

# 희소한 부호 자리수 계수를 갖는 FIR 필터 설계

## Design of FIR Filters With Sparse Signed Digit Coefficients

김 시 현\*

Seehyun Kim\*

### Abstract

High speed implementation of digital filters is required in high data rate applications such as hard-wired wide band modem and high resolution video codec. Since the critical path of the digital filter is the MAC (multiplication and accumulation) circuit, the filter coefficient with sparse non-zero bits enables high speed implementation with adders of low hardware cost. Compressive sensing has been reported to be very successful in sparse representation and sparse signal recovery. In this paper a filter design method for digital FIR filters with CSD (canonic signed digit) coefficients using compressive sensing technique is proposed. The sparse non-zero signed bits are selected in the greedy fashion while pruning the mistakenly selected digits. A few design examples show that the proposed method can be utilized for designing sparse CSD coefficient digital FIR filters approximating the desired frequency response.

### 요 약

광대역 통신 모뎀이나 초고해상도 비디오 코덱 등과 같이 높은 데이터율을 갖는 시스템을 하드웨어로 구현할 때에는 디지털 필터의 고속 구현이 필수적이다. 디지털 필터의 임계경로는 대부분 MAC (multiplication and accumulation) 연산 회로이므로 필터 계수의 0이 아닌 비트의 갯수가 희소하다면 하드웨어 비용이 적은 덧셈기로도 디지털 필터를 고속으로 구현할 수 있다. 압축센싱은 신호의 희소 표현이나 희소 신호의 복원에 우수한 성능을 보임이 최근 연구에서 보고되고 있다. 본 논문에서는 압축센싱에 기반한 디지털 FIR 필터의 CSD (canonic signed digit) 계수를 찾는 방법을 제안한다. 주어진 주파수 응답과의 오차를 최소화하면서 탐욕적 방법으로 희소한 0이 아닌 부호자리수를 찾고 잘못 선택되었던 부호자리수는 제거하는 과정을 반복한다. 설계 예를 통해 제안된 방법으로 희소한 0이 아닌 CSD 계수의 FIR 필터를 설계할 수 있음을 보인다.

*Key words : FIR filter design, compressive sensing, CSD, discretization process, bit-serial implementation*

## 1. 서론

\* Dept. of Information and Communication Engineering, The University of Suwon  
(email: [seehyun@suwon.ac.kr](mailto:seehyun@suwon.ac.kr), tel:+82-31-229-8217)  
Manuscript received Jul. 10, 2015; revised Aug. 28, 2015 ; accepted Sep. 2, 2015

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

UHD (ultra high definition) TV, SDR (software defined radio), 의료 영상, 광대역 통신 등 주목받고 있는 다양한 신호처리 응용 분야에서 매우 많은 양의 데이터의 실시간 처리가 요구되고 있다. 특히 처리 과정의 모든 단계에서 선형 위상 FIR 필터가 사용되고 있으며 이들의 데이터 처리율을 높이기 위해 고속 구현에 대한 연구가 지속되고 있다. 반도체 제조 기술의 향상으로 인해 단위 소자의 스위칭 속도가 빨라

지고 있으므로 필터의 고속 구현이 용이해 지고 있다. 그러나 그에 따라 알고리즘의 복잡도도 증가하며 사용되는 데이터의 양도 늘어나므로 필터의 구현에 다양한 접근 방식이 적용되고 있다.

범용 DSP와 같이 프로그램 가능한 소자가 사용되기도 하며 좀 더 높은 처리 속도를 위해서 여러개의 DSP를 사용하여 병렬 처리 기법을 도입하기도 한다. 필터 계수가 바뀌지 않는다면 ASIC이나 FPGA 등과 같은 전용 하드웨어를 사용하여 요구되는 데이터 처리 속도를 만족시키기도 한다. FIR 필터의 주요 연산은 곱셈과 덧셈의 조합인데 병렬 곱셈기가 하드웨어의 성능과 비용을 결정하는 주요 요소이다. 만약 필터의 계수가 2의 지수승의 합과 차로 표현된다면 병렬 곱셈기 대신 덧셈기만으로 곱셈 연산을 수행할 수 있다. 더욱이 계수의 0이 아닌 2의 지수승이 희소(sparse)하다면, 즉 그 개수가 매우 적다면, 몇번의 덧셈만으로 곱셈 연산을 대체할 수 있고 따라서 FIR를 고속으로 구현할 수 있게 된다.

