한국음향학회지 제34권 제5호 pp. 394~402 (2015)
The Journal of the Acoustical Society of Korea Vol.34, No.5 (2015)
http://dx.doi.org/10.7776/ASK.2015.34.5.394

pISSN : 1225-4428
eISSN : 2287-3775

직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈 CMA 간 스위칭 방법을 통해 개선된 수렴성을 갖는 CMA형 블라인드 음향 통신 채널 등화기 연구

A Constant Modulus Algorithm (CMA) for Blind Acoustic Communication Channel Equalization with Improved Convergence Using Switching between Projected CMA and Algebraic Step Size CMA

임준석,† 편용국*

(Jun-Seok Lim† and Yong-Guk Pyeon*)

세종대학교 전자정보통신공학과, *강원도립대학 정보통신공학과

(Received June 5, 2015; revised July 10, 2015; accepted July 27, 2015)

초 록: 음향 통신용 등화기 기술 중에서, 훈련 신호를 사용하지 않는 블라인드 채널 등화기의 일종인 Constant Modulus Algorithm(CMA)방식 등화기의 수렴 속도는 일반적인 훈련 신호를 사용하는 비블라인드 방법에 비해서 느린 경향이 있다. 이런 느린 수렴 속도를 향상 시키기 위한 방법으로는 직교 정사영 망각인자를 도입한 직교 정사영 CMA와 대수적인 방법으로 스텝 사이즈를 계산하는 대수학적 스텝 사이즈 CMA 등이 제안되어 있다. 이들 두 방법 모두 수렴 속도를 향상시키지만 경우에 따라서 성능이 기대에 못 미치는 결과가 발생하기도 한다. 본 논문에서는 직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈 CMA를 각각 요약 설명 하고, 이 각각을 스위칭을 이용하여 결합하는 방법을 제안한다. 그리고 시뮬레이션을 통해서 여러 시불변 채널과 시변 채널에 대해서 그 수렴 성능이 개선됨을 보인다.
핵심용어: 음향 통신, 채널 등화기, 고속수렴, 블라인드 등화기, 직교 정사영 CMA, 대수학적 스텝 사이즈 CMA

ABSTRACT: CMA (Constant Modulus Algorithm) is one of the well-known algorithms in blind acoustic channel equalization. Generally, CMA converges slowly and the speed of convergence is dependent on a step-size in the CMA procedure. Many researches have tried to speed up the convergence speed by applying a variable step-size to CMA, e.g. the orthogonal projection CMA and algebraic optimal step-size CMA. In this paper, we summarize these two algorithms, and we propose a new CMA with improved convergence performance. The improvement comes from the switching between the orthogonal projection CMA and algebraic optimal step-size CMA. In simulation results, we show the performance improvement in the time invariant channels as well as in time varying channel.
Keywords: Acoustic communication, Channel equalization, High speed convergence, Blind equalization, Acoustic communication
PACS numbers: 43.60.Dh, 43.60.Mn

I. 서 론

전화 통신이나 수중 통신 같은 음향 통신 기술 중에는 적응형 등화기의 역할이 중요하다. 적응형 등화기 기술은 훈련 신호를 따로 사용하는 등화기와 훈련 신호를 따로 사용하지 않는 등화기로 분류한다. 훈련 신호를 따로 사용하지 않는 등화기를 '블라인드 등화기'라고 지칭한다. 적응형 블라인드 등화기의 적응 방법 중 '순간 기울기'를 사용하는 기법이 제일 많다. 그 중에서 CMA(Constant Modulus Algorithm)

†**Corresponding author:** Jun-Seok Lim (jslim@sejong.ac.kr)
Department of Electrical Engineering, Sejong University, 209, Neungdong-ro, Gwangjin-gu, Seoul 05006, Republic of Korea
(Tel: 82-2-3408-3299, Fax: 82-2-3408-4329)

는 여러 응용에서 성공적으로 사용되고 있는 기법이다. CMA는 LMS(Least Mean Square)와 같이 계산량이 적고 적용 범위가 넓은 채널 등화 알고리즘으로도 유명하다.[1] CMA는 LMS와 마찬가지로 순간 기울기에 스텝 사이즈를 곱한 만큼 갱신되는 형태를 취한다. 이 때 갱신에 사용되는 스텝 사이즈는 알고리즘의 수렴 속도를 좌우하게 된다. 그러나 수렴 속도는 훈련 신호를 사용하는 비블라인드 채널 등화 기법에 비해서 느리다.

CMA연구자들은 이런 느린 수렴 속도 개선하기 위한 여러 가지 연구를 수행하였다. 그 중에 가장 많이 사용하는 방법이 목적함수의 스텝 사이즈에 대한 기울기를 이용하여 매 시간 스텝 사이즈를 조절하는 알고리즘[2,3]이다.이와 다른 방식의 시도로 본 논문의 저자들은 스텝 사이즈를 고정하고, 오차의 평균을 취하는데 쓰이는 망각인자를 매 시각마다 최적화하는 방법을 사용하는 직교 정사영 CMA를 제안하였고, 이 방법이 종전보다 수렴성이 향상됨을 보였다.[4] 이와 전혀 다른 방법으로 스텝 사이즈를 조절하는 방법도 연구되었는데, 그 방법은 스텝 사이즈에 관한 대수학적 방정식을 구하고 그 해로부터 최적의 스텝 사이즈를 구하는 것이다.[5,6] 그리고 이 방법을 CMA에 적용하여 우수한 수렴성이 있음을 보였다.[5,6]

