

# 분사형 초공동 수중운동체의 가스 분사량 제어 연구

김선홍·김낙완<sup>†</sup>  
서울대학교 조선해양공학과

## Studies on Ventilation Control for a Ventilated Supercavitating Vehicle

Seonhong Kim·Nakwan Kim<sup>†</sup>  
Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Seoul National university

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Supercavitation is a modern technique which can be used to surround an underwater vehicle with a bubble in order to reduce the resistance of the vehicle. When the vehicle is at low speed in the deep sea, the cavitation number is relatively big and it is difficult to generate a cavity large enough to envelope the vehicle. In this condition, the artificial cavity, called ventilated cavity, can be used to solve this problem by supplying gas into the cavity and can maintain supercavitating condition. In this paper, a relationship between the ventilation gas supply rate and the cavity shape is determined. Based on the relationship a ventilation rate control is developed to maintain the supercavitating state. The performance of the ventilation control is verified with a depth change control. In addition, dynamics modeling for the supercavitating vehicle is performed by defining forces and moments acting on the vehicle body in contact with water. Simulation results show that the ventilation control can maintain the supercavity of an underwater vehicle at low speed in the deep sea.

**Keywords** : Supercavitating underwater vehicle(초공동 수중운동체), Hydrodynamical modeling(유체력 모델링), Ventilated cavity(분사형 공동), Gas leakage model(가스 누출 모델), Depth control(심도 제어), Dynamics modeling(동역학 모델링), Ventilation control(분사량 제어)

## 1. 서론

일반적인 잠수함이나 어뢰 같은 수중운동체는 물에 완전히 몰수된 상태로 운항한다. 따라서 물과의 접촉으로 인한 마찰 저항 및 형상저항이 발생하게 된다. 이러한 저항성분은 수중체 속도의 제곱에 비례하여 증가하기 때문에 단순히 추력의 상승을 통한 목표속도의 도달은 비효율적이며 한계가 존재한다. 1970년대에 러시아에서 연구되기 시작한 초공동 기술은 수중체의 최대 속도를 추력의 상승이 아닌 저항의 감소를 통해 증가시키는 기술이다. 수중운동체를 공동(cavitation)으로 감싸면 운동체가 물과의 접촉을 통해 얻게 되는 마찰저항이 제거되어 전체적인 항력이 급격히 감소되게 된다. 이러한 공동을 인위적으로 크게 만들어 물과의 접촉면을 완전히 제거하는 기술을 초공동(supercavitation) 기술이라 부르며 이러한 상태를 초공동화 상태(supercavitating condition)라고 한다. 러시아, 미국, 독일 등 서양 군사선진국에서는 초공동 기술에 대한 연구가 수십년 전부터 활발히 진행되어 왔으며 최근에는 중국 및 한국 등 아시아에서도 관심이 높아지고 있다.

초공동 수중운동체에 대한 관련기술은 추진 시스템, 공동 유동해석, 유체력 및 동역학 모델링과 운동체 자세 및 방향 제어 기술 등이 있다. 공동 유동 해석분야에서는 공동의 길이 및 형상에 대한 Garabedian (1956), Logvinovich and Serebryakov (1975), May (1975)의 기초연구를 시작으로 Varghese, et al. (2005)는 천이구간에서 생성되는 부분공동(partial cavity)에 대한 연구를 수행하였다. 공동 후류에서 가스 누출(gas-leakage) 모델에 대한 연구는 Campbell and Hilborne (1958)의 twin vortex 영역에서의 가스누출과 공동수의 상관관계에 대한 연구, Spurk (2002)의 toroidal vortex에 대한 연구 등이 있고 Semenenko (2001)는 분사형 공동의 물리적 특성 및 모델링 기법에 대하여 자세히 서술하였다. Kinzel, et al. (2009)은 천이구간의 가스누출형태를 통합하여 모든 가스누출형태를 고려한 가스 누출량과 공동수의 관계를 모델링하였다. 최근에는 Zou, et al. (2010)에 의해 비정상상태 분사형 공동의 가스 누출형태를 비선형 수치해석기법을 통해 연구하였다. 국내에서는 2차원 몸체의 초공동 유동의 수치해석 연구 (Lee, et al., 2013)와 중력 및 자유표면 효과에 대한 수치해석 연구가 이루어

어졌다 (Kim & Lee, 2014). 2차원 유동을 3차원으로 확장시켜 축대칭 캐비테이터에 대한 초공동유동의 수치해석도 수행된 바 있다 (Kim, et al., 2013). 또한 여러 가지 모양의 3차원 캐비테이터에 의해 발생하는 초월공동 유동 수치해석 결과를 실험을 통해 비교 분석하는 연구가 충남대학교에서 연구팀에 의해 수행되었다 (Ahn, et al., 2012).

초공동 수중운동체에 작용하는 유체력에 대한 연구는 공동으로 인한 저항감소에 대한 연구 (Xiang, et al., 2011)와 제어편에 작용하는 유체력 (Kirschner, et al., 2002), 비정상상태에서 운동체에 작용하는 부가질량 및 댐핑의 영향에 대한 연구 (Fine, et al., 2001)가 있다. 또한 초공동 수중운동체가 공동의 표면과 부딪히며 발생하는 planing현상에 대한 연구는 Logvinovich (1980)에 의해 최초로 모델링 되었고 Hassan (2004)는 Logvinovich 모델에 점성력에 의한 효과를 고려하였으며 Vasin and Paryshev (2001)는 운동체 침수부위의 apparent mass를 계산하여 planing force를 계산하였다. Nguyen and Balachandran (2011)은 실린더형 공동 형상이 아닌 경우와 비대칭형 공동에 의한 planing을 연구하였으며 Dzielski (2006)는 실험을 통해 planing model의 타당성을 검증하였다.

초공동 수중운동체의 모델링 및 제어에 대한 연구도 진행되어 왔다. 연구는 Dzielski and Kurdila (2003)에 의한 기초 연구를 시작으로 Vanek, et al. (2007), Dzielski (2011), Fan, et al. (2011)은 초공동 수중운동체의 종축 동역학 모델링 및 제어에 관한 연구를 수행하였다. Li, et al. (2014)과 Hassouneh, et al. (2013)은 공동의 시간지연 효과를 반영한 종축 모델링을 수행하였다. Kim and Kim (2014)은 초공동 수중운동체의 천이 영역을 포함한 모델링 및 심도 제어를 수행하였고 천이구간에서 발생하는 모델링 불확실성에도 불구하고 강건하게 초공동 수중운동체를 제어할 수 있는 신경회로망 기반 적응제어기법에 대한 연구를 수행하였다 (Kim & Kim, 2015).

본 연구에서는 분사형 초공동 수중운동체의 분사형 공동 모델링 및 동역학 모델링을 수행하였다. 이를 바탕으로 초공동화 상태를 유지할 수 있는 분사량 제어를 설계하였고 심도 제어 시뮬레이션을 통해 분사량 제어가 환경 변화에도 목표 공동수를 유지할 수 있음을 확인하였다. 운동체 동역학 모델링은 6자유도 운동방정식을 토대로 외력을 정의하였으며 공동의 형상 및 중심축 이동을 반영한 공동 모델링, 핀 및 캐비테이터의 동역학 모델링과 운동체가 천이구간에서 받는 유체력 모델링을 포함한 통합 동역학 모델링이 수행되었다. 2절에서는 분사형 공동의 물리적 특성 및 가스 분사량과 공동수의 관계를 정의하였고 3장에서는 초공동 수중운동체의 통합 동역학에 대하여 서술하였다. 4장에서는 초공동화 상태를 유지할 수 있는 목표 공동수를 정의한 후 이를 제어할 수 있는 분사량 제어를 설계하였고 캐비테이터를 이용한 피치각 및

심도 제어기 설계 방법을 나타내었다. 동역학 모델과 제어기는 시뮬레이션을 통해 완성도 및 타당성을 검증하였다.

## 2. 분사형 공동 모델링

초공동 수중운동체와 기존의 수중운동체와의 차이는 운동체를 완전히 감싸는 초공동의 유무에서 온다. 공동의 크기와 위치는 초공동 수중운동체와 물의 접촉면적을 결정하며, 접촉면에 작용하는 유체력을 통해 초공동 수중운동체의 동역학적 특성을 분석할 수 있다. 2장에서는 운동체의 상태 및 가스 분사량을 고려한 공동의 모델링 방법을 서술하였다.

### 2.1 Axisymmetric supercavity

공동은 운동체 전면부에 위치한 캐비테이터에서 생성되며 캐비테이터의 운동방향과 수직인 방향으로 원을 그리며 형성된다. 공동의 전체적인 형태는 이 원을 공동의 중심축에 따라 적분하여 얻어진다(Fig.1).

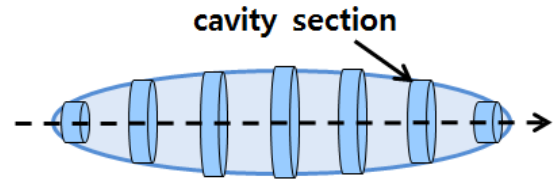


Fig. 1 Axisymmetric cavity and cavity sections

공동의 중심축은 공동에 작용하는 힘이 없는 경우 캐비테이터의 궤적과 일치하며 공동에 작용하는 부력과 캐비테이터의 반응각에 의해 변화한다. 2.1절에서는 중심축의 변화가 없는 경우에 공동의 길이 및 반지름을 모델링 하였다. 공동의 동역학적 특성을 결정하는 중요한 파라미터는 공동수 이고 분사형 공동의 경우 공동수는 식 (1)과 같이 정의된다.

$$\sigma = \frac{p_{\infty} - p_c}{0.5\rho V^2} \quad (1)$$

$p_{\infty}$ 와  $p_c$ 는 각각 동일수심을 갖는 유체의 정압과 공동 내 압력이고 단위는  $N/m^2$ 이다.  $V$ 는 운동체 속도의 크기,  $\rho$ 는 유체의 밀도이다. 일반적으로 공동의 크기는 공동수에 반비례한다. 공동수가 작을수록 공동의 길이와 반지름은 커지게 된다. 공동수를 작게 만들어 공동을 발달시키는 방법에는 두 가지가 있다. 첫 번째는 운동체의 속도  $V$ 를 크게 하는 방법이고 두 번째는 공동 내 압력  $p_c$ 를 키우는 방법이다. 전자는 자연적으로 공동을 발생시키는 방법이지만 이를 위해서는 큰 추

력이 필요하고 운동체의 속도는 공동의 형성 이후에 증가하기 때문에 운동 초기상태에서는 적용하기 어려운 방법이다. 후자는 공동 내에 가스를 분사하여 인위적으로 공동 내 압력을 키워 공동을 발달시키는 방법으로 분사형 공동이라고 부르며 운동체의 상태와 관계없이 사용할 수 있어 운동 초기단계에 신속한 공동을 형성할 수 있다. 분사형 공동의 모델링은 2.3절에서 다룬다.