## 1. 부호 자리수 형식

Radix-2 부호자리수 (signed digit) 형식은 2의 지수승 즉,  $2^{-i}$ 의 합과 차로 수를 표현한다. 어떤 수를 radix-2 부호자리수 형식으로 나타낼 수 있는 방법은 여러 가지이다. 즉, 유일하지 않다. 또한 최소 개수의 0이 아닌 자리수가 최소가 되는 표현 방법도 유일하지 않다. CSD (canonic signed digit) 형식은 0이 아닌 자리수의 개수가 최소화이며, 표현 방식도 유일하다 [1]. 2진수로 표현된 수를 CSD 형식으로 변환하는 방법도 널리 알려져 있다[2]. 2진 표현 방식보다 매우 적은 2의 지수승들을 사용하여 임의의 수를 표현할 수 있다는 점이 CSD 표현 방식의 장점이다. FIR 필터의 계수가 CSD 형식으로 표현된다면 곱셈기를 사용하지 않아도 적은 횟수의 덧셈만으로 필터링 연산을 수행할 수 있다. 이는 곧 하드웨어 구현 비용을 낮추면서도 높은 처리율(through-put)을 얻을 수 있음을 의미하므로 CSD 형식은 UHDTV, 광대역 통신, SDR 등의 구현에 적합하다. 따라서 필터의 저비용 고속 구현을 위해 주파수 특성을 만족시키면서 0이 아닌 자리수가 희소(sparse)한 CSD 형식의 필터 계수를 찾아야 한다.

## 2. 압축센싱

신호의 획득과 압축 분야에서 새로운 접근 방법 중의 하나로서 압축센싱(compressive sensing)이 최

근 연구자들의 높은 관심을 받고 있다. 아날로그 신호의 전통적인 획득 방법은 Nyquist 이론에 기반을 두고 있다. 이 이론은 모든 종류의 신호를 획득할 때 적용할 수 있는 충분조건이다. 그러나 특별한 성격을 갖는 신호에 대해서는 그 효율성이 매우 떨어지는 단점이 발생한다. 예를 들어, 차수(order)가  $N$ 인 벡터 신호  $x$ 의 0이 아닌 원소의 개수  $K$ 가  $N$ 보다 매우 작다면, 즉  $x$ 의 0이 아닌 원소가 희소하다면,  $N$ 보다 작은  $M$ 의 차수를 갖는 측정값 벡터  $y$ 로도  $x$ 를 완전하게 복원해낼 수 있음이 잘 알려져 있다[3,4]. 달리 말하면, 측정 행렬  $\Phi$ 를 통하여  $y$ 를 만족시키는 희소한  $x$ 를 찾을 수 있다는 것이다.  $y \in R^M$ 는  $x$ 와 샘플링 벡터  $\{\phi_i | i \in [1: M]\}$  사이의 내적으로 계산되며 다음과 같이 표현된다.

$$y = \Phi x \quad (1)$$

$\Phi$ 는  $M \times N$  측정행렬이며,  $M < N$  이므로  $y$ 로부터  $x$ 를 복원하는 문제는 하나 이상의 해를 갖는 under-determined 상황이다. 따라서 일반적으로  $x$ 를 유일하게 복원할 수 없다. Candes[3]와 Donoho[4]의 연구에 따르면  $x$ 가 충분히 희소하고  $\Phi$ 가 적절히 균일한 투사 특성을 가지고 있다면  $M = O(K \log(N/K))$ 개의 측정값으로  $x$ 를 복원해 낼 수 있다. 이 때 복원에 사용할 수 있는 여러가지 방법이 제안되었는데, 그 중 하나는 비선형 컨벡스 최적화 기법으로 식 (2)과 같은  $l_1$  크기를 최소화하는 기저추구(Basis Pursuit, BP) 방법[5]이다.

$$\hat{x} = \arg \min \|x\|_1 \text{ subject to } \Phi x = y \quad (2)$$

그러나 이 방법의 요구되는 계산량은  $O(N^3)$ 으로 매우 과도하여 실제 응용에서 사용하기 어렵다.