본 논문에서는 위에 언급한 직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈 CMA 둘 중에 유리한 것만 골라 쓰는 스위칭 기법을 사용하는 알고리즘을 제안한다. 이 알고리즘을 제안하는 이유는 다양한 채널에 직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈를 적용할 때 정사영 CMA가 우수한 경우가 있고, 대수학적 스텝 사이즈 CMA가 우수한 경우가 각각 존재하는 것이 관찰 되었기 때문이다. 이런 성능 차이를 미리 알아서 채널에 따라 알맞은 방법을 적용하는 것은 현실적으로 불가능하다. 따라서 본 논문에서는 두 알고리즘 동시에 수행하지만 최종 선택되는 등화기 필터는 둘 중 더 좋은 성능을 내는 것을 선택하여 쓰도록 변형한 알고리즘을 제안한다. 이 변형된 알고리즘의 수렴성 및 최종 에러 수준을 다양한 채널에서 비교 실험하여 그 성능이 우수함을 보인다.

II. Constant Modulus Algorithm

Fig. 1은 일반적인 블라인드 등화기의 기능 블록 다이어그램이다. 위 등화기의 n번째 입력 신호 벡터를 $x(n)$ 이라고 하고, 그 당시의 등화기 벡터를 $w(n)$ 이라고 할 때, 등화기 출력은 $y(n)=w^H(n)x(n)$ 이다. 이런 구조의 블라인드 등화기 중 하나인 CMA는 다음 Eq.(1)과 같은 목적 함수를 최소화하는 계수 벡터를 구해서 이를 등화기의 계수 벡터로 삼는 방법이다.[1]

$$\begin{aligned} J_{CM} &= [w^H(n)x(n)x^H(n)w(n)-R_2]^2 \\ &= [|y(n)|^2-R_2]^2, \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $R_2=E\{|s(n)|^4\}/E\{|s(n)|^2\}$. Eq.(1)의 기울기를 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} &\frac{\sigma J_{CM}}{\sigma w^*}=2[w^H(n)x(n)x^H(n)w(n)-R_2]\times \\ &x(n)x^H(n)w(n) \\ &=2x(n)[|y(n)|^2-R_1]y^*(n), \end{aligned} \tag{2}$$

여기서 $R_2=E\{|s(n)|^4\}/E\{|s(n)|^2\}$, $x^T(n)=[x(n), x(n-1),..., x(n-N+1)]$ 또 $y(n)=w^H(n)X(n)$ 이다. 위 Eq.(2)를 사용하여 등화기 벡터의 갱신식을 구하면 아래 Eq.(3)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} w(n+1) &= w(n)-\frac{\mu}{2}\frac{\sigma J_{CM}}{\sigma w^*} \\ &= w(n)-\mu g(n) \\ &= w(n)-\nu x(n)(|y(n)|^2-R_2)y^*(n), \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 $R_2=E\{|s(n)|^4\}/E\{|s(n)|^2\}$ 이고, $g(n)=x(n)$

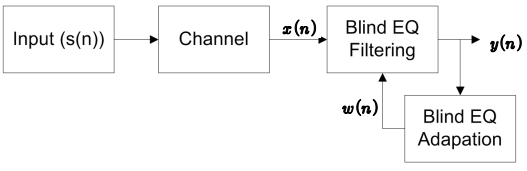


Fig. 1. Block diagram of blind equalization.

$y^*(n)[|y(n)|^2-R_2]^*$이다. Eq.(3)을 보면 CMA는 서론에서 언급한 것과 같이 계수 갱신식의 갱신 속도는 스텝 사이즈로 조절됨을 알 수 있다.

III. 직교 정사영과 대수학적 스텝 사이즈 사용한 CMA

3.1 기울기 벡터의 직교 정사영을 사용한 CMA

Reference [4]에서 기울기 벡터의 직교 정사영을 사용한 CMA를 제안하였다. 이 방법은 Eq.(3)과 같은 형태의 갱신식을 취하는 알고리즘의 수렴 성능을 향상시키기 위해서 Eq.(3)의 고정 스텝 사이즈를 상황에 따라 변동하는 가변 스텝 사이즈로 바꾸는 시도를 많이 한다. Reference [4]에서는 스텝 사이즈를 직접 조절하는 대신 오차의 평균을 내는 유효 창함수의 길이를 의미하는 망각 인자의 값을 조절하는 방법을 사용하였다. 조절 방법은 평균 오차의 기울기가 이전 평균 오차의 기울기와 항상 직교를 유지하도록 조정하여 단일 스텝 사이즈의 수렴 성능을 개선하도록 하였다. Reference [4]에서 제안한 것을 정리하여 아래와 같이 Eq.(4)부터 Eq.(6)까지 정리하였다.

Eq.(1)과 같은 목적함수를 다시 쓰면 Eq.(4)와 같이 된다.

$$J_{CM}=E[(|y(n)|^2-R_2)^2], \tag{4}$$

여기서 $R_2=E\{|s(n)|^4\}/E\{|s(n)|^2\}$이다. 위와 같은 목적함수를 아래와 같이 변형하면 축차형으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} J_{CM(n)} &= \lambda_n J_{CM}(n-1)+\frac{1}{2}[|y(n)|^2R_2]^2 \\ &= \lambda_n J_{CM}(n-1)+\frac{1}{2}e(n)^2. \end{aligned} \tag{5}$$

Eq.(5)로부터 최대 기울기법을 이용하여 갱신식을 구하면 Eq.(6)과 같다.

$$w(n+1)=w(n)-\mu\frac{\sigma J_{CM}}{\sigma w}=w(n)+\mu p(n), \tag{6}$$

여기서 $p(n)=-\frac{\sigma J(n)}{\sigma w}=\lambda_n p(n-1)+g(n)$이고 $g(n)=x(n)y^*(n)[|y(n)|^2-R_2]^*$이고 $\lambda_n-g^H(n)p(n-1)/\|p(n-1)\|^2$이다.

