

최소제곱법을 적용한 지적도근점측량 계산의 정확도 분석

Accuracy Comparisons between Traditional Adjustment and Least Square Method

이종민* · 정완석** · 이사형***

Lee, Jong-Min · Jung, Wan-Suk · Lee, Sa-Hyung

초 록

도근점측량과 같은 수평위치를 결정하는 방법 중 최소제곱법은 확률이론에 근거하여 잔차의 분산이 최소가 되는 조건을 만족하는 최확값을 산출하는 방법이다. 본 논문에서는 도선법으로 계산되는 현행 지적도근점측량의 성과와 최소제곱법을 적용한 도근점의 계산성과를 비교하고, 네트워크-RTK 측량결과와 각각의 조정방법에 대한 평균오차를 확인하였다. 실험 결과 최소제곱법이 도선법에 비해 폐합오차를 각 측점에 균등하게 배분하는 것을 확인하였으며, 네트워크-RTK 성과와의 평균오차도 도선법은 2.7cm, 최소제곱법은 2.2cm 산출되었다. 또한 과대오차가 발생한 경우 이를 확인하기 위한 방법으로 정방향 초기값과 역방향 초기값을 이용하여 수평각 과대오차를 확인할 수 있었으며, 관측된 측선거리와 계산된 측선거리의 차이를 이용하여 거리 과대오차가 발생한 측선을 예측할 수 있었다.

주요어 : 최소제곱법, 도선법, 지적도근점측량, 과대오차 검출

ABSTRACT

A least squares method for adjusting the horizontal network satisfies the conditions which is minimizing the sum of the squares of errors based on probability theory. This research compared accuracy of 3rd cadastral control points adjusted by traditional and least square method with respect to the result of Network-RTK. Test results showed the least square method more evenly distribute

* 한국국토정보공사 공간정보연구원 연구원(전자우편: ljm0073@lx.or.kr), 주저자.

** 한국국토정보공사 공간정보연구원 연구원(전자우편: jws02@lx.or.kr), 공동저자.

*** 한국국토정보공사 공간정보연구원 연구원(전자우편: sahyung@lx.or.kr), 공동저자.

closure error than traditional method. Mean errors of least square and traditional adjusting method are 2.7cm, 2.2cm respectively. In addition, blunder in angle observations can be detected by comparing position errors which calculated by forward and backward initial coordinates. However, distance blunder cannot offer specific observation line occurred mistake because distance error propagates several observation lines which have similar directions.

KEYWORDS : Least Square Adjustment, Traditional Adjustment Method, 3rd Cadastral Control Points, Blunder Detection

1. 서론

지적도근점이란 경계복원측량, 현황측량, 확정측량 등 지적세부측량 시 필지의 경계점 결정과 시설물의 위치 및 점유현황을 토지 위에 표시하기 위해 사용되는 지적기준점으로 지적측량의 정확성과 일관성을 확보하기 위해 국가기준점을 기준으로 따로 정하는 측량기준점이다.

지적도근점에 대한 측량 방법과 절차는 지적측량 시행규칙(시행 2015.6.4., 국토교통부령 제198호)에서 규정하고 있으며, 지적도근점 설치를 위한 선점, 망구성, 관측, 계산, 성과검사 등의 일련의 작업과정은 후속 세부측량 성과에 영향을 끼치고 있어 많은 경험과 기술을 필요로 한다.

우리나라 최초의 도근점측량 규정은 1913년에 제정된 도근측량실시규정(임시토지조사국 훈령 제17호)으로 당시 도근점 관측 및 계산 방법은 도선법과 교회법으로 구분하고 있으며, 측각 오차와 중·횡선 오차의 배분방법은 현행 규정과 기본적으로 크게 달라진 것이 없다(이성익, 2002). 이후 지속적인 지적측량관계 법령이 개정되면서 지적도근점측량은 현행 도선법, 교회법, 다각망도선법 등 3가지 방법으로 규정되었다.(이성익, 2002).

