

<학술논문>

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2015.39.9.859>

ISSN 1226-4873(Print)
2288-5226(Online)

면외변형하의 압전재료에 대한 침투 썬기균열

최 성 렬^{*†} · 박 재 학^{**}

* 영남대학교 기계공학부, ** 충북대학교 안전공학과

A Permeable Wedge Crack in a Piezoelectric Material Under Antiplane Deformation

Sung Ryul Choi^{*†} and Jai Hak Park^{**}

* School of Mechanical Engineering, Yeungnam Univ.,

** Dept. of Safety Engineering, Chungbuk Nat'l Univ.

(Received April 27, 2015 ; Revised May 20, 2015 ; Accepted June 1, 2015)

Key Words: Piezoelectric(압전), Permeable Crack(침투균열), Antiplane(면외), Intensity Factor(강도계수)

초록: 횡등방성 압전재료에 기하학적 비대칭인 썬기균열문제를 해석하였다. 기계적 집중면외하중과 전기적 집중 면내하중이 썬기표면 점에 작용하고 있고, 반면에 균열면 한점에는 기계적 집중하중만 작용한다. 균열면은 침투형 얇은 슬릿으로 가정하여, 전기변위의 수직성분 및 전위가 균열면을 가로질러 연속적으로 두었다. Mellin 변환을 사용하여 문제를 수식화하고, Wiener-Hopf 식을 유도하였다. 이 식을 풀므로써 폐형으로 주어지는 해를 얻었다. 임의 균열길이나 경사각, 썬기각에 대해서도 적용이 가능한 응력 및 전기변위 강도계수를 구하였다. 장의 강도계수들은 전기적 하중에는 무관하고, 전기변위강도계수는 응력강도계수만의 함수로 표현되었다. 전기장 강도계수는 영으로 계산되었다. 또한 에너지방출률을 얻었다. 이 해는 중첩에 의하여 임의로 분포하는 전기기계하중문제에 대한 해를 제공하는 기본해로 사용될 수 있다.

Abstract: In this study, we analyze the problem of wedge cracks, which are geometrically unsymmetrical in transversely piezoelectric materials. A single concentrated antiplane mechanical load and inplane electrical load are applied at the point of the wedge surface, while one concentrated antiplane load is applied at the crack surface. The crack surfaces are considered as permeable thin slits, where both the normal component of electric displacement and the electric potential are assumed to be continuous across these slits. Using Mellin transform method, the problem is formulated and the Wiener-Hopf equation is derived. By solving the equation, the solution is obtained in a closed form. The intensity factors of the stress and the electric displacement are obtained for any crack length as well as inclined and wedge angles. Based on the results, the intensity factors are independent of the applied electric loads. The electric displacement intensity factor is always dependent on that of stress intensity factor, while the electric field intensity factor is zero. In addition, the energy release rate is computed. These solutions can be used as fundamental solutions which can be superposed to arbitrary electromechanical loadings.

1. 서론

응력에 의해 전하가 발생되고 전기장에 의해 변형이 발생하는 압전재료는 전기기계적인 고유한

특성으로 인하여 센서, 액추에이터, 지능형 구조물 등 많은 용도로 사용되고 있다. 취성이 높아 균열과 같은 결함이 압전성을 부여하기 위해 필요한 분극처리과정이나 반복적인 전기장으로 인해 사용중에 발생하기 쉽고, 이는 재료강도를 저하시키는 주된 원인이 된다.

† Corresponding Author, srchoi@yu.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

압전재료에 대한 연구는 Parton⁽¹⁾이 간단한 균열 문제를 고려한 이후로 횡등방(transversely isotropic) 압전재료에 대한 다양한 형태의 면외균열문제가 국내외 연구자에 의하여 해석되었다.⁽²⁻¹³⁾ 면외균열문제는 횡등방성 압전재료에서 분극방향과 직교인 평면방향으로 전기장이 인가될 때 발생하는 면외변형(antiplane deformation)과 관련된 균열문제를 말한다.

Pak⁽²⁾는 기계적 전단하중과 전기적 평면하중이 작용하는 무한크기의 압전체에 대한 절연균열(impermeable crack)문제를 복소함수를 도입하여 균열선단의 응력과 전기변위에 대한 엄밀해를 구하였다. 이로부터 응력, 변형률, 전기장 및 전기변위의 4개 장(field)에 대한 강도계수(intensity factor)와 에너지방출률(energy release rate)를 구하여 균열안정성을 연구하였다. Suo⁽³⁾은 복소함수 벡터를 도입하여 무한체 균열문제에 대한 일반해를 구하는 방법을 제시하고 강도계수를 구하였다. 스트립(strip) 면에 기계전기적 하중이 작용하는 면외균열문제는 Shindo⁽⁴⁾ 및 Kwon^(5,6)에 의하여 수행되었다. Fourier 변환을 이용하여 얻은 적분방정식을 풀므로써 강도계수와 에너지방출률을 구하고, 재료물성치와 균열크기에 따른 영향을 알아보았다. Kwon⁽⁷⁾은 원판에 내재된 중앙균열을 Mellin 적분변환을 사용하여 해석하였으며 기타 원호균열등 면외문제들이 해석되었다.^(8,9) Gao 및 Wang⁽¹⁰⁾은 침투균열조건에 대한 무한 압전체내의 면외 계면균열문제를 해석하였다. 균열선단부근의 4개 장들이 모두 특이성을 보였으며, 4개장에 대한 강도계수를 구하였다. 특히 전기장 강도계수의 경우 계면에 인접한 두재료 물성치가 서로 다른 경우는 값이 존재하지만, 두 재료가 동일한 균질재료가 되면 영(zero)이 되는 결과를 얻었다.

압전재료의 표면에서 발생하는 모서리 균열(edge crack)에 대한 해석은 소수의 연구자에 의하여 수행되었다. Li 및 Fan⁽¹¹⁾은 표면과 직교하는 이중압전재료에 대한 균열문제를 Fourier 변환을 이용하여 해석하고 엄밀해를 구하였다. Li 및 Tang⁽¹²⁾은 등각사상을 이용하여 스트립의 모서리 수직균열문제를 해석하였다. Choi⁽¹³⁾는 수직모서리 균열문제를 Mellin 변환을 이용하여 해석하여 엄밀해를 얻었다. Wu^(14,15)은 이중재료에 내재된 전위문제를 복소함수를 도입하여 해석하고, 등각

사상을 이용하여 직교 및 임의각을 이루는 쐐기(wedge)균열에 대한 엄밀해를 구하였다. 지금까지 해석된 표면균열문제는 대칭균열에 대한 해석이다. 기하학적으로 비대칭인 균열문제 해석은 근래에 반무한 평면에서 임의방향으로 형성된 경사균열(inclined crack)문제가 해석된 바 있으며, 이때 균열면은 절연균열조건으로 두고 해석한 것이다.⁽¹⁶⁾ 압전재료의 표면이 쐐기모양을 이루며, 두 쐐기표면의 교차점인 정점에서 임의방향으로 발생하는 쐐기균열에 대한 해석은 수행되지 않았다.

