

요소 시뮬레이션에 의한 불포화토의 반복삼축거동 재현

Reproduction of Cyclic Triaxial Behavior of Unsaturated Soil using Element Simulation

이 충 원[†]
Chungwon Lee

Received: June 23rd, 2015; Revised: June 29th, 2015; Accepted: July 31st, 2015

ABSTRACT : Suction affects the unsaturated soil as the negative pore pressure, and leads to increases of the yield stress and the plastic shear stiffness of the soil skeleton due to the growth in interparticle stress. Hence, in this study, in order to account for these effects of suction under the dynamic loading condition such as the earthquake, the element simulation of the cyclic triaxial test using induced stress-strain relation based on cyclic elasto-plastic constitutive model extended for unsaturated soil considering the 1st and the 2nd yield functions was conducted. Through the stress path, stress-strain relation and relation between volumetric strain and axial strain, it was seen in all the cases that the simulation results demonstrated a good agreement with the experimental results. It is expected that the results of this study possibly contribute to the accuracy improvement on the prediction of unsaturated soil behavior under the dynamic loading condition.

Keywords : Unsaturated soil, Dynamic loading, Suction, Cyclic elasto-plastic constitutive model, Element simulation, Stress-strain relation

요 지 : 불포화토에는 부(-)의 압력인 석션(Suction)이 작용한다. 석션은 입자간 응력을 증가시키며, 이에 따라 토립자 골격의 항복 응력 및 소성전단강성을 증대시킨다. 따라서 본 연구에서는 이러한 석션의 효과를 지진 등의 동적 하중조건에서 고려하기 위해 불포화토에 대하여 확장된 반복탄소성구성식으로부터 제1 항복함수 및 제2 항복함수를 고려하여 유도된 응력-변형률 관계를 이용하여 반복삼축시험의 요소 시뮬레이션을 수행하였다. 그 결과 응력경로, 응력-변형률 관계 및 체적변형률-축변형률 관계로부터 요소 시뮬레이션은 반복삼축거동을 양호하게 모사함을 확인하였다. 본 연구결과는 동적 하중이 작용하는 불포화토 거동 예측의 정확도 제고에 기여할 것으로 전망된다.

주요어 : 불포화토, 동적 하중, 석션, 반복탄소성구성식, 요소 시뮬레이션, 응력-변형률 관계

1. 서 론

최근 들어 계획홍수위를 상회하는 호우, 태풍 및 이에 동반하는 홍수가 다발하고 있으며, 전국적으로도 국소적 집중 호우는 증가경향에 있다고 말할 수 있다. 이 때문에 침수 시 지반구조물에 대한 합리적이고 적절한 거동 및 안정성 평가 방법이 요구되고 있다.

지반의 액상화 문제는 지하수위면 하부 지반에 대해 고려함이 일반적이나, 실제 지반에서 지하수위면 상부 지반은 불포화 상태이므로 직하부에서 발생하는 액상화의 영향을 받게 된다. 또한 일본에서 발생한 2004년의 Niigata현 Chuetsu 지진, 2007년의 Noto Hanto 지진, 2009년의 Suruga만 지진 및 2011년의 Tohoku 지방 태평양 해역 지진 등의 사례에서

는 지진 전의 강우와 집수지형의 영향에 따른 체체 및 성토 내의 포화도 상승 및 지하수위면 상승을 원인으로 하는 지진 피해가 확인되었다. 따라서 불포화 침투-변형 연성해석을 통해 포화된 액상화 대상층 상부의 불포화토층에 대한 지진 시 거동 및 침투수위 변화가 지반구조물의 지진 시 파괴에 미치는 영향을 검토할 필요가 있다. 그러나 불포화토의 역학적 특성에 대한 연구는 포화토에 비해 그 역사가 일천하며, 따라서 불포화토의 거동 및 이론에 대한 지속적인 심층적인 연구가 필요한 실정이다.

모래의 동적거동을 표현하는 구성식에는 여러 가지 종류가 제안되어 왔다. 이때 지진 시의 동적해석을 염두에 둔 경우에는 2차원 및 3차원에 대하여 대응할 수 있는 객관성을 보유하며, 반복재하 중에 발생하는 일정 수준의 변형률 레벨

[†] National Civil Defense and Disaster Management Training Institute, Ministry of Public Safety and Security (Corresponding Author : kucivil@hanmail.net)

(전단변형률 약 10%)을 재현할 수 있는 모델이 필요하다. 본 조건을 만족하는 모래의 구성법칙으로 Oka et al.(1999)의 반복탄소성 구성모델(Cyclic elasto-plastic constitutive model)이 있다. 본 모델은 Oka(1992)의 모델을 기본으로 하여 Taguchi et al.(1995), Tateishi et al.(1995)이 보다 다양한 모래의 반복거동을 재현하기 위하여 여러 가지의 확장을 행한 것이다.

불포화토에는 부(-)의 압력인 석션(Suction)이 작용한다. 석션은 입자간 응력을 증가시키며, 항복응력의 증대 및 소성변형에 대한 토립자 골격의 강성을 증대시킨다. 따라서 본 모델은 구성식 중의 응력변수로 골격응력(Skeleton stress)을 사용하며, 석션에 의한 흙의 골격구조 변화(과압밀경계면 확장, 소성전단강성 증대)를 모래의 탄소성구성식에 도입함으로써 불포화토에 대하여 확장된 구성식을 사용한다(Oka et al., 2006).

본 구성모델에서 석션(Suction)에 대한 영향을 수치해석에서 정확히 고려하기 위해서는 석션 파라미터(Suction parameter)의 결정이 필요하다. 석션 파라미터는 전체 석션 해방 후의 강도저감률(S_{IB} , S_{IBE}), 초기석션 작용 시의 강도증가율(S_r , S_{IB}), 강도변화 속도 조절 파라미터(s_{ib} , s_{ib})를 말하며, 각 석션 레벨에 대하여 불포화도에 대한 배수·배기 삼축시험을 수행한 후, 그 결과를 본 구성모델에 의한 요소 시뮬레이션을 수행하여 근사시킬 수 있는 파라미터를 데이터 조정방법(Data adjusting method)에 의한 시행착오(Trial and error)를 통해 구하여야 한다. 특히, 지진 등의 동적 하중(Dynamic loading)이 작용하는 불포화 지반구조물의 거동 분석을 위해서는 본 구성모델에 의한 반복삼축시험(Cyclic triaxial test)의 요소 시뮬레이션이 가능하여야 하나 현재까지 이에 대한 연구는 미진한 실정이다. 따라서 본 연구에서는 불포화토에 대하여 확장된 Oka의 반복탄소성구성식에 근거한 응력-변형률 관계를 유도하고, 이에 근거한 반복삼축시험의 요소 시뮬레이션(Element simulation)을 수행함으로써 석션 파라미터의 합리적 결정 및 동적 하중이 작용하는 불포화토 거동 예측의 정확도 제고에 기여하고자 하였다.

