

# 원뿔 캐비테이터의 항력에 대한 수치해석

김형태<sup>†</sup>·이현배·최정규  
충남대학교 선박해양공학과

## Numerical Analysis of the Drag of Conical Cavitators

Hyoung-Tae Kim·Hyun-Bae Lee·Jung-Kyu Choi

Department of Naval Architecture & Ocean Engineering, Chungnam National University

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

In this paper, a numerical analysis is carried out to study the drag of conical cavitators, supercavity generation devices for the high-speed underwater vehicle. The realizable  $k-\epsilon$  turbulence model and the Schnerr-Sauer cavitation model are applied to calculate steady-state supercavitating flows around cones of various cone angles. The calculated drags of the cones are decomposed of the pressure and the friction parts and their dependency on the geometry and the flow conditions have been analyzed. It is confirmed that the pressure drag coefficients of the cones can be estimated by a simple function of both the cone angle and the cavitation number while the friction drag coefficients approximately by well-known empirical formulas, e.g., Schults-Grunow's for the drag of the flat plate. Finally a practical method for estimating the total drags of supercavitating cones is suggested, which can be useful consequently for the design of conical cavitators.

**Keywords** : Supercavitating flows(초공동 유동), Conical cavitators(원뿔 캐비테이터), Drag(항력)

## 1. 서론

초공동(supercavity)을 이용한 고속화 기술은 수중운동체의 머리에 장착한 캐비테이터(cavitator)에서 발생시킨 초공동으로 몸체를 감싸서 물과 접촉하는 면적을 최소화시켜 항력을 줄임으로써 수중에서 고속으로 운항하는 기술이다. 러시아, 미국, 독일, 중국을 중심으로 초공동을 활용하여 수중에서 고속 운항하는 기술이 국방기술 분야에서 연구, 개발되어왔으며, 대표적인 사례로 초공동 어뢰(supercavitating torpedo)인 러시아의 Shkval (Kim & Nah, 2011)과 독일의 Barracuda를 들 수 있다. Shkval은 원판(disk) 형상, Barracuda는 원뿔(cone) 형상의 캐비테이터를 어뢰 머리에 장착하고 수중에서 200노트 이상으로 운항이 가능한 것으로 알려져 있는데, 일반 어뢰의 주행속도가 40노트 전후임을 감안하면 초공동 어뢰는 매우 빠른 속도로 항주함을 알 수 있다.

캐비테이터는 수중운동체의 항력을 최소화하도록 초공동을 발생시키고 유지하는 장치로서 수중운동체의 속도 성능을 결정하는 초공동 고속운항 기술의 핵심이다. 초공동 수중운동체의 개념 설계 또는 기본설계의 초기 단계에서는 목표 속도를 달성하기 위한 캐비테이터의 기본 형상과 제원을 선정해야하며 이를 위해서는 캐비테이터의 초공동 및 항력 특성을 추정할 수 있어야 한다.

현재까지 캐비테이터의 기본 형상으로는 원판 또는 원뿔이 채

택되거나 제안되었는데, 이들 축대칭 형상의 캐비테이터에 대한 초공동 발생 및 항력에 대한 실험 데이터는 매우 부족하고 공개된 연구결과 또한 제한적이다. 그나마 원판과 원뿔 모형에서 발생하는 초공동 및 항력에 대한 실험 데이터 (Reichardt, 1946; Eisenberg & Pond, 1948; Self & Ripken, 1955)는 1960년대 이전에 공개된 것이며, 그 이후에는 러시아의 연구결과 (Epshtein, 1973; Logvinovich, 1975; Semenenko, 2001; Savchenko, 2002) 그리고 미국의 기초연구결과 (Brennen, 1969; Kirschner, et al., 1995; Kunz, et al., 2001; Alyanak, et al., 2004)가 고작이다.

최근 국내에서도 초공동 수중운동체에 대한 연구 (Petitpas, et al., 2011; Ahn, et al., 2012; Kim, et al., 2013; Kim, et al., 2013; Park, 2013; Kim & Lee, 2014)가 활발히 진행되고 있지만 캐비테이터의 형상과 제원의 선정에 필요한 초공동 및 유체력 정보는 아직 부족한 실정이므로 캐비테이터의 기본 설계에 활용할 수 있는 초공동 및 항력 추정 기술의 확보가 요구된다. 특히, 캐비테이터의 항력은 캐비테이터에서 발생하는 초공동의 크기를 추정하는 점근 근사식과 준 경험식에 사용되는 핵심 정보이기 때문에 캐비테이터의 항력 추정 기술은 캐비테이터 설계의 열쇠라고 할 수 있다.

본 연구에서는 독일의 초공동 어뢰인 Barracuda에서 채택하고 있는 캐비테이터의 기본 형상인 원뿔에서 발생하는 정상 상태

의 초공동 유동에 대한 수치계산 결과를 분석하고 항력공식을 도출하여 원뿔 캐비테이터의 항력을 추정하는 방법을 제안하였다.

## 2. 수치해석 방법

### 2.1 지배 방정식 및 유동 모델

캐비티 유동(cavity flows)을 수치해석하기 위하여 혼합유체(mixture fluid) 모델을 적용하면 지배방정식인 연속방정식과 RANS(Reynolds averaged Navier–Stokes) 방정식은 식 (1), (2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m U_i^m) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\rho_m U_i^m) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho_m U_i^m U_j^m) \\ &= -\frac{\partial p_i}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu_m \left( \frac{\partial U_i^m}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^m}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho_m u_i^m u_j^m} \right\} \\ & \quad + \rho_m g_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \sum_{q=1}^2 \alpha_q \rho_q U_i^{dr,q} U_j^{dr,q} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $m$ 은 혼합유체를 나타내며,  $U_i^m, u_i^m, U_i^{dr,q}$ 는 각각 혼합유체의 질량평균속도(mass averaged mean velocity), 질량평균변동속도(mass averaged fluctuating velocity), 질량평균속도( $U_i^m$ )에 대한 각 유체 상의 상대 속도이며,  $\rho_m$ 은 혼합 밀도(mixture density)이다. 질량평균속도와 혼합 밀도는 각각 식 (3), (4)와 같다.

$$U_i^m = \frac{\sum_{q=1}^2 \alpha_q \rho_q U_i^q}{\rho_m} \quad (3)$$

$$\rho_m = \sum_{q=1}^2 \alpha_q \rho_q, \quad \sum_{q=1}^2 \alpha_q = 1 \quad (4)$$

여기서  $q$ 는 혼합유체 내에 존재하는 유체의 상이며,  $\alpha_q$ 는  $q$ 상의 체적분율(volume fraction)이다. 본 연구에서 상의 개수는 2개(물과 수증기)이며,  $\mu_m$ 은 혼상 점성계수로 다음 식 (5)와 같다.

