

복합재료 회전축의 진동 및 안정성 해석

Vibration and Stability Analysis of Composite Spinning Shafts

서 정 석*·안 창 기*·박 상 윤*·송 오 섭†

Jung-Seok Seo, Chang-Gi An, Sang-Yoon Park and Ohseop Song

(Received June 25, 2015 ; Revised July 9, 2015 ; Accepted July 9, 2015)

Key Words : Composite Shaft(복합재료 회전축), Divergence(발산), Critical Speed(위험속도), Rotor Dynamics(회전체동역학)

ABSTRACT

The free vibration and stability analysis of a spinning composite shaft modelled as a thin-walled closed beam is performed for several design parameters, such as ply angle, aspect ratio, and spin speed. The governing equations of spinning shafts based on the Timoshenko beam theory are derived via Hamilton's variational principle. Coriolis acceleration and anisotropy of constituent materials are incorporated in the derivation. The equations of motion are then transformed to the standard form of an eigenvalue problem for free vibration and stability analysis. Analytical results both for uniform circular cylindrical shaft and rectangular cross-section shaft are obtained by using extended Galerkin method, and the results are compared with those from FEM ANSYS analysis for a verification.

기 호 설 명

- c, b : 사각단면 박판 보의 가로, 세로 길이
- h : 박판 보의 두께
- L, R : 원형단면 박판 보의 길이와 반경
- (n, s, z) : 반경방향, 원주방향, 축방향 좌표
- Ω : 회전속도 rad/s
- θ : 섬유각
- θ_x, θ_y : X, Y축에 관한 회전 변위
- u_0, v_0 : X, Y축 방향의 병진 변위

1. 서 론

섬유강화 복합재료(fiber-reinforced composites)는

높은 비강도(specific strength) 및 비강성(specific stiffness), 내부식성, 높은 피로 수명, 낮은 열팽창률 등의 장점 때문에 토목, 건축, 기계, 항공 우주 산업 등에서 광범위하게 사용되고 있다. 또한 최근 구조물의 자중 절감 및 구조적 효율성을 높이기 위해 박판 보(thin-walled beam)의 사용이 항공, 우주, 기계, 토목, 건축분야에서 증가되고 있다. 특히, 복합재료 회전축은 항공 추진시스템 및 헬리콥터 구동장치, 산업기계, 가스터빈, 터보 발전기, 정밀기계 등의 동력전달장치로서 사용이 기대되고 있으며, 장비의 신뢰도는 회전축의 안정성에 크게 의존한다⁽¹⁾. 이러한 회전축의 진동특성을 향상시키고, 시스템의 정상작동에 위험이 되는 불안정성의 발생을 제거하거나 지연시켜야 하는 필요성이 제기된다.

Bert and Kim은 복합재료의 이방성에 의한 복합

† Corresponding Author ; Member, Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University
E-mail : songos@cnu.ac.kr

* Member, Department of Mechanical Engineering, Chungnam National University

‡ Recommended by Editor Heung Soo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

재료 회전축의 굽힘-비틀림 연성효과를 고려한 안정성 문제를 연구하였다⁽²⁾. Lancaster는 감쇠를 무시한 회전체의 고유치와 고유벡터가 공액복소수 형태로 이루어진다는 것을 밝혀냈다⁽³⁾. 복잡한 형상의 회전체의 유한요소 해석이 Linkins에 의해서 수행되었으며⁽⁴⁾, 이를 이용하여 Patel과 Seltzer가 일정한 각속도로 회전하는 구조물의 탄성변형만이 고려된 고유값 문제를 풀 수 있는 컴퓨터 프로그램을 제시하였다⁽⁵⁾.

이 연구에서 축을 중심으로 일정 각속도로 회전하는 원형 및 사각단면 복합재료 회전축의 Timoshenko 보 이론에 기초한 회전체동역학 구조 모델을 정립하고 이를 ANSYS 유한요소 해석을 통하여 비교 검증하여 이 연구에서 제시한 구조 모델이 회전체 진동 설계에 사용될 수 있음을 보였다. 또한 섬유각과 사각단면의 중형비 등의 변수들이 회전축의 위험속도에 미치는 영향을 도출하여 그 값들을 비교 검증하였다.