3.2 대수학적 가변 스텝 사이즈 CMA (Algebraic Optimal Step Size-CMA, AOS-CMA)

많은 연구자들이 수렴 성능 향상을 위해서 최대 경사도 최소화법을 사용하여 Constant modulus 등화기의 스텝 사이즈를 가변적으로 구할 수 있다는 것을 보이고 이를 이용한 알고리즘을 제안하였[2,3]다. 즉 Eq.(1)과 같은 목적함수 사용하여 Eq.(7)과 같이 스텝 사이즈(μ)에 대해서 최소화 하여 최적 스텝 사이즈(μ_{opt})를 구하는 것이다.

$$\mu_{opt}=\arg\min_{\mu} J_{CM}=\arg\min_{\mu}[|y(n)|^2-R_2]^2, \tag{7}$$

여기서 $R_2=E\{|s(n)|^4\}/E\{|s(n)|^2\}$이다. Eq.(7)을 푸는 한 방법으로 최대 경사도 법으로 스텝 사이즈를 구하는 시도는 여러 연구자들에 의해서 제안되었다.[7,8,9,10] 기존에 연구된 많은 방법들이 최대 경사도 법으로 얻은 결과 식을 순간 표본 값으로 근사하여 스텝 사이즈를 추정하는 공통된 특징을 갖는다. 이에 반하여 Zarzoso 등은 대수적인 해를 이용하여 스텝 사이즈를 유도[5,6]하였다. 이를 대수학적 가변 스텝 사이즈라고 부른다.[5,6] 그 유도 과정을 References [5]와 [6]에 의거하여 요약하면 다음과 같다.

Eq.(3)의 양변에 입력 벡터를 곱하면,

$$w^H(n+1)x(n)=w^H(n)x(n)-\mu g^H(n)x(n), \tag{8}$$

$$y^+(n)=y(n)-\mu\tilde{g}(n) \tag{9}$$

이다. 위 식을 Eq.(1)에 대입하면 Eq.(9)와 같이 μ의 함수가 된다. 이를 μ에 대해서 미분한 결과가 Eq.(10)과 같이 실수 계수를 가지는 3차식으로 유도 된다.[6]

$$s(\mu)=d_3\mu^3+d_2\mu^2+d_1\mu^1+d_0, \tag{10}$$

여기서 $d_3 = 2E(a_n^2)$, $d_2 = 3E(a_n b_n)$, $d_1 = E(2a_n c_n + b_n^2), d_0 = E(b_n c_n)$이다. 또$a_n = |\widetilde{g_n}|^2, v_n = -2Re(y_n \widetilde{g}_n^*)$, $c_n = (|y_n|^2 - R_2)$이고 $\widetilde{g}_n = g^H(n)x(n)$이다. 위 식의 각 계수를 보면 계수 값은 등화기의 입력 및 출력 값을 사용하여 얻을 수 있음을 알 수 있다. Eq.(10)으로부터 스텝 사이즈를 얻기 위해서는 Eq.(10)으로부터 $s(\mu) = 0$인 방정식을 풀고, 그 해 중에서 원래 목적함수 J_{CM}을 최소로 만드는 것을 선택한다. 위 3차 방정식을 풀기 위해서는 카르다노이 공식을 이용하거나 다른 수치해석적인 방법을 사용할 수 있다.[5,6] 이 같이 얻은 스텝 사이즈를 Eq.(3)의 갱신식에 적용하여 사용하면 Zarzoso가 제안한 대수학적 가변 스텝 사이즈 CMA (이후 'AOS-CMA')가 된다.[5,6]

3.3 기울기 벡터의 직교 정사영을 사용한 CMA와 대수학적 가변 스텝 사이즈 CMA 간 스위칭을 사용하는 CMA

3.1장에 정리한 기울기 벡터의 직교 정사영을 사용한 CMA (이후 '직교 정사영 CMA', 영문 표기 'Orth CMA')는 다양한 채널 환경에 대해서 안정적인 성능을 보인다. 그러나 Eq.(6) 안에 아직 정해야 할 스텝 사이즈를 가지고 있다. 이 스텝 사이즈를 조절함에 따라서 좀 더 개선된 성능을 얻을 수 있을 가능성이 존재한다. 또 AOS-CMA의 경우 외형상 다른 개선의 여지를 보이지는 않지만 다양한 채널에 대해서 사용해 보면, 언제나 최고의 성능을 내지는 못 함을 알 수 있다. 특히 레일레이 채널 같이 시간에 연속으로 변하는 시변 채널의 경우에 성능이 떨어지는 것을 경험할 수 있다. 반면에 같은 채널에서 직교 정사영 CMA는 상대적으로 좋은 결과를 낸다. 또 다른 채널에서는 반대 현상이 일어나기도 한다.

