수와 서수 개념의 학습과 관련된 문제점은, 1, 2, 3, ...과 같이 자연수의 의미를 학습하는 과정(1학년 1학기)에서 수직선이 도입이 되지 않고, 자연수의 덧셈과 뺄셈(1학년 2학기)에서 수직선이 처음 도입되며, 수직선의 개념이나 원리를 충분히 이해하지 못하고 도입이 되어서 학생들은 수직선을 교수학적 도구로써 제대로 활용하지 못하고 학습하게 된다.

1학년 2학기 “5. 덧셈과 뺄셈 (2)” 단원에서  $\square + 1 = 10$ 이나  $7 + \square = 10$ 과 같이 자연수의 덧셈으로 수직선이 처음으로 도입이 되는데, 다음과 같이 두 가지 문제점이 있다. 첫째, 미지수와 같은 의미인  $\square$ 를 사용한 방정식을 해결하기에 1학년 학생이 이해하기는 힘들다는 점이고, 둘째, 수직선의 개념에 대한 이해가 부족한 상태에서 수직선 간격마다 표시된 자연수 1부터 10까지의 수와 7칸의 간격과  $\square$ 칸의 간격을 나타내는 수를 구분하기 힘들다는 점이다. 3칸과 4칸을 합한 것이 몇 칸이 되는지에 대한 기본적인 학습과 함께 수직선을 활용하는 것이

자연수의 연산을 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다.

수직선을 활용하여 자연수의 나눗셈을 학습할 때, 3학년 1학기 “3. 나눗셈” 단원에서 나눗셈의 의미인 포함제와 등분제의 개념을 이해하는 과정에서는 수직선을 도입하지 않다가, 4학년 1학기 “2. 곱셈과 나눗셈” 단원의 나머지 있는 나눗셈 알아보기 차시에서 도입하게 되어 수직선의 활용이 쉽지 않게 된다.

3학년 1학기 “6. 분수와 소수” 단원에서 분수의 학습과 관련된 문제점은 분수의 이해가 있는 앞 차시 내용에서는 수직선 활용이 없었는데, 0부터 1까지 표시된 수직선을 10개로 나누고 분모가 10인 분수를 등분한 후에 소수와 비교하면서 소개하고 있다는 점이다. 하지만 분수를 수직선에 나타내는 내용은 3학년 2학기 “4. 분수” 단원에서 처음 나오게 된다. 이는 분수 개념 학습에서도 수직선이 효과적으로 활용되지 못하고 있음을 의미한다.

몫의 의미와 관련한 분수 학습에서의 문제점은 1, 2차시의  $(\text{자연수}) \div (\text{자연수})$ 의 몫을 구하고, 분수로 나타내기 와 같이 이해하기 쉬운 부분에서 수직선을 도입하지 않고, 4차시  $(\text{가분수}) \div (\text{자연수})$  계산하기의 내용에서 도입하게 되어 수직선의 활용이 쉽지 않다는 점이다.

분수의 의미와 관련된 내용 중에서 전체에 대한 부분의 의미나 몫의 의미로 수직선을 활용하는 내용은 찾아볼 수 있었으나 비의 의미로 활용된 내용은 찾아볼 수 없었다.

분수의 덧셈과 뺄셈에서 분모가 같은 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 수직선을 활용하여 분수의 덧셈과 뺄셈의 계산 방법을 학습하고 있으나, 분모가 다른 분수의 덧셈과 뺄셈에서는 수직선을 활용하여 학습하는 과정은 찾아볼 수가 없었다.

분수의 곱셈과 나눗셈의 학습에서는 수직선을 활용하여 분수의 곱셈을 학습하는 내용이 없이 더 이해하기 힘든 분수의 나눗셈에서만 수직선을 활용하여 학습하는 점이 문제가 될 것이다. 또한 수직선을 비롯한 다양한 방법으로 분수의 곱셈과 나눗셈의 의미를 이해하면서 학습해야 하지만, 학생들이 분수의 곱셈과 나눗셈의 단순한 계산 알고리즘만 이해하여 문제를 해결하기 때문에 분수의 곱셈과 나눗셈의 학습에서 어려움을 겪게 된다.