지적도근점 측량은 측량장비와 계산방법의 발전에 따라 개선되고 있으나 현행 지적도근점 연결 오차의 한계는 도해지역과 경계점좌표등록부 지역(수치지역)에서 각각 $\pm 25\text{cm}$, $\pm 15\text{cm}$ 로 현행 측량장비의 정확도와 측량기술에 비해 현저하게 낮은 수준으로 규정되고 있으며 이러한 이유로는 토지조사사업(1910년~1918년) 당시 측량기술로 구축된 우리나라 측지망의 낮은 정확도, 한국전쟁으로 인한 기준점 망실 및 부실한 복구측량성과, 부정확한 도근점의 사용 등 지적기준점에 지속적으로 오차가 누적되어 왔기 때문이다.

따라서 지적도근점 측량에서 발생하는 오차는 폐합 기지점이 가지고 있는 위치 오차와 관측 시 발생하는 관측오차로 구분되어야 하지만, 현행 지적도근점 측량의 계산은 관측값(수평각, 거리)에서 발생한 오차만을 조정하고 있다. 이러한 계산방법은 기준점 자체가 가지고 있는 오차가 새로 설치되는 지적도근점에 배부되어 불균질한 기준점 성과를 산출하게 된다.

또한 과거에 비해 거리 관측의 정확도가 크게 향상된 현행 측량장비의 특성을 고려하지 않고 과거의 오차 조정법을 적용하고 있어 보다 합리적인

계산방법의 도입이 필요하다.

본 연구에서는 결합도선과 도선법을 중심으로 현행 지적도근점측량의 계산 방법과 오차조정에 대한 특성을 살펴보고 최소제곱법의 도입 및 적용에 따른 도근점 성과의 정확도를 비교하였다. 또한 기준점과 관측값에 오차가 포함된 경우 측량성과에 미치는 영향을 파악하고 과대오차 발생에 대한 검출 방법을 검토하였다.

2. 지적도근점측량 관측 및 계산

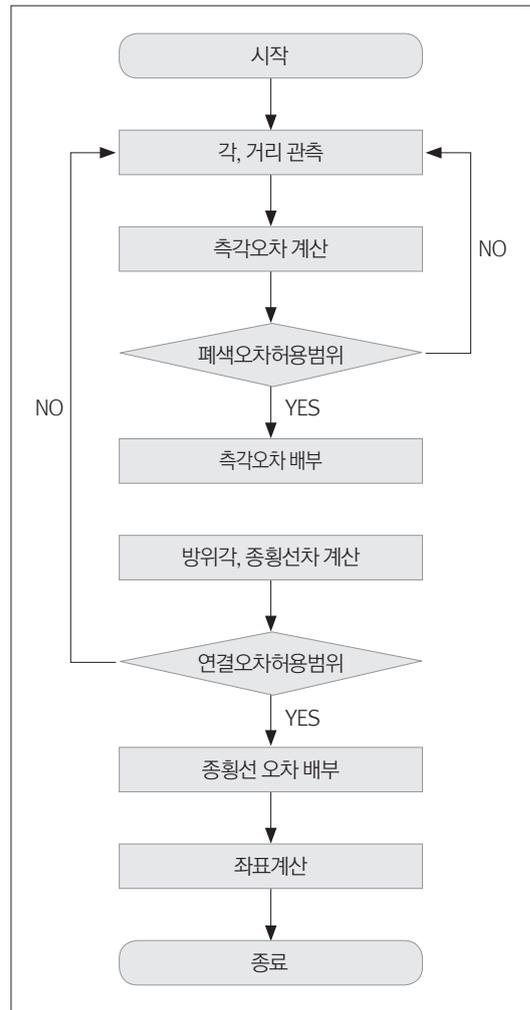
2.1. 지적도근점측량의 관측

현행 지적도근점측량은 경위의 측량방법, 전파기 또는 광파기 측량방법, 위성측량방법 및 국토부장관이 승인한 측량방법에 따르도록 규정하고 있으며, 일반적으로 토털스테이션에 의한 수평각과 거리를 관측하여 지적도근점의 성과를 산출하고 있다. 수평각관측 방법은 시가지에서는 배각법, 이외의 지역에서는 방위각법으로 관측하도록 규정하고 있으며 배각법은 3번 관측한 각의 평균을 사용하게 함으로써 지적도근점 성과의 정확도와 정밀도를 높이고자 1976년 지적측량 시행령이 전문 개정되면서 추가되었다.

도선법은 2개의 기지점으로 구성된 기지변에서 출발하여 측점별로 각과 거리를 순차적으로 관측하여 도착 기지변에서의 측각오차와 연결오차를 산출하고, 오차를 보정하여 신규 도근점의 좌표를 결정한다.