2. 박판 보의 운동학

2.1 변위장

원형단면 및 사각단면 박판 보(thin-walled beam)에서 임의의 한 점 A의 변위장을 6개의 변위변수(kenematic variables)로 표시하면 다음과 같다(Fig. 1 참조).

$$\begin{aligned}
 u(x,y,z;t) &= u_0(z;t) - y(s)\phi(z;t), \\
 v(x,y,z;t) &= v_0(z;t) + x(s)\phi(z;t), \\
 w(x,y,z;t) &= w_0(z;t) + \theta_x(z;t)[y(s) - n\frac{dy}{ds}] \\
 &\quad + \theta_y(z;t)[x(s) + n\frac{dy}{ds}] - \phi'(z;t)[F_w(s) + na(s)]
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

여기서 u_0, v_0, w_0 는 각각 x, y, z 축 방향의 병진변위를 의미하며, θ_x, θ_y, ϕ 는 x, y, z 축 중심의 회전변위를 나타낸다. F_w, na 는 각각 1, 2차 와핑 함수를 나타내며 단면이 원형인 경우에 와핑 함수는 영이 된다.

2.2 속도, 가속도 벡터

변형된 보의 임의의 한 점 $M(x, y, z)$ 의 위치벡터, 속도벡터 그리고 가속도 벡터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \vec{R}(x,y,z;t) &= (x+u)\vec{i} + (y+v)\vec{j} + (z+w)\vec{k} \\
 \dot{\vec{R}} &= [\dot{u} - \Omega(y+v)]\vec{i} + [\dot{v} + \Omega(x+u)]\vec{j} + \dot{w}\vec{k} \\
 \ddot{\vec{R}} &= [\ddot{u} - 2\Omega\dot{v} - (x+u)\Omega^2]\vec{i} \\
 &\quad + [\ddot{v} + 2\Omega\dot{u} - (y+v)\Omega^2]\vec{j} + \ddot{w}\vec{k}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

여기에서 $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ 는 각각 x, y, z 축 방향의 단위벡터이며, $(\dot{}) \equiv d()/dt$ 이다.

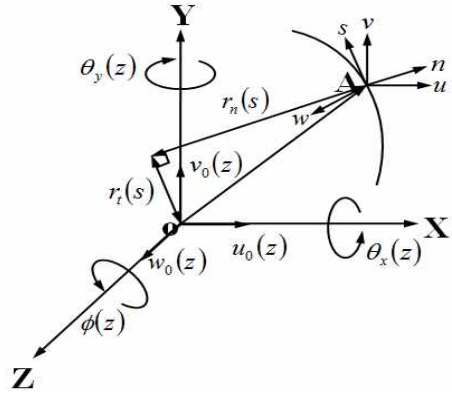


Fig. 1 Coordinates of composite thin-walled beam, (X,Y,Z): global coordinates, (n,s,z): local(surface) coordinates

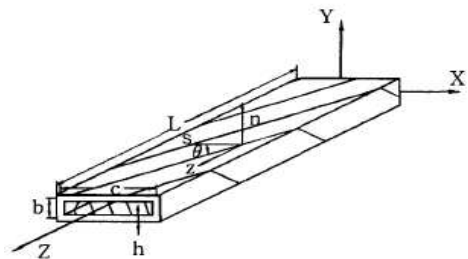
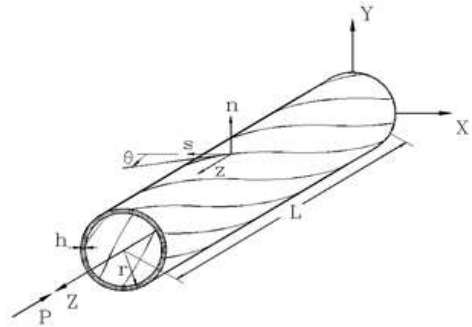


Fig. 2 Configurations of composite circular and rectangular cross-section shafts

3. 지배방정식 및 경계조건

3.1 해밀턴의 변분원리

아래 해밀턴 변분원리를 이용하여 원통 및 사각 단면 보의 운동방정식과 경계조건을 유도한다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} [-\delta U + \delta K] dt = 0 \tag{3}$$

$$t = t_0, t = t_1 \text{ 에서 } \delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = 0 .$$

여기서 δU 와 δK 는 각각 탄성에너지와 운동에너지의 변분이다.

구조물에 저장되는 탄성변형에너지는, 박판 보의 단면은 면내 변형을 하지 않는다는 가정 하에 ($\epsilon_{xx}, \epsilon_{nn}, \gamma_{sn} = 0$) 다음과 같이 유도된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_{\tau} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\tau = \int_0^L \int_C N_{zz} \epsilon_{zz}^0 + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{sz} \gamma_{sz}^0 + N_{sz} 2 \frac{A_c}{\beta} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz} ds dz \tag{4}$$

여기서 N_{zz}, N_{sz}, N_{ns} 은 복합재료 적층 구조물의 stress resultants이고 L_{zz} 는 stress couple이다.