소수의 곱셈과 나눗셈에서는 전체적으로 수직선이 효과적으로 활용되고 있음을 알 수 있으나, 소수의 나눗셈 중에서  $(\text{소수}) \div (\text{소수})$ 에 대한 내용에서 수직선을 활용하는 장면은 찾아볼 수 없었다.

### 3. 활용 방법의 문제

수직선의 활용 면에서, 수직선과 함께 다양한 반구체물(사각형, 막대, 띠, 자, 원 등)을 함께 활용하고 있으나, 다양한 형태의 수직선(이중 수직선이나 빈 수직선 등)을 활용하지 않고 단일 수직선만을 활용하고 있다. 자연수나 유리수와 같은 수 개념의 학습에서 수직선의 도입이나 활용 등에 대한 구체적인 안내나 지도 방법, 효과적인 활용 방법 등이 제시되지 않아서 단원이나 영역, 난이도에 따라 적절하게 활용되지 못하고 있다.

### 4. 제언

수직선과 관련된 연구들이 제한된 범위에서 수직선 이해 실태 및 활용, 표기법, 초등학교 수학 교과서에서 수직선의 활용과 문제점 등에 그치고 있어서 실제 초등학생들의 수직선 개념과 수 체계와의 연관성, 수직선의 활용 등에 대한 이해가 어느 정도인지 구체적으로 살펴볼 필요가 있다. 또한 수직선에 대해 낮은 이해를 하는 학생들이 수 개념 학습을 할 때, 수직선을 보완할 만한 적절한 교수·학습 자료(수 트랙, 이중 수직선, 빈 수직선 등)에 대한 연구를 통하여 수 개념을 제대로 이해하고 수 체계를 형성하는데 도움이 되는 연구가 필요하다.

## 참고문헌

- 교육부 (2014). 수학 1-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 1-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 1-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 1-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 2-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 2-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 2-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 2-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 3-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 3-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 3-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 3-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 4-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 4-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2014). 수학 4-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2014). *Elementary school mathematics 4-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2013). 수학 5-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2013). *Elementary school mathematics 5-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2013). 수학 5-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2013). *Elementary school mathematics 5-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2013). 수학 6-1. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2013). *Elementary school mathematics 6-1*. Seoul: Chunjae Eud.
- 교육부 (2013). 수학 6-2. 서울: ㈜천재교육.
- The Ministry of Education. (2013). *Elementary school mathematics 6-2*. Seoul: Chunjae Eud.
- 김남희 외 (2011). 수학교육과정과 교재연구. 서울: 경문사.
- Kim, N. H. et al. (2011). *The mathematics curriculum and Study of teaching materials*. Seoul: Kyungmoon-Sa.
- 김현영 (2010). 수직선의 대칭적 성질을 활용한 정수의 곱셈과 나눗셈 지도방법 연구. 영남대학교 교육대학원 석사학위논문.
- Kim, H. Y. (2010). *A study on the guidance methods of integer multiplication and division, using the symmetrical characteristics of a straight Line*. Master's Thesis, Yeungnam University
- 나귀수 외 (2002). 초등학교 수학과 교수-학습 방법과 자료 개발 연구. 한국교육과정평가원 연구보고 RRC 2002-16.
- Na, G. S. et al. (2002). Development of Mathematics Methods and Materials for Instruction at the Elementary Level. *Research report of Korea Institute for Curriculum and Evaluation RRC 2002-16*.
- 서보역·신현용·나준영 (2013). 수직선 표기법에 대한 분석 연구. 대한수학교육학회지 <수학교육학연구> 제23권 제2호, 135-152.
- Suh, B. E., & Shin, H. Y., & Na, J. Y. (2013). An analytic study on the figure of number line. *Journal of the Korea Society of Educational Studies in Mathematics Educational Research in Mathematics*. Vol. 23, No. 2, 135-152.
- 오현근 (2014). 분수의 덧셈과 뺄셈 지도의 효과적인 방법. 경인초등수학연구회 수원지회 6월 세미나 발표자료,

1-5.