$$\mu_m = \sum_{q=1}^2 \alpha_q \mu_q \quad (5)$$

$-\overline{\rho_m u_i^m u_j^m}$ 는 혼합유체유동에 대한 레이놀즈 응력(Reynolds stresses)으로서 Boussinesq 가정으로부터 식 (6)과 같이 레이놀

즈 응력을 가정하고, 난류점성계수  $\mu_t$ 는 realizable  $k-\epsilon$  난류모델을 사용하여 구하였다. 여기서  $k$ 는 난류운동에너지이며, 물체 벽면 경계조건의 처리에는 표준 벽함수(standard wall function)를 사용하였다.

$$-\overline{\rho_m u_i^m u_j^m} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i^m}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j^m}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \rho_m k \delta_{ij} \quad (6)$$

한편, 상과 상 사이의 경계는 체적분율(0.5)로 결정되며, 먼저 2차상(secondary phase)에 대한 체적분율 방정식(volume fraction equation)으로부터 2차상의 체적분율을 구하고, 식 (4)로부터 1차상(primary phase)의 체적분율을 구한다. 2차상  $p$ 에 대한 체적분율 방정식은 다음 식 (7)과 같다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\alpha_p \rho_p) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_p \rho_p U_i^m) \\ &= -\frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_p \rho_p U_i^{dr,p}) + \sum_{q=1}^2 (\dot{m}_{qp} - \dot{m}_{pq}) \end{aligned} \quad (7)$$

캐비티 유동을 해석을 위해서는 체적분율 방정식 뿐 아니라 증기에 대한 수송방정식도 풀어야 하며 증기 수송방정식은 식 (8)과 같다. 식 (8)의 우변은 기화 압력에 대한 상대 압력에 따라서 기화(evaporation) 또는 응축(condensation)하는 상변화를 모델링한 소스(source) 항이다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_v \rho_v) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\alpha_v \rho_v U_i^v) = R_e - R_c \quad (8)$$

여기서  $v$ 는 증기에 대한 상(vapor phase)을 나타내고,  $\alpha_v$ 는 증기의 체적분율,  $\rho_v$ 는 증기 밀도이며,  $U_i^v$ 는 증기의 속도이다.  $R_e$ 와  $R_c$ 는 캐비티 내의 증기와 액체 사이에서 각각 기화 및 응축을 나타내는 소스 항이며, 액체 내부에서 단일 기포의 성장을 기초로 모델링한 Rayleigh–Plesset 방정식을 기본으로 하고 있다(ANSYS, 2010). 기화 및 응축 항은 유사한 방식으로 나타내며, 각각 식 (9) 및 (10)과 같다. 기화 압력(vapor pressure)  $p_v$ 를 기준으로 압력이 높고 낮음에 따라 적용 항이 판정되며, 계수  $A$ 와  $B$ 는 증기의 물성 및 증기 기포(bubble)의 크기와 관련된 계수로서 Table 1에 나타내었다.

$$R_e = A \cdot 3 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p_v - p)}{\rho_l}}, \quad (p_v \geq p) \quad (9)$$

$$R_c = B \cdot 3 \sqrt{\frac{2}{3} \frac{(p - p_v)}{\rho_l}}, \quad (p_v < p) \quad (10)$$

Table 1에서  $R_B$ 는 기포 반지름이며 증기 기포의 크기는 증

기의 체적분율로부터 계산되므로 식 (8)의 증기 수송방정식으로 부터 구한다.

Table 1 Cavitation model constants

Cavitation Model	Schnerr-Sauer
A	$\frac{\rho_l \rho_v \alpha_v (1 - \alpha_v)}{\rho_m \mathfrak{R}_B}$
B	$\frac{\rho_l \rho_v \alpha_v (1 - \alpha_v)}{\rho_m \mathfrak{R}_B}$
Bubble Radius ( $\mathfrak{R}_B$ )	$\left( \frac{\alpha_v}{1 - \alpha_v} \frac{3}{4\pi} \frac{1}{n} \right)^{\frac{1}{3}}$

### 2.2 수치계산 방법

초공동 유동해석을 위해 선체 주위 유동계산에 자주 사용하고 있는 유한체적법(FVM) 기반의 상용코드인 FLUENT(ver. 15)를 사용하였다. 지배방정식의 확산항은 2차 중심차분, 대류항은 QUICK(Quadratic Upwind Interpolation for Convective Kinematics)방법으로 이산화 하고, 속도-압력 연성은 SIMPLEC (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation Consistent) 방법을 사용하였다. 난류모형은 realizable  $k-\epsilon$  모델을 사용하였고, 벽함수는 표준 벽함수(standard wall function)를 사용하였다.

## 3. 원뿔의 초공동 유동 계산

본 장에서는 원뿔 캐비테이터의 초공동 발생 및 항력에 대한 기본적인 특성을 파악하기 위해 광범위한 원뿔 각의 원뿔을 대상으로 축대칭 정상 초공동 유동에 대한 수치계산을 수행하고 초공동 유동의 계산결과를 살펴보았다.

### 3.1 좌표계 및 수치격자

Fig. 1과 같이 원뿔 베이스의 중심을 원점으로 잡고, 균일류  $U_0$ 의 방향을  $x$  축의 양의 방향으로, 반경 방향을  $r$ 의 방향으로 설정하여 좌표계를 정의하였다. 원뿔의 형상은 베이스 직경 (diameter of base,  $d_B$ )과 원뿔 각(cone angle,  $\beta$ )으로 정의하였고, 초공동 형상은  $x$  축 방향으로 가장 두꺼운 부분을 캐비티 직경( $d_C$ ), 시작부터 끝 부분까지를 캐비티 길이( $\ell_C$ )로 정의하였다.

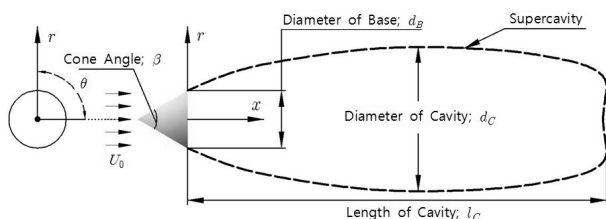


Fig. 1 Definition of a cone and a supercavity

유동 계산을 위한 수치격자는 상용코드인 Gridgen을 사용하여 축대칭 조건을 적용한 2차원 정렬 격자를 생성하였다(Fig. 2). 유입경계는 원뿔 직경( $d_B$ )의 120배, 유출경계는 800배, 외부경계는 80배로 유동 영역을 한정하여 격자를 생성하였다. 원뿔 표면에서 떨어진 첫 격자점의  $y+$ 는 레이놀즈수를 고려하여 100으로 유지하였으며 (Choi & Kim, 2010), 격자수는 약 150,000개 이다.