박판 보의 운동에너지는 다음과 같다.

$$K = \frac{1}{2} \int_{\tau} \rho \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} \cdot \frac{\partial \vec{R}}{\partial t} d\tau \tag{5}$$

3.2 운동방정식 및 경계조건

식(4),(5)를 식(3)에 대입하여 정리하면 다음 운동방정식과 경계조건을 동시에 유도할 수 있다⁽⁶⁾.

종방향 및 횡방향 연성운동

$$\begin{aligned} \delta u_0 : & a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_0'' + \theta_y') \\ & = b_1 u_0 - 2b_1 \Omega v_0 - b_1 u_0 \Omega^2 \\ \delta v_0 : & a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_0'' + \theta_x') \\ & = b_1 v_0 + 2b_1 \Omega u_0 - b_1 v_0 \Omega^2 \\ \delta \theta_y : & a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_0'' + \theta_x') - a_{44} (u_0' + \theta_y) \\ & - a_{43} \theta_x' = (b_5 + b_{15}) \theta_y' \\ \delta \theta_x : & a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_0'' + \theta_y') - a_{55} (v_0' + \theta_x) \\ & - a_{52} \theta_y' = (b_4 + b_{14}) \theta_x \end{aligned} \tag{6}$$

Clamped-free 경계조건

$$\text{at } z=0; u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0 \tag{7a}$$

$$\begin{aligned} \text{at } z=L; & a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_0' + \theta_y) = 0 \\ & a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_0' + \theta_x) = 0 \\ & a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_0' + \theta_x) = 0 \\ & a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_0' + \theta_y) = 0 \end{aligned} \tag{7b}$$

축방향 및 비틀림 연성운동

$$\begin{aligned} \delta w_0 : & a_{11} w_0'' + a_{17} \phi'' - b_1 w_0 = 0 \\ \delta \phi : & -a_{66} \phi'''' + a_{17} w_0'' + a_{77} \phi'' - (b_4 + b_5) \ddot{\phi} \\ & + (b_{10} + b_{18}) \ddot{\phi}'' + (b_4 + b_5) \Omega^2 \phi = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Clamped-free 경계조건

$$\text{at } z=0; w_0 = \phi = 0 \tag{9a}$$

$$\begin{aligned} \text{at } z=L; & a_{11} w_0' + a_{17} \phi' = 0 \\ & -a_{66} \phi'''' + a_{17} w_0'' + a_{77} \phi'' \\ & + (b_{10} + b_{18}) \ddot{\phi}'' = 0 \\ & -a_{66} \phi'' = 0 \end{aligned} \tag{9b}$$

식(5)~(9)에서 a_{ij} 는 global stiffness, b_i 는 질량 또는 관성 모멘트를 나타낸다.

4. 고유치 문제

자유진동의 동기운동(synchronous motion)을 가정하면 변위 요소는 다음과 같이 표현된다.

$$(u_0(z,t), v_0(z,t), \theta_x(z,t), \theta_y(z,t)) = (U(z), V(z), X(z), Y(z)) e^{\lambda t} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} & (U(z), V(z), X(z), Y(z)) \\ & = \sum_{j=1}^N (a_j u_j(z), b_j v_j(z), c_j x_j(z), d_j y_j(z)) \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 식(6)의 gyroscopic 항 때문에 λ 는 복소수 형태의 고유치가 되며 trial function u_j, v_j, x_j, y_j 는 구조물의 경계조건을 최대한 만족시킬 수 있는 admissible 함수이다.

확장된 Galerkin 방법(EGM: extended Galerkin method)을 적용하기 위해 식(11), (12)를 해밀턴 원리식(2)에 대입한 후에 z -좌표에 대하여 적분을 수행하면 다음과 같은 행렬식을 얻는다.

$$\delta \mathbf{B}^T [-\omega^2 \mathbf{M}_N + i\omega \mathbf{G}_N + \mathbf{K}_N] \mathbf{B} = 0 \quad (12)$$

$$\mathbf{B}^T = [a_1, a_2, \dots, a_N, b_1, b_2, \dots, b_N, c_1, c_2, \dots, c_N, d_1, d_2, \dots, d_N]$$

특성방정식은 다음과 같다.

$$\Delta_N(\omega) = \det[-\omega^2 \mathbf{M}_N + i\omega \mathbf{G}_N + \mathbf{K}_N] = 0 \quad (13)$$

여기에서 [M]과 [K]는 질량행렬, 강성행렬로서 실수 대칭행렬(real symmetric matrix)이며, [G]는 Gyroscopic 행렬로서 실수 역대칭 행렬(real skew symmetric matrix)이다.

