

전기 임피던스 단층촬영 기법에서 여러 정문제 해법들에 대한 성능 비교분석

Performance Analysis of Various Forward Solvers in Electrical Impedance Tomography

김 봉 석*, 김 경 연**★

Bong Seok Kim*, Kyung Youn Kim**★

Abstract

Electrical impedance tomography is an imaging technique to reconstruct the internal conductivity distribution based on applied small currents and measured voltages through an array of electrodes attached on the boundary of a domain of interest. In this paper, an analytical solver with complete electrode model is derived and the analytical voltage data are calculated. Moreover, the voltage data are also computed with existing numerical solvers such as finite element method and boundary element method. The forward solutions using homogeneous and inhomogeneous conditions are compared with phantom experiments through the root mean square errors.

요 약

전기 임피던스 단층촬영 기법은 대상체 표면의 전극들을 통해 주입시킨 전류 데이터와 이에 유기되는 측정 전압 데이터를 기반으로 내부의 도전을 분포를 가시화하는 기법이다. 이 논문에서는 완전전극 모델을 사용한 해석적 방법의 해법을 유도하고 전압을 계산하였다. 그리고 기존의 수치적 해법인 유한 요소법과 경계 요소법을 사용하여 전압 데이터를 또한 계산하였다. 배경이 균질한 경우와 비균질한 경우에 대해 각 정문제 해법의 해를 실험 데이터와 비교하였다. 그리고 평균 제곱근 오차를 계산하여 정문제 해법들의 오차를 비교분석하였다.

Key words : electrical impedance tomography, forward solver, analytical method, finite element method, boundary element method

* BK21+ Clean Energy Convergence and Integration Center for Human Resources Training and Education, Jeju National University

** Dept. of Electronic Engineering, Jeju National University

★ Corresponding author

e-mail: kyungyk@jeju.ac.kr, Tel: +82-64-754-3664

※ Acknowledgment: This work was supported by Mid-career Researcher Program through NRF grant funded by the MSIP (No. NRF-2013R1A2A2A01068836).

Manuscript received Jul. 20, 2015; revised Aug. 27, 2015; accepted Sep. 3, 2015

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

I. 서론

전기 임피던스 단층촬영 기법(electrical impedance tomography, EIT)은 관심 대상체의 표면에 일정한 간격으로 부착된 전극들을 통해 일련의 전기적 신호(전류)를 인가하면 대상체 내부에 유기되는 전압 신호를 전극들을 통해 측정하며, 이들 주입 전류와 측정 전압 데이터를 기반으로 내부의 도전을 분포를 영상으로 가시화하는 기법이다. EIT는 비파괴 방식의 단층촬영 기법들 중의 하나로서, 인체에 무해하고 하드웨어 설계비용이 낮으며, 특히 순간 해상도가 상대적으로 우수하다. 그러므로 이상(two-phase) 유동 공정이나 인체의 흉부 등을 모니터링하기에 적합하므로, 산업 공정과 지질학 및 의공학 등 여러 분야에서 모니터링 도구로 주목받고 있다[1]-[2].

EIT는 일반적으로 정문제(forward problem)와 역문제(inverse problem)로 구분된다. 정문제는 대상체 내부의 도전을 분포를 가정한 후, 전극들을 통해 전류 신호를 인가했을 때 내부에 유기되는 전압 데이터를 계산하는 과정을 말한다. 그리고 역문제는 주입 전류와 측정 전압을 기반으로, 계산 전압과 측정 전압과의 차이를 최소화하면서 내부의 도전을 분포를 추정하고 이를 영상으로 가시화하는 과정이다[1].

위에 언급된 역문제 과정에서, 전압 측정 시 EIT 시스템의 측정 오차가 최소라고 가정했을 때, 균질의 또는 비균질의 도전을 분포를 실제에 근접하게 추정한다는 것은 계산 전압을 보다 정확하게 계산해야 한다는 것을 의미한다. 그리고 보다 정확한 계산 전압 데이터를 얻으려면 보다 정밀한 정문제의 해법(solver)이 필요하다. 그러므로 이 논문에서는 EIT 정문제의 해법에 대해서만 서술하고자 한다.

지금까지 여러 방법들을 이용한 다양한 정문제 해법들이 개발되었다. 예를 들어, 해석적 방법[3]-[4] 그리고 유한 요소법(finite element method)[1],[5]-[6]과 유한 차분법(finite difference method)[7]-[8]과 경계 요소법(boundary element method)[9]-[10] 및 무요소법(meshless method)[11]-[12]과 같은 수치적 방법 등이다. 그리고 정문제의 전극 모델에는 갭(gap) 모델과 션트(shunt) 모델 및 완전전극 모델 등이 있으며, 그 중에서 완전전극 모델이 실험 데이터와의 오차가 가장 낮다[13]-[14]. 그러므로 이 논문에서는 완전전극 모델을 이용한 정문제만을 다루고, EIT에서 주로 사용되고 있는 방법인, 해석적 방법과 유한 요소법 및 경계 요소법에 관해 좀 더 상세히 다루고자 한다.