본 연구에서는 압전재료의 두 표면이 임의 꼭지각(apex)으로 교차하여 쐐기모양을 이루고, 쐐기정점에서 임의방향으로 균열이 형성되어 기하학적으로 비대칭인 경사 쐐기균열문제를 해석하고자 한다. 균열면은 전기적으로 침투(permeable) 균열조건이라고 두었다. 압전체 균열문제의 해석에서는 일반적으로 균열면에 부가되는 경계조건이 논란의 쟁점이 되고 있다. 부가조건으로 크게 절연조건과 침투조건으로 구분할 수 있고, 어떤 균열조건을 부가하느냐에 따라 해의 특성이 달라지고 있다. 균열면에서 발생하는 복잡한 현상을 단순화된 경계조건으로 표현하기란 여의치 않으며 그 해석의 한계가 발생되고 있는 바, 이들 두 개의 조건에서 해석된 결과 모두가 해로 사용되고 있다. 해석을 위하여 부가된 하중으로 균열면의 한 점에는 면외집중 기계적하중이 작용하고, 쐐기표면에는 면외집중하중 및 면내 집중 전기하중이 작용한다고 하였다. 해석방법은 변위와 전위를 택하고, Mellin적분변환을 이용하여 경계치문제를 수식화하였다. 이를 해석함으로써 균열선단의 기계적 및 전기적 강도계수에 대한 엄밀해 및 에너지방출률을 구하였다. 또한 침투균열조건에서 얻은 해의 특성을 수치적으로 구하고, 강도계수의 영향과 균열안정성에 대하여 알아보았다. 이 해석의 결과는 임의로 분포하는 하중에 대해서도 해석이 가능한 경사균열문제의 Green함수로 사용이 가능하다.

2. 이론 및 전개

2.1 기본방정식

횡등방 선형압전재료의 분극방향을 z 축으로 두면, xy 평면은 등방평면이 된다. 면외기계적하중

과 면내 전기적 하중으로 주어지는 경계조건의 해는 면내 변위성분 $u_x = u_y = 0$ 이 되어, 면외 변위 u_z 및 전위 ϕ 가 존재하게 된다.⁽²⁾

해석의 편의를 위하여 극좌표계 (r, θ) 를 도입하여 변위와 전위를 나타내면 다음과 같이 주어진다.

$$u_z = u_z(r, \theta), \quad \phi = \phi(r, \theta) \quad (1)$$

$\sigma_{zj}, \gamma_{zj}, D_j, E_j$ ($j=r, \theta$)를 각각 응력, 변형률, 전기변위 및 전기장 성분으로 둔다면, 이들에 대한 변형률과 전기장의 미분관계 및 구성방정식은 다음과 같이 주어진다.^(2,3)

$$\gamma_{zr} = u_{z,r}, \quad \gamma_{z\theta} = r^{-1} u_{z,\theta} \quad (2)$$

$$E_r = -\phi_{,r}, \quad E_\theta = -r^{-1} \phi_{,\theta} \quad (3)$$

$$\sigma_{zj} = c_{44} \gamma_{zj} - e_{15} E_j \quad (4)$$

$$D_j = e_{15} \gamma_{zj} + \epsilon_{11} E_j \quad (5)$$

여기서 콤마(comma)는 변수의 편미분을 말하고, 하첨자 j 는 $j=r, \theta$ 를 말한다. 또한 상수 $C_{44}, e_{15}, \epsilon_{11}$ 은 각각 전단계수, 압전상수 및 유전상수를 나타낸다.

체적력과 자유전하가 없을 때 응력과 전위의 지배방정식을 u_z 및 ϕ 로 나타내면 다음의 Laplace 식을 만족한다.

$$\nabla^2 u_z = 0, \quad \nabla^2 \phi = 0 \quad (6)$$

여기서 $\nabla^2 = \partial^2/\partial r^2 + (1/r)\partial/\partial r + (1/r^2)\partial^2/\partial \theta^2$ 인 2차원 Laplace 연산자를 말한다.

2.2 문제의 설정

Fig. 1은 해석하고자 하는 문제를 그림으로 보인 것으로서, 정점 0를 기점으로 수평축 x 와 상하 췌기표면은 각각 꼭지각 α 를 이루고, 길이 b 인 경사 췌기균열이 경사각 ω 를 이루며 반경방향으로 위치하고 있다. 균열면은 전기적으로 침투균열조건으로 두었다. 췌기균열은 x 축에 놓여있지 않으므로 기하학적으로 비대칭이 됨을 알 수 있다. 췌기표면을 따라 거리 l 인 한 점에 면외 집중전단하중 Q_0 및 면내 집중전기변위 D_0 가 작용하고 있다. 경사 균열면에는 거리 h 인 곳에 집중

전단하중 Q_h 하중이 작용한다. 해석의 편의를 위하여 균열선을 기준으로 압전체의 영역을 상하 두 개의 영역으로 나누어 구분하였다.

췌기표면에 대한 기계적하중과 전기변위에 대한 경계조건을 식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_{\theta z}(r, \alpha) = Q_0 \delta(r-l), \quad 0 < r < \infty \quad (7a)$$

$$D_\theta(r, \alpha) = D_0 \delta(r-l), \quad 0 < r < \infty \quad (7b)$$

$$\sigma_{\theta z}(r, -\alpha) = 0, \quad 0 < r < \infty \quad (7c)$$

$$D_\theta(r, -\alpha) = 0, \quad 0 < r < \infty \quad (7d)$$

여기서 δ 는 델타함수를 말한다.

한편 균열면에는 집중하중이 작용하고 있고, 침투균열 조건이라고 가정하므로써 전위 및 전기변위의 연속조건이 있게 되는바, 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta z}(r, \omega^+) = -Q_h \delta(r-h), \quad 0 < r < b \quad (7e)$$

$$\sigma_{\theta z}(r, \omega^-) = 0, \quad 0 < r < b \quad (7f)$$

$$\phi(r, \omega^+) = \phi(r, \omega^-), \quad 0 < r < b \quad (7g)$$

$$D_\theta(r, \omega^+) = D_\theta(r, \omega^-), \quad 0 < r < b \quad (7h)$$

또한 균열면을 제외한 $\theta = \omega$ 인 사선 상에서 다음과 같은 연속조건에 있게 된다.

$$\sigma_{\theta z}(r, \omega^+) = \sigma_{\theta z}(r, \omega^-), \quad b < r < \infty \quad (7i)$$

$$D_\theta(r, \omega^+) = D_\theta(r, \omega^-), \quad b < r < \infty \quad (7j)$$

$$u_z(r, \omega^+) = u_z(r, \omega^-), \quad b < r < \infty \quad (7k)$$

$$\phi(r, \omega^+) = \phi(r, \omega^-), \quad b < r < \infty \quad (7l)$$

이때 응력 및 전기변위의 점근거동은 다음과 같다.

$$\sigma_{\theta z}, D_\theta \sim \begin{cases} r^{-\lambda} & as \ r \rightarrow 0, \ 0 < \lambda < 1/2 \\ r^{-1} & as \ r \rightarrow \infty \\ (r-b)^{-1/2} & as \ r \rightarrow b^+ \end{cases} \quad (8)$$