2.2. 지적도근점측량의 계산

지적도근점측량에서 발생하는 오차는 폐색오차와 연결오차로 구분하여 조정한다.



[그림 1] 도선법 계산 절차

폐색오차란 각도관측에서 발생하는 오차로 도착 기지변의 관측방위각과 기지방위각의 차이를 말하며 출발 기지방위각에 관측점의 수평각을 합산하여 산출방위각을 구하고 여기에 도착 기지방위각과의 차이를 비교하여 산출한다. 현행 「지적측량시행규칙」에서는 산출된 측각 오차가 폐색오차 범위 이내일 경우 각 측선의 길이에 반비례하여 관측각에 배부하도록 규정하고 있다.

연결오차는 출발 기지점에서 시작하여 관측한

수평각과 거리를 이용하여 도착 기지점까지 계산한 좌표와 기지점 좌표의 차이를 말한다. 도선법에서 중·횡선차는 각 측점에 수평각 오차를 배부한 조정각을 적용하여 최종 방위각을 계산하고, 조정된 방위각과 거리를 이용하여 각 측선의 중·횡선차를 계산한다.

중·횡선 오차는 출발 기지점의 좌표에 각 측선의 중·횡선차를 합산한 결과와 도착 기지점 좌표와의 차이이며, 연결오차가 허용범위 이내인 경우 종선 및 횡선 오차의 배부는 각 측선의 종선차 또는 횡선차 길이에 비례하여 배부한다. 최종적인 도근점의 성과는 보정된 중·횡선차를 출발 기지점에서 순차적으로 더하여 결정하게 된다.

2.3. 지적도근점측량 계산의 특성

현행 규정에 의한 지적도근점측량은 수평각관측의 정밀도가 거리관측의 정밀도보다 높다는 가정에 기초하여 측각오차를 먼저 조정하고, 조정된 방위각을 기준으로 측선의 중·횡선차의 길이에 비례하여 오차를 배분하고 있다. 지적도근점 측량은 거리관측의 정밀도를 $\pm(5\text{mm} + 5\text{ppm})$ 이상, 수평각 관측의 정밀도를 20초 이상으로 규정하고 있으나 일반적으로 보급되어 있는 토탈스테이션이 가진 각 관측의 정밀도에 비해 낮은 수준이다.

지적측량 시행규칙에 규정된 측량장비의 수평각과 거리의 정밀도가 거리에 따라 발생하는 위치 오차는 <표 1>과 같으며, 60m 이상을 관측할 경우 수평각 관측에 의한 오차가 거리관측에 의한 오차보다 크게 나타난다. 그러나 일반적인 토탈스테이션(거리관측 정밀도 $\pm(2\text{mm} + 2\text{ppm})$), 각도관측 정밀도 ± 2 초)의 성능은 도선법의 거리 한계인 50~

300m에서는 수평각 관측의 정밀도가 거리관측에 비해 좋거나 동일하여 각과 거리에 의해 발생하는 오차를 균등하게 배분하는 것이 합리적인 방법이라 할 수 있다.

<표 1> 허용오차 범위 (단위: mm)

관측 거리	현행 규정		일반적인 TS	
	수평각 $\pm(5\text{mm} + 5\text{ppm})$	거리 ± 20 초	수평각 $\pm(2\text{mm} + 2\text{ppm})$	거리 ± 2 초
50m	4.8	5.0	0.7	2.0
100m	9.6	5.0	1.4	2.0
150m	14.4	5.1	2.2	2.0
200m	19.4	5.1	2.9	2.4
250m	24.0	5.1	3.6	2.1
300m	28.8	5.2	4.3	2.1

현행 지적도근점측량의 다른 특징으로 사용된 기지점의 좌표는 정확한 것으로 가정하고 관측값(수평각, 거리)의 오차만을 조정하여 미지점의 좌표를 산출하는 방법을 사용한다. 그러나 일반적으로 기지점에도 오차가 포함되어 있는 경우 정밀한 관측이 이루어지더라도 기지점의 오차가 미지점에 전파되어 도근점 성과의 정밀도가 낮아질 수 있다. 또한 관측 시 발생한 과대오차를 확인할 수 있는 적절한 방법이 없어 개인의 경험과 판단에 따라 재측을 하거나 관측값의 결과가 허용오차 이내가 되도록 수정하여 사용하고 있다.