이러한 계산량의 문제점을 해결하기 위해 다양한 연구가 진행되고 있으며 특히 탐욕 (greedy) 알고리즘에 기반을 둔 연구가 많은 연구자들의 관심을 받고 있다. 이러한 노력으로 OMP (orthogonal matching pursuit) [6], StOMP (stage-wise OMP) [7], CoSaMP [8] 등이 제안되었다.

[9]에서는 압축센싱 기법을 이용하여 탐욕적인 방법으로 CSD 형식의 필터 계수를 찾는 방법을 제시하였다. 제시된 방법에 의하면 FIR 필터의 계수를 희소한 CSD 형식으로 설계할 수 있으므로 낮은 하드웨어 비용으로 고속 필터링을 구현할 수 있다. 그러나 어떤 필터의 조건에 대해서는 설계된 필터의 주파수특

성이 최적이지 아니기도 한다. 이는 자리수를 하나씩 찾아가는 탐욕적인 방법의 근본적인 문제점이다. 본 논문에서는 주어진 주파수 응답을 따르며 0이 아닌 자리수가 최소한 CSD 형식의 필터 계수를 갖는 디지털 FIR 필터를 압축센싱 기법을 이용하여 설계하는 알고리즘을 제안한다. 2절에서는 제안된 알고리즘을 단계별 동작과 함께 기술한다. 3절에서는 제안된 알고리즘의 성능평가를 위해 다른 연구에 사용된 필터를 다시 설계하고 그 성능을 비교 분석한다.

## II. 압축센싱 기반 CSD 계수 필터 설계

### 1. 문제의 정의

$N$ 차 선형 위상 FIR 필터의 주파수 응답은 다음과 같이 표현된다.

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^N h_n e^{-j\omega n} \quad (3)$$

$\{h_n, 0 \leq n \leq N\}$ 은 이 필터의 임펄스 응답이다. 만약  $N$ 이 짝수이고  $h_n = h_{N-n}$ 이라면 이 필터는 Type-I FIR 필터가 되고 식(3)은 다음과 같이 쓸 수 있다. 물론 이 필터의 유형이 Type-I이 아니라고 하여도 아래와 유사하게 식을 전개할 수 있다.

$$H(e^{j\omega}) = e^{-jM\omega} \left( h_M + 2 \sum_{m=1}^M h_{M-m} \cos(m\omega) \right) \quad (4)$$

단  $M = N/2$ 이다.  $x \equiv (h_M, 2h_{M-1}, \dots, 2h_0)^T$ 라 정의하면 이 필터의 주파수 응답의 크기는 다음과 같다.

$$|H(e^{j\omega})| = \phi(\omega)^T x \quad (5)$$

단  $\phi(\omega) \equiv (\cos(0), \cos(\omega), \dots, \cos(M\omega))^T$ 이다. 주어진 목표 주파수 응답의 크기가  $|H_d(e^{j\omega})|$  라고 하면 필터를 설계하는 문제는 다음과 같아진다.

$$\|H_d(e^{j\omega}) - |H(e^{j\omega})|\|_2 < \epsilon, \quad 0 \leq \omega \leq \pi \quad (6)$$

식 (6)의 해를 구하기 위해 이산화 과정[9]을 적용한다. 즉, 0과  $\pi$ 사이의 연속 변수  $\omega$ 를 균등하게 표본화하여 이산 변수  $\omega_i, 0 \leq i \leq L$ 를 만들고, 이를 식 (6)에 적용하여 모두 모으면 다음과 같다.

$$\|y - \Phi x\|_2 < \epsilon \quad (7)$$

단

$$\Phi = (\phi(0), \phi(\omega), \dots, \phi(L\omega))^T \quad (8)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & \cos(\omega_0) & \dots & \cos(M\omega_0) \\ 1 & \cos(\omega_1) & \dots & \cos(M\omega_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(\omega_L) & \dots & \cos(M\omega_L) \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$y = (H_d(e^{j\omega_0}), H_d(e^{j\omega_1}), \dots, H_d(e^{j\omega_L}))^T \quad (10)$$

$x$ 의 각 성분  $x_i$ 를  $B$ 개의 부호자리수  $s_{ij}$ 로 표현한다면 다음과 같다.

$$x_i = \sum_{j=1}^B s_{ij} 2^{-j}, \quad 0 \leq i \leq M \quad (11)$$

$$= (2^{-1}, 2^{-2}, \dots, 2^{-B})(s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iB})^T \quad (12)$$