3. 적분변환 및 식의 풀이

3.1 Mellin 적분변환

변위 $u_z(r, \theta)$ 및 전위 $\phi(r, \theta)$ 의 r 에 대한 Mellin 변환 $m[u_z(r, \theta)]$ 및 $m[\phi(r, \theta)]$ 을 각각 $\hat{u}_z(p, \theta)$

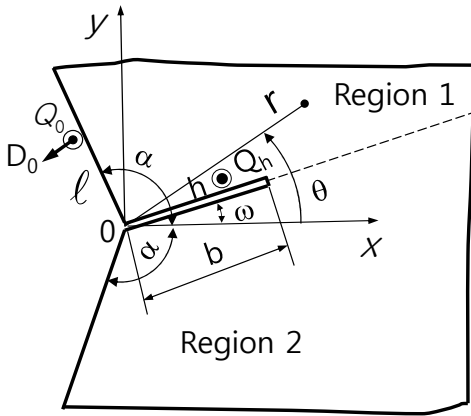


Fig. 1 Wedge crack in a piezoelectric material under antiplane concentrated loadings of magnitude of Q_0 and Q_h , and inplane electric loading of D_0 .

및 $\hat{\phi}(p, \theta)$ 라고 두면, 다음과 같이 정의된다.

$$\hat{u}_z(p, \theta) = m[u_z(r, \theta)] = \int_0^\infty u_z(r, \theta) r^{p-1} dr \quad (9)$$

$$\hat{\phi}(p, \theta) = m[\phi(r, \theta)] = \int_0^\infty \phi(r, \theta) r^{p-1} dr \quad (10)$$

$(\lambda - 1 < \text{Re} p < 0)$

여기서 적분이 존재하는 p 의 실수부 $\text{Re} p$ 의 범위는 점근거동 식 (8)로부터 구해진다.

식 (6)을 식 (9), (10)을 사용하여 Mellin 변환하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$\left(\frac{d^2}{d\theta^2} + p^2\right) \hat{u}_z(p, \theta) = 0 \quad (11)$$

$$\left(\frac{d^2}{d\theta^2} + p^2\right) \hat{\phi}(p, \theta) = 0 \quad (12)$$

식 (11) 및 (12)의 해를 영역별($j=1,2$)로 나누어 표기하면 다음과 같다.

$$\hat{u}_{zj}(p, \theta) = A_j(p) \cos(\theta - \omega)p + B_j(p) \sin(\theta - \omega)p \quad (13)$$

$$\hat{\phi}_j(p, \theta) = C_j(p) \cos(\theta - \omega)p + D_j(p) \sin(\theta - \omega)p \quad (j=1,2) \quad (14)$$

여기서 $A_j(p) \sim C_j(p)$ ($j=1,2$)는 경계조건으로

부터 결정되어야 할 미지함수들이다.

일단 식 (13), (14)의 미지함수들이 결정된다면 Mellin 역변환에 의하여 변위 $u_{zj}(r, \theta)$ 및 전위 $\phi_j(r, \theta)$ 의 형식적인 표현식은 다음과 같다.

$$u_{zj}(r, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \hat{u}_{zj}(p, \theta) r^{-p} dp \quad (15)$$

$$\phi_j(r, \theta) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \hat{\phi}_j(p, \theta) r^{-p} dp \quad (16)$$

$(\lambda - 1 < c < 0)$

식 (4), (5)를 사용하여 $\sigma_{\theta z}(r, \theta), D_\theta(r, \theta)$ 에 대한 Mellin변환 $m[r\sigma_{\theta z}(r, \theta)]$ 및 $m[rD_\theta(r, \theta)]$ 을 $\hat{\sigma}_{\theta z}(p, \theta), \hat{D}_\theta(p, \theta)$ 로 또한 정의하고, 경계조건식 (7a)~(7l)을 Mellin변환하여 적용하면, 새로운 미지함수 $T_+(p), G_-(p)$ 에 대한 Wiener-Hopf 식을 얻는다.

$$T_+(p) = K(p)G_-(p) + L(p) + J(p) \quad (17)$$

여기서 커널함수는 다음과 같다.

$$K(p) = \frac{\sin 2\alpha p}{c_{44} p \sin(\alpha p + \omega p) \sin(\alpha p - \omega p)}$$

$$L(p) = \frac{-(l/b)^p}{c_{44} p \sin(\alpha p - \omega p)} Q_0$$

$$J(p) = \frac{-(h/b)^p \cos(\alpha p - \omega p)}{c_{44} p \sin(\alpha p - \omega p)} Q_h \quad (18)$$

식 (17) 내의 $T_+(p), G_-(p)$ 는 각각

$$T_+(p) = \int_0^1 [u_z(b\xi, \omega^+) - u_z(b\xi, \omega^-)] \xi^{p-1} d\xi \quad (19a)$$

$$G_-(p) = b \int_1^\infty \sigma_{\theta z}(b\xi, \omega) \xi^p d\xi \quad (19b)$$

으로 정의된 새로운 미지함수로서 식 (8)로부터 $T_+(p), G_-(p)$ 는 각각 $\text{Re} p > \lambda - 1, \text{Re} p < 0$ 에서 해석적임을 안다.

또한 미지함수 $A_j(p) \sim D_j(p)$ ($j=1,2$)는 식 (19)에서 정의된 미지함수 $G_-(p)$ 와 다음과 같은 식으로 주어진다.

$$A_1(p) = g_2(p, \omega) [G_-(p) b^p - Q_h h^p (1 - \frac{e_{15}^2}{\Lambda} g_1(p))] + \frac{g_2(p, \omega)}{\cos(\alpha p - \omega p)} [\frac{-c_{44} e_{15}}{\Lambda} g_1(p) D_0 l^p + (-1 + \frac{e_{15}^2}{\Lambda} g_1(p)) Q_0 l^p] \quad (20a)$$

$$A_2(p) = -g_2(p, -\omega) G_-(p) b^p + \frac{e_{15} \cos(\alpha p + \omega p)}{c_{44} \Lambda p \sin(2\alpha p)} [Q_1 l^p + e_{15} Q_h h^p \cos(\alpha p - \omega p)] \quad (20b)$$

$$B_1(p) = \frac{G_-(p) b^p}{c_{44} p} - \frac{\sin(\alpha p + \omega p)}{\Lambda c_{44} p \sin(2\alpha p)} e_{15} Q_1 l^p - \frac{Q_h}{\Lambda c_{44} p} h^p [c_{44} \epsilon_{11} + e_{15}^2 (1 - g_1(p))] \quad (20c)$$

$$B_2(p) = B_1(p) + \epsilon_{11} Q_h h^p / (\Lambda p) \quad (20d)$$

$$C_1(p) = C_2(p) = \frac{-Q_1 l^p}{\Lambda p \sin(\alpha p - \omega p)} g_1(p) - \frac{c_{44} e_{15}}{\Lambda} Q_h h^p g_1(p) g_2(p) \quad (20e)$$

$$D_1(p) = \frac{\sin(\alpha p + \omega p)}{\Lambda p \sin 2\alpha p} Q_1 l^p - \frac{e_{15}}{\Lambda p} g_1(p) Q_h h^p \quad (20f)$$

$$D_2(p) = D_1(p) + e_{15} Q_h h^p / (\Lambda p) \quad (20g)$$

여기서 상수 및 함수는 다음을 말한다.

