

수평채널 내 고 점성유체의 볼텍스 유동에 관한 3차원 수치해석(2) Three-Dimensional Numerical Study on the Vortex Flow in a Horizontal Channels with High Viscous Fluid(2)

박일용* · 김정수** · 배대석***†

Ri-Long Piao*, Jeong-Soo Kim** and Dae-Seok Bae***†

(Received 27 April 2015, Revision received 30 July 2015, Accepted 31 July 2015)

Abstract: TMixed convective flow in a bottom heated and top cooled rectangular channel can be significantly affected by the channel aspect ratio, Prandtl number, Reynolds number, Rayleigh number and angle of inclination. In such a mixed convection, the flow pattern plays an important role in various technological processes. In this study, a numerical investigation is carried out to explore mixed convection in a three-dimensional rectangular channel with bottom heated and top cooled uniformly.

The three-dimensional governing equations are discretized using the finite volume method. In the range of low Reynolds number($0 \leq Re \leq 9.6 \times 10^{-2}$), the effects of the aspect ratio($2 \leq AR \leq 12$) and Gr/Re are presented and discussed. The longitudinal roll number in the channel is increased with increasing aspect ratio, and the roll number induced, regardless of the aspect ratio number, is even in the range of aspect ratios between 2 and 12, New vortex flow structure containing inclined longitudinal rolls is found, which is affected by aspect ratio and Reynolds number. The ratio Gr/Re is used to check the relative magnitudes of forced and natural convection in the mixed convective flow of high viscous fluid.

Key Words : Numerical Analysis, Mixed Convection, Vortex Flow, High Viscous Fluid, Aspect Ratio.

- 기 호 설 명 -

<p>c_p : 정압비열</p> <p>g : 중력가속도 [m/s²]</p> <p>H : 채널 높이 [m]</p> <p>L : 채널 길이 [m]</p> <p>Pr : Prandtl수, ν/α</p> <p>p : 압력 [N/m²]</p>	<p>Ra : Rayleigh수, $g\beta H^3(T_h - T_c)/\nu \alpha$</p> <p>$Re$: Reynolds수, $U_i H/\nu$</p> <p>T : 온도 [K]</p> <p>T_c, T_h : 냉각 및 가열 벽의 온도 [K]</p> <p>T_∞ : 냉각과 가열 벽의 평균 온도 [K]</p> <p>U_i : 입구 평균 속도 [m/s]</p> <p>W : 채널 폭 [m]</p> <p>u, v, w : x, y, z 방향의 속도 성분 [m/s]</p>
--	---

***† 배대석(교신저자) : 부경대학교 기계공학과
 E-mail : dsbae@pknu.ac.kr, Tel : 051-629-6138

* 박일용 : 포스코 플랜텍 기술연구소

** 김정수 : 부경대학교 기계공학과

***† Dae-Seok Bae(corresponding author) : Department of
 mechanical engineering, Pukyong National University,
 E-mail : dsbae@pknu.ac.kr, Tel : (051)629-6138

* Li-Long Piao : Posco Plantec

** Jeong-Soo Kim : Department of mechanical engineering,
 Pukyong National University

X, Y, Z : 무차원 수평(x/L), 수직(y/H), 날개
(z/W)방향의 좌표

그리스 문자

- x, y, z : 수평, 수직, 날개방향의 좌표
- α : 열확산율
- β : 체적팽창계수
- θ : 수평방향이 x축과 이루는 각
- λ : 열전도율
- μ : 유체의 점성계수
- ν : 동 점성계수
- ρ : 밀도

1. 서 론

자연대류와 직류(through-flow)에 의한 강제대류가 점성유체 내에서 동시에 발생하면, 강제 및 자연대류의 상호작용에 의해 복잡한 유동형태인 혼합대류가 형성된다. 이런 혼합대류의 유동특성을 정확하게 파악하는 것은 열 및 물질 전달 장치의 설계에 있어서 아주 중요하다. 특히 하부가 가열되고 상부가 냉각되는 사각채널 혹은 덕터 내에서의 혼합대류유동은 화학증착반응기(Chemical vapour deposition), 열 교환 및 저장, 태양에너지 집열기, 전자소재 가공, 자동차 기관 및 전자장비의 냉각, 전기도금계 등의 공학적 응용분야에서 중요한 역할을 하므로 많은 연구자들에 의해 Reynolds수, Rayleigh수, 경사각, 종횡비 및 Prandtl 수 등의 영향에 대하여 다양하게 고찰되어져 왔다.¹⁻¹²⁾