2. Oka의 반복탄소성구성식

2.1 골격응력

본 모델에서는 포화모래의 구성식을 불포화모래로 확장하기 위하여 응력변수로서 골격응력(Skeleton stress) σ'_{ij} 를 사용한다(Jommi, 2000; Gallipoli et al., 2003; Oka et al., 2006; Oka et al., 2007; Oka et al., 2008).

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - p^F \delta_{ij} \quad (1)$$

여기서 σ_{ij} 는 전응력텐서, p^F 는 평균간극압력, δ_{ij} 는 Kronecker's delta이다. 평균간극압력 p^F 는 Eq. (2)로 표시된다.

$$p^F = S_r p^f + (1 - S_r) p^a \quad (2)$$

여기서 S_r 은 포화도, p^f , p^a 는 각각 액상, 기상에 가해지는 압력이며, 골격응력텐서의 제1 불변량($\sigma'_{11} + \sigma'_{22} + \sigma'_{33}$)의 1/3을 평균골격응력(Mean skeleton stress) σ'_m 이라고 한다.

2.2 과압밀경계면

일반적으로 모래는 과압밀상태에 있으며, 전단 초기단계에서는 탄성거동이 탁월하다. 이 때문에 Oka et al.(1999)의 반복탄소성모델에서는 의사적 과압밀상태를 상정한 과압밀경계면 f_b 의 개념을 도입하고 있다. f_b 는 다음의 식으로 나타난다.

$$f_b = \bar{\eta}_{(0)}^* + M_m^* \ln \frac{\sigma'_m}{\sigma'_{mb}} \quad (3)$$

$$\bar{\eta}_{(0)}^* = \left\{ (\eta_{ij}^* - \eta_{ij(0)}^*) (\eta_{ij}^* - \eta_{ij(0)}^*) \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

여기서 η_{ij}^* 는 응력비텐서($\eta_{ij}^* = s_{ij} / \sigma'_m$), $\eta_{ij(0)}^*$ 는 압밀종료시의 η_{ij}^* 의 값이다. 또한 s_{ij} 는 편차응력 텐서($s_{ij} = \sigma'_{ij} - \delta_{ij} \sigma'_m$)이며, M_m^* 은 변상응력비(전단변형 과정에서 최대 체적압축변형률이 발생하는 시점에서의 응력비 η^* 의 값, $\eta^* = (\eta_{ij}^* \eta_{ij}^*)^{1/2}$)이다.

$f_b < 0$ 의 경우에는 과압밀영역을, $f_b \geq 0$ 의 경우에는 정규압밀영역을 의미한다. 과압밀영역에서 모래가 전단을 받는 경우 일정 범위 내에서 소성체적변형률이 억제되는 응력 경로를 그린다. 여기서 과압밀영역 내에서도 소성변형률이 발생하며, 이에 동반하여 더욱 과압밀영역이 확대 또는 축소되는 것을 고려한다. Eq. (3)에서 σ'_{mb} 는 Eq. (5)와 같이 나타난다.

$$\sigma'_{mb} = \sigma'_{mbi} \exp\left(\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} v^p\right) = OCR^* \sigma'_{m0} \exp\left(\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} v^p\right) \quad (5)$$

여기서 σ'_{mbi} 는 σ'_{mb} 의 초기치, σ'_{m0} 는 초기평균골격응력,

e_0 는 초기간극비, λ 는 압축지수(등방응력하의 처녀재하 시의 $e - \ln \sigma'_m$ 의 관계), κ 는 팽윤지수(등방응력상태에서의 제하 및 재재하 시의 $e - \ln \sigma'_m$ 의 관계), v^P 는 소성체적변형률, OCR^* 는 의사과압밀비($= \sigma'_{mbi} / \sigma'_{m0}$)이다. Fig. 1에 등방압밀종료 시의 과압밀경계면을 나타내었다. 여기서 세로축인 $\sqrt{2J_2}$ 는 편차응력텐서의 제2 불변량 $J_2 = (s_{ij}s_{ij})/2$ 의 2배의 평방근을 나타내고 있다. 과압밀경계면은 소성체적변형률의 팽창, 수축에 동반한 σ'_{mb} 의 변화로 확대 또는 축소된다. 본래 소성체적변형률의 변화에 의한 σ'_{mb} 의 변화는 전단에 의한 다일레이턴시에 기인하는 메커니즘에 의한 것이나, 여기에서는 등방압축, 팽윤특성의 파라미터인 λ , κ 를 사용하여 표현하고 있다. 본 파라미터들은 압밀시험에 의하여 구하며, 일본 Kobe의 Port Island의 매립토($\lambda=0.01$, $\kappa=0.001$), Rokko Island의 매립토($\lambda=0.01$, $\kappa=0.001$) 및 Toyoura 모래($\lambda=0.0091$, $\kappa=0.00052$) 등에 적용 및 수치해석 사례가 있다 (The LIQCA Research and Development Group, 2009).

석션이 변화하면 흙의 특성은 크게 변화한다. 일반적으로 석션이 감소하면 전단강도가 저하하는 것이 알려져 있다. 본 구성모델에서는 습윤(Wetting), 건조(Drying)에 동반한 석션의 변화를 σ'_{mb} 에 도입하였다(Oka et al., 1999; Kato, 2011).

$$\sigma'_{mb} = \sigma'_{mbi} \exp\left(\frac{1+e_0}{\lambda-\kappa} v^P\right) \left[S_{IE} + S_I \exp\left\{-s_d \left(\frac{P_i^C}{P^C} - 1\right)\right\} \right] \quad (6)$$

여기서 S_{IE} 는 전체 석션 해방 후의 강도저감률, S_I 는 초기 석션작용 시의 강도증가율, s_d 는 강도변화속도를 조절하는 파라미터, P_i^C 는 초기석션, P^C 는 현재의 석션이다. Fig. 2에 석션과 σ'_{mb} 의 변화를 나타내는 모식도를 나타내었으며, Fig. 3에 석션의 효과에 의한 과압밀경계면의 변화의 모식도를 나타

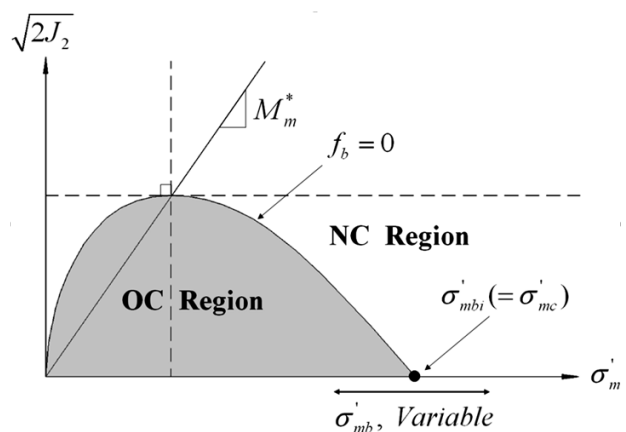


Fig. 1. Overconsolidation boundary surface (Oka et al., 1999)

내었다. 초기 상태로부터 습윤에 의하여 석션해방이 일어나면 강도가 저하되어 과압밀경계면이 축소된다.

