

論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 43(9), 781-786(2015)

DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2015.43.9.781

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

구조 불확도를 고려한 강건 공탄성 해석

배재성*, 황재혁**, 고승희**, 변관화***

Robust Aeroelastic Analysis
considering a Structural Uncertainty

Jae-Sung Bae*, Jai-Hyuk Hwang**, Seung-Hee Ko** and Kwan-Hwa Byun***

Korea Aerospace University* , **, Agency for Defense Development***

ABSTRACT

An aeroelastic stability can be degraded due to an aeroelastic modeling error and a structural uncertainty. Therefore it is necessary to predict the aeroelastic stability boundary considering an aeroelastic modeling error and a structural uncertainty. Robust aeroelastic analysis was proposed to predict the aeroelastic stability boundary considering these error and uncertainty. In the present study, the robust aeroelastic modeling and analysis were performed by using the μ analysis technique and the aeroelastic model of the control fin with modal approach and MSA. The computer program for the robust aeroelastic analysis was developed and verified by comparing its results with those of conventional aeroelastic analysis methods.

초 록

공력탄성학적 안정성 해석에 있어서 모델링 오차 및 구조 불확도에 의해 결과의 정확도는 떨어질 수 있다. 따라서, 이러한 모델링 오차 및 구조 불확도를 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측할 필요가 있다. 이러한 모델링 오차 및 불확도를 고려한 공탄성 안정성 예측을 위해 강건 공탄성 해석이 제안되었다. 본 연구에서는 μ 해석기법과 모달접근법과 MSA를 사용한 조종날개의 공탄성 모델로부터 강건 공탄성 모델링과 해석을 수행하였다. 강건 공탄성 해석 프로그램이 개발되었고, 기존의 공탄성 해석 결과와 비교/검증하였다.

Key Words : Aeroelasticity(공력탄성학), Aeroelastic Stability(공탄성 안정성), Robust Aeroelastic Analysis(강건 공탄성 해석), Control Fin(조종날개), Structural uncertainty(구조 불확도)

1. 서 론

현대의 군용 항공기는 그 임무에 따라 다양한 비행고도 및 마하수와 같은 여러 비행환경에 노

출된다. 항공기는 비행 중 발생하는 공기력과 항공기의 구조물의 상호작용에 의해 공력탄성학적 현상이 발생된다. 그중 동적 불안정 현상인 플러터는 특정한 유동 조건에서 갑작스럽게 유체 유

† Received : March 31, 2015 Revised : July 11, 2015 Accepted : August 15, 2015

* Corresponding author, E-mail : jsbae@kau.ac.kr

발 진동의 크기가 커지는 현상으로 수 초 내에 구조물이 파괴되는 결과를 가져올 수 있다[1]. 이러한 다양한 환경변화에서 항공기 구조물의 비행 안정성 예측을 위해서는 각기 다른 비행조건에 대한 플러터 속도의 예측이 필요하다. 또한 최근 개발된 대다수의 항공기 날개는 매우 유연한 구조로 되어 있으며, 이러한 유연구조에 대한 구조 모드의 변화는 구조물에 미치는 공기력 변화를 야기하며 보다 정밀한 공탄성 안정성 예측을 더욱 어렵게 한다. 따라서 보다 정밀한 비행 영역을 해석하기 위해 새로운 공탄성 해석 방법이 필요하다.

최근 공력탄성학적 분야에서는 이러한 다양한 비행 영역을 해석하기 위하여 플러터 해석의 예측을 어렵게 하는 불확도를 고려하여 강건 제어 이론을 도입하는 방법이 제기 되고 있다. 미국 워싱턴 대학의 Lind[2]는 차기 항공기에서 고려해야 할 연구 분야 중의 하나는 불확도 문제라고 언급하였다. 이러한 불확도를 고려할 경우 불확도를 고려하지 않은 해석 결과보다 보수적인 결과를 도출할 수 있다. 따라서 불확도를 고려한 공력탄성학적 안정성의 해석을 위해서는 먼저 불확도의 범위를 예측할 수 있어야 하며, 그에 따라 이러한 불확실성의 범위를 예측하는 기법들이 제안되어 왔다. 미 공군 연구소의 Pettit[3]은 롤 모드에 의해서 발생하는 공력탄성학적 현상을 비롯한 확률적 방법을 이용하여 불확도를 예측하는 기법을 소개한 바 있으며, 최근에는 이러한 불확도 모델을 바탕으로 하여 강건 시스템 해석 기법을 공력탄성학 해석에 적용하는 방법이 소개되고 있다.