공동의 형상 모델링에 대한 연구는 많은 과학자에 의해 수행되었다. Logvinovich (1972)는 디스크형 캐비테이터에 의해 생성되는 공동의 반지름 및 반지름 수축률에 대한 연구를 수행하였다. 먼저, 공동 모델링에 사용되는 수치상수를 다음과 같이 정의한다.

$$k_1 = \frac{L}{R_n} \left( \frac{1.92}{\sigma} - 3 \right)^{-1} - 1 \quad (2)$$

$$k_2 = \left( 1 - \left( 1 - \frac{4.5\sigma}{1+\sigma} \right) k_1^{(40/17)} \right)^{0.5} \quad (3)$$

반지름  $R_n$ 인 캐비테이터로부터  $L$ 만큼 떨어진 거리에 생성되어있는 공동의 반지름  $R_c$ 와 시간당 변화량  $\dot{R}_c$ 은 각각 식 (4)와 (5)로 표현된다.

$$R_c = R_n \left( 0.82 \frac{1+\sigma}{\sigma} \right)^{0.5} k_2 \quad (4)$$

$$\dot{R}_c = \frac{-\frac{20}{17} \left( 0.82 \frac{1+\sigma}{\sigma} \right)^{0.5} V \left( 1 - \frac{4.5\sigma}{1+\sigma} \right) k_1^{(23/17)}}{\left( k_2 \left( \frac{1.92}{\sigma} - 3 \right) \right)} \quad (5)$$

식 (4)와 (5)는 식 (6)의 조건을 만족하는 경우에만 성립하며 그 이외의 범위에서는 식 (7)의 실험식을 사용한다.

$$L > R_n \left( \frac{1.92}{\sigma} - 3 \right) \quad (6)$$

$$\frac{R_c}{R_n} = \left( 1 + \frac{3x}{R_n} \right)^{1/3}, \quad \text{when } x < L \quad (7)$$

Garabedian (1956)의 모델은 공동의 길이( $L_c$ ) 및 최대 반지름( $R_{max}$ )을 캐비테이터 항력계수( $C_D$ )을 이용하여 쉽게 예측할 수 있고,

$$\frac{L_c}{2R_n} = \frac{1}{\sigma} \sqrt{C_D \ln \frac{1}{\sigma}} \quad (8)$$

$$\frac{R_{max}}{R_n} = \sqrt{\frac{C_D}{\sigma}} \quad (9)$$

May (1975)는 이를 이용하여 공동의 형상을 나타내었다.

$$R_c(x) = R_{max} \left( 1 - \left( \frac{x - L_c/2}{L_c/2} \right)^2 \right)^{1/2.4} \quad (10)$$

또한 Savchenko (1998)는 공동의 형상에 대한 semi-empirical formula를 개발하였다.

$$R_c(x) = R_n \left( 2 \sqrt{\frac{C_D}{\ln(1/\sigma)}} \frac{x}{R_n} - \frac{\sigma}{\ln(1/\sigma)} \frac{x^2}{R_n^2} \right)^{1/2} \quad (11)$$

Fig. 2는 공동수의 변화에 따른 Logvinovich (1972), May (1975), Savchenko (1998)의 공동 형상을 비교하였다.

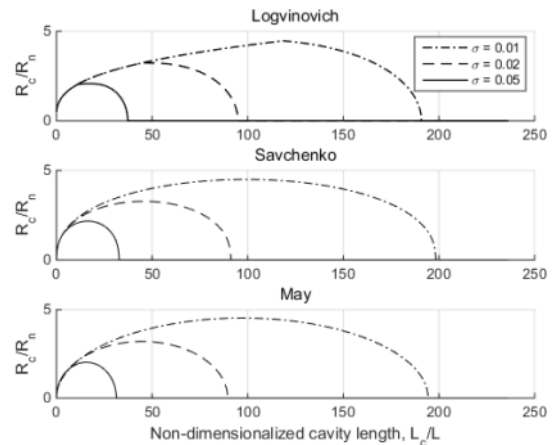


Fig. 2 Cavity profile according to different cavitation numbers

본 연구에서는 실험 data에 기반하였고 가장 최근에 수행된 연구결과인 Savchenko (1998)의 공동 모델링을 사용하였다.

## 2.2 공동 중심축 변화

중력 및 캐비테이터 받음각에 의한 양력은 유체장을 교란하여 공동의 대칭성에 영향을 준다. 2.1절에서 서술된 공동의 형상 모델링은 공동의 중심축이 변형되지 않은 공동에 대한 모델링이다. 중력에 의한 영향은 식 (12)로 정의된 Froude수로 표현된다.

$$Fr_l = \frac{V}{\sqrt{gL_c}} \quad (12)$$

Froude수가 작을수록(속도가 작을수록) 중력이 공동의 중심축 변화에 미치는 영향이 커지고 그 반대의 경우에는 중력에 의한 효과가 줄어든다. 중력에 의한 중심축 변화는 운동량 이론 (Logvinovich, 1972)을 이용하여 계산할 수 있다. 중력에 의한 수직방향 운동량 변화를 고려하면 공동의 중심축 변화( $h_g$ )는 식 (13)을 적분하여 식 (14)와 같이 표현된다.

$$\dot{h}_g(x) = \frac{gQ(x)}{\pi V_\infty R_c^2(x)} \quad (13)$$

$$h_g(x) = \frac{g}{\pi V_\infty} \int_0^x \frac{Q(s)}{R_c^2(s)} ds \quad (14)$$

여기서,  $Q(x)$ 는 캐비테이터로부터 만큼 떨어진 거리까지 공동의 부피이다. Savchenko (1998)은 간단히 모델링할 수 있는 근사식을 개발하였다.

$$h_g(x) = \frac{(1 + \sigma)x^2}{3Fr_1^2} \quad (15)$$

식 (15)의 근사식은 공동수와 Froude수가 각각  $0.05 \leq \sigma \leq 0.1$ ,  $2.0 \leq Fr_1 \leq 3.5$ 인 범위에서만 유효하다. 하지만 초공동 수 중운동체의 운동 상태는 위의 Froude수의 범위를 넘는 경우가 많고 그 이상의 Froude수에서도 중력장의 효과는 강하게 나타나므로 식 (15)의 모델링은 적합하지 않다. 따라서 본 연구에서는 식 (14)의 식을 통해 중력장 효과를 모델링하였다. 더욱 자세한 형태의 중력 효과 모델링은 Zou, et al. (2013)에 의해 연구되었지만 본 논문에는 나타내지 않겠다.

Fig. 3은 식 (14)를 통해 계산된 중력에 의한 공동의 중심축 이동을 나타내었고 Fig. 4는 식 (14)와 (15)를 비교한 그래프이다. 수평축과 수직축은 각각 캐비테이터 지름 ( $d_c$ )으로 무차원화된 공동의 길이와 반지름이다.

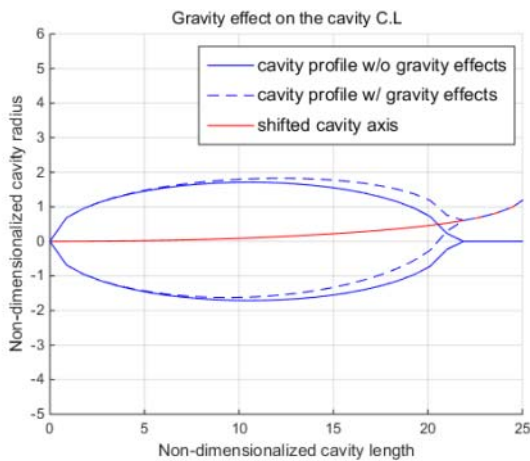


Fig. 3 Gravity effect on the cavity centerline,  $Fr_1 = 10$  and  $\sigma = 0.07$

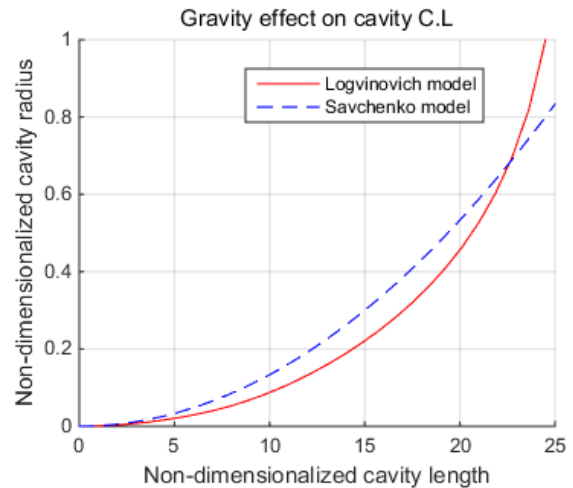


Fig. 4 Comparison of cavity centerline deformation  $Fr_1 = 2.5$  and  $\sigma = 0.07$

캐비테이터의 받음각에 의한 공동 중심축의 변화 역시 Logvinovich의 운동량 보존에 의해 계산할 수 있다. 캐비테이터에 의해 발생한 운동량은 공동 주위 유체장에 같은 크기로 작용하며 그 부호는 반대가 된다. 캐비테이터 받음각에 의한 공동의 중심축 변화( $h_c$ )는 식 (16)으로 표현된다.

$$h_c(x) = -\frac{L_n}{\pi \rho V^2} \int_0^x \frac{ds}{R_c(x)^2} \quad (16)$$

여기서,  $L_n$ 은 캐비테이터에 의해 발생된 양력의 크기이며 캐비테이터의 받음각에 의해 결정된다. 캐비테이터 받음각이  $\alpha = 15^\circ$  이고 공동수  $\sigma = 0.02$ 일 때 중심축 변화를 Fig. 5에 나타내었다.

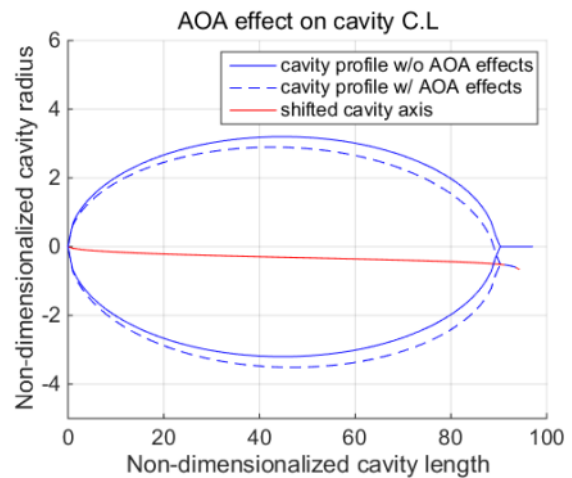


Fig. 5 Cavity axis deformation due to cavitator angle-of-attack (AOA)

중력에 의한 효과와는 달리 캐비테이터 받음각에 의한 효

과는 캐비테이터로부터 떨어진 거리에 따라 선형적으로 증가함을 알 수 있다.