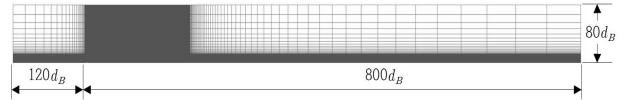


Fig. 2 Structured grids for a supercavitating cone

### 3.2 형상 및 유동조건

원뿔의 베이스 직경은 1.0 인치(")로 동일하게 고정하고, 원뿔 각은  $15^\circ \sim 180^\circ$  범위에서 총 8개를 선정하였으며, 원뿔 각이  $180^\circ$ 인 경우는 원판이므로 편익상 원판 두께를 직경의 10%로 정했다. 또한, 원뿔 크기에 따른 캐비티의 상사성을 알아보기 위해 원뿔 각  $45^\circ$ 의 경우에는 직경이 0.25"와 2.00"인 원뿔에 대해 추가적인 계산을 수행하였다. 원뿔 직경을 사용하여 정의한 Reynolds수는  $2.53 \times 10^5$  이며, 캐비테이션 수( $\sigma$ )는 0.03 ~ 0.25 구간에서 7개를 선정하여 원뿔 주위의 초공동 유동을 계산하였다 (Table 2). 본 논문의 캐비테이션 수는 식 (11)과 같이 정의한다.

$$\sigma = \frac{p_0 - p_v}{\frac{1}{2} \rho U_0^2} \quad (11)$$

Table 2 Calculation conditions for supercavitating cones

$U_0$ (m/s)	10	$Re_{d_B}$	$2.53 \times 10^5$
$\sigma$	0.03, 0.05, 0.08, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25		
$\beta$	$15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ, 180^\circ$		

### 3.3 계산 결과 검토

원뿔 각  $45^\circ$ 인 원뿔에 대해 캐비테이션 수 0.2인 경우의 압력 분포와 유선 및 캐비티 형상을 Fig. 3에 나타내었다.

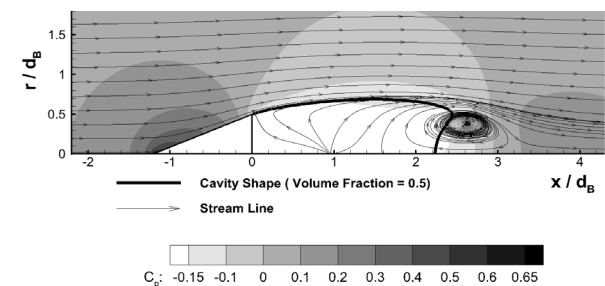


Fig. 3 Pressure, streamlines and cavity shape of  $45^\circ$  cone ( $d_B = 1''$ ,  $\sigma = 0.2$ )

원뿔 전방의 감속 영역과 경사면을 따라 형성되는 가속 영역 그리고 캐비티 내부 압력계수( $C_p = -0.2$ )가 음의 캐비테이션 수로 일정한 값을 갖는 등, 원뿔 초공동 유동의 특징들을 잘 나타내고 있다. 원뿔 경사면 끝에서 박리된 유선이 캐비티 경계면을 잘 따라가고 캐비티가 닫히는 꼬리 부근에서 re-entry jet 현상과 함께 'vortex ring' 유동이 형성되는 것을 볼 수 있다.

계산결과를 검증하기 위해 캐비티의 길이(Fig. 4)와 직경(Fig. 5)을 실험 데이터 (Self & Ripken, 1955)와 비교하여 함께 나타내었으며, 캐비티 길이와 직경은 원뿔 직경으로 무차원화 하였다. 실험은 미국 미네소타 대학의 10인치 자유분사류수조 (free-jet water tunnel)에서 직경이 서로 다른 5개의 45° 원뿔 상사모형을 대상으로 수행되었으며 캐비티 길이 및 최대직경에 미치는 척도효과를 조사한 것으로서 원뿔의 크기와 상관없이 기하학적으로 상사인 원뿔에서 발생하는 캐비티의 길이와 최대직경은 원뿔 직경에 비례함을 보여준다.

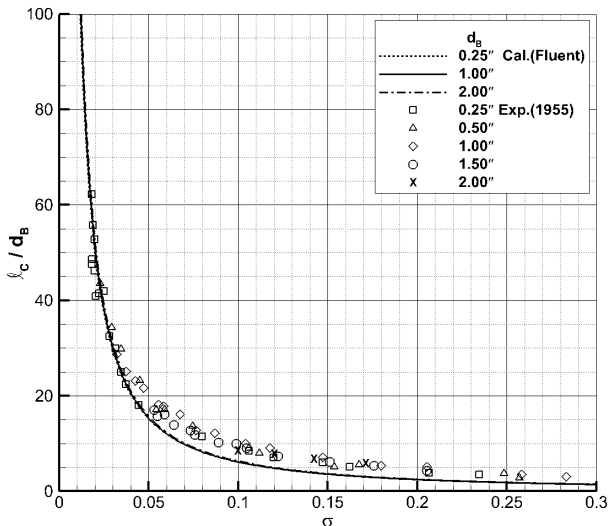


Fig. 4 Cavity lengths of 45° cone

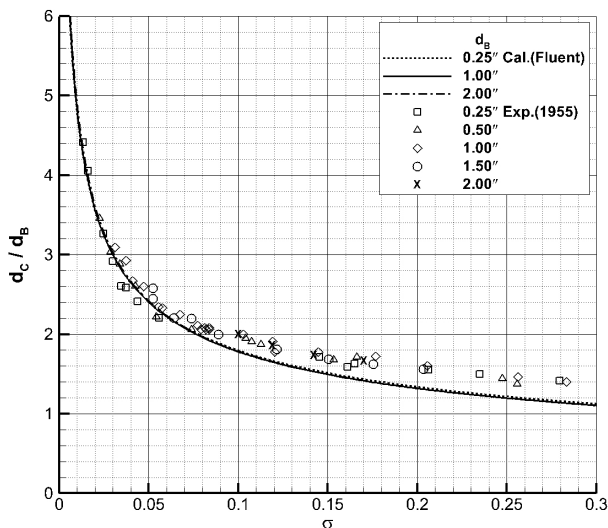


Fig. 5 Cavity diameters of 45° cone

본 연구에서 계산된 캐비티 길이 및 직경은 대부분의 캐비테이션 수에서 실험결과 보다 작게 계산되었지만 캐비테이션 수가 0.05 이하인 경우에는 모형실험 결과와 잘 일치하고 있다. 또한 계산결과 역시 기하학적으로 상사인 원뿔에서 길이와 직경이 원뿔 직경에 비례하는 캐비티가 발생하는 것을 보여준다.