2.3 소성전단강성

본 구성모델에서는 소성전단계수를 석션의 함수로 정의하여 석션 변화에 따른 소성의 변화를 통해 토립자 골격의 강성변화를 표현한다. 여기서는 이동경화의 속도를 조정하는 파라미터 B^* 를 정의하며, 이 값이 클수록 경화가 촉진된다. 석션의 영향에 의한 강도변화는 Eq. (7)로 표현된다.

$$B^*_{suc} = B^*_0 \left[S_{IBE} + S_{IB} \exp\left\{-s_{db} \left(\frac{P_i^C}{P^C} - 1\right)\right\} \right] \quad (7)$$

여기서 B^*_0 는 B^* 의 초기값이며, S_{IBE} 는 전체 석션 해방 후의 강도저감률, S_{IB} 는 초기석션작용 시의 강도증가율이다. 또한 s_{db} 는 강도변화속도를 조절하는 파라미터, P_i^C 는 초기석션, P^C 는 현재의 석션이다.

3. 요소 시뮬레이션을 위한 응력-변형률 관계

Lee(2015)는 Oka의 반복탄소성구성식에 근거하여 불포

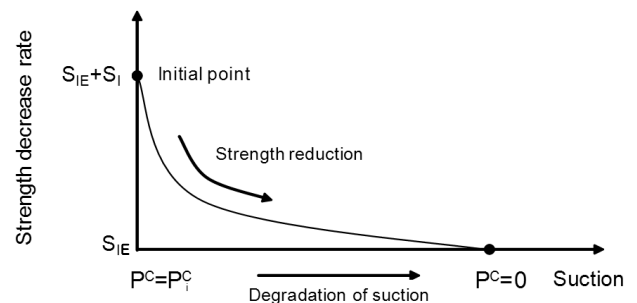


Fig. 2. Schematic figure of strength decrease rate by degradation of suction

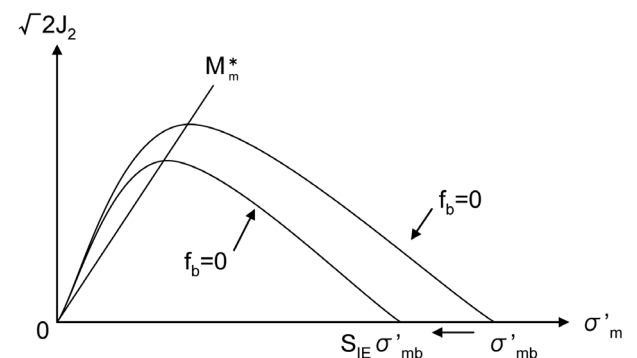


Fig. 3. Schematic figure of shrinkage of overconsolidation boundary surface by degradation of suction

화도에 대한 반복삼축시험의 요소 시뮬레이션을 위한 응력-변형을 관계를 유도하였다. 경화가 발생하는 탄소성체의 부하함수는 일반적으로 Eq. (8)과 같이 나타난다.

$$f = f(\sigma_{ij}, \xi_k) \quad (8)$$

여기서 σ_{ij} 는 부하이력을 나타내는 파라미터, ξ_k 는 항복곡면의 위치와 형상을 나타내는 파라미터로서 초기항복 시에 $\xi_k=0$ 이다. 항복곡면의 내부($f < 0$)는 탄성상태, 항복곡면 상($f = 0$)은 소성상태를 나타내며, $f > 0$ 인 상태는 존재하지 않는다.

어떤 응력상태 (σ_{ij})로부터 소성유동을 일으키는 미소응력 증분 $d\sigma_{ij}$ 를 받은 상태 ($\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}$)로 변화하였을 때에 대하여 생각한다. 응력의 변화에 따라 ξ_k 도 변화하므로, 두 상태에서의 항복곡면은 Eq. (9)와 같이 된다.

$$f(\sigma_{ij}, \xi_k) = 0, \quad f(\sigma_{ij} + d\sigma_{ij}, \xi_k + d\xi_k) = 0 \quad (9)$$

항복함수가 σ_{ij} 와 ξ_k 에 대하여 미분 가능하다면 Eq. (9)를 만족하기 위해서는 항복함수의 전미분이 0이어야 한다. 즉 Eq. (10)을 만족하여야 한다.

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \xi_k} d\xi_k = 0 \quad (10)$$

본 식을 적합조건(Consistency condition)이라고 한다. 본 연구의 구성모델에서 항복함수는 Eq. (11)~(12)로 주어지는 스칼라 함수이다.

$$f_{y1} = \left\{ (\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*) (\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*) \right\}^{1/2} - k = 0 \quad (11)$$

$$f_{y2} = M_m^* \left| \ln \left(\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}} \right) - y_m^* \right| - R_d = 0 \quad (12)$$

여기서 f_{y1} 은 제1 항복함수, f_{y2} 는 제2 항복함수라고 하며, χ_{ij}^* 는 비선형 이동경화 파라미터로서 탄성영역의 이동을 나타낸다. 이와 같이 탄성영역의 변화를 결정하는 함수를 경화함수라고 한다. k 는 탄성영역의 크기를 제어하는 수치 파라미터이며, y_m^* 는 스칼라량의 이동경화 파라미터이다. σ_{m0}' 는 평균골격응력의 단위 값이며, R_d 는 스칼라량의 변수이다. 이동경화 파라미터인 y_m^* 은 Eq. (13)~(15)와 같이 분해된다.

$$dy_m^* = dy_{m1}^* + dy_{m2}^* \quad (13)$$

$$dy_{m1}^* = B_2^* (A_2^* d\epsilon_{kk}^p - y_{m1}^* |d\epsilon_{kk}^p|) \quad (14)$$

$$dy_{m2}^* = H_2^* d\epsilon_{kk}^p = \left(\frac{1 + e_0}{\lambda - \kappa} \right) d\epsilon_{kk}^p \quad (15)$$

f_{y1} 은 응력비의 변화에 대한 항복함수로 과압밀영역에서의 거동이 중심이 되는 액상화 현상을 취급하는 경우에는 응력비의 변화가 중요하므로 f_{y1} 이 지배적이 되나, 보다 일반적인 응력상태에서는 f_{y2} 를 고려할 필요가 있다. Eq. (11)에서 χ_{ij}^* 을 부하이력을 나타내는 파라미터라고 하면 여기서의 적합조건은 Eq. (16)과 같이 된다.