공동의 형상 및 중심축 이동 모델링을 통해 공동의 위치를 표현할 수 있다. 우선 중심축 이동이 반영되지 않은 공동의 위치를 캐비테이터의 궤적을 통해 계산한다. 캐비테이터로부터 거리  $L_\tau$ 만큼 떨어진 공동은 캐비테이터가 거리  $L_\tau$ 만큼을 이동하는데 걸리는 시간  $\tau = L_\tau / V$  전에 캐비테이터의 위치에서 생성된다(Fig. 6). 따라서, 현재로부터 시간 전의 캐비테이터 궤적( $X_{cavitorator, E}$ )을 지구고정좌표계에서 표현하면 식 (17)과 같다.

$$X_{cavitorator, E}(t - \tau) = X_{c, g, E}(t - \tau) + R_{B \rightarrow E}(t - \tau) \begin{bmatrix} l_{cav} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서,  $X_{cavitorator, E}$ 는 운동체의 무게중심 좌표이고  $l_{cav}$ 는 무게중심과 캐비테이터 사이의 거리이다.  $R_{B \rightarrow E}$ 는 몸체고정좌표계와 지구고정좌표계사이의 회전변환행렬이다.

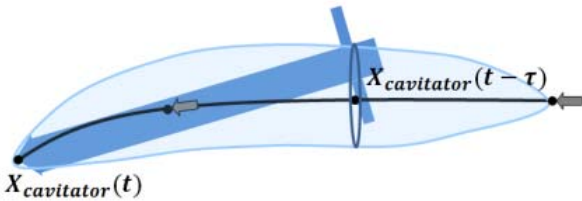


Fig. 6 Time Delay effect on cavity position

식 (17)에 중력과 받음각에 의한 공동 중심축 변화를 추가하면 캐비테이터의 현재위치로부터 거리  $L_\tau$ 만큼 떨어진 공동 단면 중심의 좌표는 식 (18)로 표현할 수 있다.

$$X_{cavity, E}(t) = X_{cavitorator, E}(t - \tau) + \text{gravity effect} + \text{A.O.A effect} \\ = X_{cavitorator, E}(t - \tau) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_g(t, \tau) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ h_{c, y}(t, \tau) \\ h_{c, z}(t, \tau) \end{bmatrix} \quad (18)$$

여기서,  $X_{cavity, E}$ 는 공동단면 중심의 위치이고  $h_{c, y}$ 와  $h_{c, z}$ 는 캐비테이터 받음각에 의한 효과를 각각 지구고정좌표계의  $Y_E, Z_E$ 축으로 표현한 것이다. 중력에 의한 효과는 연직 방향으로 밖에 나타날 수 없지만 캐비테이터의 받음각에 의한 효과는 운동체의 자세에 따라  $Y_E, Z_E$ 축으로 나타날 수 있다. 초공동 수중운동체의 좌표계 및 캐비테이터의 받음각에 대해서는 3.1절과 3.2절의 Fig. 11, 12에 서술되어 있다.

### 2.3 분사량 - 공동수 모델링

공동을 자연적으로 발생시키지 않고 가스 분사를 통해 인위적으로 발생시키는 경우에는 가스 분사량과 공동수의 상관관계를 파악해야 한다. 인위적인 가스 분사가 있을 때 공동 내 질량 균형은 식 (19)로 표현된다.

$$\frac{d}{dt}(\rho_g Q_c) = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \quad (19)$$

여기서,  $\dot{m}_{in}$ 과  $\dot{m}_{out}$ 은 각각 공동으로 들어오는 가스 질량과 공동에서 빠져나가는 가스 질량의 시간변화율을 나타내고  $Q_c$ 는 공동의 부피를 나타낸다.

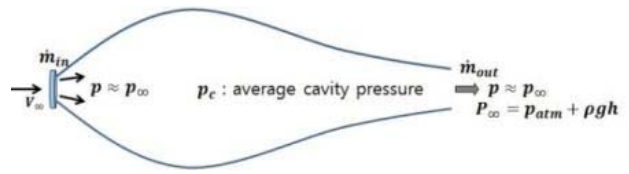


Fig. 7 Balance of mass in supercavity

식 (19)를 간단히 표현하기 위하여 공동 내 유동에 대해서 다음을 가정하였다.

- 가정 1. 공동 내 온도는 일정하다
- 2. 유입되는 gas와 나가는 gas의 압력은 같다.

가정 1과 2를 통해 식 (19)는 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt}(p_c Q_c) = p_\infty (\dot{Q}_{in} - \dot{Q}_{out}) \quad (20)$$

여기서,  $p_c$ 는 공동 내 압력이고  $\dot{Q}_{in}$ 과  $\dot{Q}_{out}$ 은 각각 들어오고 나가는 가스 부피의 시간당 변화율을 나타내며 단위는  $m^3/sec$ 이다. 정상상태를 가정하면  $\dot{Q}_{in}$ 은  $\dot{Q}_{out}$ 과 같고 이 때 공동에서 빠져 나오는 가스 누출량( $\dot{Q}_{out}$ )과 공동수  $\sigma$ 의 상관관계를 정의할 수 있으면 가스 유입량(=가스 누출량)에 따른 공동수를 구할 수 있다.

가스 누출량과 공동수의 관계를 정의하기에 앞서 공동 닫힘 형태를 파악해야 한다.

Fig. 8은 세 가지 공동 닫힘 형태를 보여준다. Semenenko의 연구에 따르면 (Semenenko, 2001) 공동 닫힘 형태는 크게 3가지로 나뉘며 첫 번째는 가장 이상적인 형태인 twin-vortex이고 두 번째는 도넛 모양을 생성하며 빠져나가는 toroidal vortex이고 세 번째는 pulsating 형태이다. 첫 번째와 두 번째 공동 닫힘 형태는 안정적인 공동이지만 세 번째 형태

는 불안정한 공동으로써 공동의 반지름이 계속해서 변화하며 진동하는 형태이다. 공동 닫힘 형태는 Campbell-Hilborne criteria (Campbell & Hilborne, 1958)에 의해 결정되며 이는 공동수와 Froude수의 곱으로 표현된다. Campbell-Hilborne criteria가 1보다 작으면 twin vortex형태이고 1보다 크면 toroidal vortex형태이다. 천이구간은 Campbell-Hilborne criteria가 1부근에서 일어난다.

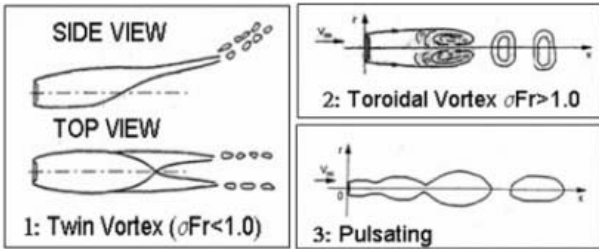


Fig. 8 Cavity closure types ; figure taken from Semenenko (Semenenko, 2001).

Fig. 9는 가스 공급량에 따른 공동수 변화 실험값을 Froude 수에 따라 나타낸 그래프이다.  $C_Q$ 는 가스 공급 계수이며 식 (21)으로 표현된다.

$$C_Q = \frac{\dot{Q}}{4VR_n^2} \quad (21)$$

Campbell-Hilborne criteria가 1보다 작은 부분(Fig. 9에서 0.95 보다 작은 부분)은 Twin vortex 영역이고 1보다 큰 부분 (Fig. 9에서 1.5 보다 큰 부분)은 Toroidal vortex 영역이다. 직관적으로 공동수는 일반적으로 가스 공급량(=가스 누출량)이 증가함에 따라 줄어들어야 하지만 그래프에서 두 영역의 중간부분인 천이영역( $\sigma Fr$  부근)에서는 가스 공급량이 감소해도 공동수가 증가하는 경향을 보인다. 이러한 히스테리시스 구간은 공동의 닫힘 형태가 변화하는 천이구간에서 관찰된다.

Fig. 9의  $C_Q - \sigma$  커브는 Froude수에 따라 변화하며 운동체의 상태에 따른  $C_Q - \sigma$  커브를 구할 수 있다면 가스 공급량에 따른 공동수를 구할 수 있다. Fig. 9는 실험값을 나타낸 그래프이기 때문에 공동수 계산에 사용할 수 있는 모델링이 필요하다. Twin vortex 영역의 모델링은 Campbell (Campbell & Hilborne, 1958)에 의해 연구되었으며 Toroidal vortex 영역은 Spurk (2002)의 연구를 통해 모델링 할 수 있지만 이는 각각의 구간만을 모델링한 결과이다.

Kinzel, et al. (2009)은 두 가지 구간의 모델링에 천이구간의 모델링도 포함하여 전 구간에 걸친 가스 공급량과 공동수의 관계를 모델링 하였고 이를 바탕으로 모델링을 수행한 결과를 Fig. 10에 나타내었다.  $C_{QSpurk}$ 는 Spurk의 toroidal

vortex 영역 모델링이고  $C_{QCHm}$ 은 Campbell의 Twin vortex 영역 모델링이다.  $C_Q$ 는 Kinzel의 전구간 모델링이며 두 영역의 중간에 어두운 부분은 히스테리시스 구간을 나타낸다.

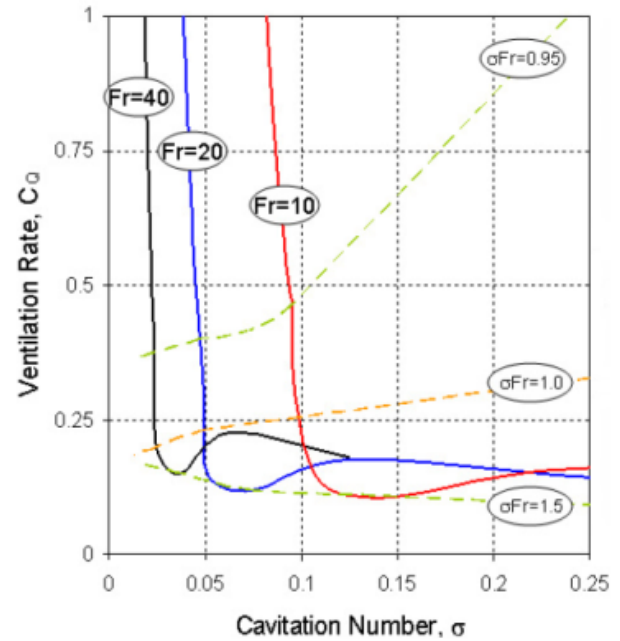


Fig. 9 Sample curve; figure taken from Kinzel (Kinzel, et al. 2009).