우선 해석적 방법에서는 2차원 원형 구조에서 주로 갭 모델[6]을 사용하고 변수 분리법을 이용하여 정문

제의 해를 계산하였다[3]. 이 논문에서는 푸리에 급수를 이용하여 완전전극 모델의 정문제 해법을 유도하고, 배경이 균질한 경우에 대해 비교분석할 때 기준으로 삼고자 한다. 한편 3차원의 mammography 구조에서 완전전극 모델을 이용한 해석적 방법은 참고문헌[4]에 서술되어 있다. 그리고 유한 요소법에서는 도메인을 유한개의 아주 작은 원소(element)들로 세분화한 메시(mesh)를 사용하고 완전전극 모델의 정문제 해법이 제안되었다[6]. 그리고 경계 요소법에서는 관심 도메인의 경계면에서 전극과 갭 상의 세그먼트(segment)와 표적이 있는 경우에는 표적의 경계면 상의 세그먼트를 추가로 설정해 줌으로써 정문제 해법을 구할 수 있다[10].

따라서 이 논문에서는 이들 세 가지 정문제 해법들과 팬텀 실험에 대해 상세히 서술하고, 배경이 균질한 경우와 비균질한 경우에 대해 RMSE(root mean square error)를 계산하여 각 해법들의 성능을 비교분석하였다.

II. 정문제 해법

1. 정문제

EIT 정문제에서 내부의 도전을 분포와 전압과의 물리적 관계는 적절한 경계조건을 갖는 편미분방정식으로 기술되는데, 수학적으로 다음과 같이 표현된다. 즉, 관심 대상체 Ω 의 내부에 임의의 도전을 분포 σ 가 주어지고 도메인의 표면 S 에 부착된 전극 e_l 을 통해 전류 I_l 을 주입시키면, 내부에 유기되는 전기 퍼텐셜(potential) u 를 계산할 수 있다. 이는 다음과 같이 완전전극 모델[14]의 노이만(Neumann) 형의 경계조건을 갖는 라플라스 방정식으로 기술된다.

$$\nabla \cdot \sigma(p) \nabla u(p) = 0, \quad p = (x, y) \text{ in } \Omega \quad (1)$$

$$u(p) + z_l \sigma(p) \frac{\partial u(p)}{\partial \nu} = U_l \text{ on } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (2)$$

$$\int_{e_l} \sigma(p) \frac{\partial u(p)}{\partial \nu} dS = I_l \text{ on } e_l, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (3)$$

$$\sigma(p) \frac{\partial u(p)}{\partial \nu} = 0 \text{ on } S \setminus \bigcup_{l=1}^L e_l \quad (4)$$

여기서 z_l 은 l 번째 전극 e_l 의 접촉저항이고, ν 는 단위 법선벡터이고, U_l 는 l 번째 전극 e_l 에서의 전압이고, L 은 전체 전극의 수이다. 부가적으로, 전류와 전압에 대해 다음과 같은 두 가지 제약조건이 필요하다. 이는 각각 해의 존재성과 유일성에 해당되는 조건이다.

$$\sum_{l=1}^L I_l = 0, \quad \sum_{l=1}^L U_l = 0 \quad (5)$$

다음 절에서는 해석적 방법과 수치적 방법 등을 이용한 정문제 해법에 대해서 기술하고자 한다. 이 논문에서는 관심 도메인을 주로 널리 사용되고 있는 2D 원형 도메인으로 가정하고 정문제의 해를 구하고자 한다.

2. 해석적 방법에 의한 해법

그림 1의 2D 원형 도메인에서 l 번째 전극 e_l 은 반지름 r_0 와 각도 θ 의 함수로 표현될 수 있다. 즉,

$$e_l = \left\{ (r_0, \theta) \mid \theta_l - \frac{f\delta\theta}{2} \leq \theta \leq \theta_l + \frac{f\delta\theta}{2} \right\} \quad (6)$$

여기서 r_0 는 원형 도메인의 반경이고, θ_l 은 l 번째 전극의 중심각도이며, f 는 다음과 같이 정의된다.

$$f \equiv \frac{\theta_{e_l}}{\delta\theta} \quad (0 \leq f \leq 1) \quad (7)$$

여기서 θ_{e_l} 은 l 번째 전극의 전체각도이고 $\delta\theta$ 는 도메인을 전극의 개수로 나눈 각, 즉, $\delta\theta \equiv 2\pi/L$ 이다.