Fig. 6에는 초공동이 발생하는 원뿔의 항력계수를 실험 데이터 (Reichardt, 1946; Kermeen, 1954; O'Neill, 1954)와 비교하여 나타내었으며, 원전에서 직접 확인하지 못하고 다른 참고문헌 (Knapp, et al., 1970)으로부터 인용한 것임을 밝혀둔다. 항력계수는 식 (12)와 같이 항력을 정체압력과 베이스 면적의 곱으로 나누어 무차원화 하였고, 실험에서는 원뿔 높이(altitude)와 베이스 직경(diameter of base)의 비를 기준으로 형상을 정의하였기 때문에 비교의 편의상 해당하는 원뿔 각을 괄호 안에 표기하였다.

$$C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho U_0^2 \frac{\pi}{4} d_B^2} \quad (12)$$

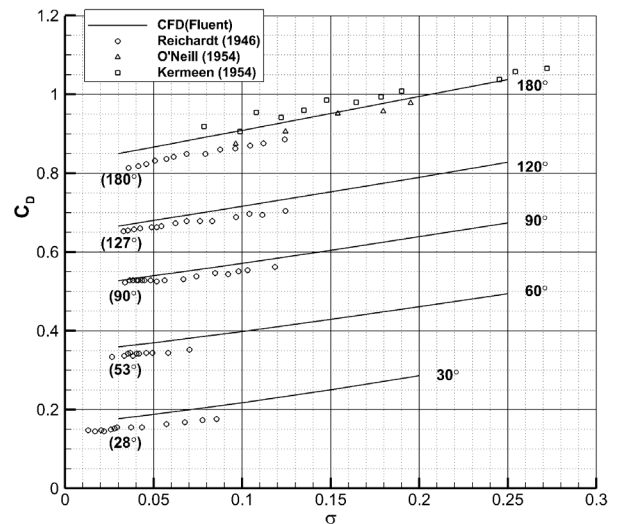


Fig. 6 Drag coefficients for various cone angles

원뿔 각 90°와 180°(원판)외에는 계산과 실험의 원뿔 각이 조금씩 다르기 때문에 직접 비교하기는 어려우나 본 계산결과는 실험에 비해 항력계수를 약간 크게 추정하는 경향을 보이고 있다. 하지만 원뿔 각에 대한 항력계수의 차이와 캐비테이션 수에 의한 항력계수의 변화를 근사하게 재현하는 것으로 판단된다.

## 4. 원뿔 캐비테이터의 항력 추정

### 4.1 기존의 항력 공식

초공동 캐비테이터의 항력을 추정하는 기존의 방법은 포텐셜 유동이론에 기초한 점근 근사(asymptotic approximation) 또는 포텐셜 유동의 수치해나 실험 데이터를 사용해서 보정한 준 경험

식을 사용하고 있다. 점근적 근사에 의한 항력 공식은 식 (13) 과 같이 표현되며 캐비테이션 수가 작은, 즉 매우 긴 캐비티가 발생한 축대칭 및 2차원 캐비테이터에 적용할 수 있는 것으로 알려져 있다 (Semenenko, 2001; Franc & Michel, 2005).

$$C_D(\sigma) \approx C_D(0)[1 + \sigma] \quad (13)$$

이 식은 무한공동 상태( $\sigma = 0$ )로부터 캐비테이션 수가 증가하여 캐비티 길이가 유한하지만 매우 긴 경우, 물체주위의 상대유속분포는 변하지 않고 물체와 공동 표면상의 속도가  $\sqrt{1+\sigma}$ 의 곱으로 증가하는 것으로 근사할 수 있고 따라서 항력계수는  $1+\sigma$ 의 곱으로 증가한다는 것을 의미한다.

무한공동 상태의 항력계수  $C_D(0)$  값은 여러 연구자들에 의해 제안된 바 있다. Table 3에는 실험 데이터와 이론해석을 통해 제시된 원판 및 원뿔의  $C_D(0)$ 를 참고문헌(Knapp, Daily & Hammit, 1970)에서 인용하여 정리하였다. 또 실험 데이터를 근사하여 원뿔 각( $\beta$ )이  $120^\circ \sim 180^\circ$ 인 무딘 캐비테이터에 사용 가능한  $C_D(0)$ 에 대한 근사식 (Epshtein, 1970)은 식 (14)와 같다.

$$C_D(0) = 0.13 + \sqrt{0.0036\beta - 0.1719} \quad (14)$$

한편, 초공동 원판과 원뿔의 포텐셜 유동에 대한 엄밀한 경계치 문제의 수치계산 결과를 기반으로 도출한 항력공식 (Guzevsky, 1979; 1983)은 식 (15)와 같다.

$$C_D(\sigma) = C_D(0) + (0.524 + 0.672\alpha)\sigma \quad (15)$$

(for  $0 < \sigma \leq \frac{1}{2}$  where  $\alpha = \frac{\beta}{360^\circ}$ )

i.  $\frac{1}{12} \leq \alpha \leq \frac{1}{2}$ :

$$C_D(0) = 0.5 + 1.81(\alpha - 0.25) - 2(\alpha - 0.25)^2$$

ii.  $0 < \alpha < \frac{1}{12}$ :

$$C_D(0) = \alpha(0.915 + 9.5\alpha)$$

항력공식 (13)과 (15)는 모두 캐비테이션 수의 1차 함수로서 절편은  $C_D(0)$ 로 동일하지만, 식 (13)의 기울기는 절편과 같고 식 (15)의 기울기는 원뿔 각의 1차 함수로서 원뿔 각에 선형적으로 비례하는 것을 주목할 필요가 있다.

각 항력공식에 사용된  $C_D(0)$ 의 차이를 살펴보기 위해 식 (14)와 (15)에 의한  $C_D(0)$ 와 Table 3의  $C_D(0)$  값들을 비교하여 Fig. 7에 나타내었다. 식 (15)가 원뿔 각에 대한  $C_D(0)$ 의 차이를 종합적으로 잘 근사한 것으로 판단된다. 참고로 본 논문의 식 (14)와 (15)는 원전에서 직접 확인하지 못하고 다른 참고문헌 (Semenenko, 2001)으로부터 인용한 것임을 밝혀둔다.