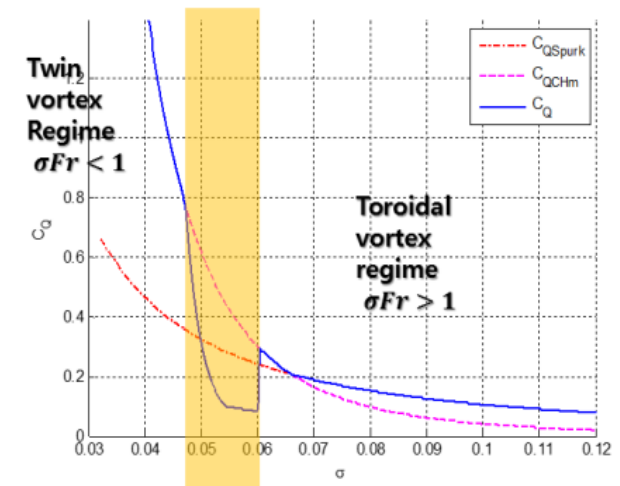


Fig. 10 Kinzel's gas leakage model

본 연구에서는 Kinzel의 모델을 이용하여 정상상태에서 가스 유입량에 따른 공동수를 계산하였다. 가스 유입량( $\dot{Q}_{in}$ )은 인위적인 가스 분사량과 자연적으로 유체에서 기화된 가스의 합이라고 볼 수 있으며 식 (22)로 표현된다.

$$\dot{Q}_{in} = \dot{Q}_{natural} + \dot{Q}_{ventilation} \quad (22)$$

여기서,  $Q_{natural}$  은 자연적으로 기화되어 공동을 형성하는 수증기의 유입량이고  $Q_{ventilation}$  은 인위적으로 공동으로 불어 넣은 가스의 분사량이다. 자연적으로 발생하는 공동의 가스 유입량 역시 Kinzel의 모델을 통해 구할 수 있다. 자연공동의 경우 공동에 분사하는 가스가 없기 때문에 유체가 기화하여 공동이 생성되는 압력은 물의 증기압과 같다. 따라서 자연공동의 공동수는 식 (1)에서 공동 내 압력( $p_c$ )를 증기압( $p_v$ )으로 바꾸어 계산할 수 있다. 인위적인 가스 분사량  $Q_{ventilation}$  는 능동적으로 결정할 수 있는 값이기 때문에 가스 분사량이 결정되면 공동수를 구할 수 있고 2.1절과 2.2절의 모델링을 통해 공동의 크기 및 위치를 구할 수 있다.

### 3. 초공동 수중운동체 동역학 모델링

#### 3.1 6자유도 운동방정식

초공동 수중운동체가 받는 힘과 모멘트를 계산하기 위해서 운동체를 구성하는 주요한 부분들에 대한 동역학적 모델링을 수행하였다. Fig. 11은 초공동 수중운동체의 동역학 모델링에 사용된 좌표계를 보여준다. 본 연구에서는 Fig. 11에 표시한 바와 같이 관성좌표계인 지구고정좌표계와 몸체고정좌표계를 사용한다. 몸체고정좌표계는 운동체의 전진방향이 축, 연직 아래 방향이 축, 에서 로 외적 방향을 축으로 두었다. 지구고정좌표계는 축과 축이 수면과 일치하게 두었으며 수심이 깊어지는 연직 아래방향을 축으로 두었다. 초공동 수중운동체의 제어판은 전반부에 위치한 캐비테이터와 운동체 후부에 위치한 4개의 핀으로 이루어져 있다. 캐비테이터는 피치축 방향으로 1자유도 운동을 할 수 있고 4개의 핀 역시 각각의 축을 중심으로 한 1자유도 운동을 할 수 있다.

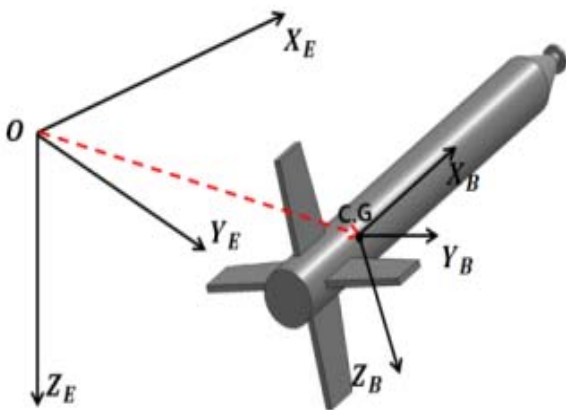


Fig. 11. Coordinate system of supercavitating vehicle

초공동 수중운동체의 운동방정식은 식(23)으로 표현된다.

$$\begin{aligned}
 M \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - vr \\ \dot{v} + ur - pw \\ \dot{w} + pv - uq \end{bmatrix} &= F_{thrust} + F_{cavitator} + F_{fins} + F_{gravity} + F_{wet} + F_{planing} \\
 \begin{bmatrix} I_x \dot{p} + qr(I_z - I_y) \\ I_y \dot{q} + qr(I_x - I_z) \\ I_z \dot{r} + pq(I_y - I_x) \end{bmatrix} &= M_{cavitator} + M_{fins} + M_{wet} + M_{planing}
 \end{aligned} \tag{23}$$

여기서,  $F_{thrust}$  는 추력,  $F_{cavitator}$  는 캐비테이터에 의한 힘,  $F_{fins}$  는 핀에 의한 힘,  $F_{gravity}$  는 중력,  $F_{wet}$  는 운동체의 침수된 부분에 작용하는 힘,  $F_{planing}$  은 planing에 의한 유체력을 의미한다. 또한 모멘트 역시 같은 의미를 갖는다.

#### 3.2 캐비테이터 모델링

캐비테이터는 운동체 전면부에 달려있으며 디스크 피치축으로 1자유도 운동을 한다. 캐비테이터의 전면부는 물과 접촉으로 인해 항력 및 양력을 발생시켜 운동체를 제어함과 동시에 공동을 형성한다. 캐비테이터에 의한 항력계수는 공동수에 의해 결정되며 공동수가 0일 때 디스크형 캐비테이터의 항력계수인  $C_{x0} = 0.82$ 에 공동수에 의한 효과를 곱하여 받음각 0도에서의 항력계수를 구할 수 있다. Fig. 12는 캐비테이터의 좌표계 및 받음각의 정의를 나타낸다.

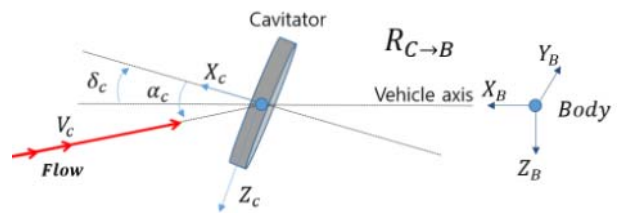


Fig. 12 Cavitator coordinate system

받음각이 존재할 때 캐비테이터에 걸리는 항력 및 양력계수는 식 (24)와 (25)로 표현된다 (May, 1975). 식 (26)은 캐비테이터의 받음각을 나타낸다. 식 (28)은 캐비테이터 좌표계 ( $X_c Y_c Z_c$ )에서의 양력 및 항력을 나타내며 이를 회전변환행렬을 통해 몸체고정좌표계( $X_B Y_B Z_B$ )로 표현하면 식 (29)와 같다.

$$C_D(\sigma, \alpha_c) = \frac{D_n(\sigma, \alpha_c)}{1/2\rho V_c^2 A_c} \cong C_{x0}(1 + \sigma)\cos^2\alpha_c \tag{24}$$

$$C_L(\sigma, \alpha_c) = \frac{L_n(\sigma, \alpha_c)}{1/2\rho V_c^2 A_c} \cong C_{x0}(1 + \sigma)\cos\alpha_c\sin\alpha_c \tag{25}$$

$$\alpha_c = \tan^{-1}\left(\frac{w_c}{u_c}\right) + \delta_c \quad (26)$$

$$w_c = w - q \cdot l_{cav} \quad (27)$$

$$F_c = [-D_n \cos \alpha_c - L_n \sin \alpha_c, 0, D_n \sin \alpha_c + L_n \cos \alpha_c]^T \quad (28)$$

$$F_{Cavimator} = R_{C \rightarrow B} \cdot F_c \quad (29)$$

$C_D$ 와  $C_D$ 은 항력 및 양력 계수이며  $D_n$ 과  $L_n$ 은 항력과 양력의 크기를 나타낸다.  $A_c$ 는 캐비테이터의 면적이고  $V_c$ 는 캐비테이터의 속도이다.  $\alpha_c$ 은 캐비테이터의 받음각이고 이는 캐비테이터 명령각  $\delta_c$ 와 상하동요속도  $w_c$ 에 의해 결정된다.  $R_{C \rightarrow B}$ 는 캐비테이터 좌표계에서 몸체고정좌표계로의 회전 변환행렬이다. 캐비테이터에 걸리는 부가질량에 의한 영향은 Fine (2001)의 계수를 사용하였다.

### 3.3 핀 모델링

핀은 Fig.13에서 볼 수 있듯이 수중운동체 뒷부분에 열 십자(+)모양으로 4개가 달려있으며 수평핀을 엘리베이터(elevator), 수직핀을 러더(rudder)로 명명한다.