해석적 방법에서 정문제의 해를 구하려면 내부의 전기 퍼텐셜 u 와 전극에서의 전압 U_l 에 대해 이산화해야 한다. 먼저 내부의 전기 퍼텐셜 u 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u(p) = u(r, \theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \phi_n(r, \theta) \approx \sum_{n=1}^{N_a} \alpha_n \phi_n(r, \theta) \quad (8)$$

여기서 r 은 $0 \leq r \leq r_0$ 이고, α_n 는 이산화된 전압값이고, N_a 은 푸리에 급수의 개수이며, $\phi_n(r, \theta)$ 는 다음과 같이 표현되는 기저함수이다.

$$\phi_n(r, \theta) = \begin{cases} r^n \cos(n\theta), & n = 1, 2, \dots, N_a/2 \\ r^{(n-N_a/2)} \sin((n-N_a/2)\theta), & n = N_a/2 + 1, \dots, N_a \end{cases} \quad (9)$$

그런데 기저함수에서 N_a 가 커질수록 기저함수는 크게 증가하게 된다. 이렇게 되면, 정문제에서 시스템 행렬이 특이(singular) 행렬이 되어 해를 구할 수 없게 된다. 그러므로 이런 문제를 해결하기 위해 반지

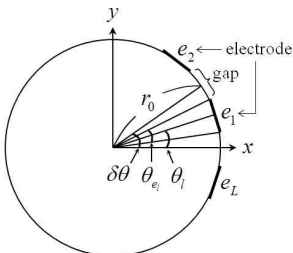


Fig. 1. Description of the 2D circular domain for analytical method

그림 1. 해석적 방법을 위한 2D 원형 도메인의 묘사

름 매핑(mapping)을 한다. 즉, 반지름에 대한 정규화(normalization)를 해 줌으로써 기저함수가 커지는 것을 해결할 수 있다.

$$0 \leq r \leq r_0 \mapsto 0 \leq \hat{r} \leq 1 \quad (10)$$

여기서 $\hat{r} = r/r_0$ 이다. 따라서 식 (1) ~ 식 (4)에 대해 반지름 매핑을 하면 다음과 같이 단위 원형 도메인 $\hat{\Omega}$ 에서의 정문제로 바꿀 수 있다.

$$\widehat{\nabla} \cdot \sigma(\hat{r}, \theta) \widehat{\nabla} u(\hat{r}, \theta) = 0 \quad \text{in } \hat{\Omega} \quad (11)$$

$$u(\hat{r}, \theta) + \hat{z}_l \sigma(\hat{r}, \theta) \frac{\partial u(\hat{r}, \theta)}{\partial \hat{r}} = U_l \quad \text{on } \hat{e}_l \quad (12)$$

$$\int_{\hat{e}_l} \sigma(\hat{r}, \theta) \frac{\partial u(\hat{r}, \theta)}{\partial \hat{r}} d\hat{S} = I_l \quad \text{on } \hat{e}_l \quad (13)$$

$$\sigma(\hat{r}, \theta) \frac{\partial u(\hat{r}, \theta)}{\partial \hat{r}} = 0 \quad \text{on } \hat{S} \setminus \bigcup_{l=1}^L \hat{e}_l \quad (14)$$

여기서 $\hat{\cdot}$ 는 정규화된 도메인의 파라미터를 의미하고, $\hat{z}_l = z_l/r_0$ 이다. 그리고 식 (9)의 기저함수 또한 반지름 매핑을 한 후, 위의 관계식들에 적용시키면 정문제의 해를 구할 수 있다.

그리고 전극에서의 전압 U 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$U \approx U^h = \sum_{l=1}^{L-1} \beta_l F_l \quad (15)$$

여기서 $F_1 = [1, -1, 0, \dots, 0]^T$, $F_2 = [1, 0, -1, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^L$ 등이고 β_l 은 추후 결정되는 계수이다. 이 벡터들은 식 (5)의 전압에 대한 제약조건을 충족시키기 위해 사용되었다.

따라서 식 (8)과 식 (15)를 완전전극 모델의 변분해법(variational formulation)[6]에 대입하고 정리하면, 다음과 같은 행렬 형태의 선형 방정식을 얻을 수 있다.

$$Ab = f \quad (16)$$

여기서 A 는 시스템 행렬, b 는 해 벡터, f 는 데이터 벡터이다. 각 변수에 대한 정의는 다음과 같다.

$$b = [\alpha, \beta]^T \quad (17)$$

$$\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{N_a}]^T \in \mathbb{R}^{N_a} \quad (18)$$

$$\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{L-1}]^T \in \mathbb{R}^{L-1} \quad (19)$$

$$f = [0, \tilde{I}]^T \quad (20)$$

$$0 = [0, 0, \dots, 0]^T \in \mathbb{R}^{N_a} \quad (21)$$

$$\tilde{I} = [I_1 - I_2, I_1 - I_3, \dots, I_1 - I_L]^T \in \mathbb{R}^{L-1} \quad (22)$$

$$A = \begin{bmatrix} B & CF \\ (CF)^T & F^T DF \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(N_a + L - 1) \times (N_a + L - 1)} \quad (23)$$

$$B_{n,m} = \int_{\hat{\Omega}} \sigma \nabla \hat{\phi}_n \cdot \nabla \hat{\phi}_m d\hat{p} + \sum_{l=1}^L \frac{1}{\hat{z}_l} \int_{\hat{c}_l} \hat{\phi}_n \hat{\phi}_m d\hat{S} \quad (24)$$

$n, m = 1, 2, \dots, N_a$

$$C_{n,l} = -\frac{1}{\hat{z}_l} \int_{\hat{c}_l} \hat{\phi}_n d\hat{S}, \quad n = 1, 2, \dots, N_a, \quad l = 1, 2, \dots, L \quad (25)$$

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{L \times (L-1)} \quad (26)$$

$$D(|\hat{e}_l|/\hat{z}_l) = \text{diag} [|\hat{e}_1|/\hat{z}_1, |\hat{e}_2|/\hat{z}_2, \dots, |\hat{e}_L|/\hat{z}_L] \quad (27)$$

여기서 $|\hat{e}_l|$ 는 단위 원형 도메인에서 l 번째 전극 \hat{c}_l 의 면적이다.