Kamotoi 등¹⁾은 상부가 냉각되고 하부가 가열되는 수평 평행판채널 내에서의 혼합대류 열전달 특성을 Pr=0.7인 공기를 작동유체로 하여 실험적으로 연구하였으며, Reynolds수(30 ≤ Re ≤ 1100), Rayleigh수 (10³ < Ra ≤ 3.1 × 10⁴)가 혼합대류에 미치는 영향을 검토하였고, Chiu 등^{2,3)}은 하부가 가열되는 수평 평행 채널 내에서의 혼합대류 열전달 특성에 대하여 작동유체를 공기로 하고 2.71 × 10² ≤ Gr/Re² ≤ 6.79 × 10⁴ 범위 내에서 실험과 수치적 계

산을 동시에 진행하여 그 결과를 고찰하였다. Chen 등⁴⁾은 하부에서 가열되는 수평 덕트 내에서의 혼합대류 유동을 AR=2, Pr=0.7인 경우 Reynolds수(1 ≤ Re ≤ 20)와 Rayleigh수(2 × 10³ ≤ Ra ≤ 4 × 10³)를 변수로 하여 종방향 및 횡방향 물 구조에 대하여 수치해석적 방법으로 연구하였으며, 그 결과를 이전의 실험 및 수치해석 결과와 비교, 검토하였다. Chang 등⁵⁾은 하부에서 가열되는 수평 평행채널 내에서의 혼합대류 유동을 AR=12, Pr=0.7인 경우 Reynolds수(20 ≤ Re ≤ 50)와 Rayleigh수(6 × 10³ ≤ Ra ≤ 3 × 10⁴)를 변수로 하여 혼합대류 종방향 물 구조에 대하여 실험적 방법으로 연구하였으며, Chang 등⁶⁾은 수평 사각 덕트 내에서의 종방향 볼텍스 유동에 대하여 저 점성유체인 공기를 이용하여 종횡비의 영향에 대하여 체계적으로 실험하였다. 2001년 Ozsunar 등⁷⁾은 하부가 가열되는 사각 채널 내에서 AR=10, Pr=0.7인 경우 Reynolds수(50 ≤ Re ≤ 1000), Grashof수 (7 × 10⁵ < Gr < 4 × 10⁶) 그리고 경사각 (0 ≤ θ ≤ 90°)이 혼합대류 유동 특성에 미치는 영향을 3차원 수치해석적 방법으로 연구하였으며, 그 결과를 이전의 실험결과와 비교하여 서로 잘 일치함을 보여주었다. Cheng 등⁸⁾은 수평 평행덕트 내에서의 혼합대류 공기유동을 AR=16, pR=0.7인 경우 Reynolds수와 Rayleigh수(1.2 × 10³ ≤ Ra ≤ 4 × 10³)를 변수로 하여 혼합대류 횡방향 물과 U형 물 구조에 대하여 실험적 방법으로 연구하였으며, Lin⁹⁾은 수평 사각 채널 내 부력에 의한 볼텍스 유동과 열전달 특성에 대하여 저 Reynolds수가 혼합대류 볼텍스 유동에 미치는 영향을 저 점성유체인 공기(Pr=0.7)를 작동유체로 하여 실험적으로 연구하였다. 최근 Piao 등¹⁰⁾은 고 점성유체를 사용하여 Reynolds수와 Rayleigh수가 수평채널 내의 혼합대류 볼텍스 유동에 미치는 영향을 3차원 수치해석적 방법으로 연구하였다.

그러나 Piao 등¹⁰⁾의 연구를 제외한 지금까지의 연구는 주로 저 점성유체(공기, 물) 및 고 Reynolds수에 대한 것이 대부분이다. 따라서 본 연구에서는 과거에 거의 연구되지 않았던 고 점성유체(Pr = 909)인 오일을 작동유체로 사용하는 하부가 가열되고 상부가 냉각되는 3차원 사각채

널 내에서 Rayleigh수($5 \times 10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^4$), 저 Reynolds 수($0 \leq Re \leq 9.6 \times 10^2$)영역에서 형상비(Aspect ratio)와 Gr/Re수가 혼합대류 볼텍스 유동 및 열전달에 미치는 영향을 유한체적법을 기초로 한 3차원 수치 해석적 방법으로 고찰하고자 한다.