$$g_1(p) = \frac{1}{2} [1 - \frac{\sin 2\omega p}{\sin 2\alpha p}] \quad (21a)$$

$$g_2(p, \omega) = \frac{\cos(\alpha p - \omega p)}{c_{44} p \sin(\alpha p - \omega p)} \quad (21b)$$

$$Q_1 = e_{15} Q_0 - c_{44} D_0 \quad (21c)$$

$$\Lambda = c_{44} \epsilon_{11} + e_{15}^2 \quad (21d)$$

식 (20)의 함수 $A_j(p) \sim D_j(p)$ 는 미지함수 $G_-(p)$ 로 주어져 있으므로, 일단 Wiener-Hopf 식 (17)의 해가 결정되면, 식 (20)의 미지함수는 모두 결정된다. 이 결과를 식 (13), (14)에 대입하면 Mellin 변환된 변위 $\hat{u}_j(p, \theta)$ 와 전위 $\hat{\phi}(p, \theta)$ 에 대한

식을 얻고, 이를 Mellin 역변환식 (15), (16)에 대입하여 적분식을 평가하면, 변위와 전위에 대한 엄밀해를 얻을 수 있다. 또한 식 (15), (16)을 식 (2)~(5)에 대입하면 응력, 변형률, 전기변위장, 전기장에 대한 해를 얻을 수 있다.

3.2 Wiener-Hopf 식의 풀이

Noble⁽¹⁷⁾의 저서에 서술된 방법을 사용하면 식 (17)로 주어진 Wiener-Hopf식의 해가 구성될 수 있다. 그 해석절차를 설명하면, 먼저 복소평면에 공동영역이 존재하는 영역에서 좌반과 우반영역에서 각각 해석적인 함수를 분리하고, 다음에 해석적접속이론에 의하여 두 함수군을 한 개의 전함수(entire function)로 두고 이를 연립함으로써 미지함수가 결정된다.

먼저 식 (17)의 해를 구하기 위해서 $K(p)$ 를 p 의 좌우반 평면에서 각각 해석적인 함수의 곱으로 분해하면 다음과 같다.

$$K(p) = K_-(p) / K_+(p); \quad K_+(p) = \frac{2\alpha\pi e^{\chi p} p}{\alpha^2 - \omega^2} \frac{\Gamma(2\alpha p / \pi)}{\Gamma(\frac{\alpha + \omega}{\pi} p) \Gamma(\frac{\alpha - \omega}{\pi} p)} = \frac{2\alpha}{c_{44}(\alpha^2 - \omega^2)} \frac{p^2}{K_-(-p)} \quad (22a, b)$$

여기서 상수 χ 는

$$\chi = -\frac{2\alpha}{\pi} \ln \frac{2\alpha}{\pi} + \frac{\alpha + \omega}{\pi} \ln \frac{\alpha + \omega}{\pi} + \frac{\alpha - \omega}{\pi} \ln \frac{\alpha - \omega}{\pi} \quad (22c)$$

이고, Γ 는 감마함수를 말한다. $K_+(p)$ 는 $Re p > -1/2$ 에서, $K_-(p)$ 는 $Re p < 1/2$ 에서 해석적이다. 이하 동일하게 p 의 좌반과 우반평면에 대한 해석함수를 하첨자를 사용하여 구분하여 표기한다.

식 (17)의 양변에 $K_+(p)$ 를 곱하여 정리하면 다음과 같다.

$$K_+(p) T_+(p) = K_-(p) G_-(p) + K_+(p) L(p) + K_+(p) J(p) \quad (23)$$

식 (23)의 우변 둘째항을 p 의 좌우반평면에서

해석적인 함수로 분해하면 다음과 같이 된다.

$$K_+(p)L(p) = L_-(p) + L_+(p); \tag{24a}$$

$$L_-(p) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n / (p - p_n) \text{ for } l/b < 1 \tag{24b}$$

$$L_+(p) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n / (p + \zeta_n) \text{ for } l/b > 1 \tag{24c}$$

여기서 상수 a_n, b_n 은 다음과 같다.

$$b_n = \lim_{p \rightarrow p_n} (p - p_n) K_+(p) L(p) \tag{24d}$$

$$a_n = \lim_{p \rightarrow -\zeta_n} (p + \zeta_n) K_+(p) L(p) \tag{24e}$$

$$p_n = \pi n / (\alpha - \omega), \zeta_n = n \pi / (2\alpha) \tag{24f}$$

식 (23)의 우변 세째항을 동일하게 분해하면 다음과 같다.

$$K_+(p)J(p) = J_-(p) + J_+(p); \tag{24g}$$

$$J_-(p) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n / (p - p_n) \text{ for } h/b < 1 \tag{24h}$$

$$c_n = \lim_{p \rightarrow p_n} (p - p_n) K_+(p) J(p) \tag{24i}$$

식 (24)에서 주어진 함수를 각 구간에 대하여 보다 구체적으로 나타내면 다음과 같다.

$l/b < 1$ 에 대하여

$$L_-(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_+(p_n)}{p - p_n} \frac{-(l/b)^{p_n} Q_0}{c_{44} p_n (\alpha - \omega) \cos(\alpha - \omega) p_n} \tag{25a}$$

으로 주어지고, $L_+(p)$ 는 식 (24a)에서 얻는다.

$l/b > 1$ 에 대하여

$$L_+(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_-(-\zeta_n)}{p + \zeta_n} \frac{(l/b)^{-\zeta_n} \sin(\alpha + \omega) \zeta_n}{2\alpha \cos(2\alpha \zeta_n)} Q_0 \tag{25b}$$

이되고, $L_-(p)$ 는 식 (24a)에서 정해진다.

$h/b < 1$ 에 대하여

$$J_-(p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K_+(p_n)}{p - p_n} \frac{-(h/b)^{p_n} Q_h}{c_{44} p_n (\alpha - \omega)}, \tag{25c}$$

으로 되고, $J_+(p)$ 는 식 (24g)에서 결정된다.