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}'} d\sigma_{ij}' + \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} d\chi_{ij}^* = 0 \\ &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_m'} \frac{\partial \sigma_m'}{\partial \sigma_{ij}'} d\sigma_{ij}' + \frac{\partial f}{\partial s_{kl}} \frac{\partial s_{kl}}{\partial \sigma_{ij}'} d\sigma_{ij}' + \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} d\chi_{ij}^* = 0 \\ &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_m'} \frac{1}{3} \delta_{ij} d\sigma_{ij}' + \frac{\partial f}{\partial s_{kl}} (\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}) d\sigma_{ij}' + \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} d\chi_{ij}^* = 0 \\ &= \frac{\partial f}{\partial \sigma_m'} d\sigma_m' + \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} d\chi_{ij}^* = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

여기서

$$\frac{\partial \sigma_m'}{\partial \sigma_{ij}'} = \frac{\partial (\frac{1}{3} \sigma_{kk}')}{\partial \sigma_{ij}'} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \sigma_{kl}'}{\partial \sigma_{ij}'} = \delta_{ik} \delta_{jl} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_{kl}'}{\partial \sigma_{ij}'} &= \frac{\partial}{\partial \sigma_{ij}'} (\sigma_{kl}' - \sigma_m' \delta_{kl}) \\ &= \frac{\partial \sigma_{kl}'}{\partial \sigma_{ij}'} - \frac{\partial \sigma_m'}{\partial \sigma_{ij}'} \delta_{kl} = \delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\frac{\partial f}{\partial s_{kl}'} \left(\delta_{ik} \delta_{jl} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl} \right) d\sigma_{ij}' = \frac{\partial f}{\partial s_{kl}'} (d\sigma_{kl}' - d\sigma_m' \delta_{kl}) = \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} \quad (20)$$

이동경화 파라미터의 발전식은 Eq. (21)~(22)와 같이 정의된다.

$$d\chi_{ij}^* = B^* (A^* d\epsilon_{ij}^p - \chi_{ij}^* d\gamma^{p*}) \quad (21)$$

$$d\gamma^{p*} = (d\epsilon_{kl}^p d\epsilon_{kl}^p)^{1/2} \quad (22)$$

여기서 A^* , B^* 는 재료 파라미터, $d\epsilon_{ij}^p$ 는 소성편차변형률증

분 텐서, $d\gamma^{p*}$ 는 소성편차변형률증분 텐서의 제2 불변량을 나타낸다. 재료 파라미터 A^* 및 B^* 는 각각 Eq. (23) 및 Eq. (24)와 같이 파괴응력비 M_f^* 및 σ_m' 로 정규화된 초기 소성 전단강성 G^P 와 등가임이 알려져 있다.

$$A^* = M_f^* \quad (23)$$

$$B^* = \frac{G^P}{M_f^*} \quad (24)$$

Eq. (21)에 Eq. (22)를 대입하면 Eq. (25)가 얻어진다.

$$d\chi_{ij}^* = B^* \left\{ A^* de_{ij}^p - \chi_{ij}^* \left(de_{kl}^p de_{kl}^p \right)^{1/2} \right\} \quad (25)$$

비관련유동법칙(Non-associate flow rule)에 의하여,

$$d\varepsilon_{ij}^p = H_{ijkl} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad (26)$$

$$de_{ij}^p = 2b \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} \quad (27)$$

$$d\varepsilon_{kk}^p = (3a + 2b) \frac{\partial g}{\partial \sigma_m} \quad (28)$$

$$H_{ijkl} = a\delta_{ij}\delta_{kl} + b(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) \quad (29)$$

$$g = \left\{ (\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*)(\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*) \right\}^{1/2} + \tilde{M}^* \ln \left(\frac{\sigma_m'}{\sigma_{ma}} \right) = 0 \quad (30)$$

여기서 H_{ijkl} 은 4계 등방텐서, a 와 b 는 응력과 변형률의 상태에 의존하는 스칼라 함수이다. g 는 소성퍼텐셜함수이며, \tilde{M}^* 은 다일레이턴시 함수, σ_{ma}' 는 수치 파라미터이다. 따라서

$$d\chi_{ij}^* = B^* \left\{ A^* 2b \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} - \chi_{ij}^* \left(\frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \right)^{1/2} \right\} \quad (31)$$

Eq. (31)을 Eq. (16)에 대입하면 Eq. (32)가 얻어진다.

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_m} d\sigma_m' + \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} + 2b \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} B^* \left\{ A^* \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} - \chi_{ij}^* \left(\frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \right)^{1/2} \right\} \quad (32)$$

Eq. (32)는 Eq. (33)과 같이 쓸 수 있다.

$$2b = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_m} d\sigma_m' + \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij}}{-B^* \frac{\partial f}{\partial \chi_{ij}^*} \left\{ A^* \frac{\partial g}{\partial s_{ij}} - \chi_{ij}^* \left(\frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \frac{\partial g}{\partial s_{pq}} \right)^{1/2} \right\}} \quad (33)$$

각 편미분항을 계산하면 Eq. (34)를 얻는다.

$$2b = \frac{\frac{1}{\sigma_m} \left\{ D - \frac{\eta_{kl}^*(\eta_{kl}^* - \chi_{kl}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} \right\} d\sigma_m' + \left\{ \frac{1}{\sigma_m} \frac{\eta_{mn}^* - \chi_{mn}^*}{\bar{\eta}_\chi^*} \right\} ds_{mn}}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} B^* \chi_{ij}^* \frac{\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*}{\bar{\eta}_\chi^*}} \quad (34)$$

여기서 D 는 Eq. (35)와 같이 표현된다.

$$D = M_m^* \frac{\ln \left(\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \right) - y_m^*}{\left| \ln \left(\frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \right) - y_m^* \right|} \quad (35)$$

삼축압축 조건 ($\sigma_{11}' > \sigma_{22}' = \sigma_{33}'$)에서,

$$s_{ij} = \sigma_{ij}' - \sigma_m' \delta_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{2}{3}q & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3}q & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{3}q \end{pmatrix} \quad (36)$$

$2b$ 의 각 부분을 Eq. (37)~(39)와 같이 A , B 및 C 로 치환한다.

