

Longevity Bond Pricing by a Cohort-based Stochastic Mortality

Jae Hoon Jho^{a,1} · Kangsoo Lee^b

^aSchool of International Economics and Business, Yeungnam University;

^bKorea Insurance Development Institute

(Received July 13, 2015; Revised July 28, 2015; Accepted July 30, 2015)

Abstract

We propose an extension of the Lee and Jho (2015) mean reverting the two factor mortality model by incorporating a period-specific cohort effect. We found that the consideration of cohort effect improves the mortality fit of Korea male data above age 65. Parameters are estimated by the weighted least squares method and Metropolis algorithm. We also emphasize that the cohort effect is necessary to choose the base survival index to calculate longevity bond issue price. A key contribution of the article is the proposal and development of a method to calculate the longevity bond price to hedge the longevity risk exposed to Korea National Pension Services.

Keywords: longevity bond, cohort effect, two factor mortality model, mean reverting stochastic process, weighted least squares method, Metropolis algorithm

1. 서론

급변하는 세계경제 속에서 우리나라는 수많은 경제적 정치적 도전을 받아왔으며 그로 인한 시행착오를 경험하였지만 매 번의 위기를 지혜롭게 극복해오며 복지국가로 진입하기 위한 노력을 지속적으로 기울이고 있다. OECD 가입으로 선진국의 대열에 합류한 우리나라가 당면한 새로운 문제는 그 동안 도외시되었던 노인층의 복지제도일 것이다. 경제성장으로 국내총생산의 증가는 많은 계층에게 보다 윤택한 삶을 제공한 것이 사실이나 균형적 발전의 관점에서 성공적인 복지국가의 실현은 아직 요원하다. 최근 OECD 국가 비교 통계에서 우리나라의 노인자살율과 노인빈곤율은 심각한 수준을 기록하였으며 향후 개선의 가능성도 희박하여 제도적 지원이 절실한 실정이다. 이러한 현상의 가장 큰 원인은 전 세계에서 유례 없이 가장 빠르게 진행되는 고령화일 것이다. 우리나라의 합계출산율은 가입여성 1명당 1.1873명으로 세계최저 수준이며 1970년에서 2013년 사이(약 40년간) 3.34명 감소하여 일본(0.70명)보다 감소속도가 빠르다. 또한 의학기술의 발달, 그리고 생활수준 향상 등의 급격한 사회변화에 기인하여 최근의 사망률이 감소하고 있는 것은 인구고령화를 더욱 가속화시켰다.

이러한 급격한 사회적 변화는 금융산업에 영향을 미칠 것으로 예상된다. 특히 사망률의 급격한 감소는 가입자가 예상보다 오래 생존할 때 손실이 발생하는 연금사업자(국민연금공단과 보험회사)의 장수위험

This research was supported by Finance and Insurance Research Program funded by Deasan Foundation.

¹Corresponding author: School of International Economics and Business, Yeungnam University, 280 Daehak-Ro, Gyeongsan, Gyeongbuk 712-749, Korea. E-mail: jaehoonjho@yu.ac.kr

을 야기하며 동 위험은 베이비부머 세대의 은퇴가 본격화됨에 따라 향후 증가할 것으로 예상되고 있다. 대표적인 공적연금인 국민연금의 2013년 장기재정추계 결과 (Ministry of Health & Welfare, 2013)에 따르면 2044년 최초로 수지적자가 발생하고 2060년 적립기금이 소진될 것으로 예상된다. 만약 가입자의 예상치 못한 장수가 발생하여 연금지출액이 증가하고 이를 관리할 수 있는 적절한 수단이 마련되지 못한다면 적립기금이 보다 빨리 소진되어 급격한 보험요율의 인상이 불가피하며 결국 조세지원의 증가를 초래할 것이다. 이는 국민연금 제도의 지속 가능성을 저해할 뿐만 아니라 정부의 재정 부담을 가중시킬 것이다. 사적연금 공급자인 보험회사 또한 장수위험 헷지 수단이 없을 경우 연금보험상품의 보험료를 올리거나 까다로운 계약심사(underwriting)를 통해 보험계약체결을 제한할 것이다.

연금사업자는 보유한 연금보험계약의 연금수령자들이 기대한 것보다 장수하는 경우 보험금의 지급이 증가하게 되는 가능성을 염려한다. 이러한 장수위험은 근본적으로 미래 예측 사망률의 변동성과 기저위험(basis risk)에 기인한다 (Blake 등, 2014). 연금사업자는 자신에게 노출된 장수위험을 측정하고 적절한 수단으로 헷지해야만 하는데 금융시장에서 위험을 분산시키는 방법이 하나의 대안으로서 EU 국가들 사이에서 이미 활용되고 있다. 연금사업자가 장수채권을 매입함으로써 연금가입자의 장수로 인해 증가하는 연금지급액을 채권발행자로부터 보전 받게 되면 위험분산 효과로 재무적 유동성을 유지할 수 있으며 지급불능 등의 신용위험으로부터 안전하게 사업을 영위할 수 있게 된다. 한 편, 장수채권 발행자는 연금사업자의 장수위험을 인수하여 조달된 자금을 금융시장 등에 투자하여 수익을 창출하거나 더 나아가 금융시장에서 자신들이 인수한 위험을 다시 헷지할 수도 있다. 특히 우리나라의 경우에도 정부가 장수채권을 발행하고 연금사업자인 국민연금공단이 이를 매입하는 방식이 장수위험의 효율적 위험분산 기능을 기대할 수 있을 뿐만 아니라 국민연금 제도의 지속가능성을 높일 것으로 보인다. 예를 들어, 채권 발행으로 조달된 자금을 젊은 세대의 국민연금 보험료로 지원한다면 늘어난 보험료로 향후 보험료 인상 필요성을 일정부분 경감시킬 수 있게 되어, 젊은 세대가 노령 세대의 장수위험을 부담하는 세대 간 불균형 문제를 다소 해소할 수 있다. 세대 간 불균형의 해소는 국민연금 가입을 자연스럽게 유도하여 지속 가능한 공적연금제도 구현에 이바지 할 것이다. 또한 국민연금공단은 적절한 시기에 매입한 장수채권을 금융시장에서 매도하여 일시적으로 자금을 조달하고, 추후 재매입을 통해 장수위험 헷지 상태로 복원할 수 있는 유동성을 획득할 수 있다. 따라서 장수채권의 발행은 정부, 국민연금공단 그리고 연금가입자 모두에게 긍정적 효과를 가져다 줄 것이다. 이와 같은 제도적 기틀 아래에서 성공적인 장수채권의 발행을 위해서는 적절한 채권의 가격 산출이 선행되어야 하며 장수채권의 구조에 가장 적합한 사망률 모형이 필요하다.

장수채권은 미래 사망률에 따라 현금흐름이 변동하기 때문에 채권가격 결정을 위해서 미래 사망률 예측 모형이 필수적이다. 사망률 모형의 연구는 다양한 목적으로 수행되어왔으나 장수위험이 본격적으로 인식되기 시작하면서 장수채권에 활용 가능한 새로운 모형으로 발전해오고 있다. 기간효과와 연령효과를 포함한 확률론적 사망률 모형들이 그 대표적 예이며 최근에는 코호트 효과를 추가적으로 반영하는 매우 정교한 모형들이 개발되고 있다. 이미 고령화가 진행된 해외 선진국에서는 많은 연구가 진행되었으며 매년 새로운 모형이 개발되고 있다. 확률론적 사망률 모형에 대한 연구는 Lee와 Carter (1992)와 Cairns 등 (2006) 그리고 이 둘의 결합모형으로 크게 구분할 수 있다. Lee와 Carter는 연령효과와 기간효과를 포함한 모형으로서 단순 명료한 구조로 사망률 예측이 용이하다는 장점이 있어 가장 널리 사용되어 왔으며 이 후 Lee와 Miller (2001), Booth 등 (2002), De Jong과 Tickle (2006) 등의 다수의 수정모형과 Renshaw와 Haberman (2006), Currie (2006) 등의 개선모형이 제안되었다.

Cairns 등 (2006)는 기간효과를 2요인으로 확장하고 2요인을 추세를 가진 이변량확률과정(bivariate random walk with drift)으로 모형화한 2요인 확률론적 사망률 모형을 제시하였다. 그 이후 추가적인 개선이 지속적으로 이루어져 다양한 수정모형이 제안되었고 특히 코호트 효과를 반영한 모형은 장수채

권의 가격산출 관점에서 주목해야할 모형이다. 2요인 사망률 모형의 다양한 형태인 모형들은 Cairns 등 (2009)에서 자세히 찾아볼 수 있다. 이 후에도 코호트 효과의 중요성이 강조되면서 코호트 효과를 반영한 다양한 사망률 모형이 Plat (2009), O'Hare와 Li (2012), Börger 등 (2014) 등에 의해 연구되었다.