식 (24a) 및 (24g)를 식 (23)에 대입하여 정리하면 다음과 같이 정리된다.

$$K_+(p)T_+(p) - L_+(p) - J_+(p) = K_-(p)G_-(p) + L_-(p) + J_-(p) = \Omega \tag{26}$$

이식의 좌변은 $Re p > -1/2$ 에서, 우변은 $Re p < 0$ 에서 해석적이므로 해석적이어야 하는 식 (26)의 양변은 p 의 전평면에서 해석적인 전함수 Ω 가 된다. 식 (26)의 좌변에 $p=0$ 을 대입하여 계산하면, 다음과 같이 결정된다.

$$\Omega = -L_+(0) - J_+(0) \tag{27}$$

식 (26) 및 (27)로부터 미지함수 $T_+(p), G_-(p)$ 를 계산하면 최종적으로 다음과 같이 결정된다.

$$T_+(p) = [\Omega + L_+(p) + J_+(p)] / K_+(p) \\ G_-(p) = [\Omega - L_-(p) - J_-(p)] / K_-(p) \tag{28}$$

4. 해석결과

Fig.1에서 보는바와 같이 균열선단은 $r=b, \theta=\omega$ 에 해당하고, 균열선단부근의 강도계수는 다음과 같이 정의되는 4개의 종류가 존재한다.⁽²⁾

$$[K^\sigma, K^D, K^\gamma, K^E]^T = \lim_{r \rightarrow b^+} \frac{\sqrt{2\pi(r-b)}}{c_{44} p_n (\alpha - \omega) \cos(\alpha - \omega) p_n} \times [\sigma_{z\theta}(r, \omega), D_\theta(r, \omega), \gamma_{\theta z}(r, \omega), E_\theta(r, \omega)]^T \tag{29}$$

여기서 K^σ 는 응력강도계수, K^D 는 전기변위강도계수, K^γ 는 변형률강도계수, K^E 는 전기장강도계수를 말한다. 이들 강도계수는 균열선단의 장들이 $1/\sqrt{r-b}$ 의 특이성 정도를 나타낸 값으로서, 균열선단의 점근해석을 수행함으로써 엄밀해 얻을 수 있다.

균열선단부근의 응력등 성분을 구하기 위해 식 (2)~(5)에 식 (15),(16)을 대입하면 균열선상의 응력성분 등은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta z}(r, \theta = \omega^+) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} [c_{44} B_1(p) + e_{15} D_1(p)] p r^{-p-1} dp \tag{30a}$$

$$D_\theta(r, \omega^+) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} [e_{15}B_1(p) - \epsilon_{11}D_1(p)] p r^{-p-1} dp \quad (30b)$$

$$\gamma_{\theta z}(r, \omega^+) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} p B_1(p) r^{-p-1} dp \quad (30c)$$

$$E_\theta(r, \omega^+) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} -p D_1(p) r^{-p-1} dp \quad (30d)$$

식 (20)을 식 (30a)에 대입하면 응력 $\sigma_{\theta z}$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$\sigma_{\theta z}(r, \omega^+) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} [b^p G_-(p) - Q_h h^p] r^{-p-1} dp \quad (31)$$

식 (22)로부터 얻은 $K_-(p)$ 무한거동

$$K_-(p) = \frac{2\sqrt{\alpha}}{c_{44}\sqrt{\alpha^2 - \omega^2}} (-i)\sqrt{p} \quad (32a)$$

for $0 < \arg p < 2\pi, |p| \rightarrow \infty$

과 다음의 적분관계식⁽¹⁸⁾

$$\int_0^\infty x^{-1/2} e^{-\mu x} dx = \sqrt{\pi/\mu} \quad (Re \mu > 0) \quad (32b)$$

을 이용하여 식 (31)을 평가하면, $r \rightarrow b^+, \theta = \omega$ 인 균열선단부근의 응력은 다음과 같이 계산된다.

$$\sigma_{\theta z}(\rho, \omega^+) = \frac{c_{44}\sqrt{\alpha^2 - \omega^2}}{\sqrt{2\alpha b}} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi\rho}} + O(1) \quad (33)$$

for $\rho \rightarrow 0$

여기서 $\rho = r - b$ 를 말한다. 같은 방법으로 식 (30b) 및 (30c)를 평가하면 다음과 같은 전기변위와 변형률의 균열선단 점근거동을 얻는다.

$$D_\theta(\rho, \omega^+) = \frac{e_{15}\sqrt{\alpha^2 - \omega^2}}{\sqrt{2\alpha b}} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi\rho}} + O(1) \quad (34)$$

$$\gamma_{\theta z}(\rho, \omega^+) = \frac{\sqrt{\alpha^2 - \omega^2}}{\sqrt{2\alpha b}} \frac{\Omega}{\sqrt{2\pi\rho}} + O(1) \quad (35)$$

전기장을 얻기 위해 식 (30d)에 식 (18)을 대입

하여 정리하면 다음과 같이 단순극으로 구성되는 적분식을 얻고, 이를 평가하면 임의의 r 에 대해서 유한한 값의 다항식으로 계산된다.

$$E_\theta(r, \omega^+) = E_\theta(r, \omega^-) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \left[\frac{\sin(\alpha p + \omega p)}{\Lambda \sin 2\alpha p} Q_1 l^p - \frac{e_{15} Q_h}{2\Lambda} h^p \left(1 - \frac{\sin 2\omega p}{\sin 2\pi p}\right) \right] r^{-p-1} dp = O(1) \quad (36)$$

식 (36)은 구체적으로 그 값이 계산될 수 있다. 가령 균열상의 점 r 이 $l < r < b$ 및 $h < r < b$ 이라고 가정하면, 유수정리를 사용하여 식 (36)의 적분식을 평가하면 이 점에 대한 전기장은 다음과 같이 계산이 되고, 유한한 값이 됨을 알 수 있다.

$$E_\theta(r, \omega^+) = \frac{\sin(\alpha + \omega)\zeta_n}{2\alpha\Lambda} (-1)^{n+1} Q_1 l^{\zeta_n} r^{-\zeta_n-1} + \frac{e_{15}\sin 2\omega\zeta_n}{4\alpha\Lambda} (-1)^{n+1} Q_h h^{\zeta_n} r^{-\zeta_n-1} + const \quad (for \ l < r \ and \ h < r) \quad (37)$$

식 (29) 및 식 (33)~(36)을 연립하면 4개 장에 대한 강도계수가 다음과 같이 결정된다.

$$K^\sigma = \frac{c_{44}\sqrt{\alpha^2 - \omega^2}}{\sqrt{2\alpha b}} \Omega, \quad K^D = \frac{e_{15}}{c_{44}} K^\sigma, \quad (38)$$

$$K^\gamma = \frac{1}{c_{44}} K^\sigma, \quad K^E = 0$$

강도계수에 대한 엄밀해가 결정됨으로써, 선형 압전재료에 대한 에너지방출률 J 은 다음의 관계에서 용이하게 계산된다.⁽²⁾

$$J = \frac{1}{2} [K^\sigma K^\gamma - K^D K^E] \quad (39)$$

식 (39)에 식 (38)을 대입하면 침투균열에 대한 J 는 다음과 같이 결정된다.

$$J = \frac{1}{2c_{44}} (K^\sigma)^2 \quad (40)$$

5. 결과에 대한 토의

5.1 강도계수식

본 연구에서 얻은 결과를 해석내용은 다르지만 무한압전체 혹은 스트립에 내재된 압전균열 문제

등 기존연구자의 해석결과와 비교 및 결과의 특성을 알아보려고 한다. Fig.1에서 보는 바와 같이 극좌표계로 $r=b, \theta=w$ 인 균열선단에 대한 4개 장들의 특이성을 살펴보면 전기장의 제외하고 모두 $1/\sqrt{\rho}$ 의 특이성을 보이고 있음을 식 (33)~(36)에서 확인할 수 있다.