본 논문에서는 두 알고리즘을 병렬로 운용하면서, 각 갱신 때마다의 서로의 오차를 비교하여 좀 더 작은 오차를 내는 쪽의 등화기 필터 계수를 그 시각의 대표 등화기 필터 계수로 정하는 방법을 사용하고자 한다. 이는 Fig. 2에 나타낸 것과 같이 직교 정사영 CMA와 AOS-CMA사이를 스위칭하는 방법을 사용하는 것이라고 할 수 있다. 이 방법은 스위칭을 사용하여 그 시각에 추정한 결과 중에서 최선의 결과를 계속 따라가도록 함으로써 각각의 등화기를 단독으로 사용했을 때보다 채널에 관계 없이 더 좋은 수렴성을 나타낼 것이 예상된다. 이 같은 예측의 가능성을 살펴 보기 위해서 Eq.(11)과 같은 채널에서 고정 스텝 사이즈를 사용하는 CMA등화기와 AOS-CMA를 동시에 사용하고 이 둘 사이에 스위칭을 시험 적용해 보았다. 단 수렴성만 보기 위해서 각 등화기의 차수는 4로 설정하였다.

$$\begin{aligned} C(z) &= 0.005 + 0.009z^{-1} - 0.024z^{-2} \\ &\quad + 0.854z^{-3} - 0.218z^{-4} + 0.049z \\ &\quad - 5 - 0.016z^{-6} - 0.016z^{-7}. \end{aligned} \tag{11}$$

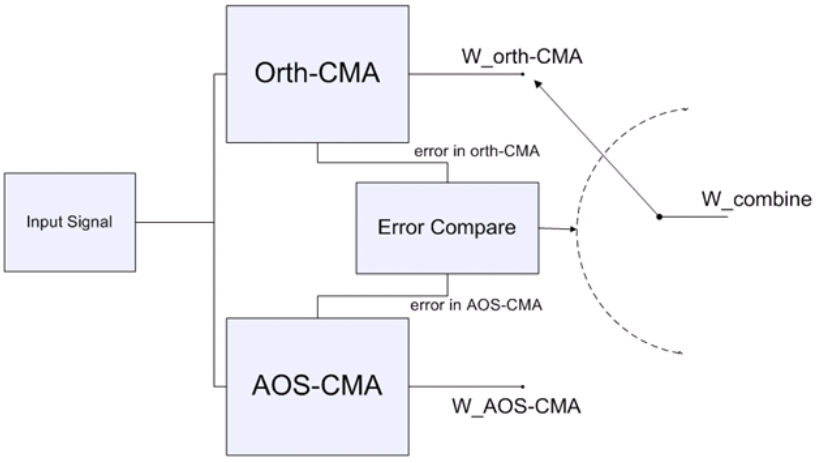


Fig. 2. Diagram of the proposed algorithm.

또 고정 스텝 사이즈는 0.00001로 설정하였다. 이와 같이 설정한 모의 실험 결과를 Fig. 3에 나타내었다. Fig. 3에서 '-□-' 선은 고정 스텝 사이즈 CMA의 에러를 나타내고 '-○-' 선은 AOS-CMA의 에러를 나타낸다. '-X-' 선은 스위칭을 적용한 결과이다. '-X-' 선을 보면 매 순간 더 좋은 성능을 좇고 있는 것을 알 수 있다. 이는 제안한 방법으로 성능이 개선될 가능성이 있음을 보여주고 있다.

앞에서의 간단한 실험을 통해서 가능성을 살펴본 스위칭 방법에 대해서 근사 해석적인 방법을 통해서 그 의미를 살펴보기 위해서 Arenas-García *et al.*이 References [11]과 [12]에 제안한 적응 필터의 볼록 결합(convex combination)의 결과를 적용해 보면 다음과 같이 두 서로 다른 적응 필터의 출력을 결합하는 것이다.

$$y(n)=\lambda(n)y_1(n)+[1-\lambda(n)]y_2(n), \tag{12}$$

여기서 $y_1(n)$과 $y_2(n)$는 n번째 시각에 각각 서로 다른 적응 필터 출력 값이다. 즉, $y_i(n)=w_i^H(n)x(n)$, $i=1,2$이다. 그리고 $w_i(n)$는 두 적응 필터 중 하나를 의미하고, $x(n)$는 입력 벡터이다. $\lambda(n)$은 n번째 시각에 적용할 결합 계수이다. 위 식을 사용하면 최종 출력 $y(n)$를 만드는 필터 벡터 $w_{combin}(n)$은 다음과 같이 두 개의 서로 다른 필터가 결합된 것임을 알 수 있다.

$$w_{combin}(n)=\lambda(n)w_1(n)+[1-\lambda(n)]w_2(n). \tag{13}$$

Arenas-García *et al.*[11,12]은 위 결합 필터의 성능을 해석하기 위해서 결합 계수를 다음과 같은 식으로 근사화 하였다.

$$\lambda_u(n)=\begin{cases}1, & a(n)\geq a^+\\ \lambda(n), & a^+>a(n)>-a^+\\ 0, & a(n)\leq -a^+\end{cases} \tag{14}$$

여기서 $\lambda(n)=\dfrac{1}{1+e^{-a(n)}}$, $a(n+1)=a(n)-\dfrac{\mu_a}{2}\times\dfrac{\sigma e_{combin}(n)^2}{\sigma a(n)}$이고, 결합오차는 $e_{combin}(n)=\lambda_u(n)e_1(n)+[1-\lambda_u(n)]e_2(n)$이다. $e_1(n)$은 $w_1(n)$에 의한 오차이고, $e_2(n)$은 $w_2(n)$에 의한 오차이다. 그리고 결합 필터의 EMSE(Excess Mean Square Error)는 결합에 참여한 각각 다른 필터의 EMSE로 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있음을 밝혔다.[11,12]

$$J_{combin}(\infty)=\lambda_u^2(\infty)J_1(\infty)+[1-\lambda_u(\infty)^2]\times J_2(\infty)+2\lambda_u(\infty)[1-\lambda_u(\infty)]J_{12}(\infty), \tag{15}$$