그중에서도 μ 해석 기법을 이용하여 항공기의 가장 보수적인 안정성 영역을 해석하는 방법들이 많이 소개 되고 있다. 특히 이러한 이론을 공력탄성학 해석에 적용함으로써 불확도를 고려한 날개의 안정성 영역을 예측하는데 많이 적용되고 있다. Lind[4]의 경우 고도에 따른 동압을 불확도로 가정하여 안정성 경계를 해석하는 기법을 제안하였고, 스웨덴의 Borglund[5~7]는 주파수 영역에서의 불확도를 포함한 안정성 경계해석을 수행하는 기법을 제안하였다.

본 논문에서는 모델링 오차 및 구조 불확도를 고려한 강건 공탄성 안정성 해석기법에 관하여 연구하고자 한다. 이를 위해 강건 공탄성 해석 프로그램을 개발하고 조종날개의 공탄성 안정성 해석을 수행하여 기존의 공력탄성학 해석 결과와 비교 검토를 수행하였다.

II. 본 론

2.1 이론 전개 및 해석 방법

2.1.1 공탄성 상태방정식

상태 공간 공탄성 모델을 만들기 위한, 선형 공탄성 방정식은 식(1)과 같다. \bar{Q}_{ij} 는 공기력 상관계수로 일반적으로 \bar{Q}_{ij} 는 환산진동수의 함수이며, 본 연구에서는 3차원 DHM을 이용하여 계산하였다[8].

$$[M]\{\ddot{\eta}\} + [C]\{\dot{\eta}\} + [K]\{\eta\} + \bar{q}Q(k)\{\eta\} = 0 \quad (1)$$

식(1)의 주파수 영역의 공기력을 라플라스 영역으로 근사화하기 위해 Karpel의 최소상태변수(MS, minimum-state) 근사법[9]을 이용하였다. 근사화된 공기력 상관계수를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{Q}(k) = & [P_1] \left(\frac{b}{U_\infty} \right)^2 s^2 + [P_2] \left(\frac{b}{U_\infty} \right) s \\ & + [P_3] + [D] (s[I] - [\bar{R}])^{-1} [E] s \end{aligned} \quad (2)$$

식(1)과 같은 선형공탄성 방정식을 변위 벡터 $\{\eta\}$ 를 고유 모드 벡터 $\{\phi_i\}$ 로 이루어진 행렬 $[\Phi]$ 와 일반화된 좌표계 $\{\bar{\eta}\}$ 의 선형조합으로 표현할 수 있다고 가정하면 식(3)과 같은 선형변환을 정의할 수 있다.

$$\{\eta\} = [\Phi]\{\bar{\eta}\} \quad (3)$$

식(3)을 적용하여 식(4)와 같은 일반화된 좌표계에서의 공탄성 방정식을 나타낼 수 있다.

$$[GM]\{\ddot{\bar{\eta}}\} + [GC]\{\dot{\bar{\eta}}\} + [GK]\{\bar{\eta}\} = \{\bar{F}\} \quad (4)$$

식(4)의 양변을 질량정규화(mass normalized)시키면 일반화된 질량행렬 $[GM]$ 은 단위행렬 $[I]$ 로 표현가능하며, 일반화된 강성행렬 $[GK]$ 은 고유진동수의 제곱 $\{\omega_n^2\}$ 으로 이루어진 대각행렬로 나타낼 수 있다. 일반화된 공기력 벡터 $\{\bar{F}\}$ 는 동압과 주파수 영역에서의 일반화된 공기력 상관계수 $[\bar{Q}(k)]$ 로 표현가능하며, 이 또한 Karpel의 최소상태변수 근사법을 이용하여 주파수 영역의 공기력을 라플라스 영역으로 근사화 하였다[10].