균열선단의 4개 강도계수 식 (38)을 보면, 나머지 3개 강도계수는 응력강도계수 K^σ 의 함수로 구성되고 있음을 알 수 있고, 침투균열조건에서 보이는 특성을 그대로 지니고 있음을 알 수 있다.^(6,9,10,12) 특히 전기장 강도계수 $K^E=0$ 임을 보이는 바, 무한압전체 혹은 무한스트립과 같이 썩기균열에서도 전기장 특이치가 존재하지 않음을 말하고 있다. 균열면 및 균열연장선 상의 법선방향 전기장은 연속을 보이고 있으며, 위치에 따라 변하지만 유한한 값이 됨을 식 (37)에서 알 수 있다. 참고로 무한압전체에 등분포하중이 작용하는 경우는 균열면을 따라 상수 전기장을 보인다.^(9,10) 전기장이 유한크기라는 점에서 기존연구자의 결과와 동일한 특성을 보인다고 이해할 수 있다. 지금까지 침투균열조건에 대하여 균질 압전체의 면외방향문제를 해석하였는바 $K^E=0$ 임을 보이고 있다. 참고로 절연균열조건으로 가정하고 해석한 균열문제 해석에서 전기장 강도계수 K^E 는 균질 압전체에서도 영(zero)이 아닌 값이 존재함을 보이는바,^(2,3,7) 침투 및 절연균열조건에 따라 K^E 값의 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 실제 압전체는 준침투(semi-permeable)균열조건인 경우가 보다 보편적이라고 예상되며, 침투 및 절연균열조건은 압전체균열의 경계조건으로서 극단적인 형태에 해당된다고 알려져 있다.^(3,9) 이들 두 극단적인 형태 결과는 모두 압전균열문제의 해로서 통용되고 있다. 식 (38)의 4개 강도계수중에서 2개 계수를 안다면, 나머지 2개 계수는 구성방정식 (4),(5)로부터도 동일한 결과를 얻을 수 있음을 언급해둔다.

응력강도계수 K^σ 의 특성을 검토하고자 식 (38)에 식 (25) 및 (27)을 대입하여 구체적으로 나타내면 다음의 형식적인 식으로 표현된다.

$$K^\sigma = C_0(\alpha, \omega, b, l) Q_0 + C_h(\alpha, \omega, b, h) Q_h \quad (41)$$

여기서 C_0, C_h 는 변수들 α, b, ω, l, h 에 의존하는

함수를 말한다. 침투균열조건하에서 무한거리에 등분포 전단하중 $\sigma_{23\infty}$ 과 등분포 전기변위 $D_{2\infty}$ 가 가해진 무한압전재료의 해석결과에 의하면,^(9,10) K^σ 는 기계적하중 $\sigma_{23\infty}$ 에만 의존하며, 재료성질 및 전기하중 $D_{2\infty}$ 에는 무관하고, 순수 탄성재료에 대한 해와 동일한 결과가 된다. 본 연구의 썩기균열 문제에서도 이와 같은 결과를 보이고 있음을 알 수 있다. 이는 썩기균열문제에 대한 탄성해를 알고 있다면, 탄성해만으로 식 (38)를 사용함으로써 압전균열에 대한 해를 구성할 수 있음을 알 수 있다. 한편 에너지 방출률 J 와 K^σ 의 관계식은 식 (40)으로 주어져 있는바, 이관계 또한 무한압전체 혹은 스트립문제 결과와 동일함을 보이고 있다.^(6,9,10)

특별한 경우로서, 기하학적으로 대칭인 수평썩기균열은 균열각 $\omega=0$ 에 해당한다. $\omega=0$ 일 때 식 (22) 및 (25)의 도움으로 식 (27)의 Ω 는 다음과 같이 압축된 식이 된다.

$$\begin{aligned} \Omega &= [f_0 Q_0 + f_h Q_h] / c_{44} \alpha, \\ f_0 &= [1 + (l/b)^{\pi/\alpha}]^{-1/2}, f_h = [1 - (h/b)^{\pi/\alpha}]^{-1/2} \end{aligned} \quad (42)$$

식 (42)를 식 (38)에 대입함으로써 $\omega=0$ 일 때 응력강도계수는 다음과 같이 축약된다.

$$\begin{aligned} K^\sigma(\alpha, \omega=0, b, Q_0, D_0; Q_h) \\ = \frac{1}{\sqrt{2\alpha b}} \left[\frac{Q_0}{\sqrt{1 + (l/b)^{\pi/\alpha}}} + \frac{Q_h}{\sqrt{1 - (h/b)^{\pi/\alpha}}} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

Wu 및 Dzenis⁽¹⁵⁾는 대칭형 수평 썩기 절연균열를 등각사상방법으로 해석한 바 있다. 응력강도계수는 절연 및 침투균열조건에 대한 압전문제 모두 순수 탄성문제와 동일함을 상기한다면, 이들의 결과는 식 (43)과 일치하여야 할 것이다. 실제로 이들⁽¹⁵⁾의 결과는 식 (43)과 일치하는 바, 본 연구 결과식의 타당성을 검증할 수 있다. 반무한 압전체에서 표면과 직교인 절연균열문제는 기존의 연구자^(13,14)에 의하여 연구되었는바, 그 결과는 식 (43)에 $\alpha=\pi/2$ 을 대입한 결과와 일치하고 있다. 한편 근래에 반무한 압전체에 대한 경사 절연균열문제가 해석된 바 있으며,⁽¹⁶⁾ 응력강도계수는 본 연구해석과 같아야 하는 바, 실제로 식 (38)에 $\alpha=\pi/2$ 를 대입한 K^σ 와 일치함을 보인다. 또한

집중전단하중 Q_0 만 작용하고 재료가 압전성을 상실한다면, 이는 집중하중 Q_0 가 작용하는 탄성 재료 문제와 동일하게 된다. 실제로 식 (38)에 $\alpha = \pi/2$, $e_{15} = \epsilon_{11} = 0$ 및 $D_0 = 0$, $Q_h = 0$ 을 대입하여 얻은 K^σ 는 탄성문제에 대한 기존의 연구 결과로 수렴됨을 알 수 있다.⁽¹⁹⁾

에너지 방출률 J 는 식 (40)에서 보는 바와 같이, K^σ 에만 의존하고 있는 바 기계적하중에만 의존하며 전기하중에는 무관함을 알 수 있고, 항상 양의 값이 됨을 알 수 있다. 이는 무한압전체 혹은 스트립 균열문제 결과와 동일하다.