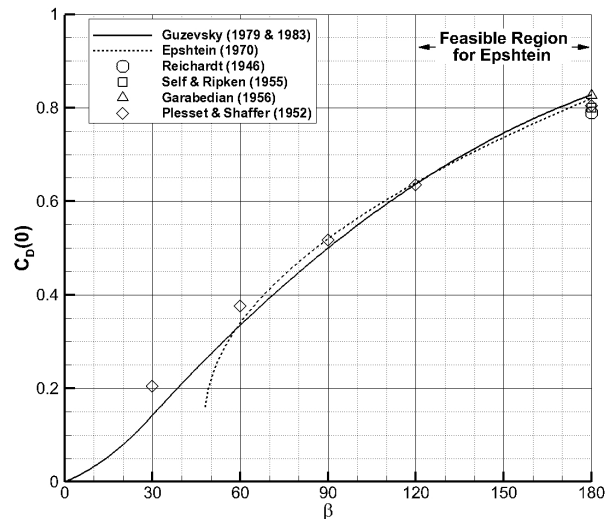


Fig. 7 Drag coefficients of zero cavitation number for various cone angles

Table 3 Drag coefficients of disk and cones for zero cavitation number

	Disk		Cone		
	Equipment and Theoretical method	$C_D(0)$	Equipment and Theoretical method	$\beta$	$C_D(0)$
Experiment	Free-jet tunnel Reichardt (1946)	0.79	Free-jet tunnel	45°	0.26
	Free-jet tunnel Self and Ripken (1955)	0.80			
	Closed tunnel Klose and Acosta (1965)	0.80			
Theoretical	Iteration Garabedian (1956)	0.827	Rotate two-dimensional Plesset and Shaffer (1952)	120°	0.635
	Rotate two-dimensional pressure Plesset and Shaffer (1952)	0.805		90°	0.518
				60°	0.376
				30°	0.205

Fig. 8은 식 (13) 및 (14) 그리고 식 (15)을 사용해서 추정된 원뿔의 항력계수를 실험 데이터와 비교하여 보여준다. 예상한 바와 같이 기존의 항력 공식을 사용하여 추정된 항력계수는 대체로 실험 데이터와 근사한 결과를 주며, 특히 Guzevsky의 항력공식 (15)는 원뿔 각이 작은 경우에도 실험 데이터와 잘 일치하는 것으로 보인다. 점근 근사에 의한 항력공식 (13)은 원뿔 각이 작을수록 실험 데이터와 잘 맞지 않는데, 이는  $C_D(0)$  값의 차이가 크고 캐비테이션 수에 따른 항력계수 증가율을  $C_D(0)$ 와 동일한 값으로 근사했기 때문이다.

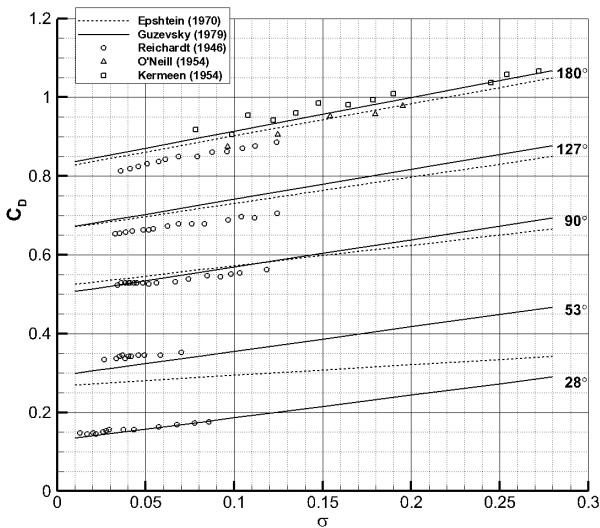


Fig. 8 Drag coefficients estimated by approximate formula

기존 항력 공식의 큰 취약점은 무한공동 상태의 항력계수  $C_D(0)$  값을 사용하는 것이다. 왜냐하면  $C_D(0)$ 는 포텐셜 유동 이론에 기초한 점근 근사해로부터 추정하거나 작은 캐비테이션 수 구간의 실험 데이터를 외삽(extrapolation)하여 추정할 수밖에 없기 때문이다.

### 4.2 새로운 항력 공식

초공동 원뿔에 작용하는 항력은 경사면(slant surface)에 작용하는 압력항력 성분과 베이스면(base surface)에 작용하는 압력항력 성분 그리고 경사면에 작용하는 마찰항력의 합으로서 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$C_D = C_{DP}^{slant} + C_{DP}^{base} + C_{DF}^{slant} \quad (16)$$

원뿔의 경사면에 작용하는 압력은 원뿔 각에 따라서 달라지며 발생한 공동(cavity)의 영향을 받아 변화한다. 원뿔 각이 서로 다른 8개 원뿔의 초공동 유동 계산으로부터 구한 원뿔 경사면 및 바닥면의 압력분포를 각각 Fig. 9와 Fig. 10에 나타내었다.

원뿔 경사면의 압력(Fig. 9)은 원뿔 각이 클수록 높아져 원뿔

각이 180°일 때, 즉 유동에 수직인 원판의 경우 가장 높은 압력 분포를 나타낸다. 경사면의 압력분포와 길이(slant height)의 변화를 함께 고려할 때, 원뿔 각이 작을수록 순(favorable) 압력구배의 절대치가 작아짐을 알 수 있다. 또 캐비테이션 수가 작을수록 압력이 더 높아지며 베이스에 가까울수록 압력차가 커진다.

베이스 압력(Fig. 10)은 증기압으로서 일정하고 압력계수는 음의 캐비테이션 수와 동일한 값을 갖는다. 단, 원뿔 각이 작고 캐비테이션 수가 큰 일부 경우, 베이스 압력이 일정하지 않은 것은 초공동이 충분히 형성되지 못한 때문이다.

Fig. 11에는 경사면(slant surfaces)에 작용하는 압력항력 성분을 정체압력과 베이스 면적의 곱으로 무차원화 하여 캐비테이션 수에 대해 나타내었다. 캐비테이션 수가 커짐에 따라서 경사면의 압력항력계수가 선형적으로 감소하고 있다.