하지만 위에서 언급한 모든 모형에서 기간효과는 시간의 경과에 따라 사망률이 선형으로 하락함을 가정하고 있다. Lee와 Jho (2015)는 이러한 기간효과 선형 관계의 한계를 벗어난 모형으로 사망률의 장기 평균수렴값이 존재함을 가정하여 2요인 모형의 기간효과를 평균회귀확률 과정으로 모형화 하였으며 영국 사망률 자료를 바탕으로 사망률이 장기평균으로 수렴함을 확인하였다. 이는 유한한 인간수명의 생물학적 특징으로 인해 먼 미래의 특정 시점 이후 사망률은 지속적으로 개선(하락)되지 않고 수렴할 것이라는 가정을 반영한 것이다. 또 다른 기간효과의 비선형 모형으로서 Cox 등 (2010)은 급격하고 지속적인 사망률 개선을 설명하기 위하여 도약확산과정(jump diffusion process) 모형을 도입하였다. 이들은 20세기 초부터 최근까지의 사망률의 변화를 일관적 사망률 추세(trend), 확률적 확산(diffusion), 그리고 급격한 도약(jump)의 3가지로 구성되는 모형을 제시하였는데 Lee와 Carter 모형 이후 많은 연구가 진행된 추세와 확산 요소 이외에 도약 요소를 포함시킨 점이 새로운 시도로 간주되고 있다. Cox 등 (2010)의 모형은 최근까지 경험된 사망률 변동을 매우 정교하게 설명해줄 수 있는 이론적 완성도의 단계를 높여주었으나 도약 항목의 모수적 형태가 잘 알려져 있지 않아 추정이 어렵다는 단점이 존재한다.

이번 연구에서 지수방식 장수채권의 가격산출에 가장 적합한 사망률 모형으로서 Lee와 Jho (2015)의 2요인 평균회귀 모형에 코호트 효과를 반영한 새로운 사망률 모형을 제안한다. 2요인 모형은 전체 연령의 사망률 예측보다는 고연령에서의 사망률 예측이 Lee-Carter 모형에 비해 우수하기 때문에 장수위험 측정에 적합한 모형으로 간주되며, 코호트 효과의 반영은 전체 국민이 아닌 특정 출생연도 집단의 생존율과 연계된 지수방식 장수채권의 가격산출 시 예측오차를 보다 줄일 수 있는 장점이 있어 보다 정교한 가격산출을 가능케 해준다. 이 연구가 기여하는 점은 우리나라의 사망률 자료를 이용하여 코호트 효과를 계량적으로 확인·산출하고 그 효과를 포함한 사망률 모형의 제시를 통해 우리나라 상황에 적합한 장수채권의 새로운 구조와 그 가격 산출 방법을 제시함에 있다.

논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 선행연구들에 나타난 확률론적 사망률 모형의 특징들을 살펴보고 장수위험 측정에 적합한 코호트 효과 반영 2요인 평균회귀 사망률 모형을 제시한다. 3장은 한국 남자의 사망률 통계자료를 이용하여 제시하는 모형의 모수추정 방법에 대하여 논하며, 코호트 효과를 반영한 모형이 장수채권의 생존지수 산출에 적합한 모형임을 논한다. 4장에서는 현재까지 개발되거나 발행되었던 장수채권의 사례를 소개하고 현 시점에 우리나라의 연금사업자가 당면한 장수위험을 헷지하기 위해 바람직한 장수채권 구조를 새롭게 제안한다. 끝으로 코호트 2요인 평균회귀 모형 추정결과로부터 계산된 모수를 바탕으로 새롭게 제안된 한국형 장수채권의 발행가격 계산과정을 다루었다.

2. 코호트 사망률 모형

사망률과 관련하여 본 논문에서 사용하는 용어의 정의는 다음과 같다. 우선 t 연도 x 세의 중앙사망률(central death rate)은 아래의 식에 의해 $m_{x,t}$ 로 표시한다.

$$m_{x,t} = \frac{d_{x,t}}{e_{x,t}} = \frac{t\text{연도 1년 동안 마지막 생일기준 } x\text{세인 사망자수}}{t\text{연도 1년 동안 마지막 생일기준 } x\text{세의 평균인구수}}. \quad (2.1)$$

이 때, 식 (2.1) 분모의 평균인구수 $e_{x,t}$ 는 연도의 중앙인 7월 1일 기준으로 가장 최근 생일에 x 세인 인구수로 근사 추정할 수 있다. 반면에 t 연도 첫날에 정확히 x 세에 도달한 임의의 개인이 1년 이내에 사망할 확률을 나타내는 사망률(mortality rate)은 $q_{x,t}$ 로 나타낸다. 사력(force of mortality)이 상수이고 정상인구(stationary population)를 가정하면 사망률과 중앙사망률은 다음과 같은 관계를 만족함이 알

러져 있는데

$$q_{x,t} = 1 - \exp(-m_{x,t}). \quad (2.2)$$

이 관계는 모수적 사망률 모형을 분석할 때 주로 사용되며 본 연구에서도 장수채권의 생존지수 산출을 위하여 이용하였다.

2.1. 2요인 평균회귀 확률과정

코호트 효과를 반영하지 않은 확률론적 사망률 모형으로서 Cairns 등 (2006)가 제시한 2요인 사망률 모형은 아래와 같으며

$$\text{logit}(q_{x,t}) = A_t^{(1)} + A_t^{(2)}\beta_x, \quad (2.3)$$

$$A_{t+1} - A_t = \mu + CZ_{t+1}, \quad Z_{t+1} \sim \text{MVN}(0, \Sigma), \quad (2.4)$$

이 때 $A_t = (A_t^{(1)}, A_t^{(2)})$ 의 확률론적 변동은 일정한 추세 μ 와 변동성 C 의 이차원 정규확률보행을 가정하였다. 따라서 위의 모형은 시간의 경과에 따라 선형 추세 μ 만큼 사망률의 개선이 지속적으로 이루어진다는 가정을 내포하고 있어 최근 사망률 개선이 둔화되고 있는 국가의 현상을 반영하기에는 유연하지 못하다는 단점이 존재한다.

선형적 사망률 개선의 가정에서 벗어나 사망률 개선의 둔화를 설명할 수 있는 개선 모형으로서 Lee와 Jho (2015)는 2요인 $A_t = (A_t^{(1)}, A_t^{(2)})$ 에 대하여 아래와 같은 평균회귀확률과정을 제안하였다.

$$A_{t+1} - A_t = \lambda(\mu - A_t) + CZ_{t+1}. \quad (2.5)$$

이 때, Z_{t+1} 은 이항표준정규분포이며, C 는 (2×2) 행렬로서 확률변수벡터 CZ_{t+1} 은 공분산 행렬 $\Sigma = CC'$ 를 갖는다. 평균회귀모형에서 μ 는 사망률 개선이 더 이상 이루어지지 않는 인간 수명의 생물학적 한계가 반영된 장기평균으로, μ_1 은 전체 연령에 영향을 미치는 사망률 개선의 수렴수준을, μ_2 는 연령별 사망률 개선의 수렴수준을, 그리고 λ 는 각각 장기평균인 μ 로 수렴하는 속도를 의미한다. 실증분석으로서 사망률개선이 둔화되기 시작하는 2010년 전후의 자료를 포함한 영국사망률 자료를 이용하여 장기평균값을 추정하였다. 그러나 특정 연령의 생존지수에 의해 이자지급이 결정되는 장수채권의 가격결정을 위한 코호트 효과가 모형에 반영되지 않았고 한국의 사망률 자료를 분석하지 못하여 장수채권 가격결정을 위한 추후 과제로서 대한민국의 코호트 반영 확률론적 사망률 모형의 필요성에 대하여 언급하였다.

2.2. 코호트 2요인 평균회귀 확률과정

다양한 확률론적 사망률 모형을 다루는 최근의 연구들은 출생연도에 따른 사망률 차이를 반영하는 코호트 효과(cohort effect)를 모형에 반영하고 있다 (Renshaw와 Haberman, 2006; CMI, 2009a, 2009b; Cairns 등, 2009). 최근 몇몇 국가에서 사망률 개선으로 인한 장수위험이 인식되기 시작하였고, 연금사업자의 보험리스크 변동성이 계속적으로 증가하여 재무적 부담이 누적될 것으로 예상되고 있다. 이러한 배경에서 코호트 효과를 반영한 확률론적 사망률 모형이 장수위험을 측정하는 도구로서 활용될 수 있다. 특히, 사망률 개선이 연령 및 출생연도에 따라 다르게 나타나는 경우 코호트 효과는 연금보험회사의 손익에 직접적인 영향을 미칠 것으로 예상된다. 또한 최근 발행(또는 추진)된 장수(사망) 연계 채권은 전체 국민을 대상으로 한 생존율(사망률)이 아닌 특정 연령의 생존율(사망률)을 바탕으로 개발되어왔기에 국내에서 발행될 장수채권 역시 국민전체의 생존율과의 연계가 아닌 특정 연령집단(예 2015년 65세 남

자)의 생존율에 연계되어 발행될 가능성이 크다. 이러한 의미에서 장수위험 측정을 위한 사망률 모형은 코호트 효과를 반영함으로써 정밀한 보험리스크 측정의 도구로 활용될 것으로 예상된다.