단  $s_{ij} \in \{-1, 0, 1\}$ 이다.  $x$ 를 행렬식으로 표현하면

$$x = \begin{pmatrix} 2^{-1} \dots 2^{-B} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 2^{-1} \dots 2^{-2} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 2^{-1} \dots 2^{-B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{01} \\ \vdots \\ s_{0B} \\ s_{11} \\ \vdots \\ s_{1B} \\ \vdots \\ s_{M1} \\ \vdots \\ s_{MB} \end{pmatrix} \quad (13)$$

이고, 행렬식의 성분의 위치를 조정하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$x = \begin{pmatrix} 2^{-1} \dots 0 & 2^{-2} \dots 0 & 2^{-B} \dots 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 2^{-1} & 0 & \dots & 2^{-2} & 0 & \dots & 2^{-B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{01} \\ \vdots \\ s_{M1} \\ s_{02} \\ \vdots \\ s_{M2} \\ \vdots \\ s_{0B} \\ \vdots \\ s_{MB} \end{pmatrix} \quad (14)$$

식 (14)를 식(7)에 대입하면 아래식을 얻는다.

$$\|y - \Psi s\|_2 < \epsilon \quad (15)$$

단,

$$\Psi = (2^{-1}\phi, 2^{-2}\phi, \dots, 2^{-B}\phi) \quad (16)$$

이고  $s$ 는 식 (14)의 오른쪽에 보이듯이  $x$ 의 각 원소의 부호자릿수로 구성된  $(M+1)B \times 1$  벡터이다.  $x$ 는 설계하려는 필터의 계수이므로 부호자릿수 형식으로 표현된다면 병렬 곱셈기를 사용하지 않고 쉬프트와 덧셈기로 필터를 구현할 수 있다. 더불어 0이 아닌 부호자릿수의 개수가 최소한  $s$ 를 찾으면 하드웨어 비용을 극도로 줄이며 필터링 연산을 고속으로 수행할 수 있다.

### 2. 압축센싱 기반 CSD 필터계수 설계 알고리즘

참고문헌 [9]에서는 식 (15)의 문제를 각 부호자릿수 위치 별로 0이 아닌 자리수가 있는 지를 결정하고 이를 모든 자릿수에 대해 반복하는 알고리즘을 제안하였다. 그러나 반복과정에서 한번 선택된 자리수는 추후에 배제되지 않는 단점이 있다. 만약 초기에 잘못 선택된 자리수가 있다면 최종 결과도 최적의 성능을 보이지 어렵다.

본 논문에서는 주어진 주파수 응답 특성을 만족하는 최소한 부호자릿수 형식의 FIR 필터 계수를 찾는 알고리즘을 그림 1과 같이 제안한다. 참고문헌 [9]의 알고리즘에 기반하고 있으며, 매 반복 단계마다 잘못 선택된 자리수를 찾아 제거하는 과정이 차별화 사항이다. 초기화 과정으로는 잔차 신호  $r$ 를  $y$ 로 설정하고 선택된 자리수들의 집합  $\Gamma_0$ 을 공집합으로 설정한다. 수행이 종료되면  $\Gamma_n$ 으로부터  $x$ 을 구하고, 잔차  $r$ 은  $l_2$  크기가  $\epsilon$ 보다 작거나 0에 가까운 값을 가지게 된다.

그림 1과 같이 반복과정은 크게 선택(S), 추가(A), 정리(P), 및 갱신(U)의 네 단계로 구성된다. 선택, 즉 S 단계에서는 하나의 부호자릿수를 추가할 계수 즉,  $x_\mu$ 와 그 값,  $2^{-\nu}$ 를 선택한다.

A 단계에서는 S 단계에서 결정된 자리수, 즉  $x^{\mu\nu}$ 를  $\Gamma_{n-1}$ 에 더한다. 즉, 이 단계가 실행될 때마다 하나의 부호자릿수가  $x$ 에 추가되고, 따라서 주파수 응답 특성이 개선된다. 감소되는 잔차신호를 구한다 ( $r_\Delta$ ). 새로운 자리수가 추가되면 이전에 추가된 자리수가 잔차신호를 줄이는데 기여하는 양에 변화가 올 수 있다. 즉  $\Gamma_{n-1}$ 에서 각 성분의 기여도는 증명되었지만  $\Delta$ 로 계수를 구성할 때에는 그 기여도가 떨어질 수 있다.