여기서 $J_{combin}(\infty)$는 최종 수렴된 결합 필터 EMSE이고, $J_1(\infty)$와 $J_2(\infty)$는 각각 최종 수렴된 개별 필터의 EMSE이며, $J_{12}(\infty)$는 결합 필터에 기여하는 각 개별 필터의 EMSE의 결합항의 최종 수렴 값이다. $\lambda_u(\infty)$도 최종 수렴된 결합 계수 값이다. 위와 같은 결합 필터의 EMSE를 이용하여 Arenas-García는 다음과 같이 λ_u에 대한 극한 성질을 언급하였다.

<λ_u의 극한 성질[11,12]>

$a(n)$이 a^+에 근접할 경우 결합 계수 $\lambda_u(n)$는 1에 근접하여 $J_{combin}\cong J_1$이고, $a(n)$이 $-a^+$에 근접할 경우 결합 계수 $\lambda_u(n)$는 0에 근접하여, $J_{combin}\cong J_2$이다. 위에 정리한 Arenas-García *et al.*의 해석을 빌어 본 논문에 제안한 스위칭의 의미를 살펴 본다. 본 논문에서 a^+는 '0'을 문턱 값으로 삼아서 스위칭이 일어나

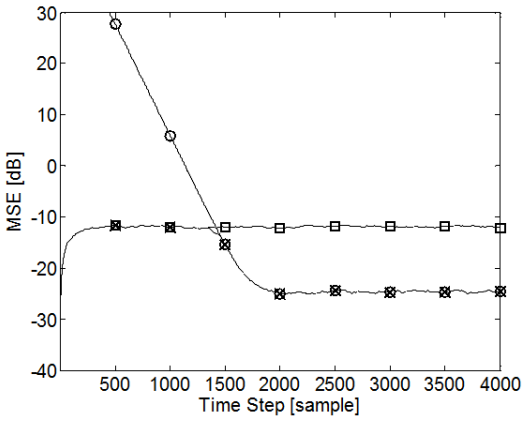


Fig. 3. A snap shot of error curve comparison among fixed step-size CMA, AOS-CMA and the proposed algorithm (-X-: the proposed algorithm, -□-: fixed step-size CMA, -○-: AOS-CMA).

는 경우라고 할 수 있으므로, Eq.(14)에서 a^+가 '0'에 무척 근접한 양수라고 가정할 수 있다. 또 본 논문에선 아래 식과 같이 결합 오차를 새로 정의한다.

$$e_{combin}(n)=\lambda_u(n)e_1(n)^2+[1-\lambda_u(n)]e_2(n)^2, \quad (16)$$

이 경우 $a(n)$ 의 갱신식은 아래 식과 같다.

$$a(n+1)= a(n)-\mu_a e_{combin}(n)[e_1(n)^2]\lambda_u(n)[1-\lambda_n(n)]. \quad (17)$$

위 식은 Eq.(18)과 같이 정리할 수 있다.

$$-\frac{\triangle a}{\mu_a e_{combin}(n)\lambda_n(n)[1-\lambda_u(n)]} = e_1(n)^2-e_2(n)^2, \quad (18)$$

여기서 $\triangle a=a(n+1)-a(n)$이다. 위 식을 사용하면 $\triangle a$에 따라 다음과 같은 두 가지 경우에 귀착될 수 있다.

Table 1. Summary of the proposed algorithm.

$y(n)=\mathbf{w}_{AOS-CMA}^H(n)\mathbf{x}(n)$
$e_{AOS-CMA}(n)=\left(|y(n)|^2-R_2\right)y^*(n)$
$\text{energy}_{AOS-CMA}=0.99\text{energy}_{AOS-CMA}+0.01e_{AOS-CMA}(n)^2$
$\mathbf{g}_{AOS-CMA}(n)=\mathbf{x}(n)e_{orth-CMA}(n)$
$\mathbf{w}_{AOS-CMA}(n+1)=\mathbf{w}_{AOS-CMA}(n)-\mu_{AOS-CMA}\mathbf{x}(n)e_{AOS-CMA}(n)$
Calculate step size $\mu_{AOS-CMA}$ by solve $s(\mu)=0$ in (10).
$\tilde{y}(n)=\mathbf{w}_{orth-CMA}^H(n)\mathbf{x}(n)$
$e_{orth-CMA}(n)=\left(|\tilde{y}(n)|^2-R_2\right)\tilde{y}^*(n)$
$\text{energy}_{orth-CMA}=0.99\text{energy}_{orth-CMA}+0.01e_{orth-CMA}(n)^2$
$\mathbf{g}_{orth-CMA}(n)=\mathbf{x}(n)e_{orth-CMA}(n)$
$\lambda_n=-\mathbf{g}^H(n)\mathbf{p}(n-1)/\|\mathbf{p}(n-1)\|^2$
$\mathbf{p}(n)=\lambda_n\mathbf{p}(n-1)+\mathbf{g}(n)$
$\mathbf{w}_{orth-CMA}(n+1)=\mathbf{w}_{orth-CMA}(n)+\mu_{orth-CMA}\mathbf{p}(n)$
if $\text{energy}_{orth-CMA}\geq\text{energy}_{AOS-CMA}$
  $\mathbf{w}_{CMA-combine}(n+1)=\mathbf{w}_{AOS-CMA}(n+1)$
  $e_{CMA-combine}(n)=e_{AOS-CMA}(n)$
else
  $\mathbf{w}_{CMA-combine}(n+1)=\mathbf{w}_{orth-CMA}(n+1)$
  $e_{CMA-combine}(n)=e_{orth-CMA}(n)$
end