평균회귀 2요인 모형의 기준이 될 인구집단의 코호트 효과를 계량적으로 측정하고 코호트 효과를 사망률에 반영하기 위하여 다음과 같은 확률모형을 이용한다.

$$\text{logit}(q_{x,t}) = A_t^{(1)} + A_t^{(2)}\beta_x + \gamma_{t-x}, \tag{2.6}$$

$$A_{t+1} - A_t = \lambda(\mu - A_t) + CZ_{t+1}. \tag{2.7}$$

위의 식 (2.6)은 Cairns 등 (2009)의 M1~M8 모형 중에서 M6 모형과 동일하며 기간효과(A_t), 연령 효과(β_x), 그리고 코호트효과(γ_{t-x})를 모두 포함한 모형이나 식 (2.7)과 같이 기간효과가 평균회귀확률 과정을 따르는 특징이 현재까지 알려진 모형과의 차별성이다. $A_t^{(2)}$ 의 연령 민감도를 나타내는 요인을 $\beta_x = x$ 로 설정하였으며, 코호트 효과에 나타나는 $(t-x)$ 는 t 시점(연도)에 연령 x 인 사람의 출생시점으로, γ_{t-x} 는 특정 연도 $(t-x)$ 에 출생한 집단이 다른 집단과 상이한 사망률을 지니는 코호트 효과이다. 위의 모형은 장수채권의 발행가격 산출에 필요한 각종 통계량을 제공해줄 수 있는 장점을 지니고 있다. 예를 들어 미래 사망률 확률적 표본(sample path) 생성이 가능하고 모수 불확실성을 포함하고 있어 사망률의 신뢰구간을 계산할 수 있다. 또한, 코호트 효과를 반영하고 있어 지수방식 장수채권의 기준연령 선택으로 인한 발행가격 오차를 줄일 수 있다.

3. 모수 추정

3.1. 추정방법 및 결과

코호트를 반영하지 않은 2요인 모형의 모수추정은 Cairns 등 (2006) 또는 Lee와 Jho (2015)에서 참조할 수 있으나 위의 식 (2.6)은 2요인 외에 코호트 요인 γ_{t-x} 를 포함하고 있어 Wilmoth (1993)가 제안한 가중평균최소제곱법(weighted least square)을 이용하여 기간효과, 코호트효과 모수를 추정하였다. Renshaw와 Haberman (2006)도 가중평균최소제곱법을 활용하여 모수추정을 수행하였고, 유사한 방법으로 Cairns 등 (2009, 2011)은 각각 Newton-Raphson 알고리즘 기법과 ARIMA 모형을 이용하여 코호트 모수를 추정하였다.

Wilmoth (1993)에 의하면 시점 t 에 연령 x 세의 향후 1년간 사망자수 $d_{x,t}$ 와 사망률 $q_{t,x}$ 에 대하여 식 (2.6)~(2.7) 사망률 모형의 모수 추정값은 아래의 제곱오차 합이 최소값을 갖게 되는 해이다.

$$M = \sum_{x,t} d_{x,t} \left(\text{logit}(q_{x,t}) - A_t^{(1)} - A_t^{(2)}x - \gamma_{t-x} \right)^2. \tag{3.1}$$

각각의 모수에 대하여 제곱편차의 가중평균 M 을 편미분하고 그 해들을 구해보면 다음과 같은 정규방정식(normal equation)을 도출할 수 있다.

$$\hat{A}_t^{(1)} = \frac{\sum_x d_{x,t} \left(\text{logit}(q_{x,t}) - A_t^{(2)}x - \gamma_{t-x} \right)}{\sum_x d_{x,t}}, \tag{3.2}$$

$$\hat{A}_t^{(2)} = \frac{\sum_x x d_{x,t} \left(\text{logit}(q_{x,t}) - A_t^{(1)} - \gamma_{t-x} \right)}{\sum_x x^2 d_{x,t}}, \tag{3.3}$$

$$\hat{\gamma}_{t-x} = \frac{\sum_{t-x} x d_{x,t} \left(\text{logit}(q_{x,t}) - A_t^{(1)} - A_t^{(2)}x \right)}{\sum_{t-x} x^2 d_{x,t}}. \tag{3.4}$$

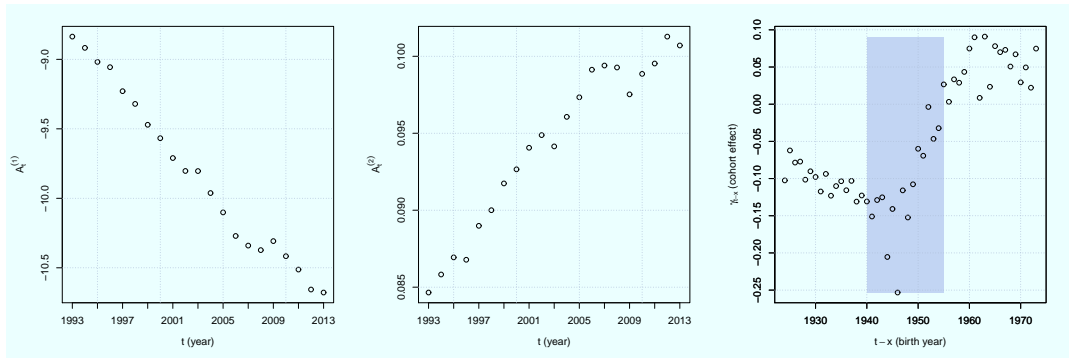


Figure 3.1. Estimated values of $A_t^{(1)}$ (left-hand panel), $A_t^{(2)}$ (middle panel), and γ_{t-x} (right-hand panel) in equation (3.2)~(3.4) from 1993 to 2013 for Korea Males of ages between 30 and 79.

위의 정규방정식을 이용하여 각 모수를 충분한 횟수만큼 반복적으로 갱신함으로써 근사치를 구할 수 있다. 이 때, 인식가능성문제(identifiability problem) 로 인하여 유일한 해를 갖지 않을 수 있으므로 이를 해소하기 위하여 코호트의 제한조건이 필요하며 본 연구에서는 Cairns 등 (2009)의 방법과 동일한 아래의 제한조건을 사용하였다.

$$\sum_{t-x} \gamma_{t-x} = 0. \quad (3.5)$$

실증분석을 위하여 통계청에서 제공하는 성별 연령별 사망자 통계 및 인구통계에서 식 (2.1)에서 정의한 $e_{x,t}$ 와 $d_{x,t}$ 자료를 바탕으로 그 비율로서 중앙사망률 $m_{x,t}$ 를 계산한 뒤 식 (2.2)의 관계를 이용하여 확률적 사망률 $q_{x,t}$ 로 전환한다. 모수의 추정을 위하여 1993~2013년 사이의 21년 동안 관측된 30~79세 남자의 사망률 자료를 사용하였는데, 이는 코호트 효과를 추정하기 위해서 연령구간을 충분히 넓게 설정할 필요가 있기 때문이다.

관측된 사망률과 사망자수를 식 (3.2)~(3.5)에 적용하여 10,000번 반복 시행한 기간효과 A_t 와 코호트 효과 γ_{t-x} 의 추정결과가 Figure 3.1 왼쪽 두 개 패널이다. 전반적인 사망률 개선의 기간효과 $A_t^{(1)}$ 는 시간에 따라 감소하고 고연령과 저연령 사이의 상대적 사망률개선 효과를 나타내는 $A_t^{(2)}$ 는 증가하는 형태로서 영국 사망률 자료와 유사한 결과를 보여준다. 코호트 효과는 Figure 3.1의 가장 오른쪽 패널에 보여주었는데 최소 10개 이상의 관측자료가 확보된 1924~1973년 출생연도의 추정 결과이다. 우리나라 사망률 자료 또한 출생연도에 따른 코호트효과가 있음을 보여주고 있는데 1940~1960년 출생연도의 코호트가 상대적으로 낮아졌다가 1960년 코호트부터 상승하는 모양을 띠고 있다. 이러한 코호트의 변동성은 영국의 코호트 추정결과에서도 관측되었는데 잉글랜드-웨일즈 남자 사망률 자료에 의하면 1900~1920년 코호트의 사망률이 상대적으로 높은 모양을 보여주었다 (Cairns 등, 2009). 이러한 분석 결과들은 특정 출생연도에 속하는 집단의 사망률과 다른 집단의 사망률 간에 차이가 존재함을 실증적으로 보여주는 사례이며, 우리나라도 이러한 코호트 효과가 존재함을 간접적으로 증명하는 중요한 사실이다. 코호트 효과 반영의 유무는 지수방식 장수채권의 발행가격에 큰 영향을 미치는데 자세한 내용은 다음 장에서 다루었다.