식(4)를 라플라스 변환하고 식(2)를 이용하여 정리하면 다음과 같다[11].

$$\begin{aligned} ([\bar{M}]s^2 + [\bar{C}]s + [\bar{K}])\{X(s)\} \\ = [\bar{D}]\{X_a(s)\} + \{F(s)\} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서,

$$[\bar{M}] = [GM] + \frac{1}{2} \rho b^2 [P_1]$$

$$[\bar{C}] = [GC] + \frac{1}{2} \rho b U_\infty [P_2]$$

$$[\bar{K}] = [GK] + \bar{q} [P_3]$$

$$[\bar{D}] = \bar{q} [D]$$

식(5)에서 공기력 근사화에 의해 추가되는 상태변수는 다음과 같다.

$$\{X_a(s)\} = (s[I] - [\bar{R}])^{-1} [E] s \{X(s)\} \quad (6)$$

2.1.2 불확실성 모델링과 μ 해석기법

구도에 따른 동압을 교란으로 가정하여 공탄성 안정성 경계를 해석하였다. 공탄성 시스템의 일반화된 운동방정식은 플러터 마진(flutter margin)을 계산하기 위해 μ 해석기법을 이용하여 표현된다. 플러터 마진은 불안정의 원인이 되는 Δ 중 가장 작은 교란으로 정의되는 μ 에 따라 달라진다. μ 해석기법을 이용한 플러터 해석은 비행 조건 파라미터에 교란을 도입하고, 불안정을 발생시키는 가장 작은 교란값을 찾는 것이다.

이 때, 식(5)의 \bar{q} 는 다음과 같이 정의 될 수 있다.

$$\bar{q} = \bar{q}_0 + \delta_q \quad (7)$$

δ_q 는 μ 해석기법을 이용하기 위해 첨가된 교란이고, \bar{q}_0 는 시스템의 정적 동압을 의미하며 두 요소의 합으로 비행체에 가해지는 동압은 식(7)과 같이 표현된다. δ_q 를 포함하여 식(5)를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$0 = \{\ddot{x}\} + \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}]^{-1} [\bar{C}] \{\dot{x}\} \\ + [\bar{M}]^{-1} ([K] + \bar{q}_0 [P_3]) \{x\} \\ + \bar{q}_0 [\bar{M}]^{-1} [D] \{x_a\} \end{array} \right\} + \delta_q \{ [\bar{M}]^{-1} [P_3] \{x\} + [\bar{M}]^{-1} [D] \{x_a\} \} \quad (8)$$

여기서, 교란에 의한 항은 다음과 같으며 z 와 w 는 피드백 방식으로 동압에 교란을 대입하는 방식으로 사용된다. 이 상태들은 선형조합으로 z 는 플랜트(P , plant)에서 생성된 출력 신호를 의미한다. 또한 w 는 동압 교란과 z 의 조합으로 표현된다.

$$z = [\bar{M}]^{-1} [P_3] \{x\} + [\bar{M}]^{-1} [D] \{x_a\} \quad (9)$$

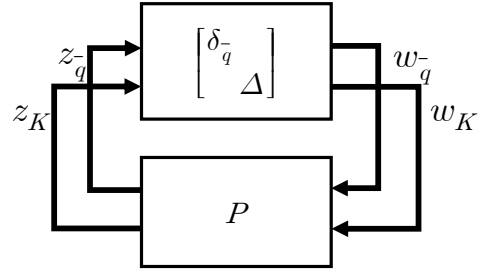


Fig. 1. Linear Fractional Transformation (LFT) system for robust stability analysis in the μ framework

$$w = \delta_q z \quad (10)$$

구조적 불확실성 모델링을 위해 다음과 같은 매개변수들을 정의한다. 본 모델에서는 강성에 대한 불확실성만 고려하였다.

$$K = K_0 + W_K \Delta_K \quad (11)$$

여기서, K_0 는 정적 강성 행렬이고, Δ_K 는 불확실성 강성 행렬을 의미한다. 공탄성 시스템의 상태 벡터 $x \in R^n$ 일 때, Δ_K 는 $R^{n \times n}$ 인 가중치 행렬 W_K 에 대하여 $\|\Delta_K\| \leq 1$ 인 모든 값에서 정의한다. 구조 불확실성을 포함하여 식(8)을 다시 표현하면 다음과 같다.