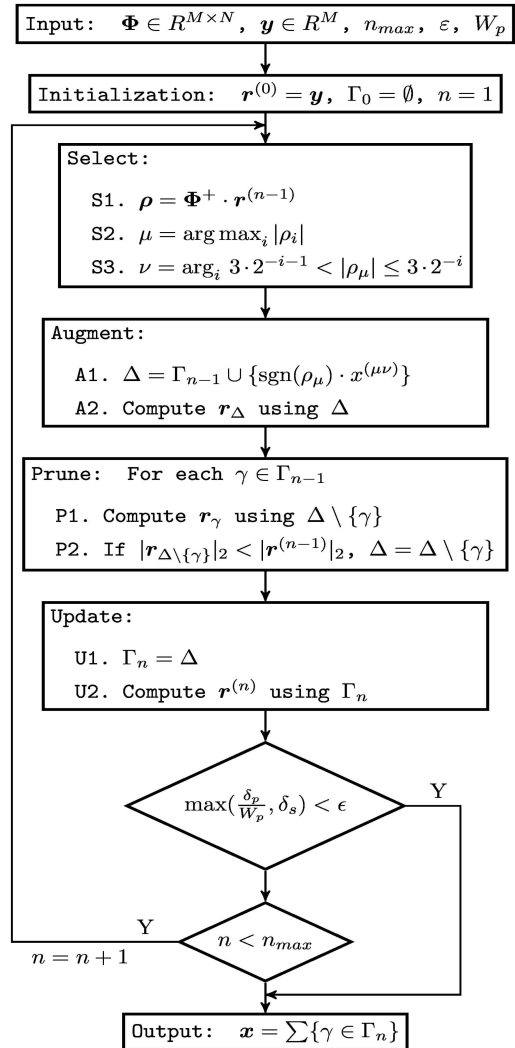


Fig. 1. Compressive sensing based FIR filter design algorithm with signed digit coefficients

그림 1. 압축센싱 기반 부호 자릿수 계수 FIR 필터 설계 알고리즘

P 단계에서는  $\Gamma_{n-1}$ 의 모든 성분에 대해 잔차에 대한 기여도를 다시 측정한다. 만약 그 반복단계에서 새로 추가된 자리수보다 기여도가 적은 성분이  $\Gamma_{n-1}$ 에 있다면 그 자리수를  $\Delta$ 에서 제외시킨다.

마지막으로 U 단계에서는  $\Gamma_n$ 을 갱신하고 수정된  $x$ 를 사용하여 잔차를 다시 계산한다.

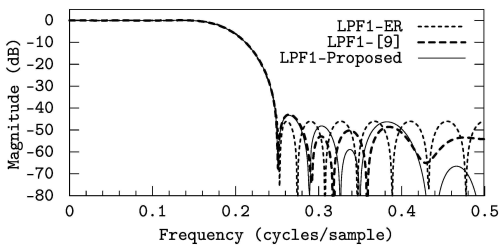
개선된 주파수 응답을 이용하여 통과영역과 정지대

역의 최대 ripple  $\delta_p$ 와  $\delta_s$ 를 구한 다음 최대 허용 오차  $\epsilon$ 와 비교한다.  $W_p$ 는 통과대역 ripple의 가중치이다.  $W_p = 1$ 이면  $\delta_p$ 와  $\delta_s$ 를 동등하게 비교하고,  $W_p < 1$ 이면 통과대역 ripple이 더 작아지게 된다. 만일 최대 ripple이 성능 조건을 만족하면 반복은 종료되며 더 이상 필터 계수에 부호자릿수를 추가하지 않는다. 주어진 반복 횟수를 마쳤으면 실행을 종료하고, 그렇지 않으면 다음 반복과정을 수행한다.