$a(n)$가 a^+에 단조 증가 형식으로 매우 근접 한다면, $\triangle a$는 매우 작은 양수 값을 가질 것이다. 따라서 Eq.(18)의 좌변은 음수가 되며, 이에 따라 다음 식이 성립된다.

$$E_1(n)^2-e_2(n)^2<0, \text{ 즉, } e_1(n)^2<e_2(n)^2. \quad (19)$$

또 $a(n)$가 a^+에 근접함으로 앞서의 Arenas-García *et al.*의 λ_u의 극한 성질에 따라서 $\lambda_u(n)$는 1에 근접하지만, 본 논문에서는 $\lambda_u(n)=1$이라고 사용한다. 그 결과 Eq.(13)에 의해서 $w_1(n)$이 선택된다.

$a(n)$가 $-a^+$에 단조 감소 형식으로 매우 근접 한다면, $\triangle a$는 매우 작은 음수 값을 가질 것이다. 따라서 Eq.(18)의 좌변은 양수가 되며, 이에 따라 다음 식이 성립된다.

$$e_1(n)^2-e_2(n)^2>0, \text{ 즉, } e_1(n)^2>e_2(n)^2 . \quad (20)$$

또 $a(n)$가 $-a^+$에 근접함으로 앞서의 Arenas-García *et al.*의 λ_u의 극한 성질에 따라서 $\lambda_u(n)$는 0에 근접하지만, 본 논문에서는 $\lambda_u(n)=0$이라고 사용한다. 그 결과 Eq.(13)에 의해서 $w_2(n)$이 선택된다.

위의 1)과 2)로부터 스위칭을 통해서 순간 순간 더 좋은 쪽을 선택하는 것이 가능함을 알 수 있고, 그 결과 오차도 하나의 적응 필터만 쓰는 것 보다 나을 것이라는 것이 예측된다. 또 위 1)과 2)의 요약을 사용해서 본 논문에서 이용 가능한 판단 기준을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\lambda_u(n)=\begin{cases}1, & e_1(n)^2<e_2(n)^2\\ \lambda_u(n-1), & e_1(n)^2=e_2(n)^2\\ 0, & e_1(n)^2>e_2(n)^2\end{cases} \quad (21)$$

그리고 Table 1에는 제안한 알고리즘을 정리하였다.

IV. 시뮬레이션

본 장에서는 제안한 직교 정사영 CMA와 AOS-CMA를 스위칭으로 결합하는 알고리즘이 직교 정사영

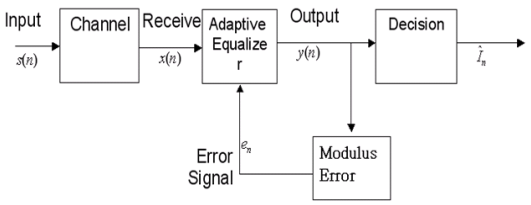


Fig. 4. Simulation configuration.

CMA 및 AOS-CMA 각각을 개별로 사용했을 때 보다 수렴 성능이 개선됨을 시뮬레이션을 통하여 검증하기 위해서 다음과 같은 통신 환경을 가정한다.

4.1 시불변 채널에서의 수렴 성능 비교

시불변 채널 상에서 수렴 성능을 알아보기 위해서 아래와 같은 네 종류의 채널들을 사용하였다. 첫 번째 채널은 Eq.(22)과 같은 채널이고,[13]

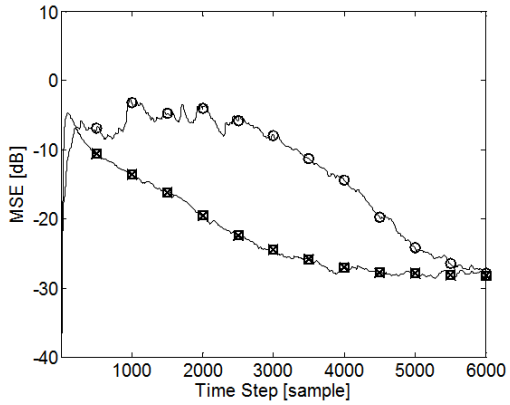
$$C(z) = 1 + 0.5z^{-1} + 0.25z^{-2} + 0.125z^{-3}. \quad (22)$$

또 다른 하나는 Eq.(23)과 같은 채널로써 소위 '디지털 전화 채널'이라고 불리는 채널이다.[14]

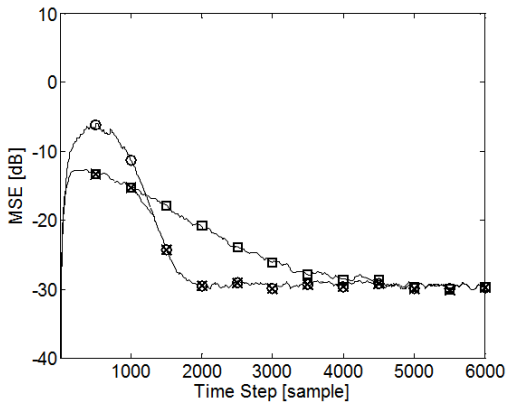
$$C(z) = 0.005 + 0.009z^{-12} - 0.024z^{-2} + 0.854z^{-3} - 0.218z^{-4} + 0.049z^{-5} - 0.016z^{-6} - 0.016z^{-7}. \quad (23)$$

그 외에 CMA를 전체적으로 살펴본 논문인 Reference [15]에 소개된 여러 채널 중 아래 두 채널을 선택하여 위 두 채널과 길이가 다른 채널의 예로 삼았다.