식 (12)는 다음과 같은 고유치문제로 변형시켜 그 해를 구할 수 있다.

$$[\mathbf{Z}] - \lambda [\mathbf{I}] = 0$$

$$[\mathbf{Z}] = \begin{bmatrix} [0] & [\mathbf{I}] \\ -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{K}] & -[\mathbf{M}]^{-1}[\mathbf{G}] \end{bmatrix} \quad (14)$$

여기에서 Z행렬의 고유치를 구하면 항상 N쌍의 공액복소수(complex conjugate)로 나타나며, 고유벡터 또한 N쌍의 공액복소수로 이루어진다.

5. 유한요소 해석

이 연구의 수치해석에 사용된 복합재료의 물성치 및 크기는 Table 1과 같다.

Table 1 Material properties of composite material

	SI
E_1	$20.68 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$E_2=E_3$	$5.17 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
G_{12}	$3.10 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$G_{23}=G_{13}$	$2.55 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
$\nu_{21}=\nu_{31}$	0.00625
ν_{32}	0.25
ρ	1528.15 kg/m^3
r	0.127 m
L	2.032 m
h	0.01016 m
b	0.254 m
c	0.254 m

Figs. 3, 4는 원형단면 및 사각단면 회전축의 ANSYS 모델을 나타낸다. ANSYS 프로그램을 사용하여 섬유각 $\theta=0, 30, 45, 60, 90$ 인 5가지 경우에 대하여 1차 고유진동수 변화를 고찰하였다. Shell281 요소의 자유도는 UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ 6개이며 고정단에서는 6개의 자유도를 모두 0으로 고정하였고 자유단에서는 아무 구속도 하지 않았다.

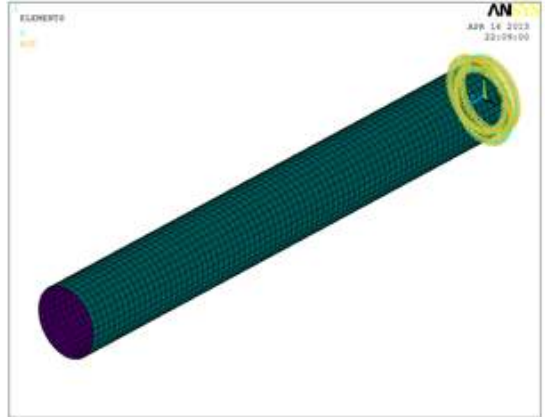


Fig. 3 Circular composite shaft-ANSYS model

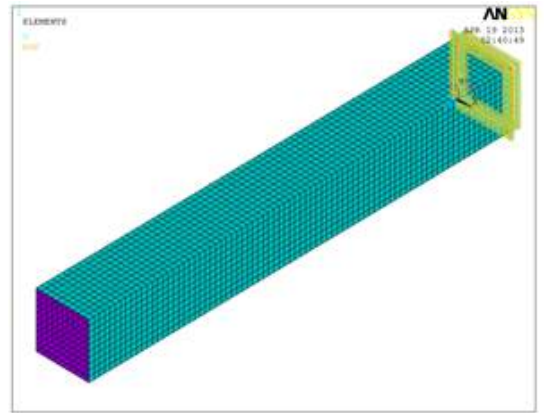


Fig. 4 Rectangular composite shaft-ANSYS model

Table 2 Elements of ANSYS model

	Circular composite shaft	Rectangular composite shaft
Element type	Shell281	Shell281
No. of elements	2560	3200
Nodes	8388	9680

6. 결과 및 고찰

Tables 3, 4는 6개의 섬유각에 대하여 식 (5)~(10)의 고유치 문제(EVP, beam theory)를 풀어 얻은 결과와 ANSYS 해석결과를 비교한 것이다.

Table 3은 $\Omega=0$ 일 때의 종방향 및 횡방향 연성 1차 고유진동수를 비교한 표이고 Table 4는 $\Omega=0$ 일 때 축방향 및 비틀림 연성운동의 1차 고유진동수를 비교한 표이다.