3. 유한 요소법에 의한 해법

해석적 방법을 이용한 정문제에서는 도전을 분포가 균질한(homogeneous) 경우에 대해서만 해를 구할 수 있지만, 도전을 분포가 비균질(inhomogeneous)인 경우에는 그 해를 구하는 것이 어렵다. 그러므로 EIT에서는 보편적으로 유한 요소법을 이용한 해법을 사용하고 있다.

유한 요소법에서는 그림 2와 같이 관심 도메인 Ω 를 유한개의 아주 작은 원소들로 세분화하고 각 원소 내에서의 도전을 값은 일정하다고 가정한다. 그러므로 내부 퍼텐셜 u 는 다음과 같이 근사화할 수 있다 [6].

$$u(p) \approx u^h = \sum_{n=1}^{N_b} \alpha_n \psi_n \quad (28)$$

여기서 α_n 는 노드 n 에서의 전압값이고, N_b 의 노드(node)의 수이고, $\psi_n = \psi_n(p)$ 는 다음과 같이 표현되는 선형 기저함수이다.

$$\psi_n = \begin{cases} 1, & \text{on node } n \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (29)$$

그리고 유한 요소법에서도 해석적 방법과 같이 전극

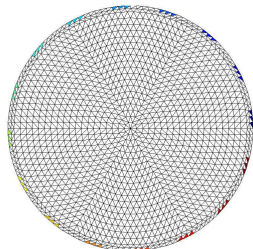


Fig. 2. Finite element mesh for finite element method
그림 2. 유한 요소법을 위한 유한 원소의 메시

에서의 전압 U 는 식 (15)로 표현할 수 있다.

따라서 식 (28)과 식 (15)를 완전전극 모델의 변분 해법에 대입하고 정리하면, 해석적 방법의 해법과 마찬가지로 식 (16)의 선형 방정식을 얻을 수 있다. 다만, 식 (16) ~ 식 (28)에서 기저함수 $\hat{\phi}_n$ 과 $\hat{\phi}_m$ 대신에 ψ_n 과 ψ_m 이 사용되고, N_a 대신에 N_b 가 사용된다. 그리고 해석적 방법과 달리, 유한 요소법에서는 기저함수가 N_b 의 함수가 아니기 때문에 시스템 행렬 A 가 특이 행렬이 아니다. 그러므로 정규화할 필요가 없기 때문에 원래 도메인에 대해서 해법을 구할 수 있으므로, 앞 식들에서 $\hat{\cdot}$ 를 모두 제거하면 된다. 따라서 유사한 식들이 반복되는 것을 피하기 위해 유한 요소법의 해법의 식들은 생략한다.

4. 경계 요소법에 의한 해법

EIT에서 주로 유한 요소법이 사용되고 있지만 정문제의 해를 구하는데 다소 시간이 걸린다는 단점이 있다. 특히, 계산전압과 측정전압의 오차를 최소화하기 위해서는 도메인의 원소개수를 더 세분화하여 아주 조밀한 메시를 사용해야 하는데, 이때 정문제의 계산 시간은 더욱 증가하게 된다. 따라서 계산시간을 줄이면서 정문제의 오차를 줄이기 위해 경계 요소법이 제안되었다[9]–[10].

경계 요소법에서 만약 관심 도메인 내부에 그림 3과 같이 표적 Ω_a 가 존재하는 경우에, 표적의 경계면 ∂D 에서 도메인 내부에 흐르는 전류밀도와 전기 퍼텐셜은 연속적이라고 가정한다. 그러므로 다음과 같은 계면(interfacial)의 경계조건이 주어진다.

$$\sigma_b \frac{\partial u_b}{\partial \nu} = \sigma_a \frac{\partial u_a}{\partial \nu}, \quad u_b = u_a \quad \text{on } \partial D \quad (30)$$

여기서 σ_b 는 도메인 배경의 도전을 값, σ_a 는 표적의 도전을 값, u_b 는 표적 영역을 뺀 나머지 도메인 영역에서의 전기 퍼텐셜, u_a 는 표적 영역에서의 전기 퍼

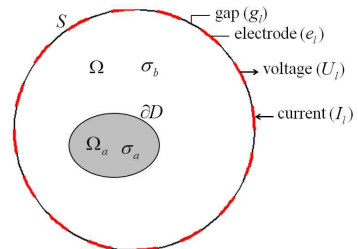


Fig. 3. EIT domain with anomaly Ω_a for boundary element method

그림 3. 경계 요소법을 위한 표적이 있는 관심 도메인

텐셜이다. 그리고 내부의 도전을 분포는 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma(p) = \sigma_b + (\sigma_a - \sigma_b)\chi_{\Omega_a}(p) \quad (31)$$

여기서 $\chi_{\Omega_a}(p)$ 는 Ω_a 내에서는 1이고 그 이외에는 0인 특성함수이다.