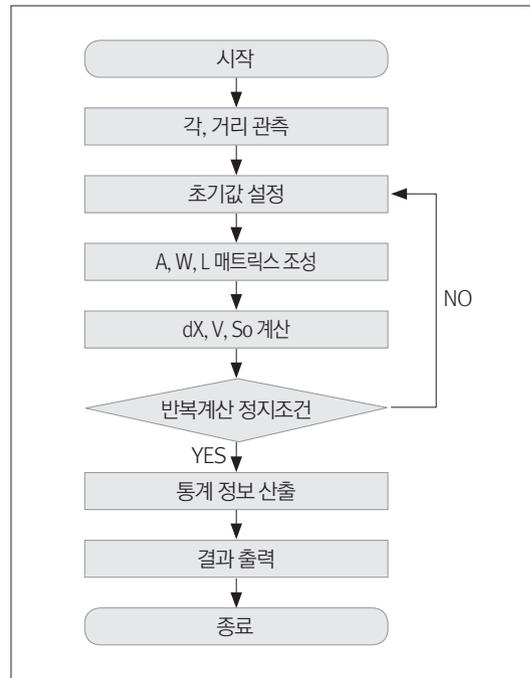
3. 지적도근점측량의 최소제공법 적용

최소제공법은 1809년 독일의 카를 프리드리히 가우스(Karl Friderich Gauss, 1777~1855)에 의해 소개되었으며, 수준망 조정, 수평망 조정, 좌표변환, GNSS 관측망 조정 등 관측값에서 발생하는 우연오차를 조정하기 위한 방법으로 널리 사용되고 있다.

최소제공법은 관측값의 오차가 정규분포를 이룬다는 가정에서 잔차(Residual)의 제곱의 합, 즉 분산(Variance)이 최소가 되는 조건을 최확값으로 결정하며 지적분야에서는 지적삼각측량의 정밀조정계산과 다각망 도선법 등 일부 지적측량 계산에 적용되고 있다.

3.1. 수평망 조정계산

수평위치 계산에 사용되는 최소제공 조정은 거리관측, 수평각관측, 방위각관측을 동시에 조정할 수 있는 방법이며, 조정된 결과에 대한 통계정보(미지점과 관측값에 대한 최확값 및 정밀도)를 확인할 수 있어 도근점 성과의 신뢰성을 판단할 수 있다. 또한 기지점에 포함된 오차를 고려하여 조정하는 완전조정(Full Adjustment)과 관측값만을 조정하



[그림 2] 최소제공법 계산 절차

<표 2> 결합 도선의 관측방정식

<ul style="list-style-type: none"> ○ 거리관측 방정식 $\left(\frac{x_i - x_j}{IJ}\right)_0 dx_i + \left(\frac{y_i - y_j}{IJ}\right)_0 dy_j + \left(\frac{x_j - x_i}{IJ}\right)_0 dx_j + \left(\frac{y_j - y_i}{IJ}\right)_0 dy_j = (l_{ij} - (l_{ij})_0) + V_{l_{ij}}$ <p>여기서 i : 측점, j : 관측점, I, J : 거리</p> ○ 각도관측 방정식 $\left(\frac{y_i - y_b}{IB^2}\right)_0 dx_b + \left(\frac{x_b - x_i}{IB^2}\right)_0 dy_b + \left(\frac{y_b - y_i}{IB^2} - \frac{y_f - y_i}{IF^2}\right)_0 dx_i + \left(\frac{x_i - x_b}{IB^2} - \frac{x_i - x_f}{IF^2}\right)_0 dy_i$ $+ \left(\frac{y_f - y_i}{IF^2}\right)_0 dx_f + \left(\frac{x_i - x_f}{IF^2}\right)_0 dy_f = (\theta_{bif} - (\theta_{bif})_0) + V_{\theta_{bif}}$ <p>여기서 b : 후시점, i : 기계점, f : 전시점</p> ○ 방위각관측 방정식 $\left(\frac{y_i - y_j}{IJ^2}\right)_0 dx_i + \left(\frac{x_j - x_i}{IJ^2}\right)_0 dy_i + \left(\frac{y_j - y_i}{IJ^2}\right)_0 dx_j + \left(\frac{x_i - x_j}{IJ^2}\right)_0 dy_j + = (\alpha_{ij} - (\alpha_{ij})_0) + V_{\alpha_{ij}}$ <p>여기서 i : 측점, j : 관측점</p> ○ 좌표관측 방정식 $dx_i = (x_i - (x_i)_0) + V_{x_i}$ $dy_i = (y_i - (y_i)_0) + V_{y_i}$ <p>여기서 i : 측점, j : 관측점</p>
--

는 일부조정(Partial Adjustment)으로 구분하여 적용이 가능하기 때문에 기지점 사용의 적정성을 확인할 수 있는 장점이 있다.