모수추정의 마지막 단계로서 2요인 A_t 의 평균회귀모형의 모수, 장기회귀평균 μ 와 사망률개선속도 λ , 공분산행렬 Σ 를 메트로폴리스-최대우도 혼합기법으로 추정하였으며 관련된 요약통계는 Table 3.1의 왼쪽 패널과 같다. 코호트 효과를 사망률 모형에 반영하면, 출생연도에 따라 존재하는 사망률의 변동성이 그 외의 효과와 분리되기 때문에, 기간효과의 변동성은 감소할 것이므로 코호트 효과를 반영한 모형

Table 3.1. Summary statistics of the parameters in Equation (2.7), a mortality model with cohort effects(left-hand 2 columns) and a mortality model without cohort effects(right-hand 2 columns) from 1993 to 2013 for Korea Males of ages between 30 and 79

Parameters	With cohort effect		Without cohort effect	
	Mean	Standard deviation	Mean	Standard deviation
λ_1	0.0489	0.0141	0.0437	0.0222
λ_2	0.1066	0.0249	0.5547	0.2497
μ_1	-12.0386	1.7709	-12.9242	14.3997
μ_2	0.1020	0.0024	0.0930	0.0267
v_{11}	0.003659	0.000215	0.003984	0.000127
v_{12}	-0.000057	0.000003	-0.000057	0.000014
v_{22}	0.000917679	0.000000049	0.0000030828	0.000018630

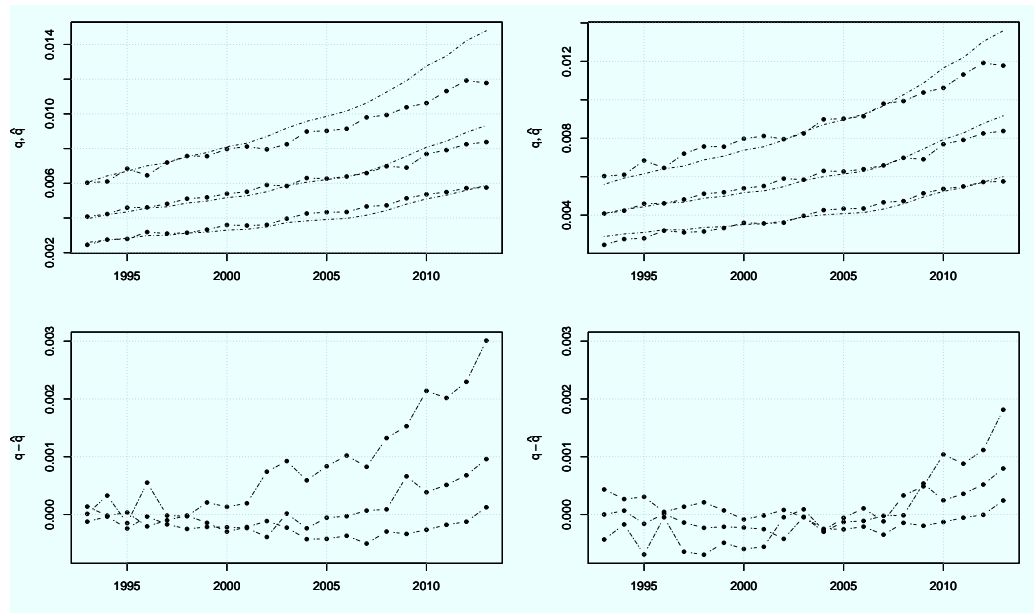


Figure 3.2. Mortality model fits with or without cohort effects for cohorts of 1948, 1953, 1958 year of birth. Top left: observed values(points) and fitted values(dotted lines) without cohort effects. Top right: observed values(points) and fitted values(dotted lines) with cohort effects. Bottom: the differences between observed values and fitted values.

은 그렇지 않은 모형에 비하여 추정 모수들의 변동성이 작아짐을 예상할 수 있다. 이러한 예상은 Table 3.1의 왼쪽과 오른쪽 패널의 코호트 효과 유무에 따른 모수추정 결과를 비교하여 확인할 수 있다. 요약하면 코호트 효과의 반영은 추정모수의 변동성 관점에서 모형의 개선에 기여함을 알 수 있다.

3.2. 코호트 추정 결과의 분석

코호트 효과 반영 사망률 모형이 보다 정교한 사망률 추정을 제공해 줌을 뒷받침 하는 사례는 특정 코호트의 사망률을 연령에 따라서 추적하여 모형의 추정오차를 관측함으로써 찾아 볼 수 있다. Figure 3.2의 왼쪽 위 그래프는 코호트효과를 반영하지 않은 2요인 평균회귀 모형의 사망률 추정값(선)과 실

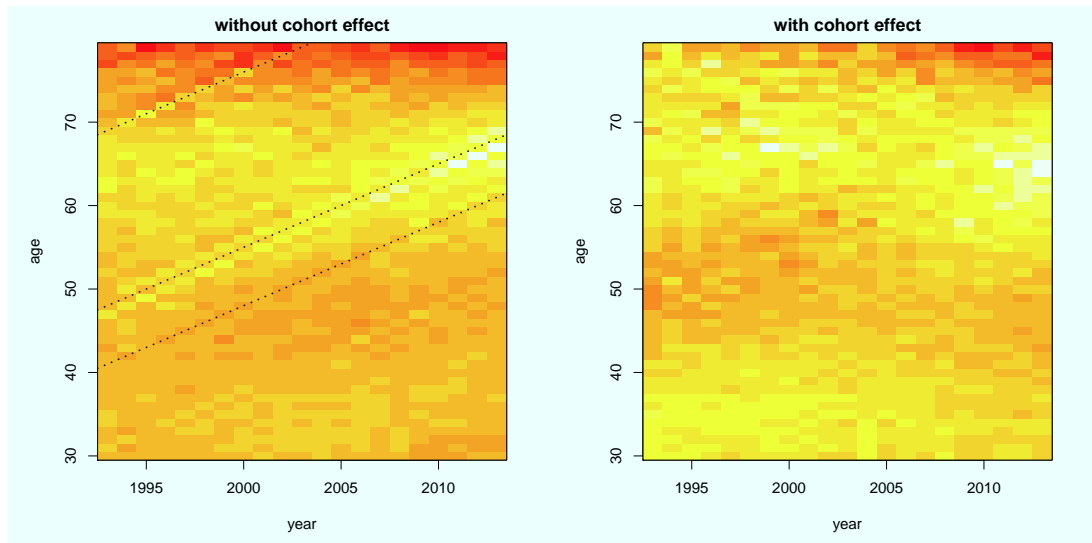


Figure 3.3. Cohort effects heat map (Left: standardized residuals without cohort effects. Right: standardized residuals with cohort effects).

제 사망률(점)을 함께 보여준 것으로서 위에서부터 차례대로 1948년생, 1958년생, 1968년생 코호트를 1993~2013년 기간 동안 추적하여 보여준 값이다. 오른쪽은 그래프는 모든 조건이 동일하고 코호트 효과 반영의 차이만 있는 사망률을 같은 방법으로 보여준 것이다. 하단의 그래프에서 보이는 바와 같이 코호트를 반영한 경우(오른쪽 하단) 추정 사망률의 오차가 감소하였음을 확인할 수 있다. 특히 1948년생의 오차는 많이 감소하였는데 이 코호트는 2013년에 65세에 해당되는 고연령 집단으로서 장수채권 지수의 기준으로 채택되는 가장 중요한 코호트이다.

코호트 효과를 반영하여 얻게 되는 이러한 이점에도 불구하고 코호트 사망률 모형은 추정 모수의 개수가 증가함으로 인해 모수 불확실성이 커져 오히려 사망률 추정의 오차를 증가시킬 수 있다는 비판을 받아온 것이 사실이다. 이러한 관점에서 코호트 효과를 모형에 포함시켜 특정 코호트뿐만 아니라 전체적인 사망률 추정이 개선되었는지 검토할 필요가 있어 사망률 표준잔차(standardized residual)를 코호트 효과 유무에 따라 각각 계산하였다. 사망률 표준잔차의 계산은 Cairns 등 (2009)의 방법을 이용하였으며 아래의 식 (3.6)에 의해서 계산되었다.

$$z_{x,t} = \frac{q_{x,t} - \hat{q}_{x,t}}{\sqrt{\hat{q}_{x,t}}}. \quad (3.6)$$

Figure 3.3은 사망률 표준잔차값의 상대적인 차이를 격자의 농도를 이용해서 보여준 결과로서 농도가 짙을수록 표준잔차값이 큰 것이다. 왼쪽 그림은 코호트를 반영하지 않은 경우로서 1917년생, 1948년생, 1958년생 등의 코호트가 1983~2013년 기간 전체 또는 상당부분에서 주위의 코호트와 구분되어지는 사망률 잔차를 보여줌이 확인된다. 이것은 기간효과, 연령효과만을 반영한 모형에서는 특정 코호트에게 존재하는 지속적인 사망률의 역학구조를 반영하지 못하고 있음을 의미한다. 코호트를 반영한 오른쪽 그래프는 사망률 표준잔차가 45도 사선에서 일정한 패턴을 보여주지 않고 있으므로 사망률 모형이 코호트 효과를 적절히 흡수하였음을 알 수 있다.