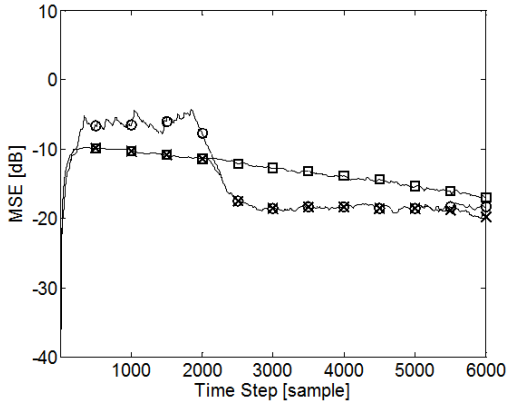
$$C(z) = -0.0901 + 0.71705z^{-1}, \quad (24)$$



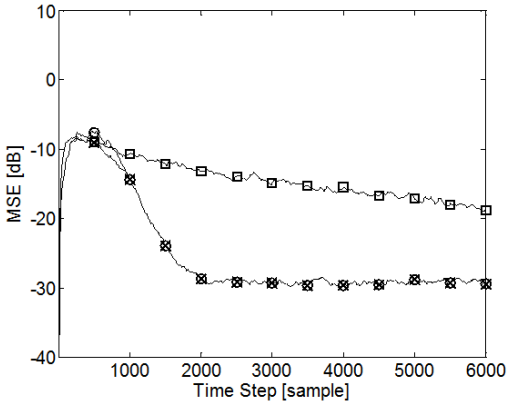
(a) convergence performance comparison in (22)



(b) convergence performance comparison in (23)



(c) convergence performance comparison in (24)



(d) convergence performance comparison in (25)

Fig. 5. Convergence performance comparison in various channels (-X-: the proposed algorithm, -□-: Orth-projected CMA, -○-: AOS-CMA).

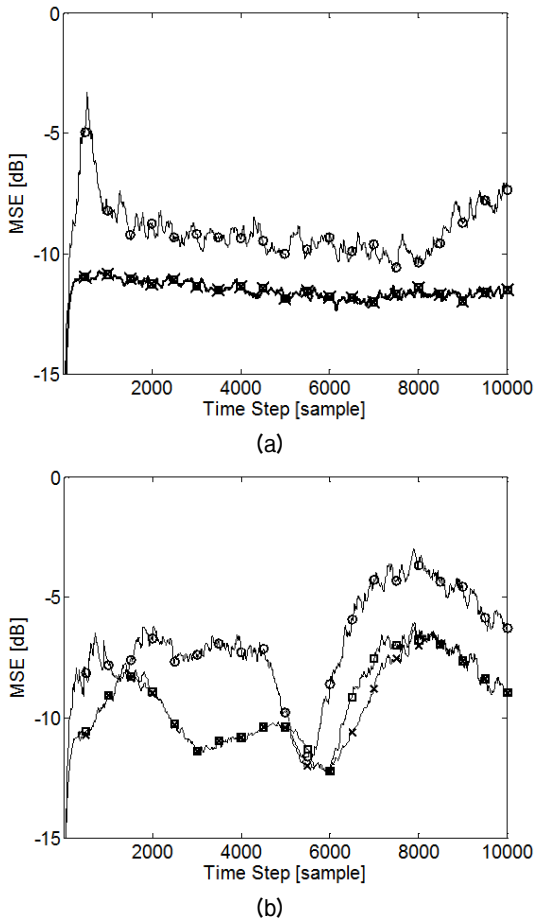


Fig. 6. Performance comparison among the proposed algorithm, orth-projected CMA and AOS-CMA. (-X-: the proposed algorithm, -□-: Orth-projected CMA, -○-: AOS-CMA). (a) performance at relative Doppler 10^{-5}, (b) performance at relative Doppler 10^{-4}.

$$C(z) = 1 + 0.2z^{-1} - 0.2z^{-2}. \quad (25)$$

여러 채널 상에서 성능의 비교를 위해서 직교 정사영 CMA와 AOS-CMA 및 제안된 CMA를 각각의 채널에서 적응시키면서 나타나는 수렴 성능을 서로 비교하였다. 등화기 각각의 길이는 35로 동일하고, 신호대 잡음비는 30 dB로 하였다. 또 수렴성의 경향을 보기 위해서 1000회의 반복 시행을 한 후 그 결과를 앙상블 평균하였다.

Fig. 5의 결과를 보면 채널에 따라서 직교 정사영 CMA가 나은 결과를 보일 때도 있고 AOS-CMA가 더 나은 결과를 보일 때도 있으나, 제안한 방법은 매 시간 더 좋은 오차 수준을 유지함을 알 수 있다.