2. 수치 해석

2.1 수치 모델

본 연구는 사각채널 내에서의 3차원 정상상태 층류 혼합대류에 관한 것이며, 기하학적 형상은 Fig. 1과 같다. 유동장을 해석함에 있어서 점성소산과 복사열전달은 무시하였다. 유체는 비압축성이며, 모든 물리적 성질은 일정하다고 가정하였다. 작동유체는 Prandtl수가 909인 고 점성유체이다. 유체는 균일속도와 상, 하부의 평균온도로 일정하게 유입되어 사각채널을 통과하여 유출된다. $L_0 \leq x \leq L_0 + L$ 인 영역에서는 상부와 하부 면은 등온으로 각각 냉각, 가열되며, 기타의 모든 경계 벽들은 단열되어진다.

2.2 지배방정식 및 경계조건

위의 가정에 따라 Boussinesq 근사를 적용한 3차원 정상상태 층류유동의 연속, 운동량 및 에너지 방정식은 식 (1)~(5)와 같다. 여기서 u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 속도, T 는 온도, p 는 압력, ρ 는 밀도, g 는 중력 가속도, μ, c_p, λ 는 각각 유체의 점성계수, 정압비열, 열전도율을 나타낸다.

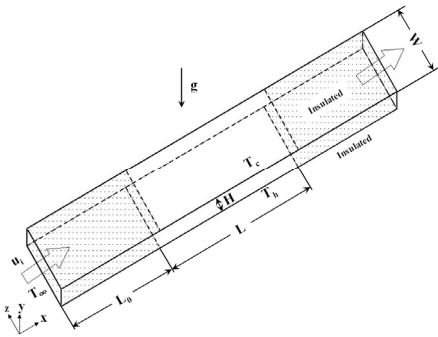


Fig. 1 Schematic diagram of the three dimensional geometry investigated

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \rho(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{\partial p}{\partial x} \\ = \mu(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \rho(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}) + \frac{\partial p}{\partial y} \\ = \mu(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}) + \rho g \beta \Delta T \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \rho(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}) + \frac{\partial p}{\partial z} \\ = \mu(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho c_p (u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z}) \\ = \lambda(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}) \end{aligned} \quad (5)$$

본 연구에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$x = 0 : u = u_i, v = w = 0, T = T_\infty$$

$$x = L : \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

$$y = 0, L_0 \leq x \leq L + L_0 : u = v = w = 0, T = T_h$$

$$y = H, L_0 \leq x \leq L + L_0 : u = v = w = 0, T = T_c$$

$$\begin{aligned} y = 0, 0 \leq x < L_0, x > L + L_0 : \\ u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = H, 0 \leq x < L_0, x > L + L_0 : \\ u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$z = 0 : u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

$$z = W : u = v = w = 0, \frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

2.3 격자계

Fig. 2는 격자분포를 나타낸다. 격자생성에서 X와 Z 방향에서는 균일격자를 생성하고, Y 방향에서는 가열 및 냉각 벽 근처에서 물리량들의 큰 구배가 예상되기 때문에 계산의 정도를 높이기 위하여 격자를 조밀하게 생성하였다. 해의 격자계 비의존성을 확인하기 위하여 AR=4, Pr=909, Re=2×10², Ra=10⁴ 일 때 여러 격자수가 수치해석 결과에 미치는 영향을 검토하였다. 격자수가 9.5×10⁴, 12.5×10⁴, 19×10⁴, 26×10⁴, 36×10⁴개 일 때 평균 Nusselt수는 각각 2.2298, 2.2428, 2.2595, 2.2766, 2.2772이었다. 격자수 26×10⁴개와 36×10⁴개인 경우 평균 Nusselt수를 비교하면 오차는 0.02635%에 불과하므로 26×10⁴개를 기본 격자수로 하여 계산을 수행하였다.