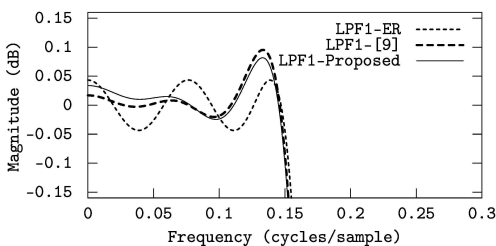
### III. 설계된 필터의 성능 비교

이 절에서는 제안된 알고리즘의 부호자리수 필터 설계 능력을 참고문헌 [9]와 비교하여 제안된 알고리즘이 더 낮은 구현 비용으로 더 우수한 주파수 특성을 가짐을 보인다. 두개의 저역통과 필터에 대해 비교를 수행하였으며 통과대역 절단 주파수와 정지대역 절단 주파수는 각각  $\omega_p, \omega_s$ 이다. 제안된 알고리즘으로 설계된 부호자리수 필터를 [9]의 결과 및 Matlab에서 설계된 equiripple 부동소수점 필터와 비교하였다.

#### 1. 필터 설계 예 1



(a)



(b)

Fig. 2. Frequency response 25-tap FIR filter of the example 1 in the (a) whole band and (b) passband.

그림 2. 예제 1의 25-탭 FIR 필터의 주파수 응답; (a) 전 대역, (b) 통과대역

성능 비교를 위해 참고문헌 [10]에서 사용되었던 필터를 채택하였다. 사용된 필터는 25차의 저역통과 필터이며 통과대역 절단주파수와 정지대역 절단주파수는 각각  $\omega_p=0.15, \omega_s=0.25$  cycle/sample이다. 통과대역 ripple( $\delta_p$ )과 정지대역 ripple( $\delta_s$ )은 모두 0.005(-46dB)으로 설정하였다. 그림 2-(a)에서는 모든 대역의 주파수 응답을 보여주며, 그림 2-(b)에서는 통과대역의 주파수 응답 특성만을 보인다. Equiripple FIR 필터의 주파수 응답은 그림 2의 “LPF1-ER”의 선과 같다. 참고문헌 [9]의 방법으로 설계된 필터의 주파수 응답은 “LPF1-[9]”이고, 제안된 알고리즘을 사용하여 주어진 규격의 주파수 특성은 “LPF1-Proposed”이다. 그림에서 보는 바와 같이 두 개의 부호자리수 필터가 모두 equiripple 필터보다는 통과대역 리플도 크고 정지대역 감쇄도 부족하지만 구현의 측면에서 낮은 비용과 높은 처리 속도의 장점이 있다. 부호자리수 필터끼리 비교해 보면 제안된 알고리즘의 결과가 참고문헌 [9]의 결과보다 좋은 성능을 보인다. 정지대역 감쇄는 제안된 알고리즘이 -43.29dB으로 [9]

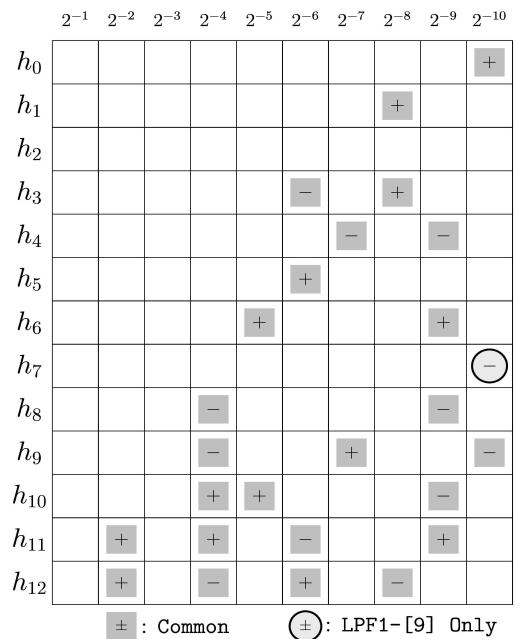


Figure 3. Map of the signed digits for coefficients of both “LPF1-[9]” and “LPF1-Proposed”.

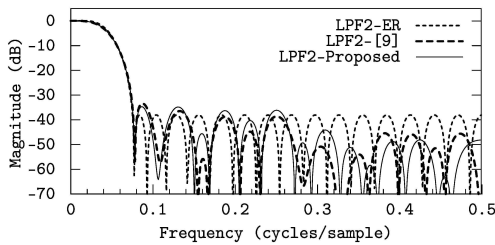
그림 3. “LPF1-[9]”과 “LPF1-Proposed” 계수의 부호자리수 지도

(-42.95dB) 보다 약 0.34dB 우수하다. 통과대역 리플도 제한된 알고리즘들이 -40.45dB으로 [9] (-39.17dB) 보다 약 1.28dB 우수하다.