최소제곱법 계산은 <표 2>와 같이 관측방정식(Observation Equation)을 조성하고, 잔차의 제곱이 최소가 되는 정규방정식(Normal Equation)을 조성하여 최확값을 산출한다.

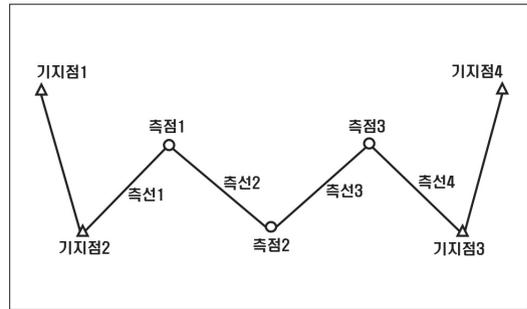
관측정식에는 수평각관측, 거리관측, 방위각관측, 기준점관측에 대한 관측방정식이 포함되며, 정규방정식은 비선형방정식으로 선형화하여 <표 3>

<표 3> 정규방정식의 행렬식

관측방정식	$WAX = WL + WV$
정규방정식	$(A^T A) \cdot X = A^T L$
해	$X = (A^T W A)^{-1} (A^T W L)$
잔차	$V = AX - L$
<p>A : 미지잔차 변수의 계수행렬 W : 경중률 행렬 L : 초기값 대입행렬 X : 미지계수 변수의 증분행렬</p>	
$A = \begin{bmatrix} \text{거리 관측} : & (\frac{X_i - X_j}{IJ})_o, & \dots \\ \text{각도 관측} : & (\frac{Y_i - Y_j}{IJ^2})_o, & \dots \\ \text{좌표 관측} : & 1, & \dots \end{bmatrix}$	
$W = \begin{bmatrix} \frac{1}{m^2} \\ \dots \\ \frac{1}{m^2} \end{bmatrix}$	
$L = \begin{bmatrix} IJ - IJ_o \\ \dots \\ \theta - \theta_o \\ \dots \\ X_A - X_{A_o} \\ \dots \end{bmatrix}$	

과 같이 나타낼 수 있다.

<그림 3>과 같은 결합도선에서 측선의 개수가 n, 기지점의 개수가 a인 경우, 각관측은 (n+1)개, 거리관측은 n개, 기준점좌표 관측은 2a개로 총 관측수는 2n+1+2a개이며, 미지수의 개수는 2(n-1)+2a가 된다. 결국 잉여관측수(Degrees of Freedom)는 3개이며 폐합 도선도 동일한 잉여관측수를 가지게 된다.



[그림 3] 결합도선

<표 4> 잉여관측수 계산

구분		완전조정	일부조정
관측수	각도관측(n+1)	7	7
	거리관측(n)	6	6
	기준점좌표(2a)	4	-
	소계(2n+1+2a)	17	13
미지수(2(n-1)+2a)		14	10
잉여관측수		3	3

<표 5>는 정규방정식 행렬의 크기이며, 정규방정식으로 계산되는 해는 초기값에 대한 증분(dx)으로 일정한 정지조건을 만족할 때까지 반복계산을 수행하여 최종 조정값을 산출한다.

〈표 5〉 정규방정식 행렬의 크기

행렬	행(Row)	열(Column)
A	$2n+1+2a$	$2(n-1)+2a$
W	$2n+1+2a$	$2n+1+2a$
L	$2(n-1)+2a$	1
X	$2(n-1)+2a$	1
V	$2n+1+2a$	1

본 연구에서 설정한 정지조건은 반복계산이 5회 이상인 경우, dX 의 증분이(1×10^{-5}) 미터 이하로 줄어드는 경우, 표준편차가 2회 연속 증가되는 경우로 하였으며 일반적인 경우 초기값에 대한 증분이 수렴되는 정지조건을 만족하며 2~3회 반복계산 수행 후 최확값이 산출된다.