4. 장수채권 발행가격과 위험프리미엄

4.1. 장수채권 사례

지난 50년간 지속적으로 실현된 사망률 개선으로 확정급여형 퇴직연금플랜과 종신연금을 판매하는 보험회사와 국민연금공단의 장수위험이 증가하였다. 사망률의 급격한 개선은 기대여명의 증가로 귀결되므로 사망시점 까지 연금을 지급해야하는 연금사업자가 가입자에게 지급해야할 비용을 크게 증가시킨다. 미국에서 민영 확정급여형 플랜의 미래 지급연금 추계액이 6조 달러에 달하고 보험사의 연금준비금은 2조 달러에 달한다 (Salou와 Hu, 2006). 이렇듯 연금사업자 등이 직면한 장수위험은 예측이 어렵고 장수위험에 노출된 부채액이 매우 크기 때문에 장수리스크 관리는 매우 중요한 문제이나 장수위험을 관리하고 헷지하기 위한 수단은 매우 제한적이다. 전통적인 장수위험 관리방법으로는 보험회사가 장수위험을 이전하기 위한 재보험계약체결, 연금사업자의 연금부채를 보험회사에 전부 이전하는 바이아웃(buyout) 등이 있으나 이러한 방법은 공급측면에서 큰 제약이 따르게 된다. 결국 장수위험을 증권화(securitization)하여 자본시장에 전가하는 방식의 헷지전략이 가장 현실적인 대안으로 고려된다.

보험회사가 보유한 위험과 연관된 자산 및 부채를 자본시장을 통해 거래하는 위험연계증권(risk linked securities)은 최근 학계와 금융시장에서 많은 관심을 받고 있다. 손해보험사의 보유위험인 태풍과 같은 자연재해 또는 기타 거대재해 발생에 따라 지급조건이 변동하는 대재해채권(catastrophe bond)이 관련 시장에서 가장 활발히 발행되고 있고 (Cummins, 2008; Blake와 Burrows, 2001) 생명보험사의 보유위험인 사망 또는 생존에 따라 채권의 지급구조가 변동되는 사망/생존 연계채권(Mortality/Longevity-Indexed Bonds)도 발행되었다.

먼저 사망연계채권은 2004년 세계 최대의 생명 및 건강관련 재보험사인 Swiss Re에 의해 발행되었다. Swiss Re는 자신들이 인수한 사망리스크에 대하여 예상치 못한 거대 사망이 발생할 리스크를 자본시장을 통해 헷지하기 위하여 4백만 달러 규모의 3년 만기(2007년 1월) 채권을 발행하였다. 동 채권의 투자자는 매 분기 사망관련 위험부담에 대한 보상으로 추가적인 이자율(LIBOR + 1.35%)을 받는 대신 만기에 받게 될 원금이 특정 인구집단의 미래 사망률 지수(미국, 영국, 프랑스, 이태리, 스위스의 연령별·성별 가중평균)에 따라 달라지는 위험을 부담하게 된다. 즉 채권 투자자는 채권발행 후 미래 사망률 지수가 발행 당시(2002년) 정해진 지수의 130% 보다 높으면 사전에 정해진 비율 만큼 원금 손실이 발생하며 만일 150%을 초과할 경우 원금 전액을 받지 못하게 된다. 채권 발행자인 Swiss Re는 상환해야할 채권 원금이 감소하므로 사망률의 급격한 증가에 따라 늘어난 지급보험금을 보전 받을 수 있다.

또한 장수연계 채권은 Blake와 Burrow (2001)에 의해 처음 학문적으로 제기되었다. 그들은 채권의 미래 이자지급이 미래 시점 특정집단의 생존지수와 연동하는 새로운 형태의 채권을 고안하였고 실제 이와 같은 채권 발행이 2004년 Europe Investment Bank와 BNP Paribas(이하 EIB-BNP 장수채권)에 의해 추진되었다. EIP-BNP 장수채권은 25년 만기의 원금상환 없는 이자지급방식의 채권으로 매년 이자 지급액이 특정집단(영국·웨일즈 지역의 2003년 기준 65세 남자)의 생존지수와 연동된다. 연금사업자 등 장수위험 보유 집단인 채권 투자자는 미래 시점 생존지수가 발행 당시 예상 생존지수 보다 높을 경우 상대적으로 높은 이자를 지급받게 되도록 설계되어 있어 연금가입자의 생존율이 실제로 상승하면 늘어나는 연금지급 부담을 상승된 금리로 일정 부분 상쇄할 수 있게 된다. 그러나 EIP-BNP 장수채권은 실제로 발행되지 못하였다.

2010년에 Swiss Re는 Longevity Trend Bond 명칭으로 5천만 달러 규모의 장수채권을 최초로 발행하는데 성공하였다. 동 채권은 2017년 만기 시점의 원금상환액이 미국과 영국(England와 Wales 지역) 남성의 장수과리지수(Longevity Divergence Index Value; LDIV)에 따라 결정된다 (Hunt와 Blake, 2015). Table 4.1에서와 같이 장수연계채권 혹은 사망연계채권에 대한 위험은 이자액 혹은 원금에 부과

Table 4.1. Examples of Longevity bond in Europe

연도	장수채권명	연계위험	위험단위	위험프리미엄
2003	Swiss Re 대재해사망채권	사망률	원금	채권발행자 : 대재해 사망위험 Hedger 채권투자자 : 대재해 사망위험 투자자 위험 프리미엄 : 1.35% 발행자 부담
2004	EIB-BNP 장수채권	생존지수	이자액	채권발행자 : 장수위험 투자자 채권투자자 : 장수위험 Hedger 위험프리미엄 : 0.2% 투자자 부담
2010	Swiss Re 장수채권	생존지수	원금	채권발행자 : 장수위험 Hedger 채권투자자 : 장수위험 투자자 위험 프리미엄 : 5% 발행자 부담

될 수 있으며 프리미엄은 해당 위험을 헷지하는 당사자가 부담한다.

4.2. 장수채권의 새로운 구조

장수채권의 새로운 구조는 발행주체, 생존지수 산출을 위한 기준집단, 그리고 채권의 현금흐름 구조로 나누어 살펴본다. 첫 번째로 발행주체에 대하여 논하면 장수채권은 앞의 사례와 같이 민간 금융회사가 발행할 수 있지만 우리나라의 경우 20년 이상의 만기를 가진 채권발행을 위해서 민간금융회사의 신용위험 평가가 반드시 선행되어야 한다. IMF 외환 위기부터 2008년 세계금융위기, 그리고 최근의 그리스 국가채무불이행 사건까지 금융시장의 위험이 한 국가에 얼마나 큰 영향을 미칠 수 있는지 우리는 이미 경험적으로 체득하였다. 장수채권을 발행한 금융회사가 만기가 도래하기 전에 재무적 곤경에 처하여 심각한 신용위험에 노출된다면 채권매입자인 연금사업자는 무기력하게 채권으로 헷지한 장수위험을 스스로 부담해야 한다. 국내에 아직까지 사례가 없는 장수채권에 조심스럽게 접근해야 한다면 10년 이상 만기의 채권을 정부가 발행하는 것이 현실적인 대안일 것이다. Blake 등 (2014)은 정부가 장수채권의 발행주체가 되어야 할 이유로서 적절한 헷지수단이 있어야만 적정가격의 연금상품이 시장에 풍부히 제공될 수 있고, 정부의 채권발행으로 장수위험에 대한 적정시장 가격 확인을 촉진하여 장수위험 이진이 자본시장에서 활발히 거래될 수 있는 장점을 언급하고 있다. 실제 우리나라 정부에서도 국내에 장수위험 헷지수단이 부재한 점을 인식하여 장수채권 발행을 현재 검토 중에 있다 (Ministry of Stratage & Finance, 2014). 정부가 장수채권을 발행할 경우 위험보유에 대한 프리미엄을 수취할 수 있기 때문에 동일 만기의 국채보다 유리한 가격으로 채권을 발행할 수 있는 장점이 있다.