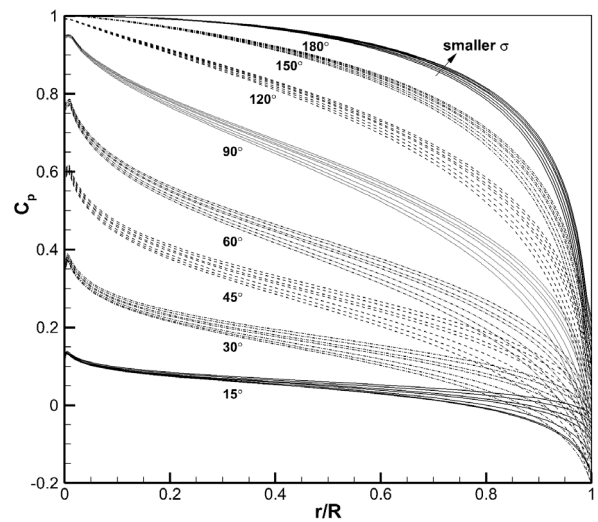


Fig. 9 Pressure distributions on slant surfaces of cones of various cone angles

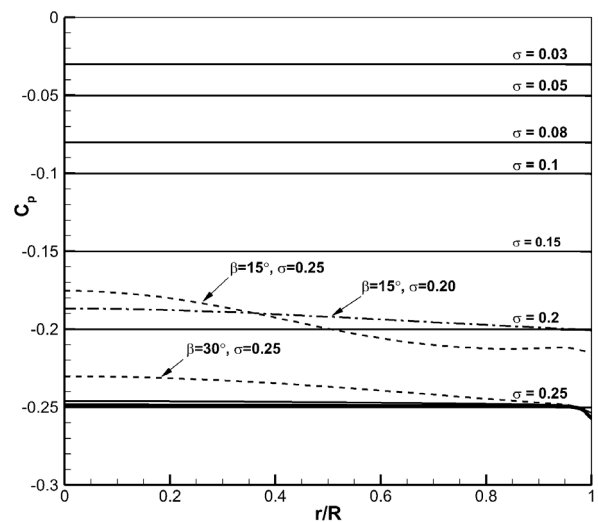


Fig. 10 Pressure distributions on base surfaces of cones of various cone angles

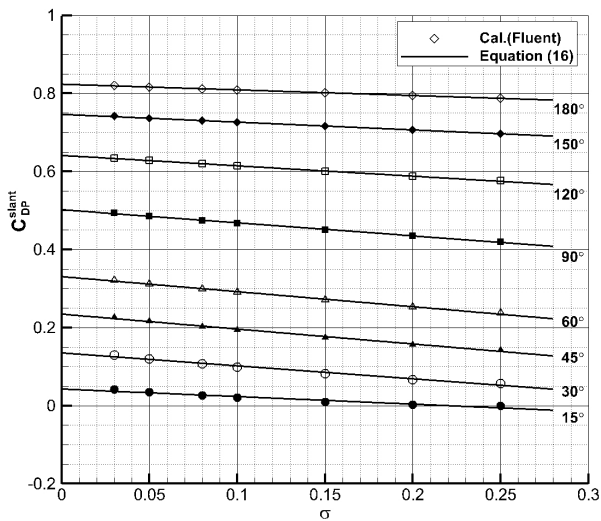


Fig. 11 Pressure drags on slant surfaces for various cone angles

Fig. 11에서 볼 수 있듯이 경사면에 작용하는 압력항력 성분은 원뿔 각  $\beta$  별로 캐비테이션 수에 따라 선형적으로 변하므로 식 (17)과 같이 1차 함수로 근사하여 그래프로 표시하였다.

$$C_{DP}^{slant} = A(\beta) + B(\beta)\sigma \quad (17)$$

식 (17)의 절편(A)과 기울기(B)를 원뿔 각  $\beta$ 의 함수로 나타내기 위하여 원뿔 각에 대한 이들의 변화를 Fig. 12와 같이 살펴 보았다. 가능한 한 낮은 차수의 함수로 근사하기 위해, 원뿔 각을 두 영역으로 나누고 각 영역별로 절편과 기울기를 원뿔 각의 함수로 근사하여 Table 4에 나타내었으며, 그래프를 Fig. 12에 함께 도시하였다.  $\beta$ 가 0°로 갈 경우  $C_{DP}^{slant}$ 는 0이 되어야하기 때문에,  $\beta = 0^\circ \sim 15^\circ$ 인 구간을 15°에서 동일한 기울기를 가지는 임의의 2차식을 이용해 표현하였다.

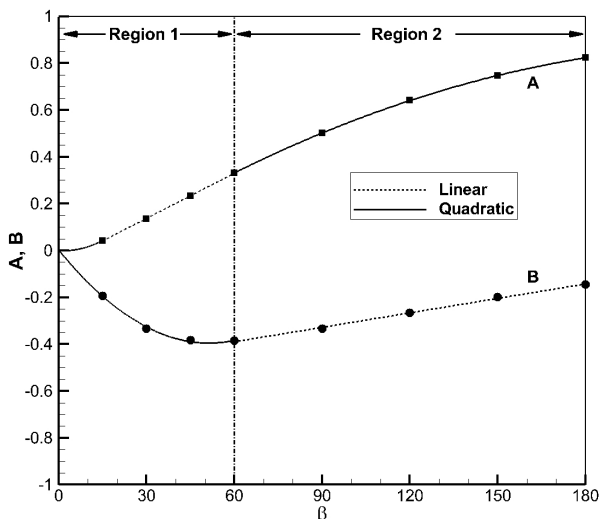


Fig. 12 Variation of A and B

Table 4 Formula of A and B coefficient (equation (17))

Coefficient	Region 1	Region 2
A( $\beta$ )	$a_1 + b_1 \beta$	$d_1 + e_1 \beta + f_1 \beta^2$
B( $\beta$ )	$a_2 + b_2 \beta + c_2 \beta^2$	$d_2 + e_2 \beta$

한편, 원뿔 베이스의 압력계수(Fig. 10)가 음의 캐비테이션 수이므로 베이스의 압력항력계수는 식 (18)와 같이 캐비테이션 수와 동일한 값을 갖는다.

$$C_{DP}^{base} = \sigma \quad (18)$$

따라서 원뿔의 압력항력계수는 식 (17)과 (18)로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$C_{DP} \equiv C_{DP}^{slant} + C_{DP}^{base} = A(\beta) + B(\beta)\sigma + \sigma \quad (19)$$

Fig. 13에는 근사식 (19)와 본 연구의 초공동 유동계산으로부터 직접 구한 원뿔의 압력항력계수를 비교하여 표시하였다. 원뿔 각이 작고 캐비테이션 수가 큰 일부 경우를 제외하면 식 (19)는 본 연구의 압력항력계수를 정도 높게 근사하며 원뿔 각에 따른 항력계수의 차이와 캐비테이션 수에 의한 항력계수의 변화를 잘 재현하는 것을 알 수 있다.

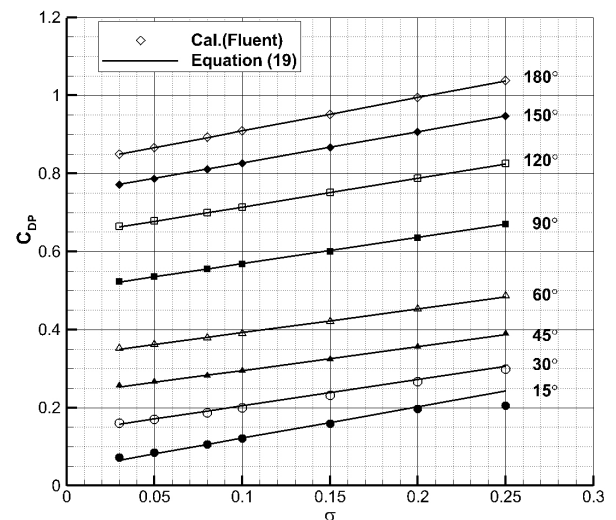


Fig. 13 Pressure drag coefficients calculated by CFD(Fluent) and equation (19)