종방향 및 횡방향 연성운동의 고유진동수는 섬유각 $\theta=0^\circ, 30^\circ$ 에서는 오차가 5% 이하이지만 섬유각이 증가함에 따라 그 오차가 커짐을 알 수 있다. 이는 보 이론에서는 굽힘 운동 시 면내 단면은 변형하지 않는다는 조건인 $\epsilon_{xx}, \epsilon_{nn}, \gamma_{sn}=0$ 으로 가정하지만 ANSYS에서는 면내 단면의 변형이 허용되어 보 이론의 경우보다 고유진동수가 낮아지는 것으로 판단된다. 축방향-비틀림 연성 고유진동수는 유한요소 해석과 보 이론의 차이가 모든 섬유각의 경우에 대하여 1.1% 이하 인 것을 알 수 있다.

Figs. 7, 8은 원형단면 회전축의 경우에 섬유각 변화에 따른 종-횡방향 연성 고유진동수의 변화를 나타낸다⁽⁶⁾. 가로축은 무차원 회전속도(Ω/ω_0) 이고 세로축은 무차원 고유진동수(ω/ω_0) 이다. Figs. 7, 8에서

Table 3 Comparison of fundamental frequencies from EVP(beam theory) and FEM for different ply angles(lateral-vertical bending coupled motion)

Ply angle (rectangular)	EVP	FEM	Diff.(%)
$\theta=0^\circ$	22.0982 Hz	21.993 Hz	0.47 %
$\theta=30^\circ$	22.9665 Hz	23.612 Hz	2.73 %
$\theta=45^\circ$	28.4691 Hz	27.055 Hz	4.96 %
$\theta=60^\circ$	39.6773 Hz	35.246 Hz	11.1 %
$\theta=90^\circ$	107.175 Hz	94.434 Hz	11.8 %

Ply angle (circular)	EVP	FEM	Diff.(%)
$\theta=0^\circ$	25.4052 Hz	25.115 Hz	1.14 %
$\theta=30^\circ$	27.7482 Hz	27.109 Hz	2.3 %
$\theta=45^\circ$	34.1501 Hz	31.109 Hz	8.9 %
$\theta=60^\circ$	52.6809 Hz	40.480 Hz	23.1 %
$\theta=90^\circ$	115.649 Hz	91.471 Hz	20.9 %

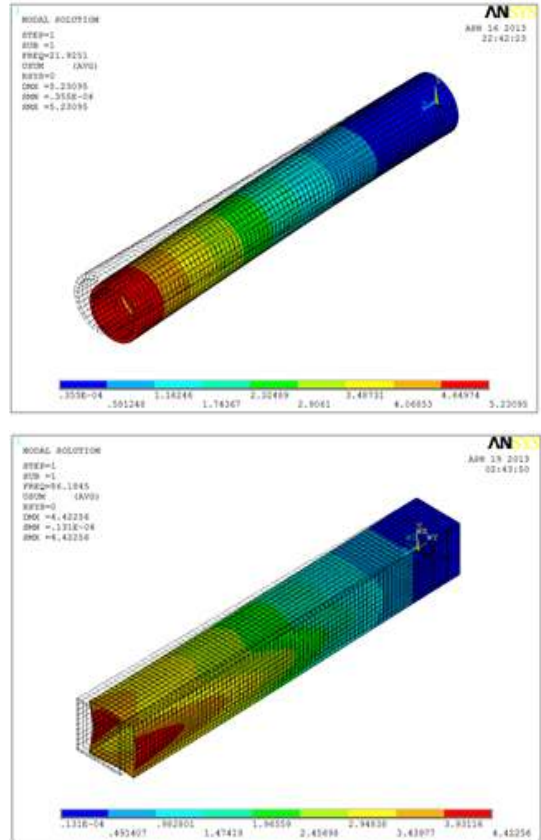


Fig. 5 1st mode shapes of circular and rectangular cross-section shafts(lateral-vertical bending coupled motion)

Table 4 Comparison of fundamental frequencies from EVP and FEM for different ply angles(extension-twist coupled motion)

Ply angle (rectangular)	EVP	FEM	Diff.(%)
$\theta=0^\circ$	175.303 Hz	175.30 Hz	0.001 %
$\theta=30^\circ$	193.897 Hz	196.06 Hz	1.1 %
$\theta=45^\circ$	193.025 Hz	194.35 Hz	0.68 %
$\theta=60^\circ$	186.029 Hz	186.72 Hz	0.37 %
$\theta=90^\circ$	175.303 Hz	175.30 Hz	0.001 %