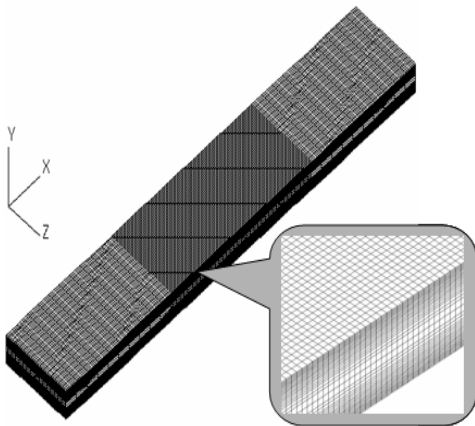


Fig. 2 3-D Computational grid distributions

2.4 해석방법

수치해석은 유한체적법(finit volume method)을 기초로 한 상용코드인 STAR-CD 3.22를 사용하였으며, 압력보정은 PISO(pressure implicit with splitting of operators)알고리즘을 사용하였고, 대류항은 중심차분도식(central differencing scheme)을 사용하여 계산을 수행 하였다. 속도에서의 완화계수(relaxation factor)는 0.7, 압력은 0.4 그리고 온도는 0.85로 정하였으며, 수치계산에서는 최대오차한계(residual tolerance)를 10⁻⁴으로 하였다. 계산에 사용된 컴퓨터는 CPU가 3.0GHz인 Intel Pentium

IV이고, 격자수가 26×10⁴개 일 때 하나의 해를 구하는데 약 8시간이 소요되었다.

3. 결과 및 고찰

본 연구는 상부가 냉각되고 하부가 가열되는 두 개의 등온 벽으로 구성된 사각채널 내에서의 혼합대류 볼텍스 유동에 대하여, Pr=909일 때 Rayleigh수(5×10³≤Ra≤5×10⁴), 저 Reynolds수(0≤Re≤9.6×10²) 영역에서 형상비(Aspect ratio)와 Gr/Re수가 혼합대류 볼텍스 유동 및 열전달에 미치는 영향을 유한체적법을 기초로 한 3차원 수치해석적 방법으로 고찰하였다.

3.1 종횡비의 영향

Fig. 3은 Pr=909, Re=4×10³, Ra=10⁴일 때 종횡비(2≤AR≤12)의 증가에 따라 채널 내부의 Y=0.5인 위치에서의 X-Z 평면에서 형성되는 유동장의 변화를 보여준다. 그림에서 보는 바와 같이 종횡비 AR=2일 때, 유동은 안정적이고 대칭적인 2개의 평행 종방향 롤 유동을 나타낸다.

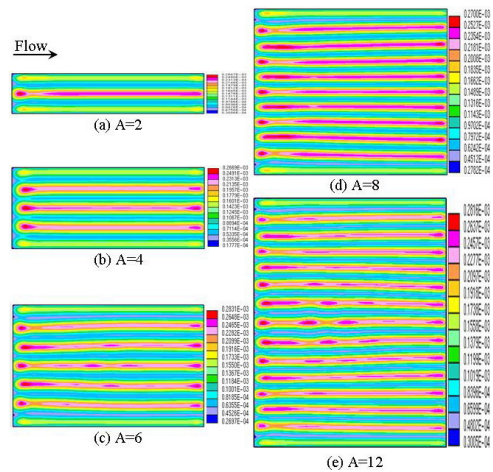


Fig. 3 Velocity magnitude distributions for various aspect ratio at Pr=909, Ra=10⁴, Re=4×10³ and Y=0.5

이 경우 형성되는 롤의 개수는 종횡비(AR=2)와 같다는 것을 알 수 있다. 이러한 경향은 종횡비

AR=4와 6인 경우에도 나타났다. 그러나 종횡비가 더욱 증가하여 AR≥8인 경우에는 여전히 안정적이고 대칭적인 평행 종방향 롤 유동을 보이지만 롤의 개수는 종횡비와 다르다. AR≥8인 경우 롤의 개수는 AR+2이며, 종횡비가 증가함에 따라 종방향롤의 개수는 증가하였다.