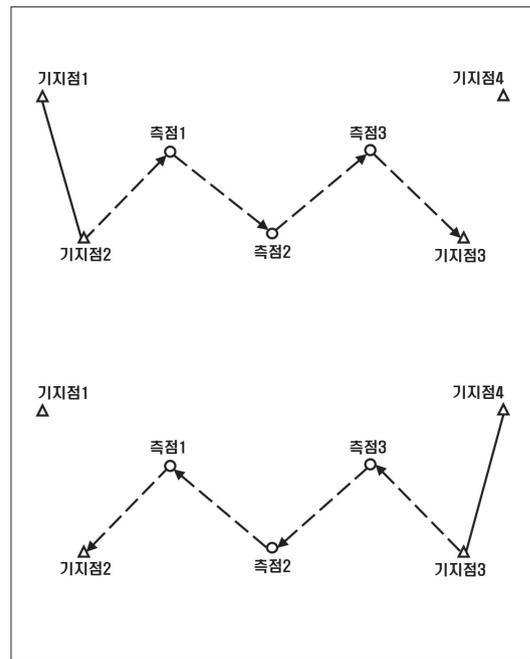
3.2. 과대오차 검출 방법

과대오차는 관측자가 관측값을 잘못 기입하거나 관측순서를 착각하는 등의 실수로 발생하며, 과대오차가 포함된 관측 데이터를 사용하게 되면 최소제곱법의 해가 산출되지 않거나 최확값의 정밀도가 현저하게 낮아지게 된다. 과대오차를 검출하는 방법은 일반적으로 조정 전에 수행하는 방법과 조정 후에 수행하는 방법으로 구분된다(〈표 6〉).

〈표 6〉 과대오차 탐색기법

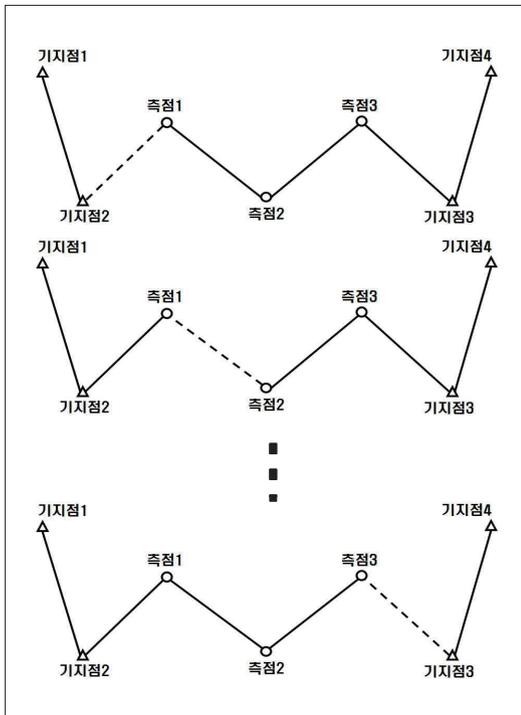
구분	방법	내용
조정 전 기법	K-Matrix 기법	$AX=L+V$ 에서 L 매트릭스의 값이 0보다 큰 관측값을 추출
	폐합점검 기법	폐합오차의 크기와 방향으로 과대오차가 발생한 측선을 예측
조정 후 기법	자유조정 후 χ^2 점검	자유조정 결과값을 χ^2 통해 모집단과 표본의 분산을 비교하여 추출
	조정 후 잔차점검법	자유조정후 잔차를 분석하여 관측값 또는 기지점의 과대오차를 검출
	Data Snooping	표준잔차를 산출하고 t 검정으로 과대오차를 예측

본 연구에서는 수평각 관측과 거리 관측에서 발생하는 과대오차로 구분하여 추출방법을 적용하였다. 수평각에 과대오차가 발생한 경우 [그림 4]와 같이 출발 기지점에서 폐합 기지점으로 계산한 초기값(순방향 초기값)과 폐합 기지점에서 출발 기지점으로 계산한 초기값(역방향 초기값)을 비교하여 위치오차가 가장 작은 측점에서 과대오차가 발생하였다고 가정할 수 있다.