$$\frac{\eta_{kl}^*(\eta_{kl}^* - \chi_{kl}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} = \frac{\eta_{11}^*(\eta_{11}^* - \chi_{11}^*) + 2\eta_{33}^*(\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} = A \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\eta_{mn}^* - \chi_{mn}^*}{\bar{\eta}_\chi^*} ds_{mn} &= \frac{(\eta_{11}^* - \chi_{11}^*)ds_{11} + 2(\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)ds_{33}}{\bar{\eta}_\chi^*} \\ &= \frac{(\eta_{11}^* - \chi_{11}^*)\frac{2}{3}dq - (\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)\frac{2}{3}dq}{\bar{\eta}_\chi^*} \\ &= \frac{2}{3} \frac{(\eta_{11}^* - \chi_{11}^*) - (\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} dq = B \cdot dq \end{aligned} \quad (38)$$

$$\frac{\chi_{ij}^*(\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} = \frac{\chi_{11}^*(\eta_{11}^* - \chi_{11}^*) + 2\chi_{33}^*(\eta_{33}^* - \chi_{33}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} = C \quad (39)$$

따라서 $2b$ 는 Eq. (40)과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} 2b &= \frac{\frac{1}{\sigma_m} \left\{ D - \frac{\eta_{kl}^*(\eta_{kl}^* - \chi_{kl}^*)}{\bar{\eta}_\chi^*} \right\} d\sigma_m' + \left\{ \frac{1}{\sigma_m} \frac{\eta_{mn}^* - \chi_{mn}^*}{\bar{\eta}_\chi^*} \right\} ds_{mn}}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} B^* \chi_{ij}^* \frac{\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*}{\bar{\eta}_\chi^*}} \\ &= \frac{\frac{1}{\sigma_m} (D - A) d\sigma_m' + \frac{1}{\sigma_m} (B \cdot dq)}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} (C \cdot B^*)} \end{aligned} \quad (40)$$

배수 삼축시험의 경우,

$$dp' = \frac{1}{3} dq \quad (41)$$

$$dq = \frac{d\varepsilon_{11}}{\left(\frac{1}{9} \frac{\kappa}{(1+e_0)} \frac{1}{\sigma_m} + \frac{1}{3\mu}\right) + \left[\frac{1}{\sigma_m} \left\{ \frac{-\frac{1}{\sigma_m} \frac{1}{3}(D-A) + \frac{1}{\sigma_m} B}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} (C \cdot B^*)} \right\} \left\{ \frac{1}{3} (M^* - A) + \frac{\eta_{11}^* - \chi_{11}^*}{\bar{\eta}_z^*} \right\} \right]} \quad (42)$$

만약 평균골격응력이 변화하지 않는다면 제2 항복함수 f_{y2} 는 해석에 반영되지 않는다. 이 경우 $f = f_{y1}$ 이고, $D = 0$ 이므로 $2b$ 와 dq 는 Eq. (43), (44)와 같이 표현된다.

$$2b = \frac{\left\{ -\frac{1}{\sigma_m} \frac{\eta_{kl}^* (\eta_{kl}^* - \chi_{kl}^*)}{\bar{\eta}_z^*} \right\} d\sigma_m' + \left\{ \frac{1}{\sigma_m} \frac{\eta_{mn}^* - \chi_{mn}^*}{\bar{\eta}_z^*} \right\} ds_{mn}}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} B^* \chi_{ij}^* \frac{\eta_{ij}^* - \chi_{ij}^*}{\bar{\eta}_z^*}} = \frac{-\frac{1}{\sigma_m} (A \cdot dp') + \frac{1}{\sigma_m} (B \cdot dq)}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} (C \cdot B^*)} \quad (43)$$

$$dq = \frac{d\varepsilon_{11}}{\left(\frac{1}{9} \frac{\kappa}{(1+e_0)} \frac{1}{\sigma_m} + \frac{1}{3\mu}\right) + \left[\frac{1}{\sigma_m} \left\{ \frac{-\frac{1}{\sigma_m} \frac{1}{3} A + \frac{1}{\sigma_m} B}{\frac{1}{\sigma_m} A^* B^* - \frac{1}{|\sigma_m|} (C \cdot B^*)} \right\} \left\{ \frac{1}{3} (M^* - A) + \frac{\eta_{11}^* - \chi_{11}^*}{\bar{\eta}_z^*} \right\} \right]} \quad (44)$$

상기의 응력-변형률 관계를 2차원 및 3차원 수치해석에서 액상화 이후의 압밀거동 예측 등에 적용하는 경우에는 평균골격응력(Mean skeleton stress)의 변화를 반영하는 제2 항복함수의 도입이 필요할 것이다. 그러나 반복삼축시험은 일정한 평균골격응력 조건 하에서 수행되므로 요소 시뮬레이션에서는 제1 항복함수만으로도 수치해석을 위한 각 물성치 및 석션 파라미터 결정이 가능할 것으로 판단된다.

4. 요소 시뮬레이션의 수행

4.1 개요

본 장에서는 3장에서 서술한 응력-변형률 관계를 이용하여 반복삼축거동의 요소 시뮬레이션을 수행하였다. 비교를 위한 반복삼축시험에는 일본 Kyoto University에 소재한 불포화삼축시험기가 사용되었다. 공시체는 직경 50mm, 높이 100mm의 제원을 가지며, 일본 Kansai 지방의 제방 유지보수에 사용되는 Yodogawa 제방사를 최적함수비(OMC, Optimal water content)인 13.7%의 조건에서 정적 다짐을 통해 다짐도 90%로 조성하였다. 이때의 건조밀도(ρ_d)는 1.675g/cm³이다. 본 시험은 배기-배수조건 하에서 변형률 속도(Strain

rate) 0.1%/min의 변위 제어조건으로 수행되었으며, 축차응력 진폭(Deviator stress amplitude)은 60kPa, 반복재하횟수는 50회로 설정하였다. 불포화 공시체에 대한 본 시험은 3개 Case의 초기 석션 조건(0kPa, 10kPa, 50kPa) 하에서 수행되었다(Yabuki, 2009; Kimoto et al., 2011). 요소 시뮬레이션에 사용된 각 물성치를 Table 1에 정리하였다. 초기간극비와 초기 평균골격응력은 반복삼축시험과 동일하게 적용하였으며, 각 Case에 대한 정규화 전단탄성계수는 Yabuki(2009)에 의하여 수행된 다짐도 85%의 Yodogawa 제방사에 대한 시뮬레이션에서 적용한 값을 다짐도의 차이를 고려하여 다소 크게 결정하였다. B_0^* 와 C_f 는 Parametric study를 통하여 결정하였으며, B_1^* 은 B_0^* 의 1/40로 설정하였다. 본 3개의 Parameter는 소성전단강성 및 이의 감소에 관련된다. 석션 Parameter 또한 상이한 초기 석션을 갖는 3개 Case의 반복 삼축거동을 모사하기 위한 Parametric study를 통하여 결정되었다. 그 외의 물성치는 배수조건인 단조 삼축시험(Monotonic triaxial test)에 근거하여 결정하였다(Kato, 2011).