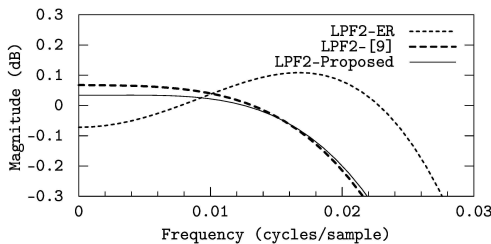
그림 3은 두 부호자리수 필터의 계수의 위치를 나타낸다. 격자 내의 각 셀들은 계수의 부호자리수를 나타낸다. 빈 셀은 그 계수가 0이고, +와 -는 각각 +1과 -1을 나타낸다. 제안된 알고리즘은 정리(prune) 단계가 있어 이전 단계에서 잘 못 추가된 부호자리수를 제거하는 기능이 있다. 그로 인해 그림 3에서 보는 바와 같이 제안된 알고리즘은 [9]와 유사한 부호자리수를 선택하지만  $h_7$ 의  $2^{-10}$  자리수는 제거하였다. 즉 적은 부호자리수로 주어진 성능을 만족시키는 필터 계수를 찾을 수 있었다. 두 그림에서 보는 바와 같이 제안된 알고리즘에 의한 필터는 [9]의 결과보다 부호자리수는 적으면서 통과대역의 리플도 작고, 정지대역 감쇄도 더 큼을 알 수 있다. 13개의 계수에 25개의 부호자리수를 사용하므로 탭당 약 1.92(25/13) 번의 덧셈만으로 필터링을 수행할 수 있다.

2. 필터 설계 예 2

이 예는 참고문헌 [11]에서 사용된 저역 통과 필터



(a)



(b)

Fig. 4. Frequency response 35-tap FIR filter of the example 2 in the (a) whole band and (b) passband.

그림 4. 예제 2의 35-탭 FIR 필터의 주파수 응답; (a) 전 대역, (b) 통과대역

규격을 사용하였다. 35차 필터이고 통과대역 및 정지대역 절단주파수는 각각  $\omega_p=0.025$ ,  $\omega_s=0.0725$  cycle/sample이다. 이전 예와 동일하게 먼저 Matlab을 사용하여 이러한 규격의 부동소수점 계수의 equiripple FIR 필터를 설계하였다. 통과대역 ripple( $\delta_p$ )과 정지대역 ripple( $\delta_s$ )은 모두 -38.1dB이다. 그림 4의 (a)와 (b)는 각각 전체 대역과 통과대역의 주파수 특성을 나타낸다. “LPF2-ER”는 equiripple 필터의 특성을 보여주며, “LPF2-[9]”는 참고문헌 [9]의 방법으로 설계된 필터의 특성을 표시한다. 제안된 알고리즘에 의한 결과는 “LPF2-Proposed”로 표시된다. 설계 예 1과 동일하게 제안된 방법으로 설계된 필터가 모든 면에서 [9]의 결과보다 우수하다. 정지대역 감쇄는 제안된 알고리즘이 -40.45dB로 [9] (-39.17dB) 보다 약 1.18dB 높고, 통과대역 리플도 -48.18dB로 [9] (-42.19dB) 보다 약 5.99dB 우수하다. 또한 그림 5에서 보는 바와 같이 제안된 알고리즘은 사용한 부호자리수가 두 개 적다. 즉 필터 설계의 반복 과정 중에 이전 단계에서 잘못 선택된 부호자리수를 제외시켰기

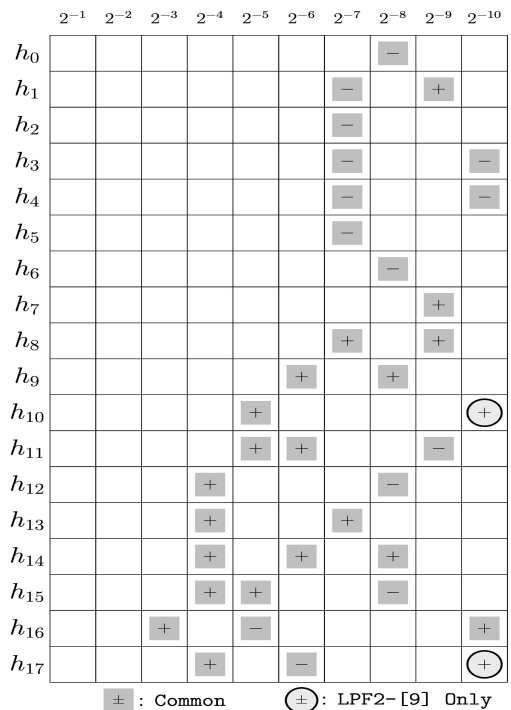


Figure 5. Map of the signed digits of the coefficients of both “LPF2-[9]” and “LPF2-Proposed”.