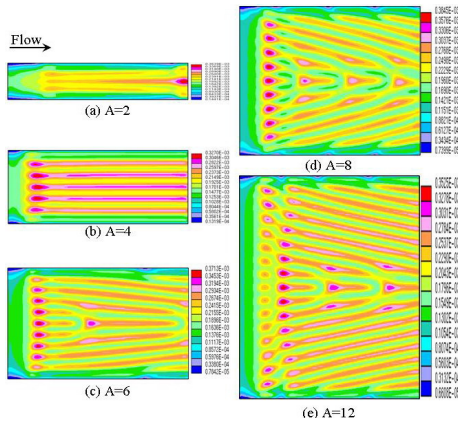


Fig. 4 Velocity magnitude distributions for various aspect ratio at Pr=909, Ra=10⁴, Re=1.6×10⁻² and Y=0.5

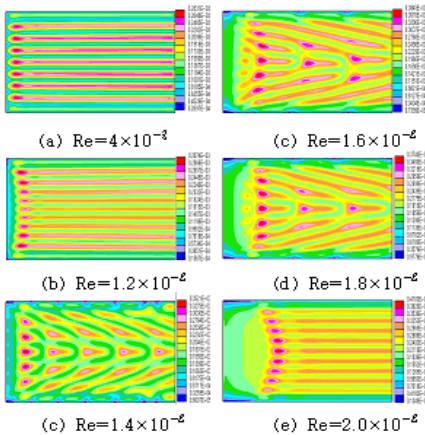


Fig. 5 Velocity magnitude distributions for various Reynolds numbers in the longitudinal rolls flow at AR=6, Pr=909, Ra=10⁴, and Y=0.5

Fig. 4는 Pr=909, Re=1.6×10⁻², Ra=10⁴일 때 종횡비(2≤AR≤12)의 증가에 따라 채널 내부 Y=0.5인 위치에서의 X-Z 평면에서 형성되는 유동장의 변

화를 보여준다. 입구 유속이 증가함으로써 채널 내 입구 영역은 강제대류가 지배적인 작용을 하여 롤의 형성을 볼 수 없지만, 하류방향으로 가면서 종횡비 AR=2와 4에서는 안정적이고 대칭적인 평행 종방향 롤 유동을 볼 수 있다. 종방향 롤 개수는 Reynolds수가 작은 경우에 비해 각각 2개씩 증가하였다. 이는 앞의 Reynolds수의 영향에서 나타났다. 하지만 종횡비가 증가하여 종횡비 AR≥6인 경우에는 여전히 종횡비가 증가함에 따라 롤의 개수는 증가하지만 Reynolds수가 작은 경우 (Re=4×10⁻³)에 형성되었던 평행 종방향 롤들은 점차적으로 채널 중심으로 쏠리어 새로운 롤 유동인 경사진 종방향 롤 유동을 형성하였다. 경사진 종방향 롤 유동의 형성에 대한 연구는 Yu 등¹¹⁾이 1996년에 제시한 바가 있다. 이들은 Pr=0.7(공기), AR=12, Re=20, 30, 40, Ra=9000일 때 채널 내의 종방향 롤들은 본 연구에서 나타난 채널 중심으로 쏠리는 경사진 롤과는 달리 채널 양 벽 쪽으로 경사된다고 밝혔다. Fig. 5는 종횡비 AR=6, Pr=909, Ra=10⁴일 때 Reynolds수의 증가에 따라 채널 내부의 Y=0.5인 위치에서의 X-Z 평면에서 형성되는 유동장의 변화를 보여준다. Reynolds수가 4×10⁻³≤Re≤2.0×10⁻² 범위에서의 채널 내의 유동은 종방향 롤들이 채널 중심으로 쏠리는 새로운 유동패턴인 경사진 종방향 롤 형태를 나타낸다. 그러나 Reynolds수가 더욱 증가하여 Re≥2×10⁻² 범위에서는 경사진 종방향 롤 유동은 나타나지 않을 뿐 아니라, 채널 입구에서는 입구 유속에 의한 강제대류가 지배적인 롤이 형성되지 않고 하류방향에서 평행 종방향 롤 유동이 형성되었다. 이로부터 종횡비 AR=6, Pr=909, Ra=10⁴인 경우 경사진 종방향 롤 유동은 Reynolds수가 1.4×10⁻² 범위에서만 존재함을 알 수 있었다.