4.2 요소 시뮬레이션 조건 및 결과

요소 시뮬레이션에서는 반복삼축시험 조건에 근거하여 변

Table 1. Material and suction parameters used in the simulation of the triaxial test under drained conditions

(a) Material parameters

Parameter	Value		
Initial void ratio, e_0	0.561	0.563	0.560
Compression index, λ	0.0804		
Swelling index, κ	0.009		
Normalized shear elastic modulus, G_0/σ_{m0}'	250	270	330
Stress ratio at phase transformation, M_m^*	1.270		
Stress ratio at failure, M_f^*	1.270		
Hardening function parameter, B_0^*	10,000		
Hardening function parameter, B_1^*	250		
Hardening function parameter, C_f	50		
Quasi-overconsolidation ratio, OCR^*	1.0		
Anisotropy disappearance parameter, C_d	2,000		
Dilatancy coefficient parameters, D_0^*	2.0		
Dilatancy coefficient parameters, n	2.0		
Referential strain parameter (in plastic), γ_{ref}^{P*}	0.008		
Referential strain parameter (in elastic), γ_{ref}^{E*}	0.08		
Initial average skeleton stress (kPa)	100	107	131
Stress amplitude (q, kPa)	60		
Referential suction (P_1^c , kPa)	50		
Current suction (P^c , kPa)	0	10	50

(b) Suction parameters

Parameter	S_{IE}	S_I	S_d	S_{IBE}	S_{IB}	S_{db}
Value	1.0	0.2	0.1	1.0	0.2	0.1

형률 속도(Strain rate) 및 축차응력 진폭(Deviator stress amplitude)을 각각 0.1%/min 및 60kPa로 설정하였으며, 반복재하 횟수는 50회로 설정하였다. 또한 양진폭변형률(DA, Double amplitude of linear strain)은 5%로 설정하였다.

Fig. 4는 반복삼축시험 및 요소 시뮬레이션의 각 Case에 대한 응력경로를 나타낸다. 일정한 석션을 부가하는 배수조건 하에서 시험 및 시뮬레이션이 수행되었으므로 모든 Case에서 응력경로는 3의 기울기를 가지며, 석션 증가에 따른

평균골격응력의 증가가 확인된다. Fig. 5와 Fig. 6은 각각 축차응력-축변형률 및 축변형률-체적변형률에 대한 반복삼축 시험 및 요소 시뮬레이션의 결과를 비교하고 있다. 석션이 증가함에 따라 반복삼축시험 결과는 축변형률 및 체적변형률의 감소 경향을 나타내며 요소 시뮬레이션에서는 σ'_{mb} 의 증가에 따른 과압밀경계면의 확장 및 소성전단강성의 지배 파라미터인 B^* 의 증가에 의하여 반복삼축시험 결과와 동일한 경향을 보이고 있다. 본 결과로부터 요소 시뮬레이션은

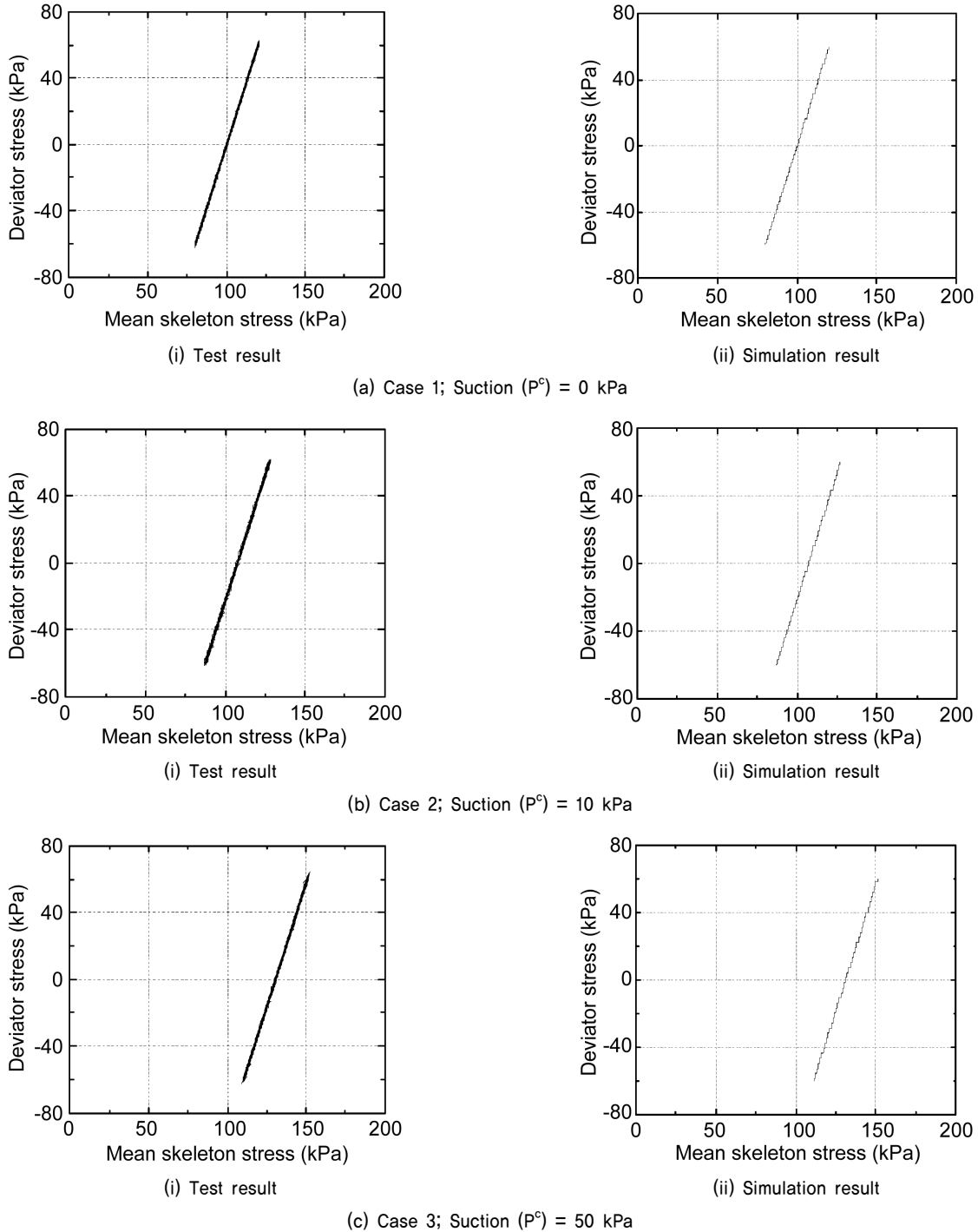


Fig. 4. Stress path of the cyclic triaxial test under drained conditions (strain rate = 0.1%/min)