원뿔 경사면에 작용하는 마찰력은 경사면과 길이가 같고 면적이 동일한 평판의 마찰력으로 근사하고자 Schulz-Grunow (1940)의 마찰 공식을 이용하였으며, 원전에서 직접 확인하지 못하고 다른 참고문헌 (Hoerner, 1965)으로부터 인용한 것임을 밝혀둔다. Schulz-Grunow의 마찰 공식은 2차원 평판에서의 마찰 공식이므로 평판의 길이와 동일한 경사면의 길이를 가진 원뿔로 확장하고 경사면의 마찰항력의 x 방향 성분을 고려해야하며, 식

(12)와 마찬가지로 베이스 면적으로 무차원화 시켜 나타내면 식 (20)과 같이 근사하여 표현할 수 있다. 근사식 (20)의 마찰항력 계수를 초공동 유동계산으로부터 직접 구한 값들과 함께 비교하여 Fig. 14에 나타내었다.

$$C_F^{slant} = \frac{0.427}{(\log R_l - 0.407)^{2.64}} \cdot \cot\phi \cos\phi \quad (20)$$

※  $\phi = \beta/2$ ,  $l =$  length of slant height

기하학적 형상이 고려된 근사식 (20)은 원뿔 각에 따른 마찰 항력계수를 어느 정도 근사하게 추정하는 것으로 나타났다. 원뿔 각이 작을수록 또 캐비테이션 수가 작을수록 마찰항력의 비중이 커지며, 원뿔 각이 15°일 때, 캐비테이션 수가 0.1 이하에서는 압력항력의 30% 이상인 것으로 나타났다.

결과적으로 식 (19)와 식 (20)을 더해서 초공동 원뿔의 전체 항력계수를 식 (21)과 같이 추정할 수 있다.

$$C_D = A(\beta) + B(\beta)\sigma + \sigma + \frac{0.427}{(\log R_l - 0.407)^{2.64}} \cdot \cot\phi \cos\phi \quad (21)$$

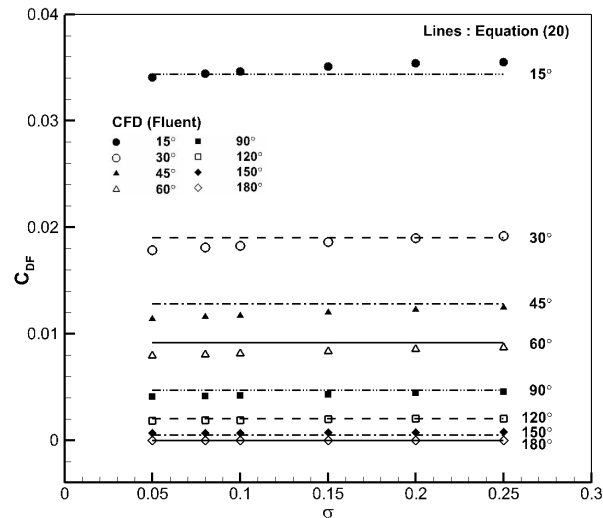


Fig. 14 Friction drag coefficients calculated by CFD(Fluent) and equation (20)

식 (21)과 초공동 유동계산으로부터 직접 구한 전체 항력계수를 비교하여 Fig. 15에 나타내었다. 식 (21)은 본 연구의 초공동 유동계산을 통해 구한 항력 데이터를 기반으로 도출한 것이므로 당연히 원뿔 각에 따른 항력계수의 차이와 캐비테이션 수에 대한 항력계수의 변화에 대한 유동계산 결과를 잘 재현하고 있다.

본 연구에서 도출한 새로운 항력공식 (21)을 Guzevsky의 항력 공식 (15) 및 실험 데이터와 비교하여 Fig. 16에 나타내었다.

원뿔 각이 53° 이상인 원뿔에 대해서는 본 연구에서 도출한 항력공식과 Guzevsky의 항력공식이 거의 동일한 결과를 주고 있지만, 원뿔 각이 28°인 경우에는 전자의 항력공식이 후자에 비해

항력계수를 더 크게 추정하고 있다. 한편, 두 항력공식 모두 실험 데이터와 차이를 보이며 특히 원뿔 각 127°의 경우에는 실험에 비해 최대 8% 까지 항력계수를 크게 추정하는 것으로 나타났다. 초공동 수중운동체의 초기 설계 단계에서 캐비테이터의 기본 형상과 제원을 선정함에 있어서 요구되는 항력 추정의 정확도와, 또 실험 데이터가 제한적인 현재의 상황을 고려할 때, 이 정도의 차이는 크게 문제되지 않으며 항력공식 (21)은 충분히 유용한 결과를 제공할 것으로 판단된다.

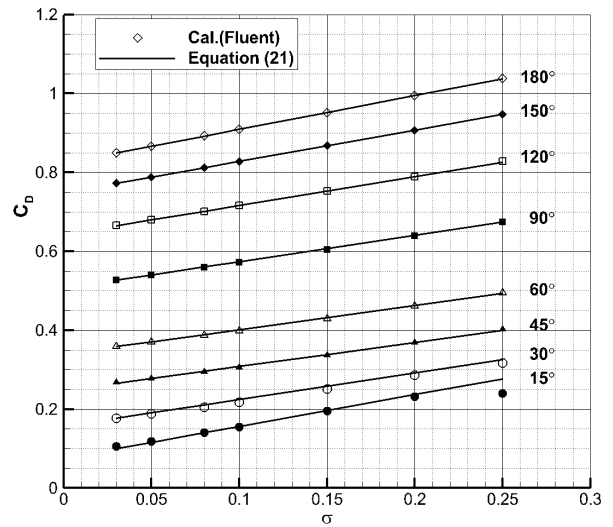


Fig. 15 Total drag coefficients calculated by CFD (Fluent) and equation (21)

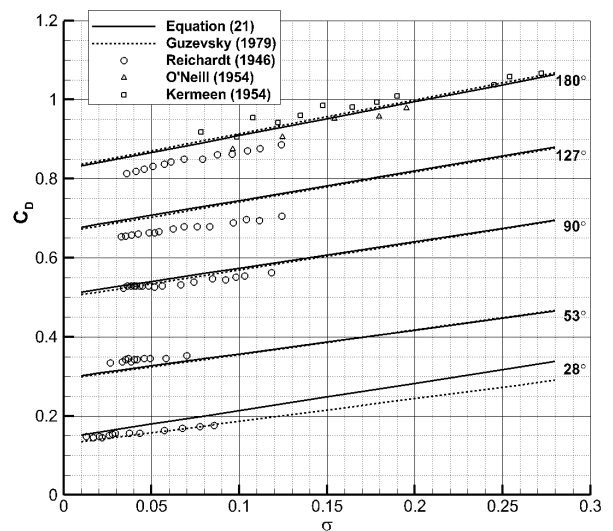


Fig. 16 Drag coefficients comparison with equation (14), (21) and experiment

결과적으로 본 연구를 통해 도출한 항력공식을 사용해서 원뿔 및 원뿔 캐비테이터의 전체 항력은 물론, 압력항력 및 마찰항력 성분을 간편하게 추정할 수 있게 되었다.