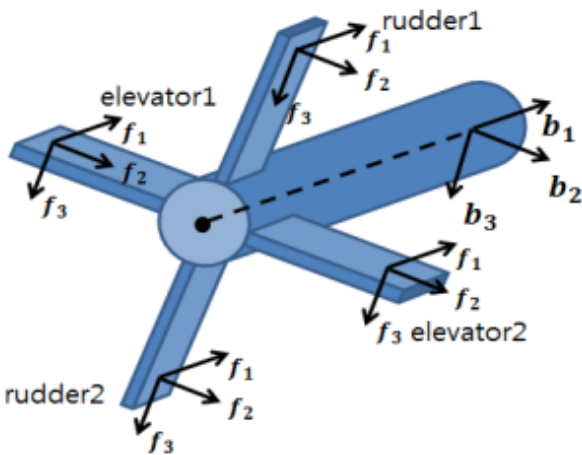


Fig. 13 Fin coordinate system

핀에 의한 힘과 모멘트는 핀좌표계에서 식 (30), (31)과 같이 표현된다.

$$F_{fi} = \frac{1}{2} \rho V_{fi}^2 S_f^2 \begin{pmatrix} C_x(\alpha_{fi}, d_{fi}) \\ C_y(\alpha_{fi}, d_{fi}) \\ C_z(\alpha_{fi}, d_{fi}) \end{pmatrix} \quad (30)$$

$$M_{fi} = \frac{1}{2} \rho V_{fi}^2 S_f^3 \begin{pmatrix} C_{mx}(\alpha_{fi}, d_{fi}) \\ C_{my}(\alpha_{fi}, d_{fi}) \\ C_{mz}(\alpha_{fi}, d_{fi}) \end{pmatrix} \quad (31)$$

$(C_x, C_y, C_z)$ 과  $(C_{mx}, C_{my}, C_{mz})$ 는 핀의 힘과 모멘트 계수를 나타내며 Kirschner (2002)의 실험값을 보간법을 사용하여 구하였다. 첨자  $i=1,2,3,4$ 는 각각의 핀좌표계를 나타내며  $V_{fi}$ 는 핀좌표계의 중심에서의 속도벡터,  $S_f$ 는 핀의 스패길로 핀 뿌리에서 끝 단까지 길이이다. 핀의 힘과 모멘트는 핀의 받음각( $\alpha_f$ )과 핀의 액침깊이( $d_f$ )에 따라 달라지며 각각의 핀좌표계에서의 힘과 모멘트는 식 (32)와 (33)에서와 같이 회전 변환을 통해 몸체고정좌표계로 변환된다.

$$F_{fins} = \sum_{i=1}^4 R_i F_{fi} \quad (32)$$

$$M_{fins} = \sum_{i=1}^4 (\vec{r}_i \times (R_i F_{fi}) + R_i M_{fi}) \quad (33)$$

여기서,  $R_i$ 와  $\vec{r}_i$ 는 각각 번째 핀좌표계에서 몸체고정좌표계로의 회전 변환행렬과 모멘트암이다. Fig. 14는 수직핀 러더(rudder)의 경우 핀좌표계와 몸체고정좌표계와의 관계를 나타낸다. Z축은 서로 일치하지만 핀 명령각이 있는 경우에는 X축과 Y축은 Z축을 기준으로  $\delta_f$ 만큼 회전하게 된다. 4개의 핀은 각각의 핀좌표계를 가지고 있으며 명령각이 없는 경우 몸체고정좌표계와 동일한 방향을 가리킨다. 핀에 의한 힘과 모멘트는 좌표 변환을 통해 핀좌표계에서 몸체고정좌표계로 변환된다.

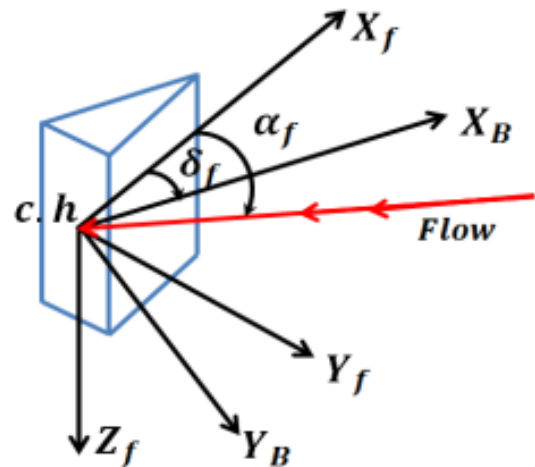


Fig. 14 Fin angle of attack and deflection angle

핀에 작용하는 힘과 모멘트는 핀의 받음각( $\alpha_f$ )과 액침깊이



( $d_f$ )에 의해 결정된다. 받음각은 핀의 변위각과 핀좌표계의 중심에서의 속도를 이용하여 구할 수 있다. 핀좌표계의 중심에서의 속도벡터와 받음각은 식 (34), (35)에 의해 계산된다.

$$V_f = \begin{bmatrix} u_f \\ v_f \\ w_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \overrightarrow{l_{fin}} \quad (34)$$

$$\alpha_{f,rudder} = \arctan(v_f/u_f) + \delta_{rudder} \quad (35)$$

$$\alpha_{f,elevator} = \arctan(w_f/u_f) + \delta_{elevator}$$

$\overrightarrow{l_{fin}}$ 은 무게중심으로부터 핀좌표계중심까지의 위치벡터이다. 러더(rudder)와 엘리베이터(elevator)는 90도만큼 차이가 있기 때문에 받음각을 계산하는 방식이 다르다. 러더(rudder)의 경우 양력이 핀좌표계의 X-Y평면에서 발생하며 엘리베이터(elevator)는 X-Z평면에서 발생한다.

### 3.4 핀과 운동체의 액침

초공동 수중운동체의 캐비테이터는 물과 완전히 접촉하지만 핀과 몸체는 물과의 접촉면적이 공동과 운동체의 상대적인 위치에 따라 변하게 된다. 따라서 매 순간 운동체의 액침을 계산해야 운동체에 작용하는 유체력을 구할 수 있다. Fig. 15는 운동체와 공동의 상대적인 위치에 따라 핀과 운동체 몸체의 액침이 일어나는 것을 보여주고 있다. 동그란 점선은 공동의 경계를 나타내며 그림은 운동체의 후미에서 바라본 운동체 몸체와 핀 그리고 공동을 보여준다. 핀과 운동체의 액침을 계산할 때 공동의 형상에 대하여 다음을 가정하였다.

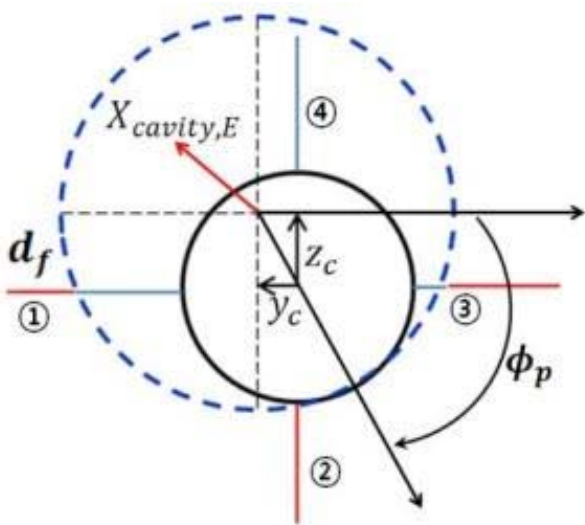


Fig. 15. Relative position of vehicle and cavity axis for calculating immersion depth

가정 3. 중력장 내에서 공동의 일그러짐 효과는 없으며 공동의 형상은 완전한 축대칭이다.

핀 주변에서의 공동 중심( $X_{cavity,E}$ )은 식 (18)을 통해 계산할 수 있다. 핀의 액침을 계산하는 방법은 Vanek (2008)의 방법을 사용하였다.

Fig. 15에서 는 핀의 액침 깊이, 와 는 공동의 중심에서부터 운동체 중심까지의 offset 값을 지구고정좌표계에서 나타낸 값이다. 핀은 식 (36)과 같이 우현에서부터 반시계방향으로 씩 증가하며 번호가 매겨진다.

$$\varnothing_i = (i - 1) \cdot \pi/2, i = 1 \dots 4 \quad (36)$$

이 때, 각 핀의 액침은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\overline{d_{f,i}} = \frac{[(S_f + R) - (y_c \cos(\varnothing_i) - Z_c \sin(\varnothing_i) - \sqrt{R_c^2 - (y_c \sin(\varnothing_i) + z_c \cos(\varnothing_i))^2})]}{S_f}$$

$$Sat(\overline{x}) = \begin{cases} \overline{x} & \text{if } 0 \leq \overline{x} \leq 1 \\ 0 & \text{if } \overline{x} < 0 \\ 1 & \text{if } \overline{x} > 0 \end{cases} \quad (37)$$

$$d_{f,i} = Sat(\overline{d_{f,i}})$$

이와 비슷한 방식으로 몸체의 액침 깊이  $h_0$  및 방향  $\varnothing_p$  도 식 (38)과 같이 나타낼 수 있다.

$$h_0(t, \tau) = \begin{cases} \sqrt{y_c^2 + z_c^2} - R_c + R & \text{if } \sqrt{y_c^2 + z_c^2} > R_c - R \\ 0 & \text{if } \sqrt{y_c^2 + z_c^2} < R_c - R \end{cases} \quad (38)$$

$$\varnothing_p = \tan^{-1}(z_c/y_c) \quad (39)$$

### 3.5 운동체 몸체에 작용하는 유체력

초공동 수중운동체가 물과 접촉하는 부분은 캐비테이터, 핀, 몸체가 있다. 캐비테이터 및 핀에 작용하는 유체력은 앞서 서술하였다. 3.4절을 통해 몸체와 물의 접촉면을 계산할 수 있고 이 접촉면에 작용하는 유체력을 구하면 초공동 수중운동체의 동역학 모델링을 완성할 수 있다. 운동체 액침부위에 작용하는 유체력은 정유체력인 부력, 댐핑 성분인 압력저항 및 마찰저항, 가속도에 비례하는 부가질량에 의한 영향이 있다. 본 논문에서는 운동체 몸체에 작용하는 유체력을 Kim (2014)의 천이구간 유체력 모델링과 같은 방법을 이용하였다. 초공동 수중운동체는 발사 직후 완전유체접촉상태에서 천이구간을 거쳐 초월공동 상태로 발달한다. 천이구간 유체력 모델링은 부분공동(partial cavity)상태에서 운동체의 몸체가 일부 유체와 접촉하고 있는 상태에서 운동체 몸체에 작용하는

유체력을 성분별로 나누어 모델링한 것이다. 본 연구는 초공동 수중운동체 발사 초기의 상대적인 낮은 속도에서 가스분사를 통해 인위적으로 공동을 발생시키는 것을 목적으로 한다. 따라서 안정적인 공동구간 유체력 모델링은 본 연구의 환경에 부합하지 않으므로 천이구간 유체력 모델링을 사용하였다. 다음 절에서 Kim (2014)의 연구내용에서 고려하지 않은 planing 모델링만을 추가로 서술할 것이다.

### 3.6 Planing 모델링

Planing 현상은 운동체가 물과 접촉할 때 생기는 현상으로 공동에 의해 자유표면이 형성되고 물 밖에 있던 운동체가 자세의 변화로 인해 자유표면과 접촉이 일어날 때 강한 유체력이 발생하는 현상이다. Planing에 의한 힘과 모멘트는 Logvinovich (1980), Vasin and Paryshev (2001)등에 의해 연구되었고 본 논문에서는 가장 실험값과 비슷한 결과를 보여주는 Paryshev의 모델을 이용하였다 (Dzielski, 2006). Fig. 16은 운동체와 자유표면 사이의 접촉으로 인한 planing 현상과 planing 각도 및 액침 깊이를 보여준다. 좌표계는 좌표계를 따라 운동체 선미부에서부터 거리를 나타내며 는 planing 각도, 는 일 때 운동체 선미부의 액침 깊이이다. 단위길이당 apparent mass는 식 (40)으로 계산된다.