Ply angle (circular)	EVP	FEM	Diff.(%)
$\theta=0^\circ$	151.9 Hz	151.818 Hz	0.05 %
$\theta=30^\circ$	175.3722 Hz	172.479 Hz	1.1 %
$\theta=45^\circ$	175.958 Hz	173.934 Hz	0.68 %
$\theta=60^\circ$	166.65 Hz	165.374 Hz	0.77 %
$\theta=90^\circ$	151.82 Hz	151.819 Hz	0.4 %

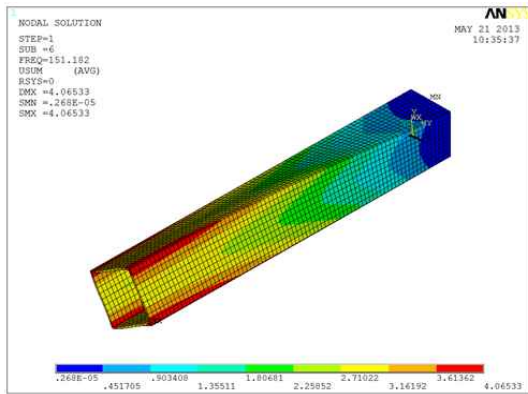
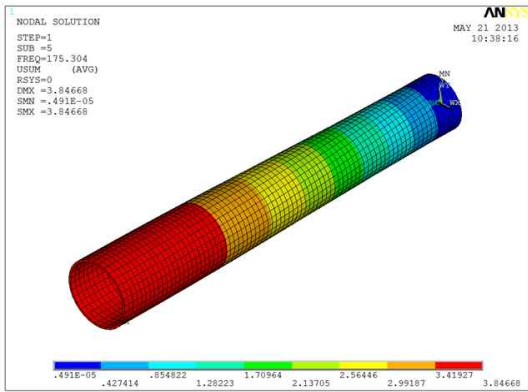


Fig. 6 Fundamental mode shapes of circular and rectangular cross-section shafts(extension-twist coupled motion)

섬유각마다 회전속도 변화에 따라 고유진동수가 영(0)이 되는 위험속도(critical speed)가 존재함을 알 수 있다. 위험속도에서는 고유치 $\lambda = \sigma + i\omega$ 의 실수값이 양(+)이 되어 시간에 따라 운동이 지수적으로 증가하는 발산현상(divergence)이 관찰된다. 위험속도는 섬유각이 클수록 증가하는 것을 알 수 있다.

또한 Figs. 7, 8에서 $\Omega = 0$ 일 때 하나였던 고유진동수가 회전속도 증가에 따라 forward와 backward 두 개의 진동수로 분기되는 현상을 확인할 수 있다. Fig. 9는 원형 단면 회전축의 회전속도 변화에 따른 extension-twist 연성 진동수의 변화이다. Figs. 7, 8과 달리 회전속도 증가에 따라 고유진동수는 지속적으로 감소한다.

Figs. 10, 11은 섬유각 $\theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 인 사각단면 회전축에 대하여 회전속도 증가에 따른 고유진동수의 변화를 보여주는 그래프이고 원형단면 회전축과 마찬가지로 섬유각이 증가할수록 고유진동

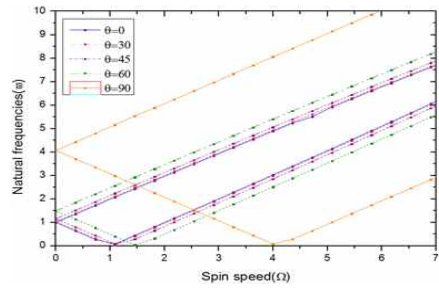


Fig. 7 Variation of lateral-vertical coupled bending natural frequencies of circular shaft with spin speed for different fiber angles(ANSYS)

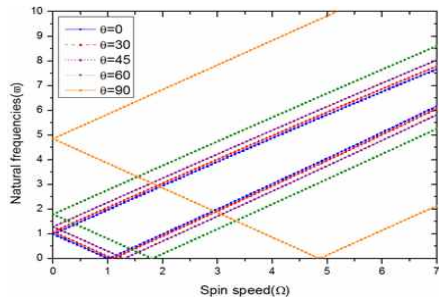
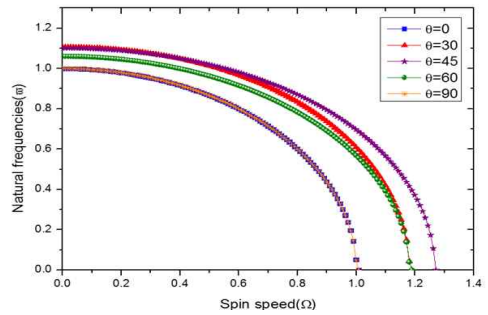
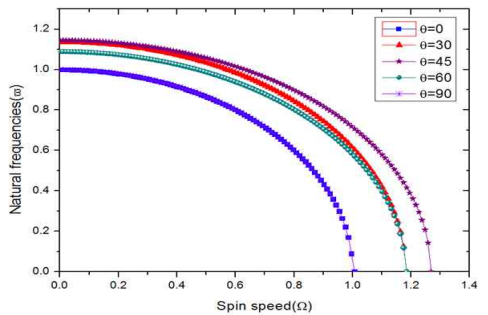