$$0 = \{\ddot{x}\} + \left\{ \begin{array}{l} [\bar{M}]^{-1} [\bar{C}] \{\dot{x}\} \\ + [\bar{M}]^{-1} ([K_0] + \bar{q}_0 [P_3]) \{x\} \\ + \bar{q}_0 [\bar{M}]^{-1} [D] \{x_a\} \end{array} \right\} + w_q + w_K \quad (12)$$

여기서, 교란에 의한 항은 다음과 같으며 z 와 w 는 Fig. 1과 같이 피드백 방식으로 동압에 교란을 대입하는 방식으로 사용된다.

$$z_q = [\bar{M}]^{-1} [P_3] \{x\} + [\bar{M}]^{-1} [D] \{x_a\} \quad (13)$$

$$z_K = [\bar{M}]^{-1} W_K \{x\} \quad (14)$$

$$w_q = \delta_q z_q \quad (15)$$

$$w_K = \Delta_K z_K \quad (16)$$

2.1.3 불확실성을 고려한 상태 공간 방정식

구조적 불확실성을 고려한 피드백 모델은 Fig. 1과 같이 나타낼 수 있으며 이를 식(17)과 같은 상태 공간 방정식으로 나타낼 수 있다. 식(17)의 각 요소는 식(18)~식(23)과 같다. 이러한 불확실

성을 고려한 상태 공간 방정식에서 외란값을 변화시켜가며 μ 값을 측정하며 $\mu > 1$ 이 되는 점에서 플러터 발생점을 찾을 수 있다[4].

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} X \tag{17}$$

$$\dot{X} = [\ddot{\eta} \dot{\eta} \dot{x} z_{\bar{q}} z_K]^T \tag{18}$$

$$X = [\eta \ \eta \ x \ w_{\bar{q}} \ w_K]^T \tag{19}$$

$$A = \begin{bmatrix} -\bar{M}^{-1}\bar{C} - \bar{M}^{-1}(K_0 + \bar{q}_0 P_3) - \bar{q}_0 \bar{M}^{-1}D & & \\ I & 0 & 0 \\ \bar{E} & 0 & \bar{R} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$B = \begin{bmatrix} -I & 0 & 0 \\ -I & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{21}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \bar{M}^{-1}P_3 & \bar{M}^{-1}D \\ 0 & \bar{M}^{-1}W_K & 0 \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

2.1.4 3차원 조종날개 Modal 해석

MSC.Patran&Nastran을 이용하여 3차원 조종날개의 고유진동수 해석을 수행하였다. 조종날개는 알루미늄 재질로 물성치는 Table 1과 같으며 제원은 Table 2와 같다.

모델의 자유진동해석을 위한 격자 생성 및 경계조건 설정은 MSC.Patran 프로그램을 사용하였으며, 자유진동 해석은 MSC.Nastran solver를 이

Table 1. Material property of analysis model

Elastic Modulus	72 GPa
Poisson Ratio	0.33
Density	2700 kg/m ³
Mass	0.389 kg

Table 2. Geometry of sample model

Root chord length	140 mm
Tip chord length	109.6 mm
Span length	143 mm

Table 3. Result of modal analysis

Mode	Natural Frequency (Hz)	Mode	Natural Frequency (Hz)
1st	332.54	4th	2327.0
2nd	942.25	5th	3368.9
3rd	1579.2	6th	3601.2

용하여 수행하였다. 해석모델은 3580개의 절점과 1838개의 테트라(tetra) 요소로 구성하였다.

구조모델의 고유진동수 해석결과는 Table 3과 같으며, 1st Mode는 1차 굽힘 모드, 2nd Mode는 1차 뒤틀림 모드, 3rd Mode는 2차 굽힘 모드, 4th Mode는 2차 뒤틀림 모드이다. 해석결과에서 플러터에 영향을 미치지 않는 in-plane mode는 제외하고 도시하였다.

2.2 수치해석 및 토의

본 논문에서 개발한 강건 공탄성 해석 프로그램의 검증을 위해, MSC.Nastran을 이용한 모달 해석 결과의 고유진동수를 사용하여 V-g, Root-Locus 및 P-k방법을 이용한 조종날개의 플러터 해석을 수행하였다. 또한, MSC.Nastran의 Flutter Analysis Module을 사용하여 구한 플러터 해석 결과를 Table 4에 비교하였다.