5.2 강도계수 및 에너지방출률

썬기표면에 기계 및 전기적 집중하중이 작용할 때 응력강도계수 및 전기변위 강도계수를 수치적으로 알아보았다. 수치계산에 사용된 재료는 PZT로서 물성치는 다음과 같다.

$$C_{44} = 3.53 \times 10^{10} \text{ N/m}^2, e_{15} = 17.0 \text{ C/m}^2 \quad (44)$$

$$\epsilon_{11} = 151 \times 10^{-10} \text{ C/Vm}$$

계산을 위하여 하중거리 및 경사각(Fig. 1 참조)은 $l = 0.02\text{m}$, $\alpha = 110^\circ$, $\omega = 30^\circ$, $b_0 = 0.01\text{m}$ 로 택하였고, 집중하중은 각각 $Q_0 = 2.956 \times 10^5 \text{ N/m}$, $D_0 = 1.424 \times 10^{-4} \text{ C/m}$, $Q_h = 0$ 로 두었다. 식 (38), (43)을 사용하면 응력강도계수 K^σ 에 대한 수치계산을 얻을 수 있다. 무차원화된 응력강도계수 $k_\sigma(b) \equiv K^\sigma(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0, D_0; Q_h=0) / K^\sigma(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b=b_0, Q_0, D_0; Q_h=0)$ 를 균열길이기비 b/l 에 따라 그림으로 나타내면 Fig.2와 같다. k_σ 는 b 가 영(zero)에서 증가함에 따라 단조증가를 보이다가 극대값을 지나 단조감소를 보이고 있다. 또한 무차원화된 전기변위 강도계수 $k_D(b) \equiv K^D(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0, D_0; Q_h=0) / K^D(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b_0, Q_0, D_0; Q_h=0)$ 는 $k_D = k_\sigma$ 가 됨을 알 수 있다. 또한 에너지방출률 J 에 대한 수치계산 결과를 Fig. 2에 나타내었다. 무차원화된 에너지방출률 $\zeta(b) = J(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0, D_0; Q_h=0) / J(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b_0, Q_0, D_0; Q_h=0)$ 은 식 (38), (40), (43)로서 계산할 수 있고, 무차원화된 응력강도계수 k_σ 와 $\zeta(b) = [k_\sigma(b)]^2$ 관계로 표현된다. $\zeta(b)$ 역시 k_σ 와 유사하게 균열길이기비가 증가함에 따라 위로

볼록한 함수를 보이고 있다. 에너지 방출률은 균열성장을 판별하는 대표적인 파괴변수로 사용되고 있다. 만일 재료의 파괴인성치 $\zeta_c = 1.5$ 라고 두고 이를 그림으로 나타내면, Fig. 2에 점선이 된다. $\zeta(b) > \zeta_c$ 인 구간은 $0.48 < b/l < 2.03$ 이 되는 바, 현재 균열길이기비가 이 구간에 속한다면, 이 균열은 불안정균열성장이 발생되어 $\zeta(b) = \zeta_c$

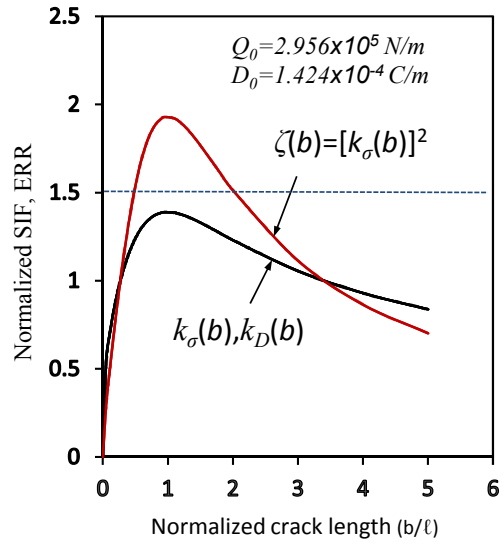


Fig. 2 Normalized intensity factors, $k_\sigma(b)$ and $k_D(b)$ and energy release rate $\zeta(b)$ as a function of b/l under given electromechanical loads of Q_0 and D_0 and angles $\alpha = 110^\circ$, $\omega = 30^\circ$

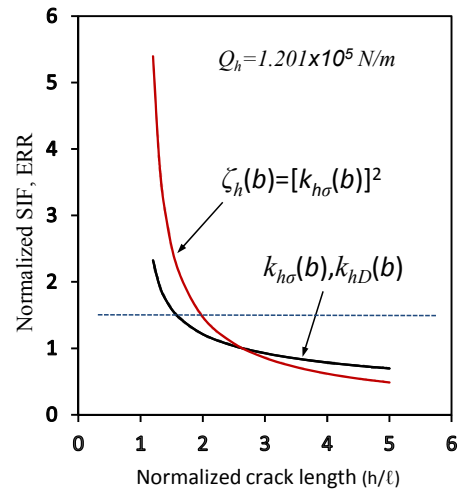


Fig. 3 Normalized intensity factors, $k_{h\sigma}(b)$ and $k_{hD}(b)$ and energy release rate $\zeta_h(b)$ as a function of b/l under given mechanical load of Q_h and angles of $\alpha = 110^\circ$, $\omega = 30^\circ$

인 $b/l = 2.03$ 이 될 때까지 성장한 후 균열이 정지함을 말한다. 반면에 $\zeta(b) < \zeta_c$ 인 구간에서는 균열성장이 발생되지 않는다.

Fig. 3은 Fig. 2와 유사하나 다만 하중이 균열면에 작용하는 경우에 대하여 수치적으로 나타낸 것이다. $Q_0 = D_0 = 0$, $Q_h = 1.201 \times 10^5 N/m$ 인 하중만 다르고 그 외 값들은 Fig. 2에서 사용된 값과 동일하다. 이 경우에 대하여 편의상 계수에 하첨자 h 를 부가하여 나타내었다. 식 (38),(43)으로부터 무차원화된 응력강도계수 $k_{h\sigma}(b) \equiv K^O(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0=0, D_0=0; Q_h) / K^O(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b=b_0, Q_0=0, D_0=0; Q_h)$ 를 균열길이비 b/l 에 따라 그림으로 나타내면 Fig. 3과 같다. b/l ($b/l > 1$)이 증가할수록 $k_{h\sigma}(b)$ 는 단조감소를 보인다. 또한 무차원화된 전기변위 강도계수 $k_{hD}(b) \equiv K^D(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0=0, D_0=0; Q_h) / K^D(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b_0, Q_0=0, D_0=0; Q_h)$ 는 $k_{hD} = k_{h\sigma}$ 가 됨을 알 수 있다. 무차원화된 에너지방출률 $\zeta_h(b) = J(\alpha=110^\circ, \omega=30^\circ, b, Q_0=0, D_0=0; Q_h) / J(\alpha=110^\circ, \omega=0^\circ, b=b_0, Q_0=0, D_0=0; Q_h)$ 는 무차원화된 응력강도계수 $k_{h\sigma}$ 와 $\zeta_h(b) = [k_{h\sigma}(b)]^2$ 관계로 표현된다. $\zeta(b)$ 역시 k_σ 와 유사하게 균열길이가 증가함에 단조감소를 보인다. 만일 재료의 파괴인성치가 $\zeta_c = 1.5$ 라고 두면 Fig. 3의 점선이 된다. $\zeta(b) = \zeta_c$ 는 $b/l = 1.97$ 이 된다. $\zeta(b) > \zeta_c$ 인 균열구간은 $1 < b/l < 1.97$ 로서, 이 구간 균열은 $b/l = 1.97$ 까지 균열성장이 진행되는 후 정지함을 알 수 있다. $b/l > 1.97$ 에서는 $\zeta(b) < \zeta_c$ 인 바, 균열성장이 되지 않는다.