## 5. 결론

캐비테이터의 초공동 발생 및 항력에 대한 특성을 파악하기 위해  $15^\circ \sim 180^\circ$  범위에서 원뿔 각이 서로 다른 8개의 원뿔을 대상으로 축대칭 정상 초공동 유동에 대한 수치해석을 수행하였다.

수치해석 결과를 검증하기 위해  $45^\circ$  원뿔에서 발생하는 초공동의 길이와 최대직경을 실험 데이터와 비교하였고 수치해석 결과는 실험과 전반적으로 잘 일치한다. 원뿔 각에 의한 항력계수의 차이와 캐비테이션 수에 따른 항력계수의 변화도 실험 데이터와 정성적으로 잘 일치하고 있으나, 수치해석 결과가 대체로 더 크게 나타난다.

원판과 원뿔 캐비테이터에 대한 기존의 항력공식을 비교하고 각 항력공식의 장단점을 조사하였다. 본 연구의 수치해석 결과를 기반으로 하여 새로운 항력공식을 도출하고 이를 사용해서 추정된 항력계수를 실험 데이터 및 기존의 항력공식의 추정 결과와 비교함으로써 새로운 항력공식의 타당성을 검증하였다.

결과적으로 본 연구 결과는 원판 및 원뿔 캐비테이터의 전체 항력 및 그 성분을 추정함으로써 캐비테이터의 항력 특성을 파악하는데 사용할 수 있고, 본 연구에서 도출한 항력공식은 초공동 수중운동체의 초기 설계 단계에서 캐비테이터의 기본형상과 제원을 선정함에 있어서 유용한 도구가 될 것으로 판단된다.

## 후 기

이 논문은 2014년도 충남대학교 학술연구비의 지원에 의하여 연구되었음.

## References

- ANSYS 13.0, 2010. *User's Guide*. 2010 SAS IP Inc.: USA.
- Ahn, B.K. Lee, T.K. Kim, H.T. & Lee, C.S., 2012. Experimental investigation of supercavitating flows. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 4(2), pp.123-131.
- Alyanak, E. Venkayya, V. Grandhi, R. & Penmetsa, R., 2004. Variable shape cavitator design for a super-cavitating torpedo. *Proceedings of 10th AIAA/ISSNMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Albany, NY, USA, 30 August - 1 September 2004.
- Brennen, B.A., 1969. A numerical solution of axisymmetric cavity flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 37(4), pp.671-688.
- Choi, J.K. & Kim, H.T., 2010. A study of using wall function for numerical analysis of high Reynolds number turbulent flow. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 47(5), pp.647-655.
- Eisenberg, P. & Pond, H.L., 1948. *Water tunnel investigations of steady state cavities. The David W. Taylor Model Basin, United States Navy, Report No. 668*. USA: United States Navy.
- Epshtein, L.A., 1971. Characteristics of ventilated cavities and some scale effects. *Proc. of IUTAM Symposium on Rapid Non-Steady Liquid Flows*, Leningrad, 22-26 June 1971, pp.173-185.
- Franc, J.P. & Michel, J.M., 2004. *Fundamentals of cavitation*. Kluwer Academic Publishers: Dordrecht.
- Hoerner, S.F., 1965. *Fluid-Dynamic Drag*. Hoerner Fluid Dynamics: CA, USA.
- Kim, H.T. & Lee, H.B., 2014. A numerical analysis of gravity and free surface effects on a two-dimensional supercavitating flow. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 51(5), pp.435-449.
- Kim, J.H. Jang, H.G. Ahn, B.K. & Lee, C.S., 2013. A numerical analysis of the supercavitating flow around three-dimensional axisymmetric cavitators. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 50(3), pp.160-166.
- Kim, Y.G. & Nah, Y.I., 2011. Propulsion technologies of supercavitating rocket torpedo. *Proc. of the Korean Society of Propulsion Engineers, Fall Conference*, Busan, Republic of Korea, 24-25 November 2011, pp.383-387.
- Kirschner, I.N. Uhlman, J.S. Varghese, A.N. & Kuria, I.M., 1995. Supercavitating projectiles in axisymmetric subsonic liquid flows. *American Society of Mechanical Engineers, Fluids Engineering Division*, 210, pp.75-93.
- Knapp, R.T. Daily, J.W. & Hammit, F.G., 1970. *Cavitation*. Iowa Institute of Hydraulic Research, University of Iowa: Iowa, USA
- Kunz, R.F. Lindau, J.W. Billet, M.L. & Stinebring D.R., 2001. Multiphase CFD modeling of developed and supercavitating flows. *RTO AVT Lecture Series on "Supercavitating Flows", VKI in Brussels*, Belgium, 12-16 February 2001.
- Lee, H.B., Kim, H.T. & Choi, J.K., 2013. Numerical analysis of supercavitating flows of two-dimensional simple bodies. *Journal of the Society of Naval Architecture of Korea*, 50(6), pp.436-449.
- Logvinovich, G.V., 1973. *Hydrodynamics of Flows with free Boundaries*. Halsted Press: Sydney, Australia.

Park, S.H., 2013. *Development of practical method for prediction of cavitation erosion with turbulent flow using computational fluid dynamics*. Ph.D. Seoul: Dept. of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National University.

Petitpas, F. Saurel, R. Ahn, B.K. & Ko, S.H., 2011. Modeling cavitating flow around underwater missiles. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 3(4), pp.263–273.

Reichardt, H., 1946. *The laws of cavitation bubbles at axially symmetric bodies in a flow*. Ministry of Aircraft Production Volkenrode, MAP-VG, Reports and Translations 766, USA: Office of Naval Research.

Savchenko, Y.N., 2002. *Experimental investigation of supercavitating motion of bodies*. RTO AVT Lecture Series on “Supercavitating Flows”, VKI in Brussels, Belgium, 12–16 February 2001.

Self, M.W. & Ripken, H.F., 1955. *Steady-state cavity studies in a free-jet water tunnel*. St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory, University of Minnesota, Report No. 47, Minnesota, USA: University of Minnesota.

Semenenko, V.N., 2001. *Artificial supercavitation, Physics and calculation*. RTO AVT Lecture Series on “Supercavitating Flows”, VKI in Brussels, Belgium, 12–16 February 2001.