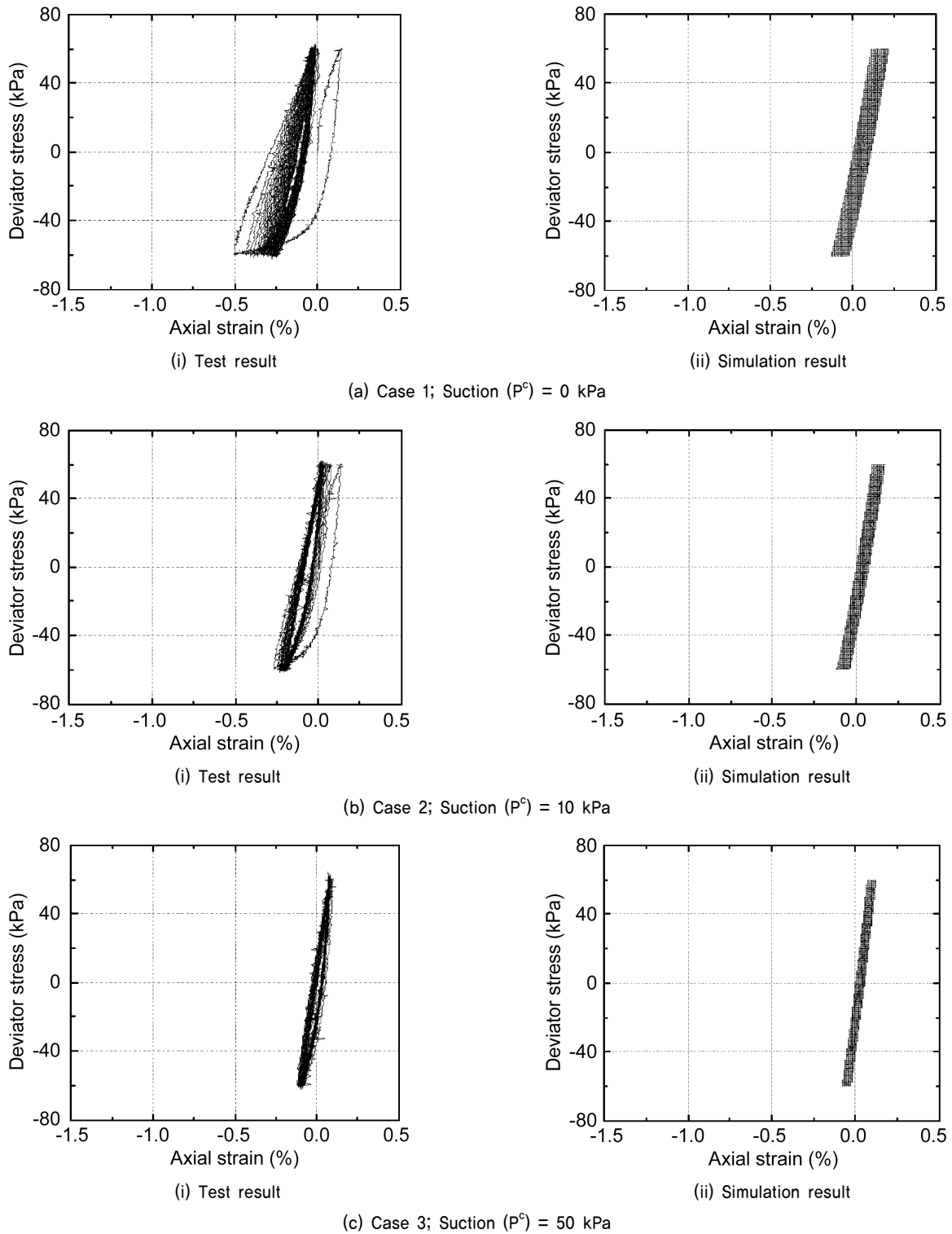


Fig. 5. Relation between deviator stress and axial strain of the cyclic triaxial test under drained conditions (strain rate = 0.1%/min)

석선에 따른 반복삼축거동(Cyclic triaxial behavior)의 변화를 양호하게 묘사하는 것으로 판단된다.

5. 결론

본 연구는 불포화토에 대해 확장된 Oka의 반복탄소성구

성식에 근거하여 석선(Suction)을 고려한 요소 시뮬레이션을 수행한 것이다. 본 연구로부터 얻은 결론은 다음과 같다.

- (1) 수치해석을 위한 각 물성치와 함께 석선을 고려한 반복삼축시험의 요소 시뮬레이션을 위해 유도된 응력-변형률 관계를 2차원 및 3차원 수치해석에서 액상화 이후의