한편, 일반적으로 임의의 함수 G 에 대해 다음과 같은 라플라스 방정식을 생각할 수 있다.

$$\nabla^2 G(p_f|p_s) = \delta(p_f - p_s) \quad (32)$$

여기서 p_f 와 p_s 는 각각 필드 포인트(field point)와 소스 포인트(source point)이다. 그러면 이 라플라스 방정식의 해와 도함수는 다음과 같다.

$$G(p_f|p_s) = \frac{1}{2\pi} \ln|p_f - p_s| \quad (33)$$

$$Q(p_f|p_s) = \frac{\partial G(p_f|p_s)}{\partial \nu} = \frac{(p_f - p_s) \cdot \nu}{2\pi|p_f - p_s|^2} \quad (34)$$

따라서 그린-가우스(Green-Gauss) 이론을 사용하고 경계조건(식 (2) ~ 식 (4)) 및 계면조건(식 (30))을 적용하면 다음과 같이 계면 요소법에 의한 정문제 해법을 얻을 수 있다.

$$\{D(\omega) - K\}u = -K_U \tilde{C}D(z_l/|e_l|)I \quad (35)$$

$$U = Pu_E + D(z_l/|e_l|)I \quad (36)$$

여기서 ω 는 기하학(geometric) 계수이고,

$$D(\omega) = \text{diag}[\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M] \quad (37)$$

$$D(z_l/|e_l|) = \text{diag}[z_1/|e_1|, z_2/|e_2|, \dots, z_L/|e_L|] \quad (38)$$

$$u = [u_E \ u_G \ u_C]^T \quad (39)$$

$$I = [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_L]^T \quad (40)$$

$$\tilde{C} = F(F^T F)^{-1} F^T \quad (41)$$

$$K = [K_E - K_U \tilde{C}P, \ K_G \ (1 - \kappa)K_C] \quad (42)$$

$$K_E = \int_{e_{lm}} Q(p_f|p_s) dS + \frac{1}{z_f \sigma_b} \int_{e_{lm}} G(p_f|p_s) dS \in \mathbb{R}^{M \times M_E} \quad (43)$$

$$K_G = \int_{g_{lm}} Q(p_f|p_s) dS \in \mathbb{R}^{M \times M_G} \quad (44)$$

$$K_C = \int_{c_{n,m}} Q(p_f|p_s) dS \in \mathbb{R}^{M \times M_C} \quad (45)$$

$$K_U = \frac{1}{z_f \sigma_b} \sum_{m=1}^{M_f(l)} \int_{e_{lm}} G(p_f|p_s) dS \in \mathbb{R}^{M \times L} \quad (46)$$

$$P = \frac{|e_{l,m}|}{|e_l|} \in \mathbb{R}^{L \times M_E} \quad (47)$$

$$M_E = \sum_{l=1}^L M_e(l), \quad M_G = \sum_{l=1}^L M_g(l), \quad M_C = \sum_{n=1}^N M_c(n) \quad (48)$$

$$e_l = \bigcup_{m=1}^{M_e(l)} e_{l,m}, \quad g_l = \bigcup_{m=1}^{M_g(l)} g_{l,m}, \quad c_n = \bigcup_{m=1}^{M_c(n)} c_{n,m} \quad (49)$$

그리고 $\kappa = \sigma_a/\sigma_b$ 이고, 침차 E, G, C 는 각각 전극, 갭(gap), 표적의 경계를 의미하고, M_e 는 각 전극 상의 세그먼트(segment)의 개수, M_g 는 각 갭 상의 세그먼트의 개수, M_c 는 표적 경계면 상의 세그먼트의 개수이며, $M = M_E + M_G + M_C$ 이다. 경계 요소법의 정문제 해법의 관계식들과 유도과정에 대한 보다 상세한 설명은 참고문헌[10]을 참고한다.

III. 실험 및 비교분석

1. EIT 실험

그림 4는 실험에서 사용된 EIT 측정 시스템이다. 그림 4(a)는 반지름이 4cm인 테스트용 팬텀으로, 높이가 20cm이고 폭이 0.6cm인 32개의 전극이 팬텀 주위에 일정한 간격으로 부착되어 있다. 이 실험에서는 편의상 32개의 전극에서 하나씩 길러 16개의 전극만을 EIT 시스템에 연결하여 사용한다. 그림 4(b)는 Agilent 4284A LCR 미터로 전류를 주입시키기 위해 사용되고, 그림 4(c)는 Agilent 34970A 멀티미터로 각 전극에서의 전압을 측정하기 위해 사용된다.

우선, 실온의 수돗물을 팬텀의 전극 높이(20cm)까지 채운 후, 10mA의 전류를 인접 주입방법[1]으로 전극들에 인가한다. 그리고 이에 유기되는 전압을 각 전극을 통해 측정한다. 이 때 사용된 수돗물의 도전율 값은 대략 83.6×10^{-6} S/cm이다.