두 번째로 본 논문에서 제안하는 우리나라 장수채권의 생존지수 산출을 위한 기준집단은 채권발행시점의 특정 출생연도 집단(코호트)으로 설정한다. 연금사업자는 채권매입시점에 자신이 금융시장에 전가하려는 장수위험에 가장 부합되도록 보유한 연금계약을 분석하여 노출된 장수위험을 코호트 기준으로 분류하여 위험헷지 총량을 조절할 수 있다. 기준집단이 정해지면 기준생존지수를 설정해야 하는데 이 때 사망률 모형은 식 (2.6)과 같이 코호트 효과를 포함함으로써 기준집단의 특성을 차별적으로 반영할 수 있다. 장수채권을 매년 다양한 코호트 기준집단을 대상으로 매입하는 연금사업자는 연속적인 헷지의 수단을 확보하게 되어 채권시장을 자유롭게 진출입할 수 있는 이점을 누릴 수 있다.

세 번째로 채권으로부터 발생하는 이자지급의 구조는 옵션방식으로 설정한다. 매년 만기까지의 시간선상에서 기준집단의 실현된 생존지수가 발행시점 설정된 기준생존지수를 초과하는 경우에만(장수위험이 실현되는 경우에만) 채권발행자로부터 채권매입자에게 이자가 지급된다. 이러한 옵션방식 이자지급 구조는 연금사업자에게 지급되는 지급액이 만기에 집중되어 있지 않고 채권기간동안 분산되기 때문에 두

Table 4.2. Cash flows to bondholders

채권발행시점 이후 경과시간	$k = 0$	$k = 1, 2, \dots, K$
t 연도 발행	$-V_0^{(t)}$	$(S_k^{(t)} - E[S_k^{(t)}])_+$
$t + 1$ 연도 발행	$-V_0^{(t+1)}$	$(S_k^{(t+1)} - E[S_k^{(t+1)}])_+$
\vdots	\vdots	\vdots

레이션이 짧고, 이자율 위험이 상대적으로 낮으며 만기 원금상환이 없으므로 채권가격이 낮아 장수채권의 발행 및 유통을 촉진할 수 있다.

4.3. 장수채권 발행가격과 위험프리미엄

t 연도 x 세를 기준집단으로 향후 만기 K 년 까지의 생존지수($S_k^{(t)}$)는 EIB-BNP 장수채권 구조를 차용하여 식 (4.1)과 같이 계산한다 (Cairns 등, 2006, 2009). 이 때 향후 이자지급의 기준이 되는 생존지수는 t 년도 x 세인 집단의 사망률 $q_{x,t}$ 대신 중앙사망률인 $m_{x,t}$ 로 설정되는데 이는 통계청에서 매년 공시하는 $m_{x,t}$ 를 기준으로 생존지수를 계산하여 채권매입자와 채권발행자의 주관적 판단을 배제하기 위함이다.

$$S_k^{(t)} = \begin{cases} 1, & k = 0, \\ S_{k-1}^{(t)} \times (1 - m_{x+k,t+k}), & k = 1, 2, \dots, K. \end{cases} \tag{4.1}$$

채권의 발행 이후 만기 이전 $k(> 0)$ 시점에 발행자로부터 채권소유자로의 이자현금흐름(payload)은 t 연도에 x 세인 집단의 미래 생존지수 실현값 $S_k^{(t)}$ 와 발행시점에 미리 예측한 $E(S_k^{(t)})$ 의 차이로 결정할 수 있다. t 연도로부터 1년이 경과하면 연금사업자는 $t + 1$ 연도에 x 세에 도달하는 보유계약의 장수위험을 또 다시 헷지하기 위해서 $t + 1$ 연도에 정부에서 발행하는 장수채권을 $V_0^{(t+1)}$ 가격에 매입할 수 있다. 결국 연금사업자는 매년 장수채권 매입으로 노출된 장수위험을 순차적으로 채권발행자(정부)에게 전가할 수 있다. 이 때 연금사업자의 현금흐름은 Table 4.2와 같다.

미래 현금흐름의 현재가치 계산을 위하여 만기에 1을 지급하는 무이표채 가격을 $P(0, k)$, 헷지 당사자가 부담해야하는 위험프리미엄을 $\delta(> 0)$ 라고 표시하면 만기까지 이자지급 현금흐름의 현재가치 확률변수는 다음과 같으며

$$I_0^{(t,\delta)} = \sum_{k=1}^K P(0, k) e^{\delta k} (S_k^{(t)} - E(S_k^{(t)}))_+. \tag{4.2}$$

장수채권의 가격은 아래의 식 (4.3)과 같이 이자 현재가치 $I_0^{(t,\delta)}$ 의 기댓값으로 계산할 수 있다.

$$V_0^{(t,\delta)} = E(I_0^{(t,\delta)}) = \sum_{k=1}^K P(0, k) e^{\delta k} E(S_k^{(t)} - E(S_k^{(t)}))_+. \tag{4.3}$$

국민연금공단과 같은 연금사업자는 매년 지속적으로 신규 연금수령자가 발생하는 것이 일반적이다. i 연도에 새롭게 발생하는 연금수령자의 연간 연금총액을 $F^{(i)}$ 로 표시하면 t 연도부터 $(t + s)$ 연도까지 연금사업자에게 노출된 명목적 장수위험은 $F^{(t)}, \dots, F^{(t+s)}$ 로 측정할 수 있다. 연금사업자는 매년 $F^{(i)}$ 액면가의 장수채권을 금융시장에서 매입함으로써 장기간에 노출된 장수위험을 헷지할 수 있다. 장수위험을 금융시장에 전가하기 위해 필요한 비용은 장수채권 매입비용의 현재가치로서 아래의 식 (4.4)와 같

이 계산할 수 있으며, 이 때 $V(t, t+s; \delta)$ 는 연금사업자에게 노출된 장수위험 총량으로 해석할 수 있다.

$$\begin{aligned} V(t, t+s; \delta) &= \sum_{i=t}^{t+s} P(0, i-t) F^{(i)} V_0^{(i, \delta)} \\ &= \sum_{i=t}^{t+s} \left(P(0, i-t) F^{(i)} \sum_{k=1}^K P(0, k) e^{\delta k} E \left(S_k^{(i)} - E \left(S_k^{(i)} \right) \right)_+ \right). \end{aligned} \quad (4.4)$$

식 (4.3)로부터 알 수 있는 사실은 장수채권의 가격은 이자율의 기간구조($P(0, k)$)와 채권거래당사자의 위험회피도에 의해 결정되는 위험프리미엄(δ), 그리고 생존지수($S_k^{(t)}$)에 의해 결정됨을 알 수 있다. 생존지수는 발행시점 t 와 기준집단의 연령 x 에 대응되는 중앙사망률 $m_{x,t}$ 에 의해서 도출되기 때문에 사망률 모형에 코호트 효과의 반영이 필수적이다. 매년 발행되는 장수채권의 가격은 출생연도 $t-x$ 코호트 집단의 사망률에 의해 계산되므로 코호트를 반영하지 않은 모형에서는, 사망률이 다소 높거나 또는 낮은 코호트가 존재하는 경우, 채권의 가격이 과소 또는 과대평가되는 문제점이 발생한다. 장수채권의 가격 산출은 연금사업자가 노출된 장수위험의 기준집단에 코호트 효과가 존재하는지 우선적으로 검토하고 그러한 경우 코호트 효과를 반영한 사망률 모형으로서 생존지수를 산출하는 것이 바람직하다.

장수채권은 일반적인 채권과 달리 위험프리미엄을 장수위험 헷지의 주체인 채권매입자가 부담한다. 장수채권발행자는 미래의 생존지수가 기준생존지수보다 높게 되는 변동성으로 인한 추가적인 투자손실 위험을 채권매입자에게 전가하기 위해서 미래 이자지급 현금흐름에 대한 할인율을 δ 만큼 차감하여 채권가격을 결정하게 된다. 이 때 위험프리미엄 δ 는 채권발행자의 위험회피도에 따라 결정된다. 보험리스크의 위험프리미엄을 구하는 방법과 특성은 여러 가지가 알려져 있으나 (Artzner 등, 1999; Wang 등, 1997) 본 논문에서는 가장 간단한 평균-표준편차 방식을 이용하였다. 채권발행자의 위험회피도를 $\rho (> 0)$ 로 가정하고 위험프리미엄 부가가 없는 경우의 채권가격 $V^{(t,0)}$ 의 평균과 표준편차를 이용하면 위험조정 채권가격 $V^{(t,\delta)}$ 은 아래의 식 (4.5)와 같이 계산할 수 있다.

$$V_0^{(t,\delta)} = E \left(I_0^{(t,0)} \right) + \rho \sqrt{\text{Var} \left(I_0^{(t,0)} \right)}, \quad I_0^{(t,0)} = \sum_{k=1}^K P(0, k) \left(S_k^{(t)} - E \left(S_k^{(t)} \right) \right)_+. \quad (4.5)$$

위 식에서 $I_0^{(t,0)}$ 의 기댓값과 분산은 시뮬레이션 기법으로 쉽게 계산할 수 있어 식 (4.5)와 식 (4.3)의 결과를 함께 놓으면 아래의 식 (4.6)을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^K P(0, k) e^{\delta k} E \left(S_k^{(t)} - E \left(S_k^{(t)} \right) \right)_+ \\ &= E \left[\sum_{k=1}^K P(0, k) \left(S_k^{(t)} - E \left(S_k^{(t)} \right) \right)_+ \right] + \rho \sqrt{\text{Var} \left[\sum_{k=1}^K P(0, k) \left(S_k^{(t)} - E \left(S_k^{(t)} \right) \right)_+ \right]}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

위 식에서 위험프리미엄 δ 의 해를 닫힌 공식으로 구할 수는 없으나 다양한 수치해석 기법을 이용하여 원하는 수준의 정확도로 근사값을 계산할 수 있다.