- Oh, H. G. (2014). *Effective method of teaching addition and subtraction of fractions*. June seminar presentation of Kyungin Elementary Mathematics Research Association Suwon branch, 1-5.
- 우경호 (2007). 학교수학의 교육적 기초. 서울: 서울대학교출판부
- Woo, J. H. (2007). *Educational Foundation of the School Mathematics*. Seoul: Seoul National University Press.
- 이상미 (2010). 초등학교 4, 5, 6학년 학생들의 수직선 이해 실태 조사. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문.
- Lee, S. M. (2010). *Survey on the Understanding of the Number Line of Fourth, Fifth, and Sixth Graders in Elementary School*. Master's thesis, Korea National University of Education.
- 이용률 (1998). 수학 지도의 기초·기본. 서울: 경문사.
- Lee, Y. L. (1998). *Basic Foundations of Mathematics Instruction*. Seoul: Kyungmoon-Sa.
- 이용률 (2010). 초등학교 수학의 중요한 지도내용. 서울: 경문사.
- Lee, Y. L. (2010). *Important contents of Instruction of Elementary Mathematics*. Seoul: Kyungmoon-Sa.
- 장지영 · 김성준 (2013). 측정 영역에서의 수직선 활용에 관한 고찰. 이화여자대학교 교과교육연구소 <교과교육학연구> 제17권 2호, 297-321.
- Jang, J. Y., & Kim, S. J. (2013). A Study on Using Number Lines in the Measure Area. *Research Institute of Curriculum and Instruction of Ewha Womans University Research of Curriculum and Instruction*, Vol. 17, No. 2, 297-321.
- 권성룡 외. (2005). 수학의 힘을 길러주자(Translation of the book by A. J. Baroody, & R. T. Coslick, *Fostering Children's Mathematical Power*. 1998), 서울: 경문사.
- Kwon, S. Y. et al. (2005). *Fostering Children's Mathematical Power*(Translation of the book by A. J. Baroody, & R. T. Coslick, *Fostering Children's Mathematical Power*. 1998). Seoul: Kyungmoon-Sa.
- Behr, M. J., & Post, T. R. (1988). Teaching rational number and decimal concepts. In T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8 Research-based methods* (pp. 190-231). Boston: Allyn and Bacon.
- Doritou, M. (2006). *Understanding the Number Line: Conception and Practice*. Unpublished PhD., Mathematics Education Research Centre, University of Warwick.
- Gray, E. & Doritou, M. (2008). The number line: Ambiguity and interpretation. In O. Figueras, J. Cortina, S. Alatorre, T. Rojano & A. Sepulveda (Eds.), *Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 3 (pp. 97-104). Morelia, Mexico.
- Gullberg, J. (1997). *Mathematics: From the Birth of Numbers*. New York: Norton and Company.
- Herbst, P. (1997). The Number-Line Metaphor in the Discourse of a Textbook Series. *For the Learning of Mathematics*, **17(3)**, 36-45.
- Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 127-174). New York: Academic Press.

## The utilization and problems of number line in elementary school mathematics textbook

**Hong, Jin-Kon**

Konkuk University  
E-mail : dion@konkuk.ac.kr

**Kim, Yang Gwon<sup>†</sup>**

Songok Elementary School  
E-mail : agsarang@hanmail.net

This study investigated how to utilize number line related number concept learning and analyzed problems related utilization of number line focused on natural number and rational number(fraction, decimal), in elementary school mathematics textbook. The purpose of this study is to identify desirable direction about the utilization of number line, based on analysis of the introduction of time, introduction contents and utilization method in elementary school mathematics textbook.

---

\* ZDM Classification : F42, U22

\* 2000 Mathematics Subject Classification : 97U20

\* Key Words : natural number, rational number, number line

† corresponding author