이 실험에서는 두 가지의 시나리오를 설정하고 데이터를 측정하였다. 첫 번째는 배경의 도전율이 균질한 경우로, 수돗물만 채워져 있는 경우이고, 두 번째는 팬텀의 도전율이 비균질한 경우로, 반지름이 1cm인 아르릴 봉이 가운데에 하나 존재하는 경우이다.

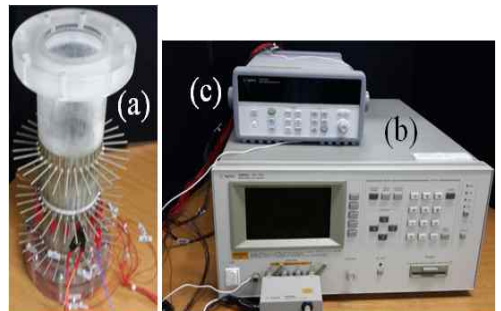


Fig. 4. EIT measurement system. (a) phantom, (b) LCR meter for source, (c) multimeter for acquisition
그림 4. EIT 측정 시스템. (a) 팬텀, (b) 소스용 LCR 미터, (c) 데이터 취득용 멀티미터

2. 비교분석

이 절에서는 실험 데이터와 각 정문제 해법의 해를 비교분석하고자 한다. 이에 따라 각 정문제 해법의 해를 구하기 위해 테스트 팬텀과 동일한 구조로 가상 팬텀을 구성하고 시뮬레이션 하였다.

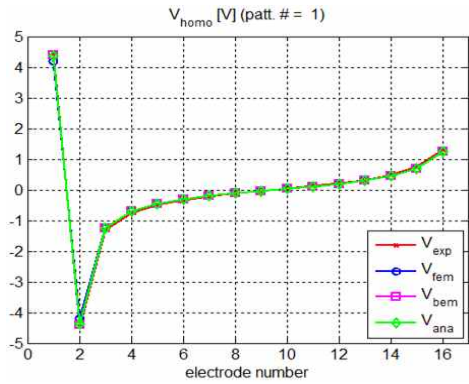
우선, 각 정문제 해법에 대해 설정된 공통 사항들은 다음과 같다. 관심 도메인을 반경이 4cm이고 높이가 20cm인 원통형으로 간주하였다. 그리고 폭이 0.6cm이고 높이가 20cm인 16개의 전극들이 가상 팬텀의 경계면에 일정한 간격으로 부착되어 있다고 가정하였다. 그리고 배경의 도전을 값은 수돗물의 도전율과 유사하게 83.6×10^{-6} S/cm로 설정하였고, 표적의 도전을 값은 3×10^{-10} S/cm이고 그 모양은 반경이 1cm인 원통형으로 가정하였다. 그리고 접촉저항은 $0.005 \Omega \text{cm}^2$ 로 설정하고 모든 전극에서의 접촉저항은 동일하다고 가정하였다. 그리고 각 전극을 통해 인접 주입방식으로 크기가 10mA인 전류를 인가하고, 전극에 유도되는 전압을 계산하였다.

다음으로, 해석적 방법에서 필요한 사항은 다음과 같다. 푸리에 급수의 개수는 $N_a = 8192$ 로 충분히 크게 설정하였다. 배경이 균질한 경우에는 완전전극 모델을 사용하여 전압을 계산하였고, 배경이 비균질한 경우에는 갭 모델[15]을 개선한 ave-gap 모델을 사용하여 전압을 계산하였다. 왜냐하면 해석적 방법에서 비균질인 경우에는 완전전극 모델의 전압을 계산할 수가 없기 때문이다.

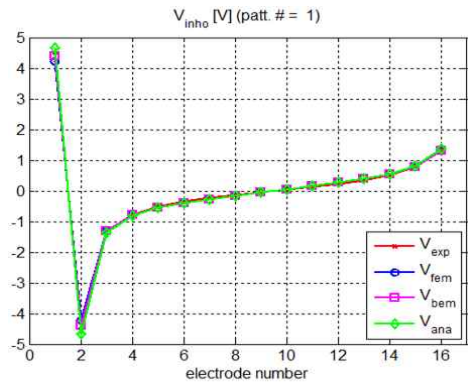
그리고 유한 요소법에서는 $N_b = 5761$ 의 노드 개수와 11264개의 원소 개수를 갖는 조밀한 메시를 사용하여 전압을 계산하였다.

그리고 경계 요소법에서는 각 전극과 갭 상의 세그먼트의 개수를 각각 50으로 설정하였으므로, 전체 전극 상의 세그먼트 개수는 $M_E = 800$ 이고 전체 갭 상의 세그먼트 개수는 $M_G = 800$ 으로 설정하여 배경이 균질한 경우의 전압을 계산하였다. 그리고 표적 경계면 상의 세그먼트의 개수는 $M_C = 200$ 로 설정하여 배경이 비균질한 경우의 전압을 계산하였다.