4.2 레일레이 연속 시변 채널에서의 수렴 성능 비교

시변 채널에서의 성능을 보기 위해서 본 논문에서는 레일레이 페이딩 채널을 가정하였다. 본 모의 실험에서는 채널 환경을 제외한 실험 환경은 4.1장에 설정한 것을 그대로 사용하였다. 그리고 시변 채널은 Matlab[1] 에 내장된 레일레이 채널 함수를 사용하였다. 이 함수의 입력 데이터 경로의 수는 2로 하였고, 첫 번째 경로 이득을 기준으로 하여 두 번째 경로의 평균 이득을 -6 dB로 하였다. 그리고 두 경로 사이의 간격은 심볼 간격의 두 배로 설정하였다. 그리고 상대 도플러는 각각 10^{-4}와 10^{-5}의 두 경우로 각각 설정하여 수렴성을 비교하였다.

Fig. 6(a)는 상대 도플러가 10^{-5}인 경우이고 Fig. 6(b)는 상대 도플러가 10^{-4}인 경우 이다. 이 결과를 보면 제안한 알고리즘이 페이딩을 하는 시변 채널 상에서 언제나 더 좋은 수렴 성능을 유지함을 확인할 수 있다. 즉, 시간마다 변하는 채널을 잘 추적함으로써 매 시간 더 좋은 오차 수준을 유지함을 알 수 있다.

V. 결 론

본 논문은 기존 직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈 CMA를 병행하여 사용하여 좀 더 개선된 수렴성과 에러 수준을 갖는 새로운 알고리즘을 제안하였다. 본 알고리즘은 직교 정사영 CMA와 대수학적 스텝 사이즈 CMA의 장점을 고루 사용할 수 있는 장점이 있음을 근사 해석을 통하여 보였다. 그리고 시불변 채널과 시변 채널을 사용하는 시뮬레이션을 통해서 각각의 개별 알고리즘이 서로 서로 보완적으로 동작이 가능하며, 시불변 채널과 시변 채널에서 모두 우수한 수렴 성능과 우수한 오차 수준을 유지함을 확인하였다.

References

1. A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering* (Wiley, NewYork, 2003), pp.212-407.

1) Matlab은 Mathwork사의 상품명입니다.

2. P. Yuvapoositanon and J. A. Chambers, “Adaptive step-size constant modulus algorithm for DS-CDMA receivers in nonstationary environments,” Signal Processing **82**, 311-315 (2002).
3. J. S. Lim, J.J. Jeon, and K.M. Sung, “Adaptive step-size widely linear constant modulus algorithm for DS-CDMA receivers in nonstationary interference environments,” IEICE Trans. Comm., E90-B, 168-170 (2007).
4. J. S. Lim, “A constant modulus algorithm based on an orthogonal projection” (in Korean), J. Acoust. Soc. Kr. **28**, 640-645 (2009).
5. V. Zarzoso and P. Comon, “Optimal step-size constant modulus algorithm,” IEEE Trans. Communications **56**, 10-13 (2008).
6. V. Zarzoso and P. Comon, “Blind and semi-blind equalization based on the constant power criterion,” IEEE Trans. Signal Processing **53**, 4363-4375 (2005).
7. D. L. Jones, “A normalized constant modulus algorithm,” in IEEE Conference Record of the Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers 1995, 694-697 (1995).
8. Z. Xiong, L. Linsheng, D. Feng, and D. Zengshou, “A new adaptive step-size blind equalization algorithm based on autocorrelation of error signal,” in 7th International Conference on Signal Processing, 1719-1722 (2004).
9. Z. Liyi, C. Lei, and S. Yunshan, “Variable step-size CMA blind equalization based on non-linear function of error signal,” in International Conference on Communications and Mobile Computing 2009, 396-399 (2009).
10. M. A. Demir and A. Ozen, “A novel variable step size adjustment method based on autocorrelation of error signal for the constant modulus blind equalization algorithm,” RADIOENGINEERING **21**, 37-45 (2012).
11. J. Arenas-Garcia, A. R. Figueiras-Vidal, and A. H. Sayed, “Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters,” IEEE Trans. Signal Processing **54**, 1078-1090 (2006).
12. J. Arenas-Garcia, A. R. Figueiras-Vidal, and A. F. Vidal, “New algorithms for improved adaptive convex combination of LMS transversal filters,” IEEE Trans. Instrumentation and Measurement **54**, 2239-2249 (2005).
13. Z. Xiaoquin, W. Huakui, and Z. Liyi, “A blind equalization algorithm based on bilinear recurrent neural network,” in Proc. Of World Congress on Intelligent Control and Automation, 1982-1984 (2004).
14. V. Sridha, “Convex cost function in blind equalization,” IEEE Trans. Signal Processing **42**, 1952-1960 (1994).
15. C. R. Johnson, P. Schniter, and J. T. Endres, “Blind equalization using the constant modulus criterion: a review,” Proc. of IEEE. **86**, 1927-1949 (1998).

저자 약력

▸ 임 준 석 (Jun-Seok Lim)

1986년: 서울대학교 전자공학과 학사 졸업
1988년: 서울대학교 전자공학과 석사 졸업
1996년: 서울대학교 전자공학과 박사 졸업
1996년 7월 ~ 1997년10월: LG종합기술원
1998년 3월 ~ 현재: 세종대학교 전자정보통신공학과 교수

▸ 편 용 국 (Yong-Guk Pyeon)

1993년: 강원대학교 전자공학과 학사 졸업
1996년: 관동대학교 전자공학과 석사 졸업
2004년: 세종대학교 전자공학과 박사 졸업
2004년9월~ 현재: 강원도립대학 정보통신과 조교수