그림 5. 설계 예 2의 부호자리수 계수

때문이다. 이전 예와 같이 제안된 알고리즘은 [9]의 결과보다 부호자리수는 적으면서 통과대역의 리플도 작고, 정지대역 감쇄도 더 큰 필터를 설계할 수 있음을 알 수 있다. 18개의 계수에 34개의 부호자리수를 사용하므로 탭 당 약 1.89(34/18) 번의 덧셈만으로 필터링을 수행할 수 있다.

#### IV. 결론

본 논문에서는 향상된 성능의 부호자리수 계수를 찾는 압축센싱 기반의 FIR 필터 설계 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 주어진 주파수 응답과 부호자리수 계수 필터의 주파수 응답의 차이를 잔차 신호로 삼아 매 반복단계마다 잔차 신호를 가장 크게 줄일 수 있는 부호자리수를 탐욕적으로 찾아 간다. 또한 매 반복 단계마다 이전에 선택된 부호자리수의 주파수 응답 기여도를 다시 측정하고, 잘못 선택되었던 부호자리수는 제거한다. 설계 예를 통해, 제안된 알고리즘이 이전의 연구보다 사용하는 부호자리수는 적으면서 정지대역 감쇄와 통과대역 리플의 특성이 더 우수한 낮은 구현 복잡도와 높은 동작속도의 FIR 필터를 설계할 수 있음을 알 수 있다.

#### References

- [1] R. Hartley, "Optimization of canonic signed digit multipliers for filter design," *Proc. IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, pp. 1992-1995, Jun., 1991.
- [2] K. Hwang, *Computer Arithmetic, Principles, Architecture, and Design*, New York, Wiley, 1979.
- [3] E. Candes, J. Romberg, and T. Tao, "Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 52, no. 2, pp. 489-509, February, 2006.
- [4] D. Donoho, "Compressed sensing," *IEEE Trans., Information Theory*, vol. 52, no. 4, pp. 1289-1306, Apr, 2006.
- [5] E. Candes and T. Tao, "Decoding by linear programming," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 51, no. 12, pp. 4203-4215, Dec. 2005.
- [6] J. A. Tropp, "Greed is good: algorithmic results for sparse approximation," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 50, no. 10, pp. 2231-2242, Oct. 2004.
- [7] D. Donoho, Y. Tsaig I. Drori, and J. Starck,

"Sparse solution of underdetermined linear equations by stagewise orthogonal matching pursuit," *IEEE Trans. Information Theory*, vol. 58, no. 2, pp. 1094-1121, Feb. 2012.

[8] D. Needell and J. A. Tropp, "CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples," *Appl. Comput. Harmon. Anal.*, vol. 26, no. 3, pp. 301-321, May 2009

[9] S. Kim, "Compressive sensing of the FIR filter coefficients for multiplierless implementation," *J. Korea Institute of Information and Communication Engineering*, vol. 18, no. 10, pp. 2375-2381 Oct., 2014

[10] H. Samueli, "An improved search algorithm for the design of multiplierless FIR filters with powers-of-two coefficients," *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. 36, no. 7, pp. 1044-1047, July, 1989.

[11] N. Takahashi and K. Suyama, "Design of CSD coefficient FIR filters based on branch and bound method," *Proc. International Symposium on Communications and Information Technologies*, Oct 2010, pp. 575-578

#### BIOGRAPHY

##### Seehyun Kim (Life Member)



1990 : BS degree

1992 : MS degree

1996 : PhD degree in Control and Instrumentation Engineering, Seoul National University

1997 : University of California,

Berkeley, Postdoctorate researcher

~2001 : LG Electronics, Senior researcher

~2010 : NeXilion Inc., Director

~Present : The University of Suwon, Assistant Professor