$L=16$ 개의 전극에 인접 전류 주입방법을 적용하는 경우에는 16개의 전류패턴에 대한 전압 데이터가 측정되는데, 그 중 첫 번째 패턴에 대한 전압 데이터를 그림 5에 도시하였다. 이는 첫 번째 전류패턴에서 전극 1과 전극 2를 각각 소스(source)와 싱크(sink)로 사용하여 전류를 주입시키고 모든 전극에서 전압을 측정 후 식 (5)의 제약조건을 적용한 결과이다. 그림 5(a)는 배경이 균질한 경우이고 그림 5(b)는 배경이 비균질한 경우이다. 실험 데이터(V_{exp})는 \times 로, 유한 요소법에 의한 전압 데이터(V_{fem})는



(a)



(b)

Fig. 5. Voltage data for first current pattern. (a) homogeneous case, (b) inhomogeneous case

그림 5. 첫 번째 전류패턴에 대한 전압 데이터. (a) 균질한 경우, (b) 비균질한 경우

\circ 로, 경계 요소법에 의한 전압 데이터(V_{bem})는 \square 로, 해석적 방법에 의한 전압 데이터(V_{ana})는 \diamond 로 각각 표시하였다.

그림 5에서 보는 바와 같이, 전극 1과 전극 2에서의 전압값을 제외하고는 대체적으로 모든 해법들의 전압 데이터들이 각 전극에서 서로 비슷하게 나타나고 있다. 그리고 배경이 균질한 경우와 비균질한 경우에 대한 전압 데이터를 비교해 보면 이 또한 전압 값들이 서로 유사하다. 이는 인접 주입방법의 특성 때문이다. 즉, 이 방법은 경계면에서 특히 소스와 싱크에 해당되는 전극에서 감도가 아주 우수한 반면에, 도메인의 중앙에서 감도가 가장 낮기 때문이다. 그러므로 첫 번째 전류패턴에서는 전극 1과 전극 2에서 각각 가장 큰 값과 가장 작은 값을, 나머지 전극에서는 비슷한 값들을 나타낸다. 그리고 균질한 경우와 비균질한 경우에 서로 유사한 전압 그래프를 보인다.

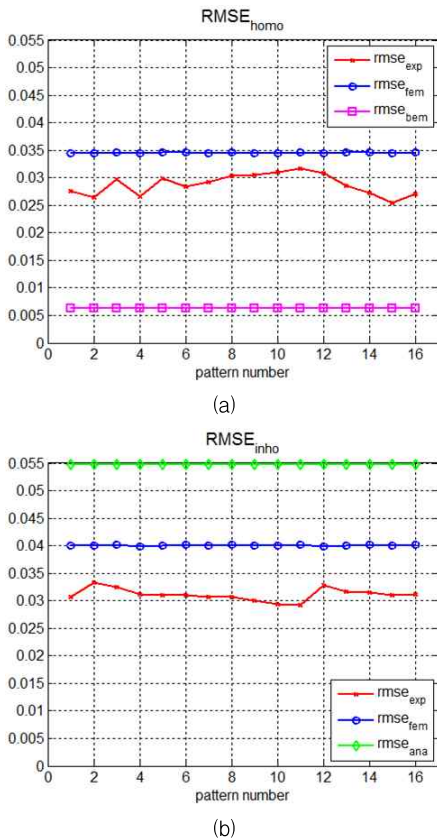


Fig. 6. RMSE. (a) homogeneous case, (b) inhomogeneous case
 그림 6. RMSE. (a) 균질한 경우, (b) 비균질한 경우

그림 6은 각 주입패턴에 따른 RMSE(root mean square error)를 보여주고 있다. 그림 6(a)는 배경이 균질한 경우로 V_{ana} 를 기준으로 하여 각 해법들의 RMSE를 계산한 결과이고, 그림 6(b)는 배경이 비균질한 경우로 V_{bem} 을 기준으로 계산한 RMSE 그래프이다. 여기서 비균질의 경우에 경계 요소법을 기준으로 삼은 이유는 두 가지다. 첫 번째는 해석적 방법에 사용된 ave-gap 모델은 정확도가 다소 떨어지기 때문이고, 두 번째는 균질의 경우에서 경계 요소법의 해법의 RMSE가 가장 낮은 오차를 보이고 있기 때문이다. 추가로, 각 해법에 대한 전체 RMSE는 표 1에 나타내었다.

그림 6과 표 1의 RMSE에서 알 수 있는 바와 같이, 배경이 균질한 경우에 해석적 방법의 해와 경계 요소법의 해와의 오차가 가장 낮고, 다음으로 실험 데이터와의 오차가 약간 크며, 유한 요소법의 해와의 오차가 가장 크게 나타나고 있다. 유한 요소법에서

Table 1. Total RMSE for homogeneous and inhomogeneous cases

표 1. 균질한 경우와 비균질한 경우에 대한 전체 RMSE

Homogeneous case			
RMSE _{exp}	RMSE _{fem}	RMSE _{bem}	RMSE _{ana}
2.88%	3.45%	0.63%	-
Inhomogeneous case			
RMSE _{exp}	RMSE _{fem}	RMSE _{bem}	RMSE _{ana}
3.12%	4.01%	-	5.47%

도메인 내부를 더 세분화하여 원소의 개수를 증가시킨다면 해법의 정확도가 향상될 것으로 사료된다. 하지만 그만큼 계산시간은 더 증가하게 된다. 그리고 각 해법의 그래프가 패턴에 따라 일정하게 나타나는 이유는 모든 전극에서의 접촉저항을 동일한 값으로 설정했기 때문이다. 그리고 실험 데이터에서 오차가 다소 큰 이유는 사용된 팬텀의 노화로 인하여 각 전극에서의 접촉저항이 서로 다르고, 측정과정에서 측정오차가 비교적 높게 나타난 것으로 사료된다.