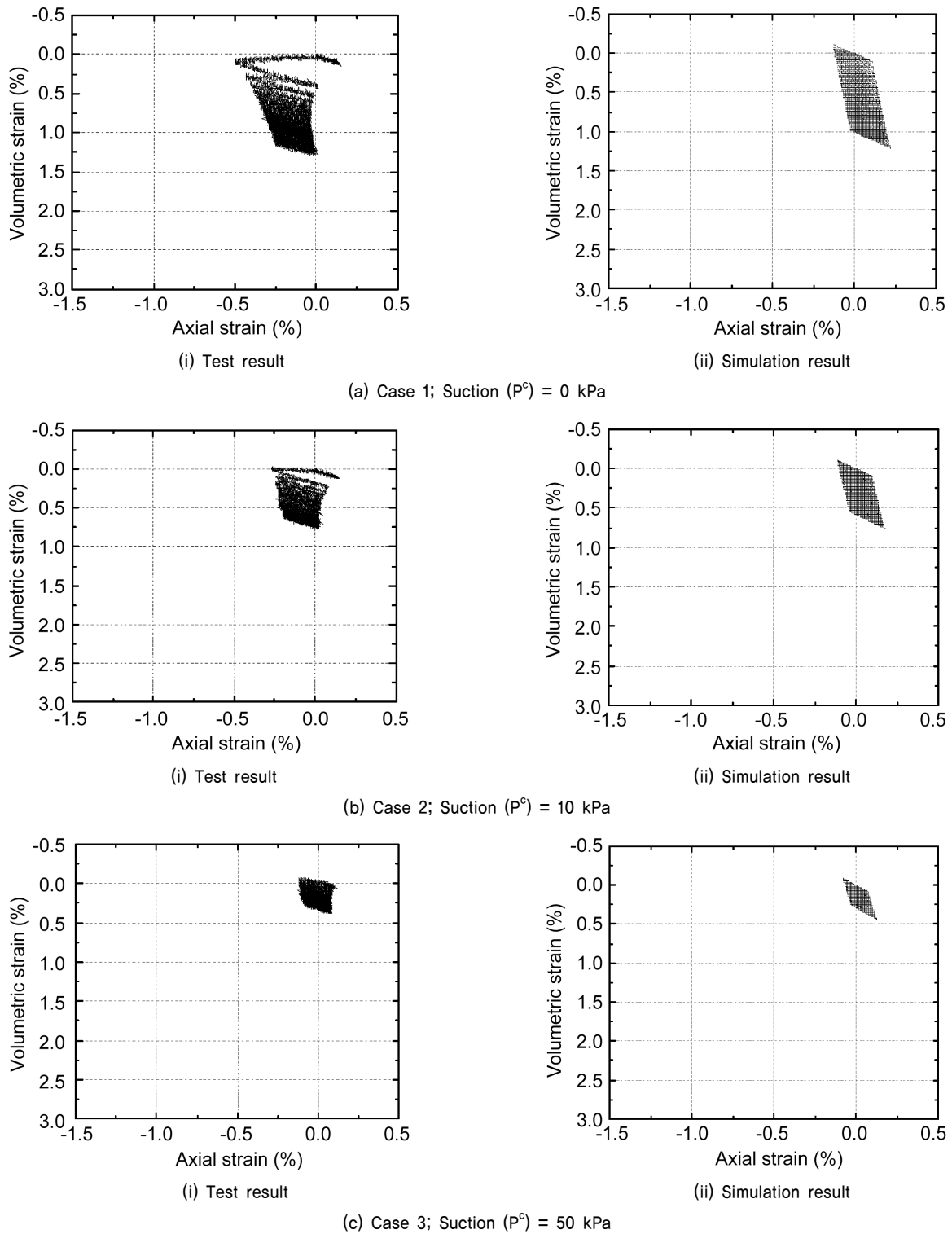


Fig. 6. Relation between volumetric strain and axial strain of the cyclic triaxial test under drained conditions (strain rate = 0.1%/min)

압밀거동 예측 등에 적용하는 경우에는 평균골격응력 (Mean skeleton stress)의 변화를 반영하는 제2 항복함수의 도입이 필요하나, 요소 시뮬레이션에서는 제1 항복함수만으로도 수치해석을 위한 각 물성치 및 석션 파라미터 결정이 가능할 것으로 판단된다.

(2) 상기의 응력-변형률 관계에 근거한 요소 시뮬레이션은 석

션 증가에 따른 과압밀경계면의 확장 및 소성전단강성의 증가에 의하여 축변형률 및 체적변형률의 감소 경향을 나타내며, 이는 반복삼축시험 결과와 동일한 양상이다. 즉 요소 시뮬레이션은 석션에 따른 반복삼축거동(Cyclic triaxial behavior)의 변화를 양호하게 모사하는 것으로 판단된다.

본 연구결과는 상술한 반복탄소성구성식을 불포화 조건의 2차원 및 3차원적 지반공학적 문제에 적용하기 위한 각 물성치 및 석션 파라미터를 합리적으로 결정하고, 이를 통해 동적 하중이 작용하는 불포화 지반의 거동 예측 정확성을 향상시키는 데 기여할 것으로 전망된다.

감사의 글

본 연구에 다대한 조언을 주신 일본 Kyoto University의 Oka Fusao 명예교수님, Higo Yosuke 교수님 및 Kimoto Sayuri 교수님께 감사의 말씀을 전합니다.

References

- Gallipoli, D., Gens, A., Sharma, R. and Baunat, J. (2003), An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behavior, *Geotechnique*, Vol. 53, No. 1, pp. 123~135.
- Jommi, C. (2000), Remarks on the constitutive modelling of unsaturated soils, *Experimental Evidence and Theoretical Approaches in Unsaturated Soils*, Tarantino, A. and Mancuso, C. eds., Balkema, pp. 139~153.
- Kato, R. (2011), Development of an unsaturated seepage-deformation coupled simulation method and its application to river embankment, Ph.D. dissertation, Kyoto University, Japan, pp. 10~65 (in Japanese).
- Kimoto, S., Oka, F., Fukutani, J., Yabuki, T. and Nakashima, K. (2011), Monotonic and cyclic behavior of unsaturated sandy soil under drained and fully undrained conditions, *Soils and Foundations*, Vol. 51, No. 4, pp. 663~681.
- Lee, C. W. (2015), Inducing stress-strain relationship for element simulation of cyclic triaxial test on unsaturated soil, *Journal of the Korea Academia-Industrial Cooperation Society*, Vol. 16, No. 8, pp. 5654~5663 (in Korean).
- Oka, F. (1992), A cyclic elasto-viscoplastic constitutive model for clay based on the non-linear hardening rule, *Proc. 4th International Symposium on Numerical Models in Geomechanics*, Swansea, Pande, G. N. and Pietruszczak, S. eds., 1, Balkema, pp. 105~114.
- Oka, F., Kimoto, S., Kato, R., Sunami, S. and Kodaka, T. (2008), A soil-water coupled analysis of the deformation of an unsaturated river embankment due to seepage flow and overflow, *Proc. 12th International Conference of International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics (IACMAG)*, Goa, India, 1-6 October 2008, Singh, D. N. ed., pp. 2029~2041.
- Oka, F., Kodaka, T., Kimoto, S., Kato, R. and Susami, S. (2007), A hydro-mechanical coupled analysis of an unsaturated river embankment due to seepage flow, *Key engineering materials*, Trans tech publications, Vol. 340-341, pp. 1223~1230.
- Oka, F., Kodaka, T., Kimoto, S., Kim, Y. S. and Yamasaki, N. (2006), A multi-phase coupled FE analysis using an elasto-viscoplastic model for unsaturated soil, *Geomechanics II, Geotechnical Special Publication*, ASCE, Proc. 2nd US-Japan workshop on Geomechanics, pp. 124~131.
- Oka, F., Yashima, A., Tateishi, A., Taguchi, Y. and Yamashita, S. (1999), A cyclic elastoplastic constitutive model for sand considering a plastic-strain dependence of the shear modulus, *Geotechnique*, Vol. 49, No. 5, pp. 661~680.
- Taguchi, Y., Tateishi, A., Oka, F. and Yashima, A. (1995), A cyclic elasto-plastic model based on the generalized flow rule and its application, *Proc. 5th Int. Symposium on Numerical Models in Geomechanics*, Davos, Switzerland, Pande, G. N. and Pietruszczak, S. eds., Balkema, pp. 57~62.
- Tateishi, A., Taguchi, Y., Oka, F. and Yashima, A. (1995), An elasto-plastic model for sand and its application under various stress conditions, *Proc. of 1st Int. Conference on Earthquake Geotechnical Engineering*, Tokyo, Ishihara, K. ed., Balkema, Vol. 1, pp. 399~404.
- The LIQCA Research and Development Group (Representative: Oka, F. of Kyoto University) (2009), User's manual for LIQCA2D09 (2009 released print), pp. II-6~II-21 (in Japanese).
- Yabuki, T. (2009), Drained and undrained behavior of unsaturated sandy soil and its modeling, Master's thesis, Kyoto University, Japan, pp. 8~24 (in Japanese).