Fig. 8 Counterpart of Fig. 7(EVP, beam theory)



(a) ANSYS



(b) EVP

Fig. 9 Variation of extension-twist coupled natural frequencies of circular shafts with spin speed for different fiber angles

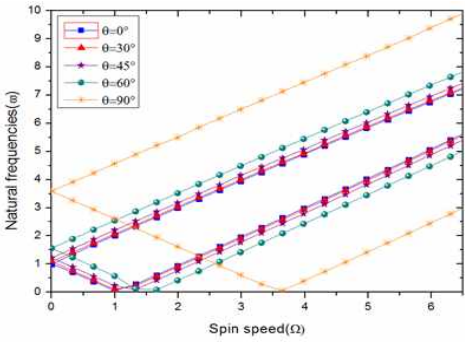


Fig. 10 Lateral-vertical bending natural frequencies vs. spin speed for a rectangular shaft(ANSYS)

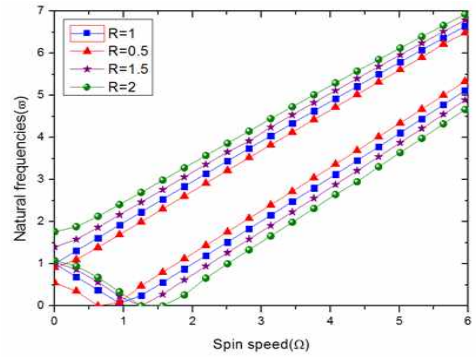


Fig. 13 Counterpart of Fig. 12(EVP, beam theory)

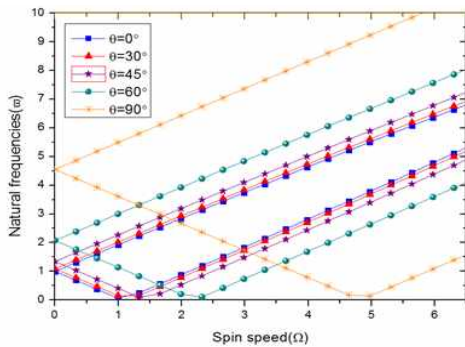


Fig. 11 Counterpart of Fig. 10(EVP, beam theory)

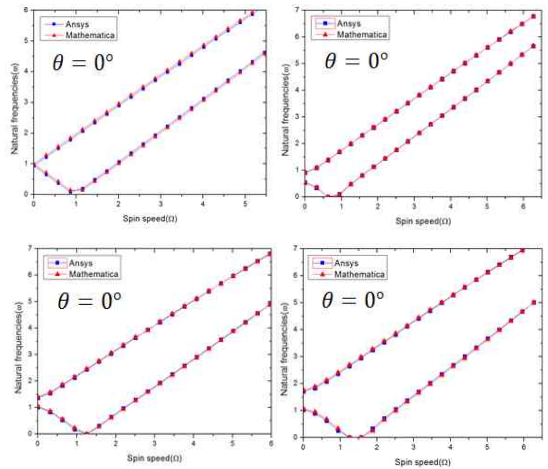


Fig. 14 Comparison of the results from ANSYS and EVP (beam theory) for a rectangular cross-section shaft

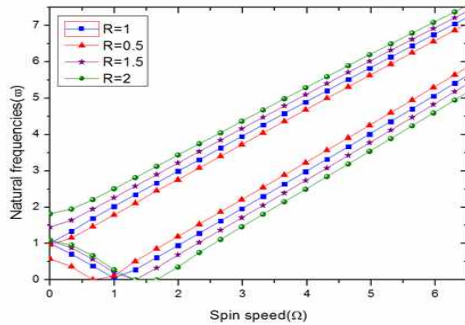


Fig. 12 Variation of natural frequencies of rectangular cross-section shaft with spin speed for different aspect ratios(ANSYS)

수가 증가하고 위험속도도 증가함을 알 수 있다⁽⁷⁾.