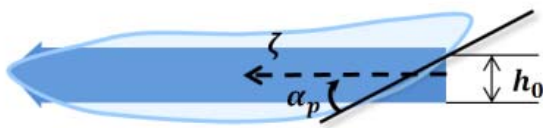


Fig. 16 Planing of body on cavity wall

$$m_p^*(h) = \pi\rho R^2 \left( 1 - \left( \frac{\Delta}{\Delta + h} \right)^2 \right) \quad (40)$$

여기서,  $\Delta$ 는 공동과 운동체의 반지름 차이,  $\Delta = R_c - R$ , 이고 는 액침깊이이다. Apparent mass를 이용하여 planing force를 구하면 식 (41)과 같다 (Dzielski, 2011).

$$-F_p = M^* \dot{w}_T + \frac{\partial M^*}{\partial h_0} w_T^2 \quad (41)$$

여기서, 선미 상하동요속도이고 는 식 (42)로 계산되는 운동체 액침부위에 대한 apparent mass이다.

$$\begin{aligned} M^* &= \int_0^{h_0/\tan\alpha_p} m^*(h) d\zeta \quad (42) \\ &= \int_0^{h_0/\tan\alpha_p} m^*(h_0 - \zeta \tan\alpha_p) d\zeta \\ &= \pi\rho R^2 \frac{h_0^2}{(\Delta + h_0)\tan\alpha_p} \end{aligned}$$

Planing에 의한 모멘트는 운동체 액침 부위의 압력중심  $x_p$ 를 이용하여 구할 수 있다.

$$x_p = \frac{h_0(\Delta + h_0)}{2(\Delta + h_0)\tan\alpha_p} \quad (43)$$

Planing에 의한 힘과 모멘트는 planing이 일어나는 방향  $\varnothing_p$ 에 의해  $Y_B, Z_B$ 축으로 나누어진다. Paryshev의 planing 모델에서는 다음의 조건을 가정하였다.

- 가정 4. 액침 속도는 일정하다.
- 5.  $\Delta$ 는 다음의 조건을 만족한다.  $0 < \Delta \ll R_c$
- 6. 공동 표면은 실린더형이다.

공동의 표면이 실린더형이 아닌 경우에 대해서는 Nguyen의 연구를 참고하여 모델링 할 수 있다 (Nguyen, 2011).

## 4. 제어기 설계

분사형 공동 모델링을 기반으로 가스 분사량을 제어하고 설계된 제어기의 성능을 평가하기 위하여 심도 제어를 수행하였다. 공동의 크기는 다른 조건이 동일할 경우 심도에 반비례한다. 즉, 심도가 깊어질수록 공동의 크기가 줄어들게 되어 초공동화 상태를 유지하기 어려워진다. 본 연구에서는 비례-적분-미분(PID ; Proportional-Integral-Derivative) 제어기 기반 심도 변경 제어를 수행하고 가스 분사량 제어를 통해 운동체가 심도의 변화에서도 초공동화 상태를 유지할 수 있는지를 확인하였다.

### 4.1 분사량 제어기 설계

가스 분사량 제어기는 식 (22)의  $Q_{ventilation}$ 을 조절함으로써 원하는 공동수를 유지하게 하는 제어기이다. 가스 분사량에 대하여 다음을 가정하였다.

- 가정 7. 가스 분사량은 공동 내 압력변화와 상관없이 원하는 양으로 조절할 수 있으며 밸브 동역학은 고려하지 않았다.
- 8. 공동수는 제어기에 피드백 된다.

본 연구에서는 가스 분사량 제어기를 설계하기에 앞서 초공동화 상태를 유지할 수 있는 충분한 길이 및 반지름을 갖는 공동을 형성하기 위한 목표 공동수를 결정하였다. 목표 공동수를 정하기 위한 공동의 길이 및 반지름 조건은 다음과 같다.

- 1) 공동의 길이는 운동체의 길이 보다 길어야 한다.
- 2) 공동의 반지름은 운동체의 반지름보다 커야 한다.
- 3) 공동으로 반지름은 운동체와 핀스팬 ( $S_f = 0.1m$ )의 합 보다 작아야 한다.

위의 조건은 만족하는 목표 공동수를 으로 정하였고 이 때 공동의 길이 및 반지름은 Table1에 나타내었다.

Table 1 Cavity and vehicle dimensions for supercavitating condition

Description	Cavity	Vehicle
Length	$L_c = 2.1535m$	$L = 1.8m$
Radius (min)	$R_c = 0.096m$	$R = 0.0508m$
Radius (max)	$R_c = 0.096m$	$S_f + R = 0.1508m$

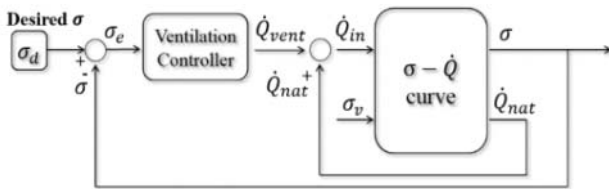


Fig. 17 Block diagram of ventilation control system

Fig. 17은 초공동 수중운동체의 가스 분사량 제어 절차를 블록선도로 나타낸 것이다. 초공동화 상태를 유지할 수 있는 목표 공동수와 현재 공동수와의 차이를 공동수 오차로 정의한다.

$$\sigma_e = \sigma_d - \sigma \quad (44)$$

분사량 제어 블록에서는 공동수 오차  $\sigma_e$ 의 PI 제어기를 이용하여 가스 분사량의 변화율을 식 (45)와 같이 계산한다.

$$\dot{Q}_{ventilation} = K_p \sigma_e + K_I \int \sigma_e dt \quad (45)$$

분사량 제어를 위하여 간단하면서도 직관적으로 공동수 오차에 기반하여 제어할 수 있는 비례-적분 (PI) 제어기를 선택하였다. 비례 제어는 출력 응답의 빠르기를 조절하고, 적분 제어는 정상상태의 오차를 제거하는 기능을 한다. 한편, 설계된 제어기를 실제 적용할 때는 미분 제어기의 경우 추가적인 센서(오차의 미분)가 필요하고 초공동 수중운동체의 특징상 그 측정값의 오차 및 잡음의 영향이 클 것으로 예상되기 때문에 사용하지 않았다.

가스 분사량의 변화율은 식 (22)에서와 같이 자연수증기유입량( $\dot{Q}_{natural}$ )와 합하여 최종적으로 가스 유입량이 된다. 가스 유입량( $\dot{Q}_{in}$ )은 정상상태에서의 가스 누출량과 같기 때문에

Kinzel의 가스 분사량 모델( $C_Q - \sigma$ )을 이용하면 가스 분사에 의한 공동수를 구할 수 있다. 식 (44)의 공동수 오차가 0이 아닌 값을 가지면 식 (45)에 의해 가스 분사량이 공동수 오차를 없애는 방향으로 증가/감소하게 되고 이 변화는 공동수가 목표 공동수에 도달할 때까지 계속되어 오차를 없애게 된다.

### 4.2 심도 제어기 설계

심도 제어를 수행하기 위하여 PID 제어기를 설계하였고 이를 통해 운동체의 심도제어를 수행하였다. PID 제어기의 설계할 때는 선형화된 운동방정식을 사용한다. 또한 PID 제어기는 주로 단일입출력(SISO; Single-Input-Single-Output) 시스템에서 주로 사용되므로 심도 제어를 위해서는 선형화된 종동요 방정식을 사용한다. 선형화된 종동요 방정식에 오차와 PID 제어기의 곱으로 이루어진 제어력항이 추가된 새로운 시스템은 PID 제어기의 값에 따라 안정성 및 성능이 결정되며 이 페루프 시스템의 응답이 설계자가 원하는 성능을 보이도록 PID 제어기인을 조절하는 것이 PID 제어기 설계 절차라고 할 수 있다.

초공동 수중운동체에 PID 제어기를 적용할 때 문제가 되는 점은 선형화이다. 초공동 수중운동체는 운동체의 동역학이 공동의 크기에 따라 천차만별로 달라지기 선형화된 방정식이 모델링을 충분히 반영하지 못한다. 때문에 선형운동방정식을 토대로 계산한 제어기인을 통한 PID 제어기는 제대로 된 제어 성능을 보여주지 못하는 경우가 많다. 또한 선형운동방정식에 사용되는 계수도 기존의 수중운동체와 같이 실험에 의해 얻을 수 있는 값이 아니며 이를 얻기 위해서는 비선형 방정식을 구성한 후 이를 수치적으로 선형화시켜 얻어야 한다. 공동의 크기에 따라 바뀌는 운동체 동역학 변화에도 강건한 초공동 수중운동체 심도제어에 관한 연구는 Kim에 의해 연구된 바 있다 (Kim & Kim, 2015).

제어입력은 캐비테이터만을 사용하였다. 본 연구에서는 초공동 수중운동체의 심도 및 자세를 제어하기 위하여 이중루프 구조를 통한 제어시스템을 구성하였다. Fig. 18에서 볼 수 있듯이 운동체는 내부루프와 외부루프 두 가지 피드백루프에 의해 제어된다. 내부루프는 PID제어기를 사용하여 운동체의 자세(종동요각)를 제어하고 외부루프는 PI제어기를 통하여 원하는 심도를 추종하기 위한 자세명령을 생성한다.

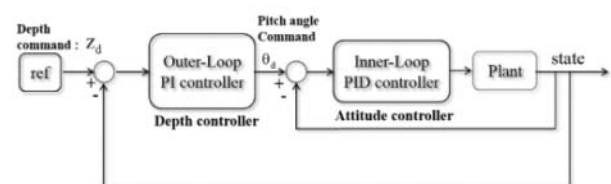


Fig. 18 Block diagram of double-loop control system

중동요각의 오차는 식 (46)과 같이 표현되며 내부루프에서 캐비테이터 명령( $\delta_c$ )는 PID 제어이득을 이용하여 식 (47)와 같이 표현된다.

$$\tilde{\theta} = \theta_d - \theta \quad (46)$$

$$K_P \tilde{\theta} + K_D \dot{\tilde{\theta}} + K_I \int_0^T \tilde{\theta}(t) dt = \delta_c \quad (47)$$

여기서  $\theta_d$ 는 외부루프에서 계산된 중동요각명령이고  $\theta$ 는 운동체의 중동요각이다.  $K_P$ ,  $K_D$ ,  $K_I$ 는 각각 비례, 미분, 적분 gain이다.