6. 결 론

횡등방성 압전재료의 썩기표면의 정점에 기하학적으로 임의방향으로 생성되는 비대칭 썩기 경사균열문제를 해석하였다. 균열면은 전기적으로 침투균열조건이라고 두었다. 압전체의 썩기표면의 한 점에는 면외 집중하중과 면내 집중 전기변위가 작용하고, 한편 경사 균열면에는 면외집중하중이 작용한다고 두었다.

Mellin 적분변환을 사용하여 경계치문제를 수식화하고 미지함수에 대한 Wiener-Hopf 식을 유도하여 해를 구하였다. 이로부터 균열선단의 응력과 전기변위, 변형률, 전기장에 대한 점근거동을 구하였다. 이로부터 침투균열조건하의 썩기 경사균열에 대한 4개 종류의 강도계수를 폐형해

로 얻었다. 이 결과는 임의의 썩기각 및 경사각과 균열길이, 재료물성치 등에 대해서도 적용가능한 해가 된다.

응력강도계수는 압전재료의 물성치에 무관하고 다만 면외집중하중만의 함수로 주어지고, 그 결과는 탄성해와 일치함을 알 수 있었다. 전기장 강도계수는 영(zero)이고, 그 외 전기변위 강도계수 및 변형률강도계수는 응력강도계수의 함수로 표현되었다. 즉 4개 강도계수는 전기적 하중에는 무관함을 보인다. 균열면의 법선방향 전기장은 연속적이고 그 값은 유한값을 유지함을 보였다. 참고로 기존연구자의 해석결과에 의하면 절연균열 조건으로 해석한 전기장 강도계수는 영(zero)이 아닌 값을 보이는데, 균열 경계조건에 따라 값의 차이를 보이고 있음을 알 수 있다. 또한 에너지 방출률을 계산하였다.

썩기균열문제에 대한 강도계수들간의 관계식 및 에너지방출률과 응력강도계수의 관계식은 식의 형태로 볼 때 무한압전체 혹은 스트립문제 해석에서 얻은 관계식과 동일한 형태가 됨을 알 수 있었다. 또한 이 해석으로부터 기하학적 모양 및 외력이 동일한 균열문제에 대하여 그 탄성해를 안다면, 복잡한 해석없이 관계식으로부터 썩기 침투균열에 대한 엄밀해를 얻을 수 있음을 알 수 있었다.

본 연구의 해는 기계 및 전기적 집중하중에 대한 해이므로, 이 해의 적분을 통하여, 기하학적 모양이 동일하다면, 표면 혹은 균열면에 임의로 분포하는 기계전기적하중에 대해서도 해석이 가능한 Green함수가 된다. 경사균열 생성에 대한 응력강도계수와 에너지방출률을 수치적으로 계산하여 보았으며, 주어진 균열에 대한 균열의 안정성을 알아 보았다. 또한 본연구 해석은 향후 분극방향이 면내방향인 균열문제의 해석에 기본자료로 사용될 수 있다.

후 기

이 연구는 2014년도 영남대학교 학술연구조성비에 의한 것임.

참고문헌 (References)

- (1) Parton, V. Z., 1976, "Fracture Mechanics of Piezoelectric Materials," *Acta Astronautica*, Vol.

- 3, pp. 671~683.
- (2) Pak, Y. E., 1990, "Crack Extension Force in a Piezoelectric Materials," *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 57, pp. 647~653.
- (3) Suo, Z., Kuo, C. -M., Barnett, D. M. and Willis, J. R., 1992, "Fracture Mechanics for Piezoelectric Ceramic," *J. Mechanics Physics Solids*, Vol. 40, pp. 739~765.
- (4) Shindo, Y., Tanaka, K. and Narita, F., 1997, "Singular Stress and Electric Fields of a Piezoelectric Ceramic strip With a Finite Crack Under Longitudinal Shear," *Acta Mechanica*, Vol. 120, pp. 31~45.
- (5) Kwon, J. H., Kwon, S. M., Shin, J. W. and Lee, K. Y., 2000, "Determination of Intensity Factors in Piezoelectric Ceramic Strip with Impermeable Crack," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 24, No. 6, pp. 1601~1607.
- (6) Shin, J. W., Kwon, S. M. and Lee, K. Y., 2001, "Eccentric Crack in a Piezoelectric Strip under Electro-Mechanical Loading," *KSME International Journal*, Vol. 15, No. 1, pp. 21~25.
- (7) Kwon, J. H., 2004, "Central Crack in a Piezoelectric Disk," *KSME International Journal*, Vol. 18, No. 9, pp. 1549~1558.
- (8) Choi, S. T. and Earmme, Y. Y., 1998, "Antiplane Problem of Interfacial Circular-Arc Cracks in Transversely Isotropic Piezoelectric Media," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 22, No. 5, pp. 868~876.
- (9) Zhang, T.-Y and Tong, P., 1996, "Fracture Mechanics for a Mode III Crack in a Piezoelectric material," *Int. J. Solids Structures*, Vol. 33, No.3, pp. 343~359.
- (10) Gao, C.-F, Wang, M.-Z., 2001, "General Treatment of Mode III Interfacial Crack Problems in Piezoelectric Materials," *Archieve of Applied Mechanics*, Vol. 71, pp. 296~306.
- (11) Li, X. -F. and Fan, T. -Y., 2001, "Mode-III Interface Edge Crack Between Two Bonded Quarter-Planes of Dissimilar Piezoelectric Materials," *Archieve of Applied Mechanics*, Vol. 71, pp. 703~714.
- (12) Li, X. -F. and Tang, G. -J., 2002, "Antiplane Permeable Edge Cracks in a Piezoelectric Strip of Finite Width," *Int. Journ. of Fracture*, Vol. 115, L35~L40.
- (13) Choi, S. R., 2008, "Green's Function of Edge Crack in Transversely Isotropic Piezoelectric Material Under Anti-Plane Loads," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 32, No. 1, pp. 43~53.
- (14) Wu, X.-F., Cohen, S. and Dzenis, Y. A., 2003, "Screw Dislocation Interacting with Interfacial and Interface Cracks in Piezoelectric Bimaterials," *International Journal of Engineering Science*, Vol. 41, No. 7, pp. 667~682.
- (15) Wu, X.-F. and Dzenis, Y. A., 2002, "Screw Dislocation Interacting with an Interfacial Edge Crack Between Two Bonded Dissimilar Piezoelectric Wedges," *International Journal of Fracture*, Vol. 117, L9~L14.
- (16) Choi, S. R., Sah J.Y. and Jeong, J.T., 2015, "Inclined Edge Crack in a Piezoelectric Material Under Anti-Plane Loads," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 39, No. 6, pp. 589~596.
- (17) Noble, B., 1958, *Methods Based on the Wiener-Hopf Technique*, Pergamon Press, London.
- (18) Gradshteyn, I. S. and Ryzhik, I. M., 2007, *Table of Integrals, Series, and Products*, 7th Ed., Academic Press, New York.
- (19) Hwang, E. H., Choi S. R. and Earmme Y. Y., 1992, "Inclined Edge Crack in Two Bonded Elastic Quarter Planes Under Out-of-Plane Loading," *Int. Journ. of Fracture*, Vol. 56, R39~R49.