3.2 Gr/Re의 영향

강제대류와 자연대류의 상대적 크기를 비교하기 위하여 일반적으로 부력의 변수인 Gr/Reⁿ을 사용하며, Reynolds수 Re≤1이면 n=1을 사용하고, Re>1이면 n=2를 사용한다. Prandtl수가 작은 공기인 경우, Gr/Re²≪1이 만족된다면, 강제적인 외부

유동이 부력에 의한 자연대류유동을 지배하여 자연대류의 영향은 무시되고, $Gr/Re^2 \gg 1$ 이면, 자연대류유동이 외부 강제유동보다 더 강하여 강제대류의 영향은 무시되어 혼합대류영역은 일반적으로 $Gr/Re^2 \approx 1$ 인 영역이라고 Incropera 등¹²⁾에 의해 제시되었지만, 본 연구에서와 같이 Prandtl수가 높고 점성유체의 저 Reynolds수의 유동에 대한 강제대류와 자연대류의 상대적 크기를 비교한 연구는 아직까지 이루어지지 않았다. Fig. 6과 Fig. 7은 강제대류와 자연대류의 상대적 크기를 비교하기 위하여 $Pr=909$, $AR=4$ 그리고 $Ra=5 \times 10^3$ 과 10^4 일 때 Gr/Re 의 증가에 따라 채널 내부의 $Y=0.5$ 인 위치에서의 X-Z 평면에서 형성되는 유동장의 변화를 속도벡터로 나타낸 것이다. $Gr/Re=1.1 \times 10^2$ 인 경우 입구유속에 의한 강제대류가 부력에 의한 자연대류보다 훨씬 크게 작용하기 때문에 채널 내의 유동은 완전발달된 속도벡터를 나타낸다. $Gr/Re=5.5 \times 10^3$ 인 경우 입구유속에 의한 강제대류와 부력에 의한 자연대류가 공동으로 작용하여 채널 내의 유동은 혼합 물의 유동형태를 나타냄을 알 수 있다.

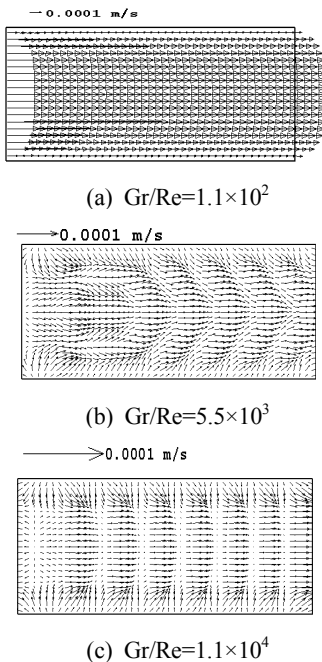


Fig. 6 Velocity vector plots for various Gr/Re at $Pr=909$, $AR=4$, and $Ra=5 \times 10^3$

$Gr/Re=1.1 \times 10^4$ 에 도달하면 자연대류의 영향이 강제대류의 영향보다 훨씬 크게 작용하여 거의 정지되어 있는 전형적인 자연대류에 의한 횡방향 물 유동을 나타낸다. 따라서 Prandtl수가 높은 고 점성유체의 대류유동형태는 $Gr/Re \leq 10^2$ 이면 자연대류의 영향은 무시되고 입구유속에 의한 강제대류유동이 지배적인 유동형태를 보이지만, $Gr/Re \geq 10^4$ 이면 자연대류가 지배적인 유동을 형성하며, 자연대류와 강제대류가 혼재하는 혼합대류는 $10^2 < Gr/Re < 10^4$ 영역에서 발생함을 알 수 있다. 이는 앞서 설명한 공기를 작동유체로 한 결과와는 대단히 다른 결과를 보여준다.

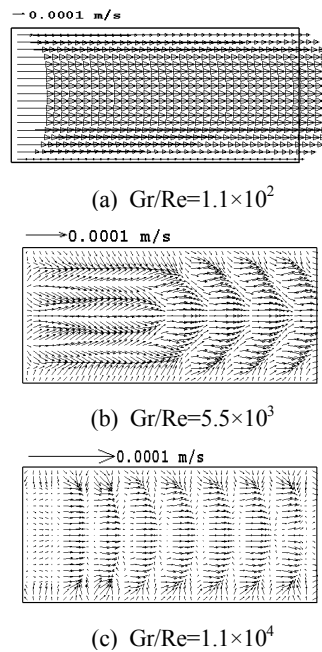


Fig. 7 Velocity vector Plots for various Gr/Re at $Pr=909$, $AR=4$ and $Ra=10^4$

4. 결론

상부가 냉각되고 하부가 가열되는 두 개의 등온 벽으로 구성된 사각채널 내에서 저 Reynolds수 ($0 \leq Re \leq 9.6 \times 10^3$), Rayleigh 수 ($5 \times 10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^4$) 그리고 종횡비 ($2 \leq AR \leq 12$)가 고 점성유체의 혼합대류에 미치는 영향을 3차원 수치해석적 방법을