외부루프의 피제어기는 심도오차( $\tilde{z}$ )를 중동요각명령으로 바꾸어 주는 전달함수의 역할을 한다. 심도오차는 식 (48)과 같이 표현되며 식 (49)는 주파수영역에서 심도오차와 중동요각의 전달함수를 표현한 식이다.

$$\tilde{Z} = Z_d - Z \quad (48)$$

$$\frac{\theta_d(s)}{\tilde{Z}(s)} = \frac{K_{P,out}s + K_{I,out}}{s} \quad (49)$$

$z_d$ 와  $z$ 는 심도명령과 운동체의 심도이고  $\theta_d(s)$ 와  $\tilde{Z}(s)$ 는 중동요각과 심도오차의 라플라스변환이다. 내부루프와 마찬가지로 비례이득  $K_{P,out}$ 과 적분 이득  $K_{I,out}$ 에 의해 중동요각명령이 결정되며 이를 식 (50)에 나타내었다.

$$\theta_d = K_{P,out} \tilde{Z} + K_{I,out} \int_0^T \tilde{Z}(t) dt \quad (50)$$

## 5. 시뮬레이션

### 5.1 분사형 공동 시뮬레이션

Figs. 19, 20은 각각 분사형 공동의 가스 분사량과 Froude 수를 변화시켰을 때 공동의 길이 및 공동수의 변화를 보여준다. Froude수가 커지거나 가스 분사량이 늘어날수록 공동의 길이는 길어지는 것을 확인할 수 있었고 반대로 공동수의 크기는 줄어드는 것을 확인할 수 있었다.

Fig.19에서 가스 분사량과 Froude수가 작은 값을 가지는 일정 영역에서는 공동의 길이( $L_c$ )가 0인 것을 확인할 수 있다. 이 상태는 공동이 생성되지 않은 상태이며 일반적으로 발사초기의 유동조건에 해당한다. 이 상태(공동의 길이가 0인 상태)에서 가스 분사량을 늘리면 속도의 증가(Froude수의 증

가)가 이루어지지 않음에도 불구하고 공동의 길이를 증가시킬 수 있음을 확인할 수 있다.

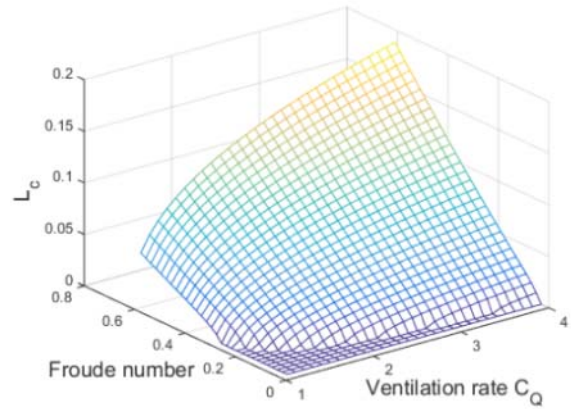


Fig. 19 Cavity length vs froude number and ventilation rate

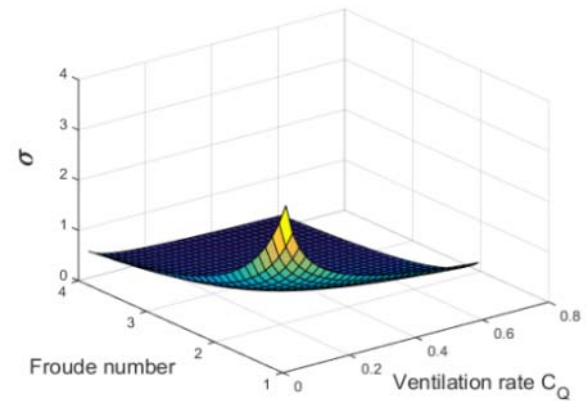


Fig. 20 Cavitation number vs Froude number and ventilation rate

### 5.2 분사형 공동 심도제어 시뮬레이션

분사형 공동의 심도제어 및 분사량 제어를 시뮬레이션을 통해 확인하였고 MATLAB/SIMULINK R2013a버전을 이용하여 프로그래밍하였다. 시뮬레이션에 사용된 입력값과 초기값을 Table 2에 나타내었다.

Table 2 Input and initial values for simulation

Input & initial value	Description	Value and Units
$T$	Thrust force	$100(N/\pi\rho R^2 mL)$
$C_Q$	Initial ventilation rate	0
$z_o$	Initial depth	1 m
$u_0$	Initial forward speed velocity	10 m/s

추력은 수중운동체와 같은 반지름을 갖는 실린더의 질량  $\pi\rho R^2mL$ 로 표준화하면  $100(N/\pi\rho R^2mL)$ 으로 일정하다. 초기 심도는 1m이고 목표심도는 10m이다. 초기 전진속도는 특이점을 피하기 위해 1m/s로 정하였다. 이 외에 초기값은 모두 0이다.

Fig. 21, 22는 심도제어를 수행할 때 운동체의 상태변수를 보여준다. Fig. 21은 수중운동체의 위치와 종동요각의 시간에 따른 변화를 보여준다. 점선은 심도명령과 종동요각명령을 나타낸다. Fig. 22는 수중운동체의 속도 및 종동요각변화율을 보여준다. 분사량 제어를 통해 짧은 시간 내에 최대속도에 도달함을 알 수 있다. 상하동요속도 및 종동요각변화율은 발사 직후 완전유체접촉상태에서 받는 불안정한 유체력 때문에 작은 진동을 보이지만 분사량 제어를 통해 공동이 생성된 후 안정을 찾는다.

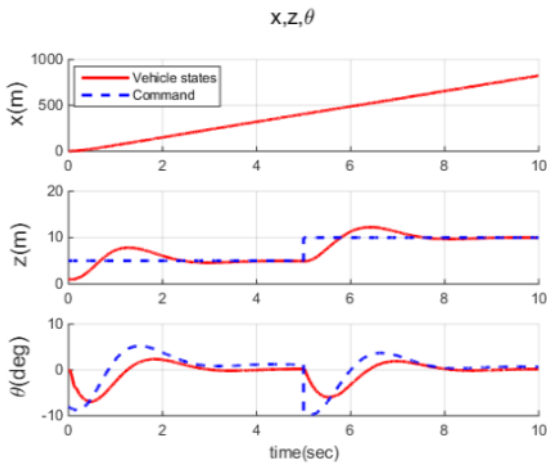


Fig. 21 Time response of position and pitch angle

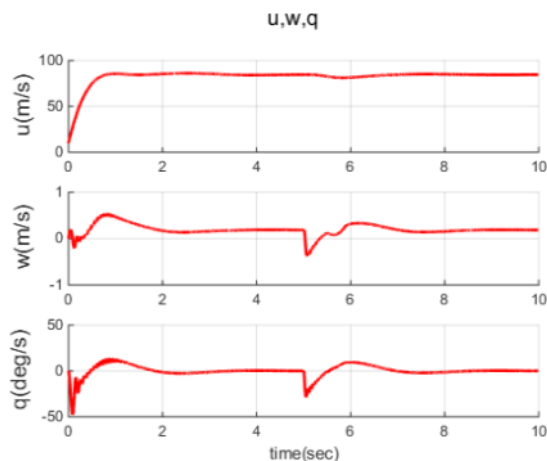


Fig. 22 Time response of velocity and pitch rate

제어 입력인 캐비테이터 명령각( $\delta_c$ )과 가스 분사량( $C_Q$ )이 Fig. 23에 나타나있다. 가스 분사량은 반응 초기에 빠른 공동 생성을 위해 급격히 증가한 후 공동수가 목표 공동수에 가까워지면서 줄어든다. 하지만 5초에 심도 명령이 생성되고 운동

체의 심도가 깊어짐에 따라 깊은 심도에서도 목표 공동수를 추종할 수 있도록 가스 분사량이 증가함을 알 수 있다. 운동체의 심도는 약 4초 부근과 8초 이후에 거의 일정하게 유지되는데 이 때 목표 공동수를 유지하기 위한 가스 분사량은 심도가 깊을 때 더 큰 값을 가지는 것을 확인할 수 있다.