IV. 결론 및 향후 과제

이 논문에서는, 2차원 원형 도메인에서 완전전극 모델을 이용한 해석적 방법의 정문제 해법을 유도하였다. 그리고 배경이 균질인 경우와 비균질인 경우에 대해 해석적 방법과 유한 요소법과 경계 요소법의 전압 데이터와 팬텀 실험의 전압 데이터를 비교분석하였다. RMSE(root mean square error)의 비교 결과, 완전전극 모델의 해석적 방법과 경계 요소법이 가장 우수하였고 유한 요소법은 다소 정확도가 떨어졌다. 그리고 실험 데이터의 오차가 다소 크게 나타났다. 이는 팬텀의 노화와 EIT 시스템의 측정오차가 비교적 높게 측정된 것으로 사료된다. 따라서 정문제의 해법들과 실험 데이터의 폭넓은 비교분석을 통해, EIT 측정 시스템의 데이터 보정 및 측정오차를 줄일 수 있는 방법을 강구하는 연구를 이 논문의 향후 과제로 하고자 한다.

References

[1] J. G. Webster, *Electrical Impedance Tomography*, IOP Publishing Ltd, 1990
 [2] D. S. Holder, *Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications*, IOP Publishing Ltd, 2005
 [3] M. Cheney, D. Isaacson, J. C. Newell, S. Simske, J. Goble, "NOSER: An algorithm for solving the

inverse conductivity problem," *International Journal of Imaging Systems and Technology*, Vol.2, pp.66-75, 1990

[4] B. S. Kim, G. Boverman, J. C. Newell, G. J. Saulnier, D. Isaacson, "The complete electrode model for EIT in a mammography geometry," *Physiological Measurement*, Vol.28, pp.57-69, 2007

[5] T. M. Murai, Y. Kagawa, "Electrical impedance computed tomography based on a finite element model," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.32, pp.177-184, 1985

[6] M. Vauhkonen, *Electrical impedance tomography and prior information*, Ph.D. Thesis, University of Kuopio, Finland, 1997

[7] P. Kauppinen, J. Hyttinen, P. Laarne, J. Malmivuo, "A software implementation for detailed volume conductor modelling in electrophysiology using finite difference method," *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, Vol.58, pp.191-203, 1999

[8] R. P. Patterson, J. Zhang, "Evaluation of an EIT reconstruction algorithm using finite difference human thorax models as phantoms," *Physiological Measurement*, Vol.24, pp.467-475, 2003

[9] R. G. Aykroyd and B. A. Cattle, "A boundary element approach for the complete electrode model of EIT illustrated using simulated and real data," *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol.15, pp.441-461, 2007

[10] A. K. Khambampati, B. A. Lee, K. Y. Kim and S Kim, "An analytical boundary element integral approach to track the boundary of a moving cavity using electrical impedance tomography," *Measurement Science and Technology*, Vol.23, 035401, pp.1-17, 2012

[11] V. Cutrupi, F. Ferraioli, A. Formisano, R. Martone, "An approach to the electrical resistance tomography based on meshless methods," *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol.43, pp.1717-1720, 2007

[12] Rong-Li Wang, *A meshless method for solving the forward problem of electrical impedance tomography*, Ph.D. Thesis, Jeju National University, Korea, 2013

[13] K.-S. Cheng, D. Isaacson, J. C. Newell, D. G. Gisser, "Electrode models for electric current computed tomography," *IEEE Transactions on*

Biomedical Engineering, Vol.36, pp.918-924, 1989

[14] E. Somersalo, M. Cheney, D. Isaacson, "Existence and uniqueness for electrode models for electric current computed tomography," *SIAM Journal on Applied Mathematics*, Vol.52, pp.1023-1040, 1992

[15] J. C. Newell, D. Isaacson, D. G. Gisser, "Rapid assessment of electrode characteristics for impedance imaging," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol.37, pp.735-738, 1990

BIOGRAPHY

Bong Seok Kim (Member)



1999 : BS degree in Electronic Engineering, Jeju National University.

2001 : MS degree in Electronic Engineering, Jeju National University.

2006 : PhD degree in Electronic

Engineering, Jeju National University.

2014~Present : Research Professor, BK21+ Clean Energy Convergence and Integration Center for Human Resources Training and Education, Jeju National University.

Kyung Youn Kim (Member)



1983 : BS degree in Electronic Engineering, Kyungpook National University.

1986 : MS degree in Electronic Engineering, Kyungpook National University.

1990 : PhD degree in Electronic

Engineering, Kyungpook National University.

1990~Present : Professor, Dept. of Electronic Engineering, Jeju National University.