로 연구하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1) 종방향 롤 유동을 나타내는 고 점성유체의 혼합대류 유동에 대하여 종횡비를 2에서 12까지 변화시키면서 그 영향을 살펴본 결과, 종횡비 $AR=2\sim 12$ 범위에서 채널 내에서 형성되는 종방향 롤 개수는 종횡비의 변화에 관계없이 항상 짝수 개만 나타났으며, 종횡비가 증가함에 따라 롤의 수는 증가하였다.

2) 평행 종방향 롤들이 채널 중심으로 쏠리는 새로운 유동형태인 경사진 종방향 롤 유동을 확인 할 수 있었고, 이 유동의 형성은 형상비와 Reynolds수의 상호 작용에 크게 영향을 받았다.

3) 고 점성유체에 적용할 수 있는 대류유동형태의 구분을 Gr/Re 값으로 다음과 같이 나타낼 수 있었다.

자연대류영역	$Gr/Re \geq 10^4$
혼합대류영역	$10^2 < Gr/Re < 10^4$
강제대류영역	$Gr/Re \leq 10^2$

후 기

“이 논문은 부경대학교 자율창의학술연구비 (2014년)에 의하여 연구되었음”

References

1. Y. Kamotani and S. Ostrach, 1976, “Effect of Thermal Instability on Thermally Developing Laminar Channel Flow”, *Journal of Heat Transfer*, pp. 62-66.
2. K. C. Chiu and F. Rosenberger, 1987, “Mixed convection between horizontal plates-I. Entrance effects”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, No. 8, pp. 1645-1654.
3. K. C. Chiu, J. Ouazzani and F. Rosenberger, 1987, “Mixed convection between horizontal plates-II. Fully developed flow”, *Int. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, No. 8, pp. 1655-1662.
4. S. S. Chen and A. S. Lavine, 1996, “Laminar, buoyancy induced flow structures in a bottom heated, aspect ratio 2 duct with throughflow”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 1, pp. 1-11.
5. M. Y. Chang and T. F. Lin, 1998, “Experimental study of aspect ratio effects on longitudinal vortex flow in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 41, Nos 4-5, pp. 719-733.
6. M. Y. Chang, C. H. Yu and T. F. Lin, 1997, “Changes of Longitudinal Vortex Roll Structure in a Mixed Convective Air Flow Through a Horizontal Plane Channel: an Experimental Study”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 2, pp. 347-363.
7. A. Ozsunar, S. Baskaya and M. Sivrioglu, 2001, “Numerical Analysis of Grashof Number, Reynolds Number and Inclination Effects on Mixed Convection Heat Transfer in Rectangular Channels”, *Int. Comm. Heat Mass Transfer*, Vol. 28, No. 7, pp. 985-994.
8. T. C. Cheng, J. T. Lir and T. F. Lin, 2002, “Stationary Transverse Rolls and U-rolls in Limiting Low Reynolds Number Mixed Convective Air Flow Near the Convective Threshold in a Horizontal Flat Duct”, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 45, pp. 1211-1227.
9. T. F. Lin, 2003, "Buoyancy driven vortex flow and thermal structures in a very low Reynolds number mixed convective gas flow through a horizontal channel", *International Journal of Heat and Fluid Flow* 24, pp. 299-309.
10. R. L. Piao, J. S. Kim and D. S. Bae, 2014, “Three-dimensional numerical study on the vorticity flow in a horizontal channels with high viscous fluid”, *Journal of Korean Society for Power System Engineering*, Vol. 18, No. 3, pp.79-86.
11. C. H. Yu, M. Y. Chang and T. F. Lin, 1996, “Structures of moving transverse and mixed rolls in mixed convection of air in a horizontal plane channel”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 40, No. 2, pp. 333-346.
12. F. P. Incropera, D. P. DeWitt, T. L. Bergman and A. S. Lavine, 2008, “Introduction to heat transfer”, 5TH Edition, pp. 615.