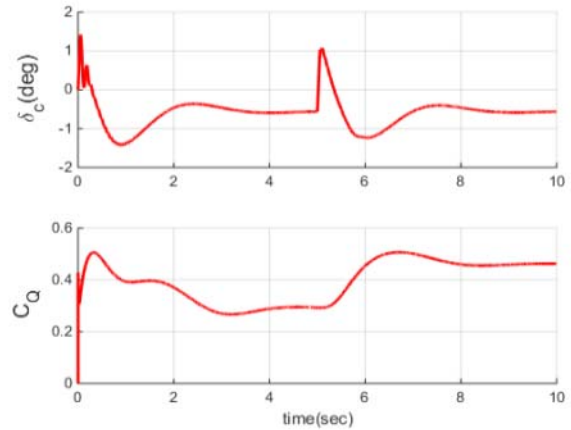


Fig. 23 Cavitator deflection angle and ventilation rate

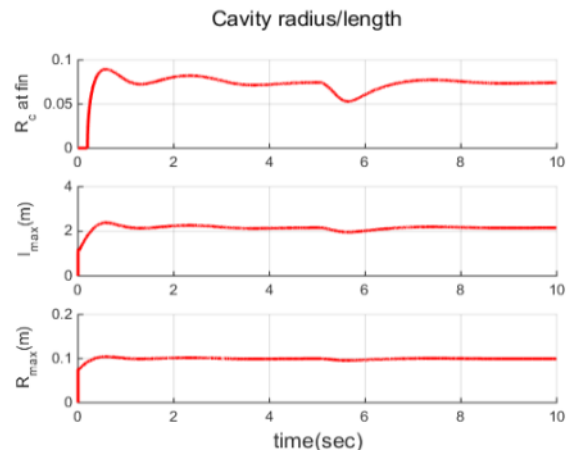


Fig. 24 Cavity radius at fin and cavity maximum radius/length

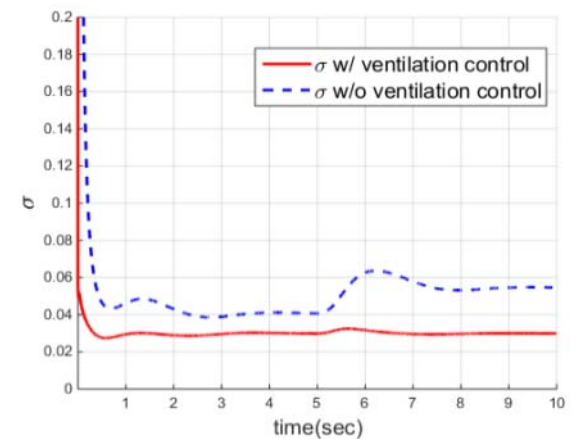


Fig. 25 Comparison of cavitation number w/, w/o ventilation control

분사량 제어를 통해 생성된 공동의 크기 및 공동수를 Figs. 24, 25에 나타내었다. Fig. 24에서 첫 번째 그래프는 핀뿌리 부분에서 공동의 반지름이고 두 번째와 세 번째 그래프는 공동의 최대 길이와 반지름이다. 핀뿌리부분에서 공동의 반지름을 통해 공동이 핀의 위치(운동체 선미부분)에 도달할 정도로 발달했는지를 판별할 수 있다. 시뮬레이션 시간 약 0.3초정도에 핀뿌리부분에서 공동의 반지름이 0이 아닌 값을 가진다. 비슷한 시간에 두 번째 그래프에서 공동의 최대 길이는 운동체의 길이인 1.8 m보다 길어지게 되며 초공동상태에 이르렀음을 알 수 있다. 세 번째 그래프를 통해 공동의 최대 반지름이 운동체의 반지름보다 큰 값을 가지며 공동은 운동체를 완전히 감싸고 있는 형태임을 알 수 있다. Fig. 25는 분사량 제어를 통해 얻어진 공동수와 분사량 제어가 포함되지 않은 자연공동수를 비교한 그래프이다. 분사량 제어가 이루어지지 않은 경우 공동수는 상대적으로 큰 값을 가지게 되어 원하는 공동의 형상을 가질 수 없게 된다. 즉, 공동이 완전히 발달한 초공동 상태에 도달하지 못하게 되어 목표속도에 도달하지 못하게 된다. 분사량 제어를 사용한 경우에는 목표 공동수인 0.030을 유지할 수 있음을 확인할 수 있다.

## 6. 결론

본 연구에서는 초공동 수중운동체의 동역학 모델링과 분사량 제어 및 심도제어에 관한 연구를 수행하였다. 시뮬레이션을 통해 다음의 사실들을 확인할 수 있었다.

- (1) 초공동 수중운동체의 동역학 모델링이 물리적으로 타당하게 수행되었다.
- (2) 분사형 공동 모델링을 통해 공동의 길이 및 반지름이 속도 및 분사량의 증가에 따라 커지는 것을 확인할 수 있었고 가스 분사량을 증가시켜 낮은 속도에서도 충분한 크기의 공동 반지름 및 길이를 확보할 수 있음을 확인하였다.
- (3) 초공동 수중운동체는 심도제어를 통해 목표 심도를 추종할 수 있다.
- (4) 분사량 제어를 통해 심도에 변할 때에도 목표 공동수에 도달하여 초공동화 상태를 유지할 수 있음을 확인하였다.

본 연구의 모델링은 대부분 경험식에 바탕을 두고 있어 수치 시뮬레이션의 신뢰도와 정밀도는 실제 실험 및 현상과 차이가 있을 가능성이 있다. 캐비테이터 및 핀의 항력 및 양력의 모델링은 실험적으로 유효한 수준까지 증명이 되었지만 분사형 공동의 모델링, planing force 모델링, 천이구간 유체력 모델링의 경우 여전히 연구가 진행되고 있는 단계이며 불확실성이 상대적으로 높다고 할 수 있다. 그럼에도 불구하고 본 연구의 결과는 분사형 공동의 물리적 특성을 파악할 수 있고 분사형 초공동

수중운동체 개발의 기초 자료로서 충분한 가치를 가질 수 있을 것이다. 또한 초공동 수중운동체의 운항영역의 확보를 위한 공동수 및 분사량 범위를 결정하는데 이용될 수 있다.

## 후기

본 연구는 2012년도 정부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업(No. 2012R1A1A2008683)임과 동시에 민군협력진흥원 민군기술협력센터(초공동화 수중운동체의 수중주행 특성 모델링, 과제번호 : 14-BR-EN-31)의 지원으로 수행되었습니다. 아울러 서울대학교 조선해양공학과 해양플랜트 BK21+ 창의인재양성사업단의 지원에도 감사드립니다.

## References

- Ahn, B.K. Lee, T.K. Kim, H.T. & Lee, C.S., 2012. Experimental Investigation of Supercavitating Flows. *International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering*, 4(2), pp.123-131.
- Campbell, I. & Hilborne, D., 1958. Air entrainment behind artificially inflated cavities. *Proceedings of the Second Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington*, pp.467-481.
- Dzielski, J. & Kurdila, A., 2003. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions. *Journal of Vibration and control*, 9(7), pp.791-804.
- Dzielski, J., 2006. Experimental validation of planing models for supercavitating vehicles. *Proceedings of Undersea Defense Technology Pacific Symposium*, San Diego, CA, USA, 6-8 December 2006.
- Dzielski, J., 2011. Longitudinal Stability of a Supercavitating Vehicle. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 36(4), pp.562-570.
- Fan, H. Zhang, Y. & Wang, X., 2011. Longitudinal dynamics modeling and MPC strategy for high-speed supercavitating vehicles. *Electric Information and Control Engineering (ICEICE), 2011 International Conference on. IEEE*, Wuhan, China, 15 - 17, Apr, 2011, pp.5947-5950.
- Fine, N.E., Uhlman, J.S. and Kring, D.C., 2001. *Calculation of the added mass and damping forces on supercavitating bodies*. [online] Available at

- : <<http://resolver.caltech.edu/cav2001:sessionB3.006>> [Accessed 20 3 2014].
- Garabedian, P., 1956. Calculation of Axially Symmetric Cavities and Jets. *Pacific Journal of Mathematics*, 6(4), pp.611–684.
- Hassouneh, M.A., Nguyen, V., Balachandran, B. and Abed, E.H., 2013. Stability Analysis and control of supercavitating vehicles with advection delay. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 8(2), pp.021003.
- Kim, H.T. & Lee, H.B., 2014. A Numerical Analysis of Gravity and Free Surface Effects on a Two-Dimensional Supercavitating Flow. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 51(5), pp.435–449.
- Kim, S. & Kim, N., 2014. Study on Dynamics Modeling and Depth Control for a Supercavitating Underwater Vehicle in Transition Phase. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 51(1), pp.88–98.
- Kim, S. & Kim, N., 2015. Neural Network Based Adaptive Control for a Supercavitating Vehicle in Transition Phase. *Journal of Marine Science and Technology*, DOI: 10.1007/s00773-014-0298-6.
- Kim, J.H. Jang, H.G. Ahn, B.K. & Lee, C.S., 2013. A Numerical Analysis of the Supercavitating Flow around Three-Dimensional Axisymmetric Cavitators. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 50(3), pp.160–166.
- Kinzel, M. Lindau, J. & Kunz, R., 2009. Air entrainment mechanisms from artificial supercavities: Insight based on numerical simulations. *Proceedings of the 7th International Symposium on Cavitation(CAV2009)*, Ann Arbor, Michigan, USA, 17–22 August 2009, paper No. 136.
- Kirschner, I.N. Kring, D.C. Stokes, A.W. Fine, N.E. & Uhlman, J.S., 2002. Control Strategies for Supercavitating Vehicles. *Journal of Vibration and Control*, 8(2), pp.219–242.
- Lee, H.B. Choi, J.K. & Kim, H.T., 2013. Numerical Analysis of Supercavitating Flows of Two-Dimensional Simple Bodies. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, 50(6), pp.436–449.
- Li, D. Luo, K. Huang, C. Dang, J. & Zhang, Y., 2014. Dynamics Model and Control of High-Speed Supercavitating Vehicles Incorporated with Time-Delay. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 15(3–4), pp.221–230.
- Logvinovich, G., 1980. Some Problems in Planing Surfaces. *Trudy TsAGI*, 2052, pp.3–12.
- Logvinovich, G. & Serebryakov, V., 1975. On Methods of Calculating a Shape of Slender Axisymmetric Cavities. *Gidromekhanika*, 32, pp.47–54.
- Logvinovich, G., 1972. Hydrodynamics of free-boundary flows, translated from Russian (NASA-TT-F-658), US Department of Commerce, Washington D.C.
- May, A., 1975. Water entry and the cavity-running behavior of missiles, NAVSEA hydrodynamics advisory committee, Report.TR 75-2. Silver Spring, Maryland: NAVSEA Hydrodynamics Advisory Committee.
- Nguyen, V. & Balachandran, B., 2011. Supercavitating Vehicles with Noncylindrical, Nonsymmetric Cavities: Dynamics and Instabilities. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 6(4), pp.041001.
- Savchenko, Y.N., 1998. Investigation of high speed supercavitating underwater motion of bodies, High-speed Motion in Water, *AGARD Report 827, 20-1-20-12*, NASA 19980020552.
- Semenenko, V.N., 2001. Artificial supercavitation. physics and calculation, *Proc. RTO AVT/VKI special course: supercavitating flows*, von Karman Institute for Fluid Dynamics, pp. 11.1–11.33. RTO Lect. Ser. 005, RTO-EN-010. Rhode-Saint-Genese, Belgium, 12–16 February 2001.
- Spurk, J., 2002. On the Gas Loss from Ventilated Supercavities. *Acta mechanica*, 155(3–4), pp.125–135.
- Vanek, B., 2008. Control methods for high-speed supercavitating vehicles(Doctoral dissertation, UNIVERSITY OF MINNESOTA).
- Vanek, B. Bokor, J. Balas, G.J. & Arndt, R.E., 2007. Longitudinal Motion Control of a High-Speed Supercavitation Vehicle. *Journal of Vibration and Control*, 13(2), pp.159–184.
- Varghese, A.N. Uhlman, J.S. & Kirschner, I.N., 2005. Numerical Analysis of High-Speed Bodies in Partially Cavitating Axisymmetric Flow. *Journal of fluids engineering*, 127(1), pp.41–54.
- Vasin, A. & Paryshev, E., 2001. Immersion of a

Cylinder in a Fluid through a Cylindrical Free Surface. *Fluid Dynamics*, 36(2), pp.169–177.

Xiang, M. Cheung, S. Tu, J. & Zhang, W., 2011. Numerical Research on Drag Reduction by Ventilated Partial Cavity based on Two-Fluid Model. *Ocean Engineering*, 38(17), pp.2023–2032.

Zou, W. Yu, K.P. Arndt, R.E. Zhang, G. & Li, Z.W., 2013. On the Shedding of the Ventilated Supercavity with Velocity Disturbance. *Ocean Engineering*, 57, pp.223–229.

Zou, W. Yu, K.p. & Wan, X.h., 2010. Research on

the Gas-leakage Rate of Unsteady Ventilated Supercavity. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, 22(5), pp.778–783.



김 선 홍



김 낙 완