〈그림 4〉 정방향 초기값(상) 역방향 초기값(하)

거리에 과대오차가 발생한 경우는 [그림 5]와 같은 방법으로 계산된 측선거리와 관측된 측선거리를 비교하여 과대오차를 확인할 수 있으나 과대오차가 발생한 측선 방향과 동일한 측선에도 오차가 나타하기 때문에 과대오차가 발생한 측선을 정확하게 구별하기 어렵다.



[그림 5] 측선거리 확인 방법

4. 실험 결과 분석

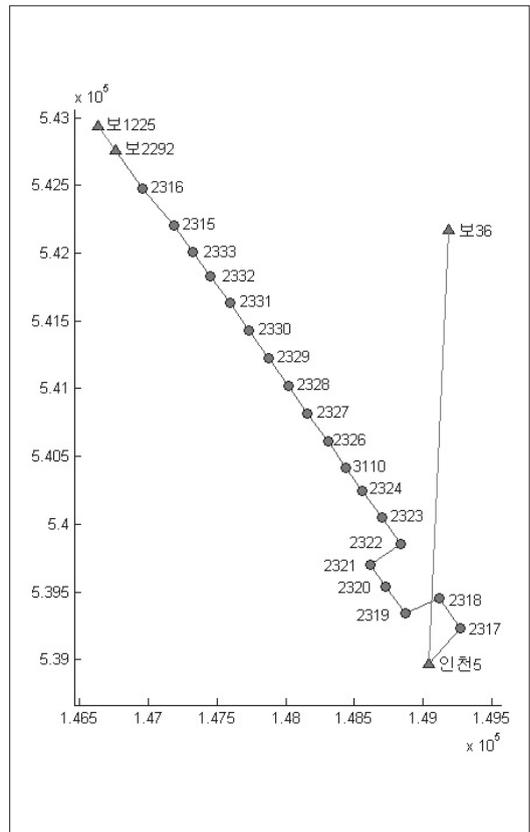
4.1. 실험지역 및 기준점 성과

실험대상 지역은 2013년 세계측지계를 기준으로 지적확정측량이 시행된 인천 국제공항일대 [그림 6]로, GPS 정지측량으로 산출한 지적삼각점과 토탈스테이션(Total Station)으로 관측한 관측값을 결합 다각망으로 도근점의 성과를 산출하였다. 실험에 사용된 도선은 전체 결합다각망의 일부 도

선을 분리하여 [그림 7]과 같이 결합 도선의 형태로 구성한 후 도선법으로 재계산하여 산출한 도근점성과를 사용하였다.



[그림 6] 실험지역(인천 영종도 일대)



[그림 7] 도선망도

〈표 7〉 기지점 좌표 (단위: m)

기지점	Y	X	정밀도(X)	정밀도(Y)
보2292	146762.77	542760.00	0.02	0.02
보1225	146631.41	542936.01	0.02	0.02
인천5	149042.74	538966.41	0.01	0.01
보36	149190.61	542168.30	0.02	0.02

〈표 8〉 관측값

측점	시준점	관측각 (도-분-초)	정밀도 (초)	관측거리 (meter)	정밀도 (m)
보2292	2316	182-19-04	10	342.49	0.05
2316	2315	174-19-56	10	360.57	0.05
2315	2333	184-29-43	10	232.50	0.05
2333	2332	180-36-27	10	223.01	0.05
2332	2331	179-57-41	10	244.40	0.05
2331	2330	179-58-16	10	248.54	0.05
2330	2329	180-03-54	10	245.50	0.05
2329	2328	180-00-48	10	248.32	0.05
2328	2327	179-57-04	10	248.48	0.05
2327	2326	180-01-17	10	253.69	0.05
2326	3110	180-00-26	10	235.71	0.05
3110	2324	180-00-40	10	204.23	0.05
2324	2323	179-58-20	10	244.69	0.05
2323	2322	180-13-50	10	241.69	0.05
2322	2321	269-55-02	10	265.68	0.05
2321	2320	89-38-16	10	194.80	0.05
2320	2319	179-58-57	10	244.03	0.05
2319	2318	101-07-57	10	269.95	0.05
2318	2317	259-07-38	10	263.86	0.05
2317	인천5	255-08-07	10	350.70	0.05
인천5	보36	322-28-57	10		

4.2. 최소제곱법의 정확도 분석

실험에 사용된 도선법의 성과는 한국국토정보공사에서 사용하는 측량정보처리시스템(SIP : Survey Information Processing System)으로 계산하였으며, 정·역방향 초기값 계산, 최소제곱법 및 과대오차 탐색방법은 매트랩(Matlab)으로 구현하여 적용하였다.