4.4. 장수채권 가격과 위험프리미엄 예시

2013년 65세 한국 남자를 기준집단으로 설정한 장수채권의 가격산출은 사망률모형의 추정, 기준생존지수의 설정, 이자지급 현금흐름의 시뮬레이션 기댓값 추정으로 요약할 수 있다.

Table 4.3. Longevity bond price example

발행연도 t	액면가 $F^{(t)}$	만기 K	발행가격 $V_0^{(t,\delta)}$	장수위험총량 $F^{(t)}V_0^{(t,\delta)}$	위험프리미엄 δ
2013	7,223억원	35년	7.27%	525억원	2.11%

- 1단계: 한국 남자 30세~79세 사망률 자료를 이용하여 식 (2.6)~(2.7)의 코호트 2요인 평균회귀 사망률 모형을 추정 (Table 3.1 왼쪽 코호트 반영 추정결과).
- 2단계: 추정결과와 식 (4.1)을 이용하여 만기시점까지의 미래 생존지수 $(S_1^{(t)}, \dots, S_K^{(t)})$ 예측값을 충분한 횟수로 시뮬레이션 생성하고 기댓값 추정 $(\hat{E}[S_1^{(t)}], \dots, \hat{E}[S_K^{(t)}])$.
- 3단계: 미래 생존지수 각 시뮬레이션 예측값과 생존지수 기댓값의 차이를 이용하여 만기까지의 옵션 방식 이자지급 현금흐름 $(S_1^{(t)} - \hat{E}[S_1^{(t)}])_+, \dots, (S_K^{(t)} - \hat{E}[S_K^{(t)}])_+$ 계산.
- 4단계: 할인율 $P(0, k)$ 과 식 (4.5)를 이용, 채권가격 $V_0^{(t,\delta)} = E(I_0^{(t,0)}) + \rho\sqrt{\text{Var}(I_0^{(t,0)})}$ 계산.
- 5단계: 식 (4.6)을 이용하여 위험 프리미엄 δ 근사값 계산.

국민연금공단이 발표한 국민연금통계연보 (National Pension Service, 2013)에 의하면 2013년도에 65세 남자 노령연금 수령자는 총 153,223명이며 총지급액은 약 7,223억원으로 집계되었다. 이들 집단의 장수리스크를 향후 35년간(65세 수령자가 100세가 될 때까지) 헷지하기 위한 장수채권 매입비용은 1년간 연금지급총액을 액면가 $F^{(t)}$ 로 설정하고 이 금액을 식 (4.5)로 계산된 채권가격 $V_0^{(t,\delta)}$ 에 곱하여 계산할 수 있다. 단, 우리나라 국민연금은 법령으로 연금이 개시되고 향후 물가를 연금수령액에 반영하도록 규정되어있으나 계산의 편의를 위하여 고려하지 않았다. 2단계~3단계를 10,000번 반복 시행하여 생성된 생존지수와 국민연금공단의 위험회피도 $\rho = 0.5$, 이자율 4% 가정 하에 4단계 과정을 거쳐 위험조정 채권발행가격 $V_0^{(t,\delta)} = 7.27\%$ 를 계산하였다. 마지막 5단계에서는 위험조정 채권가격을 식 (4.6)에 적용하여 위험프리미엄 $\delta = 2.11\%$ 를 계산하였다. 국민연금공단의 2013년 남자 65세 가입자의 장수위험 헷지를 위한 장수채권가격의 결과 요약은 Table 4.3과 같다.

일반적인 채권과 동일한 논리로 장수채권의 가격은 만기(K)가 길어질수록 증가하는데 이 사실을 이용하면 연금사업자에게 노출된 장수위험의 기간을 측정할 수 있다. 앞에서 논한 국민연금공단의 예시에서 2013년에 65세에 도래한 연금가입자들의 장수위험이 얼마나 오랜 기간 동안 존재하는지 살펴보기 위하여 채권의 만기와 가격의 관계를 살펴보았다. 채권의 만기를 1년부터 60년까지 변동시키며 각각의 채권가격을 계산한 결과는 Figure 4.1과 같으며 이것은 채권의 만기-가격(또는 수익률) 관계를 잘 보여주고 있다. 주목할 사실은 만기가 50년을 넘어서면 더 이상 채권가격이 변동하지 않고 일정한 수준(8.96%)으로 수렴한다는 것인데 이것은 2013년 65세 집단이 115세를 넘어 생존하여 2063년 이후에 장수위험을 야기하는 경우는 매우 희박하다는 것을 의미한다. 다른 시각으로 보면 2013년 65세의 장수위험이 향후 50년 기간 동안 존재한다는 것으로 해석할 수 있다. 따라서 연금사업자는 장수위험 전체를 장수채권으로 완전히 헷지하기 위해서는 매우 긴 만기의 채권을 매입해야 한다.

해외에서 발행되는 채권의 만기는 매우 다양함에도 불구하고 국내에서 발행되는 국채의 최대 만기는 7년으로서 아직까지 수십 년 만기의 채권이 발행된 사례가 없다. 우리나라의 장수위험이 미래에 국가의 큰 위기를 초래할 수 있는 심각한 사안임을 감안할 때 정부차원의 대책 마련이 절실한 시기임에는 틀림이 없다. 장수채권의 발행은 하나의 대안으로 장수위험을 분산시켜 지속가능한 공적연금제도를 실현하는 도구로 활용될 수 있을 것이나 우리나라는 10년 이상의 채권 발행 사례가 없어 성공적인 채권발행으로 이어질지는 현 시점에서 판단하기는 어렵다. 다만, 현실적 차선책으로서 정부가 10년~20년 만기의 장수채권을 매년 발행하고 연금사업자는, 신규 장수채권을 매입하거나, 기 매입한 장수채권이 만기 도래

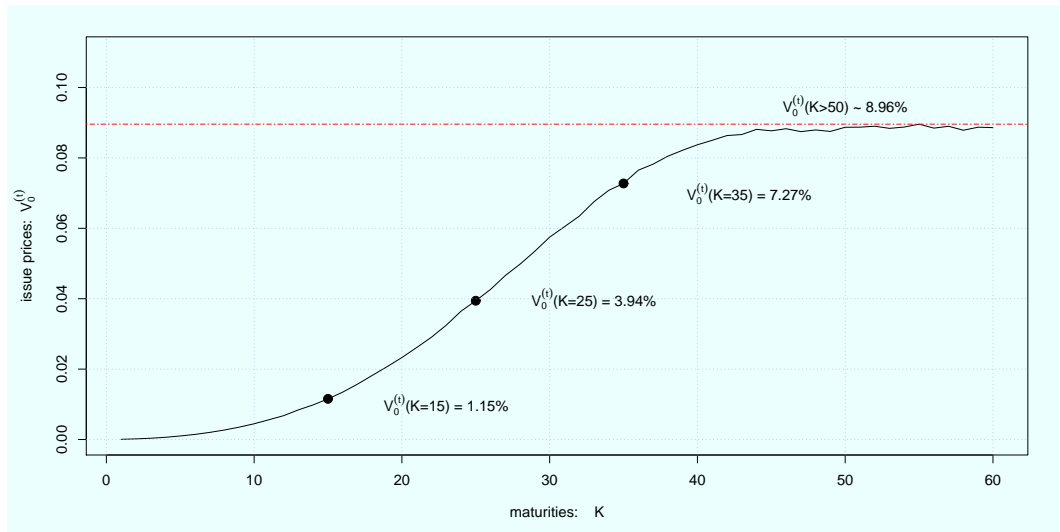


Figure 4.1. Relationship between maturity and bond price with $\delta = 0$.

할 때 다시 새로운 장수채권을 매입하여(채권의 갱신) 장수위험을 지속적으로 금융시장에 전가할 수 있다.

5. 결론

코호트 2요인 평균회귀 사망률 모형은 사망률 개선의 한계를 반영한 모형으로서 고연령 집단의 장기 사망률예측의 관점에서 타 모형에 비해 채권발행가격을 낮출 수 있어 채권매입 수요를 높일 수 있는 학문적 근거를 제공할 수 있다. 특히 코호트 효과를 반영하였기에 발행시점에 따라 채권의 가격이 과대평가 또는 과소평가되는 가능성을 줄여 보다 정교한 가격산출을 가능케 해줄 것이다. 국내에서 이미 2014년에 장수채권 도입방안이 금융당국에 의해 발표되었고 조만간 장수채권의 발행시도가 구체화 될 예정이다. 이번 연구는 국내의 사망률 데이터를 활용하여 만기, 기준집단 등 예상되는 발행조건과 일치하는 채권가격을 산출할 수 있는 모든 과정을 포함하고 있으므로 향후 장수채권 발행 시 실무적으로 활용될 수 있을 것이다.