Table 4에서 LFT Nominal은 불확실성을 고려하지 않은 상태로 해석기법을 이용하여 플러터 해석을 수행한 것이고, LFT Robust는 1차 모드 고유진동수 자승의 불확실성 10%가 고려된 모델의 강건 공탄성 해석 결과이다.

MSC.Nastran 해석 결과를 기준으로 삼았을 때, V-g, Root-Locus, P-k 및 LFT 해석결과와의 오차는 약 0.8% 정도로 작은 차이가 났다. 계산 방법에 상관없이 μ 해석기법을 사용하여 구한 결과와 거의 동일한 값을 보였으며, 불확실성이 고려된 강건 공탄성 해석 모델은 불확실성 범위 내에서 최소 플러터 속도를 갖는 결과를 보였다.

Figure 2는 고유진동수 자승의 변화에 대한 선형 플러터 해석 결과를 보여주고 있다. (a)와 (b)는 1차 모드 고유진동수의 변화에 따른 플러터 속도 그래프이고, (c)와 (d)는 2차 모드 고유진동수 변화에 따른 플러터 속도 그래프이다.

(a)와 (c)는 고유진동수 자승의 비가 1인 점을 기점으로 불확실성 5%, 10%를 적용하였을 때의 결과값을 도시하였고, (b)와 (d)는 고유진동수 자승의 비가 0.7인 점을 기점으로 불확실성 5%, 10%를 적용하였을 때의 결과값을 나타내었다.

Table 4. Flutter results of a control fin

		Flutter Results	
		Speed (m/s)	Frequency (Hz)
MSC.Nastran		2681.5	608.77
V-g		2659.6	603.39
Root-Locus		2662.6	601.97
P-k		2660.2	603.18
LFT	Nominal	2660.6	602.77
	Robust	2639.8	596.52