Figs. 12, 13은 회전축 단면의 종횡비에 따른 고유진동수 변화를 보여주는 그래프이다. 종횡비 R은 가로 길이가 고정일 때 가로에 대한 세로의 비를 의미한다. R=0.5일 때 위험속도 영역이 가장 낮았으며 R이 커질수록 위험속도 영역이 증가함을 확인할 수

있다⁽⁸⁾. 이는 단면 비대칭성에 의하여 불안정영역이 한 점이 아닌 구간으로 나타난다⁽⁹⁾.

Fig. 14는 첨각 $\theta=0^\circ$ 이고 R=1, 0.5, 1.5, 2인 각각 단면 회전축에 대하여 ANSYS와 EVP (beam theory)에 의한 결과를 비교한 것으로서 두 결과가 매우 잘 일치함을 보여 주고 있다. R이 1이 아닌 경우에는 위험 속도가 한 점이 아닌 영역으로 나타남을 알 수 있다. 또한 고유진동수의 분기(forward and backward)를 확인할 수 있다.

7. 결론

이 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 종방향 및 횡방향 굽힘 연성 운동에서 회전축

단면의 중횡비가 커질수록 고유진동수가 증가하고 불안정 영역이 증가함을 알 수 있다.

(2) 섬유각에 따른 영향은 종방향 및 횡방향 굽힘 연성 운동에서는 섬유각이 0°에서 90°로 증가할수록 고유진동수가 증가하고 불안정영역 또한 더 큰 회전 속도 방향으로 이동하였으나 축방향 및 비틀림 연성 운동에서는 별다른 변화를 보이지 않았다.

(3) 이 연구에서 제시된 보 이론에 기초한 고유치 문제(EVP)는 ANSYS 유한요소 모델 결과와 비교하여 그 변화 경향이 유사함을 확인할 수 있었다. 따라서 이 연구에서 제시된 회전축 모델을 통하여 다양한 parametric study가 가능하여 복합재료 회전축 기초설계의 도구로 사용될 수 있음을 보였다.

후 기

이 연구는 교육부와 한국연구재단의 지역혁신인력양성사업으로 수행된 연구결과임(No.2012026181).

References

(1) Bauchau, O., 1981, Design, Manufacturing and Testing of High Speed Rotating Graphite-epoxy Shaft, Ph.D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Department of Aeronautical and Astronautics.

(2) Bert, C. W. and Kim, C. D., 1995, Whirling of Composite-material Drive-shaft Including Bending-twisting Coupling and Transverse Shear Deformation, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 117, No. 1, pp. 17~21.

(3) Lancaster, P., 1972, Lambda-matrices and Vibration Systems, Pergamon Press. Oxford, England, 7.7 Sec.

(4) Linkins, P. W., 1972, Finite Element Appendage Analysis, International Journal of Solids and Structures, Vol. 8, No. 5, pp. 709~731.

(5) Patel, J. S. and Seltzer, S. M., 1972, Complex Eigenvalue Analysis of Rotating Structures in

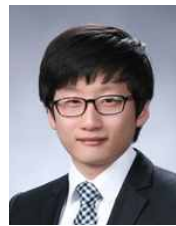
NASTRAN ; User's Experiences NASA TMS-2637, pp. 197~234.

(6) Kim, S.-K., 2010, Dynamic Response Analysis of Composite H-type Cross-section Beams, Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Vol. 20, No. 6, pp. 583~592.

(7) Librescu, L. and Song, O. S., 2006, Thin-walled Composite Beams : Theory and Application, Springer.

(8) Yoon, H. W., 2004, Vibration and Stability of Composite Thin-walled Spinning Shaft, Proceedings of the KSNVE Annual Autumn Conference, pp. 1083~1088.

(9) Lee, C.-W., 1993, Vibration Analysis of Rotor, Kluwer Academic Publishers.



Jungseok Seo received his B.S. degree from the Department of Mechanical Engineering at Chungnam National University in 2012. He is currently the master's course in Chungnam National University His research interests encompass vibration and control of composite structures and rotor dynamics.



Ohseop Song received his B.S. degree from the Department of Mechanical Design Engineering at Seoul National University in 1978 and M.S. degree from Mechanical Engineering at New Jersey Institute of Technology. His Ph.D. degree was awarded by Virginia Polytechnic Institute and State University. He is currently a professor in the Department of Mechanical Engineering at Chungnam National University, Daejeon, Korea. His research interests encompass vibration and control of composite structures, instability of nanopipes, and rotor dynamics.