우리나라 국민연금제도는 저출산과 사망률 개선 추세로 인해 고령화 사회로 빠르게 진입하고 있어 지속 가능한 공적연금제도로써의 기능을 상실할지도 모르는 위기에 처해있다. 향후 기금 고갈은 현재 당면한 문제로 인식되고 있어 제도의 보완이나 적절한 헷지수단을 마련해야한다. 장수채권을 활용하여 국민연금공단의 장수위험을 금융시장으로 분산시키고 발행주체로서의 정부가 채권발행으로 조달된 자금을 국민연금제도의 지속성 유지를 위한 방편으로 활용한다면 정부가 채권발행을 통해 장수위험을 부담해야 하는 이유가 될 것이다. 또한, 우리나라의 민영보험회사는 장수위험에 노출되어 있는 중신연금의 보유 비중은 그동안 크지 않았으나 베이비부머세대의 퇴직확산 및 인구고령화에 따른 공적 사회복지 제도의 약화로 향후 빠르게 증가할 것으로 예상된다. 그러나 늘어나는 장수위험에 대한 적절한 관리수단이 없는 경우 연금가격의 인상, 연금상품의 판매제한 뿐만 아니라 최악의 경우 보험회사의 지급불능의 문제까지 야기할 수 있다. 이러한 시장실패를 최소화하기 위해서는 장수채권, 장수스왑 등 자본시장을 활용한 위험분산이 반드시 필요하다.

장수채권은 장수위험을 증권화하는 과정이며 금융시장으로 그 위험을 전가하는 가장 효율적인 방법 중에 하나일 것이다. 유럽에서는 장수위험에 대한 적절한 헷지 수단이 없는 경우 보험회사에 상당한 양의 추가 자본을 요구하는 자기자본 규제기준인 Solvency II가 시행될 예정이며 우리나라 또한 장수위험에 따른 요구 자본을 위험기준 자기자본제도(RBC)에 반영하기 위한 검토가 진행 중이다. 본 연구의 사망률 모형을 활용하여 적정 자기자본 규정 마련을 위한 장수위험 측정과 보험회사의 장수위험 관리비용 산출 등에 응용되기를 기대한다.

References

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J. M. and Heath, D. (1999). Coherent measures of risk, *Mathematical Finance*, **9**, 203–228.
- Blake, D. and Burrows, W. (2001). Survivor bonds: Helping to hedge mortality risk, *Journal of Risk and Insurance*, **68**, 339–348.
- Blake, D., Boardman, T. and Cairns, A. (2014). Sharing longevity risk: Why governments should issue longevity bonds, *North American Actuarial Journal*, **18**, 258–277.
- Börger, M., Fleischer, D. and Kuksin, N. (2014). Modeling the mortality trend under modern solvency regimes, *Astin Bulletin*, **44**(01), 1–38.
- Booth, H., Mandonald, J. and Smith, L. (2002). Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline, *Population Studies*, **56**, 325–336.
- Cairns, A. J., Blake, D. and Dowd, K. (2006). A two-factor model for stochastic mortality with parameter uncertainty: Theory and calibration, *Journal of Risk and Insurance*, **73**, 687–718.
- Cairns, A. J., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G. D., Epstein, D., Ong, A. and Balevich, I. (2009). A quantitative comparison of stochastic mortality models using data from England and Wales and the United States, *North American Actuarial Journal*, **13**, 1–35.
- Cairns, A. J., Blake, D., Dowd, K., Coughlan, G. D., Epstein, D. and Khalaf-Allah, M. (2011). Mortality density forecasts: An analysis of six stochastic mortality models, *Insurance: Mathematics and Economics*, **48**, 355–367.
- Continuous Mortality Investigation, Mortality Committee (2009a). A Prototype Mortality Projections Model: Part One—An Outline of the Proposed Approach, CMI Working Paper 38.
- Continuous Mortality Investigation, Mortality Committee (2009b). A Prototype Mortality Projections Model: Part Two—Detailed Analysis. CMI Working Paper 39.
- Cox, S. H., Lin, Y. and Pedersen, H. (2010). Mortality risk modeling: Applications to insurance securitization, *Insurance: Mathematics and Economics*, **46**, 242–253.
- Cummins, J. D. (2008). CAT bonds and other risk-linked securities: State of the market and recent developments, *Risk Management and Insurance Review*, **11**, 23–47.
- Currie, I. D. (2006). Smoothing and forecasting mortality rates with P-splines, *Talk given at the Institute of Actuaries, June 2006*, Available from <http://www.macs.hw.ac.uk/iain/research/talks/London.2007.pdf>.
- De Jong, P. and Tickle, L. (2006). Extending Lee-Carter mortality forecasting, *Mathematical Population Studies*, **13**, 1–18.
- Hunt, A. and Blake, D. (2015). Modelling longevity bonds: Analysing the Swiss Re Kortis Bond, *Insurance: Mathematics and Economics*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.insmatheco.2015.03.017>.
- Lee, K. and Jho, J. H. (2015). A two factor model with mean reverting process for stochastic mortality, *The Korean Journal of Applied Statistics*, **28**, 393–406.
- Lee, R. D. and Carter, L. R. (1992). Modeling and forecasting US mortality, *Journal of the American Statistical Association*, **87**, 659–671.
- Lee, R. and Miller, T. (2001). Evaluating the performance of the Lee-Carter method for forecasting mortality, *Demography*, **38**, 537–549.
- Ministry of Health & Welfare (2013). The third financial prospect of national pension, *Technical report*, Available from: http://www.mw.go.kr/front_new/al/sal0301ls.jsp?PAR_MENU_ID=04&MENU_ID=0403
- Ministry of Stratage and Finance (2014). Government to Promote Private Plans, *Press release at 27th of August*, Available from: <http://www.mosf.go.kr/news/news02.jsp>

- National Pension Service (2013). Number of Old-age Pensioners by Age Group, Sex & Administrative District, *National Pension Statistical Yearbook*, 212–216.
- O'Hare, C. and Li, Y. (2012). Explaining young mortality, *Insurance: Mathematics and Economics*, **50**, 12–25.
- Plat, R. (2009). On stochastic mortality modeling, *Insurance: Mathematics and Economics*, **45**, 393–404.
- Renshaw, A. E. and Haberman, S. (2006). A cohort-based extension to the Lee–Carter model for mortality reduction factors, *Insurance: Mathematics and Economics*, **38**, 556–570.
- Salou, J.-M. and Hu, Y.-W. (2006). Overview of the financial wealth accumulated under funded pension arrangements, *Pension Markets in Focus*, **3**, 2–13.
- Wang, S. S., Young, V. R. and Panjer, H. H. (1997). Axiomatic characterization of insurance prices, *Insurance: Mathematics and Economics*, **21**, 173–183.
- Wilmoth, J. R. (1993). Computational methods for fitting and extrapolating the Lee-Carter model of mortality change, Technical Report, Department of Demography, University of California, Berkeley.

코호트 사망률을 이용한 장수채권 가격산출

조재훈^{a,1} · 이강수^b

^a영남대학교 상경대학 국제통상학부, ^b보험개발원

(2015년 7월 13일 접수, 2015년 7월 28일 수정, 2015년 7월 30일 채택)

요약

본 논문은 평균회귀 2요인 사망률 모형에 코호트 효과를 반영한 개선된 확률론적 사망률 모형을 제시한다. 한국 남자의 사망률 자료를 바탕으로 가중평균최소제곱법과 메트로폴리스 알고리즘을 이용하여 사망률 모형을 추정한 결과 코호트 효과를 반영하는 것이 모형 적합도를 향상시킴을 발견하였다. 국민연금공단과 같은 연금사업자가 자신의 장수위험을 금융시장에 순차적으로 전가하는 수단으로서 옵션방식 이차지급 장수채권의 활용을 제안하고 발행채권의 가격 산출방법을 제시하는 것이 본 논문이 기여하는 점이다. 특히 생존지수에 의해 이차지급 현금흐름이 결정되는 장수채권 가격산출을 위하여 코호트 효과가 매우 중요한 요소임을 강조하였다.

주요용어: 장수채권, 코호트 효과, 2요인 사망률모형, 평균회귀확률과정, 가중평균최소제곱법, 메트로폴리스 알고리즘

본 연구는 (사)대산신용호기념사업회의 지원을 받아 연구되었음.

¹교신저자: (712-749) 경상북도 경산시 대학로 280, 영남대학교 상경대학 국제통상학부.

E-mail: jaehoonjho@yu.ac.kr