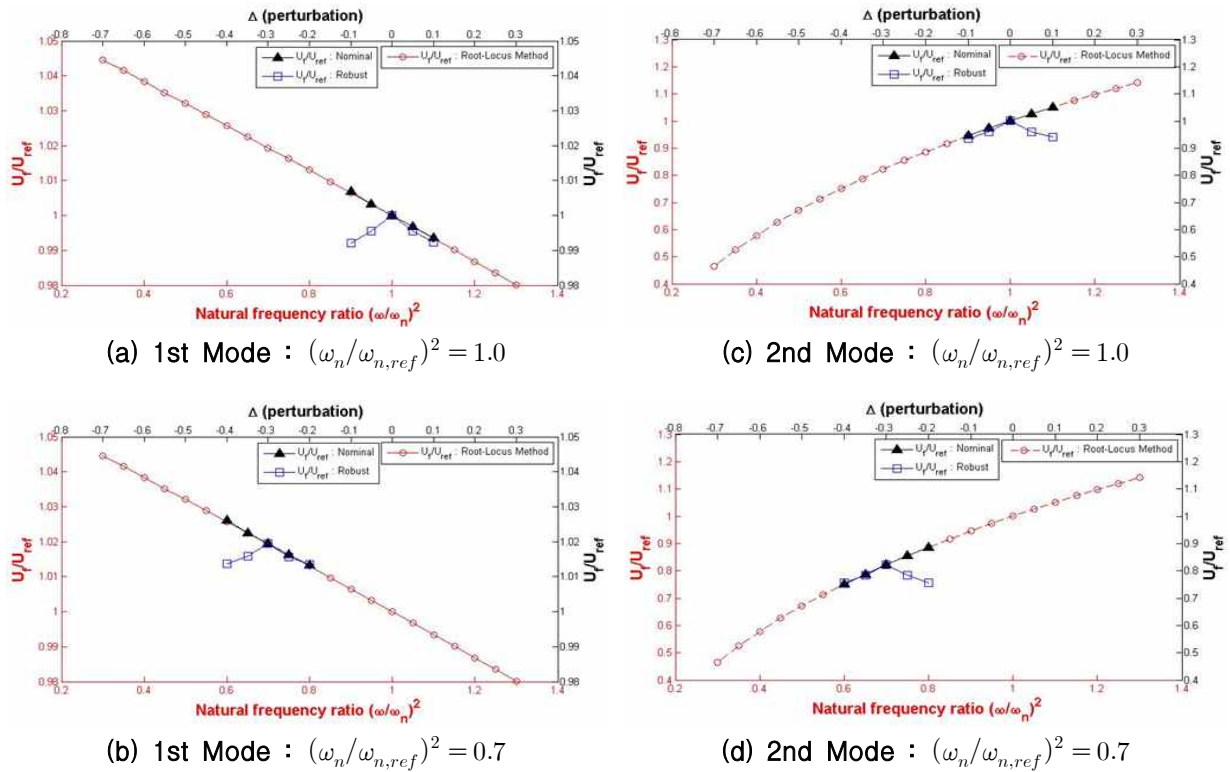


Fig. 2. Effects of ω_n^2 on flutter characteristics at $\Delta = \pm 0.1, 0.05$

근래적법을 사용하여 구한 결과와 해석기법을 사용하여 구한 결과는 거의 동일하게 나왔으며, 불확실성이 고려된 강건 공탄성 해석 모델은 불확실성 범위 내에서의 최소 플러터 속도를 갖는 결과를 보였다. 이를 이용하여 각 구조물의 불확실성을 고려한 최소 플러터 속도 구간 예측이 가능하며 최대 공탄성 안정성 확보가 가능하다.

III. 결 론

본 논문에서는 모델링 오차 및 불확실성을 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측하기 위한 강건 공탄성 해석 프로그램의 개발 및 해석을 수행하였다. 프로그램의 검증을 위해 기존의 공탄성 프로그램의 해석결과와 비교한 결과 0.1% 이내로 무시할 수 있을 정도의 미미한 오차가 있었다. 불확실성을 고려한 강건 공탄성 해석을 통해 불확도를 고려한 공탄성 안정성 경계를 예측할 수 있었으며, 해석 결과는 불확정 범위 내에서의 최소 플러터 속도를 나타내었다. 이를 통해 불확실성이 고려된 강건 공탄성 해석 모델은 불확실 범위 내에서 최대 공탄성 안정성 확보가 가능한 지점을 예측할 수 있다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소와 한국에너지기술평가원 에너지기술개발사업의 연구비 지원 (No. 20143030021130) 에 의해 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

Reference

- 1) Dowell, E. H., Crawley, E. F., Curtiss Jr., H. C., Peters, D. A., Scanlan, R. H., and Sisto, F., A Modern Course in Aeroelasticity, Kluwer Academic Publishers, 1955.
- 2) Lind, R., "Match-Point Solutions for Robust Flutter Analysis," Journal of Aircraft, Vol. 39, No. 1, 2002, pp. 91~99.
- 3) Pettit, C. L., "Uncertainty Quantification in Aeroelasticity : Recent Results and Research Challenges," Journal of Aircraft, Vol. 41, No. 5, 2004, pp. 1217~1229.
- 4) Lind, R. and Bernner, M., Robust Aeroservoelastic Stability Analysis, Springer, New York, 1999.

- 5) Borglund, D., "Robust Aeroelastic Stability Analysis Considering Frequency-Domain Aerodynamic Uncertainty," *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 1, 2003, pp. 189~193.
- 6) Borglund, D., "The -k method for Robust Flutter Solutions," *Journal of Aircraft*, Vol. 41, No. 5, 2004, pp. 1209~1216.
- 7) Borglund, D., "Robust Aeroelastic Analysis in the Laplace Domain : The -p Method," *International Forum on Aeroelasticity and Structure Dynamics*, Stockholm, Sweden. 2007.
- 8) Bae, J.S., Yang, S.M. and Lee, I., "Linear and Nonlinear Aeroelastic Analysis of a Fighter-Type Wing with Control Surface," *Journal of Aircraft*, Vol. 39, No. 4, 2002, pp. 697~708.
- 9) Karple, M., "Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation Using State-Space Aeroelastic Modeling," *Journal of Aircraft*, Vol. 19, No. 3, 1982, pp. 221 ~227.
- 10) Bae, J.S., Shin, W.H., Lee, I., and Shin, Y.S., "Aeroelastic Analysis of Deployable Missile Control Fin with Bilinear Nonlinearity," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 30. No. 7, 2002. pp. 29-35.
- 11) Shin, W.H., Bae, J.S., and Lee, I., "Dual-Limit Cycle Oscillation of 2D Typical Section Model considering Structural Nonlinearities," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, Vol. 33. No. 5, 2005. pp. 28-33.