최소제곱법은 기준점의 오차를 포함하는 완전조정(Full Adjustment)과 관측값만을 조정하는 일부조정(Partial Adjustment) 2가지 방법으로 계산된 결과를 도선법 성과와 비교하였다.

〈표 9〉 경중률

구분		정밀도 (표준편차)	비고
기준점	지적삼각(보조)점	±0.01 m	완전조정
관측값	거리관측	±0.05 m	
	각도관측	±10 초	

기준점과 관측값의 정밀도는 〈표 9〉와 같이 지적삼각(보조)점 ±0.01m, 거리관측 ±0.05m, 수평각관측 ±10초로 설정하였으며, 설정된 정밀도는 경중률 행렬을 구성하는데 사용된다.

초기값에 대한 도선법과 최소제곱의 오차 조정량은 [그림 8 상]과 같이 일부조정 최소제곱법은 측점별로 약 0.2~2.3cm 범위 내에서 조정되며, [그림 9 상]과 같이 완전조정 최소제곱법을 적용한 경우는 측점별 오차가 0.4~3.8cm의 범위 내에서 나타나는 것을 확인할 수 있다.

〈표 10〉 계산 방법별 도근점 성과

기준점	도선법		VRS		최소제공법		초기값	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
보2292	146762.77	542760.00	146762.77	542760.00	146762.76	542760.00	146762.77	542760.00
보1225	146631.40	542936.01	146631.40	542936.01	146631.40	542936.01	146631.40	542936.01
인천5	149042.74	538966.41	149042.74	538966.44	149042.74	538966.41	149042.74	538966.41
보36	149190.61	542168.30	149190.61	542168.31	149190.61	542168.30	149190.61	542168.30
2316	146956.35	542477.48	146956.36	542477.46	146956.33	542477.45	146956.35	542477.47
2315	147188.49	542201.61	147188.53	542201.57	147188.50	542201.58	147188.54	542201.60
2333	147323.79	542012.53	147323.85	542012.52	147323.81	542012.50	147323.85	542012.54
2332	147451.64	541829.80	147451.69	541829.80	147451.65	541829.77	147451.71	541829.82
2331	147591.88	541629.64	147591.94	541629.62	147591.90	541629.61	147591.97	541629.67
2330	147734.60	541426.16	147734.65	541426.13	147734.62	541426.14	147734.71	541426.21
2329	147875.35	541225.01	147875.41	541225.01	147875.37	541224.99	147875.47	541225.07
2328	148017.66	541021.51	148017.73	541021.52	148017.68	541021.49	148017.80	541021.59
2327	148160.24	540818.00	148160.30	540818.00	148160.26	540817.99	148160.40	540818.10
2326	148305.73	540610.17	148305.78	540610.17	148305.76	540610.16	148305.91	540610.29
3110	148440.89	540417.05	148440.93	540417.05	148440.91	540417.05	148441.09	540417.19
2324	148557.96	540249.70	148557.99	540249.69	148557.98	540249.70	148558.18	540249.86
2323	148698.32	540049.27	148698.33	540049.25	148698.34	540049.27	148698.56	540049.45
2322	148836.16	539850.73	148836.16	539850.72	148836.18	539850.74	148836.42	539850.93
2321	148618.12	539698.96	148618.14	539698.90	148618.15	539698.89	148618.42	539699.07
2320	148730.45	539539.79	148730.48	539539.75	148730.49	539539.74	148730.78	539539.94
2319	148871.24	539340.45	148871.25	539340.42	148871.28	539340.42	148871.59	539340.63
2318	149117.66	539450.67	149117.67	539450.64	149117.68	539450.65	149117.99	539450.90
2317	149268.91	539234.45	149268.91	539234.45	149268.93	539234.44	149269.27	539234.71

초기계산값에 대한 오차 조정량의 범위 및 〈표 11〉과 같이 표준오차만을 비교하면 일부조정 최소제공법이 도선법과 유사한 성과를 산출하는 것으로 나타난다. 이러한 결과는 사용된 기지점의

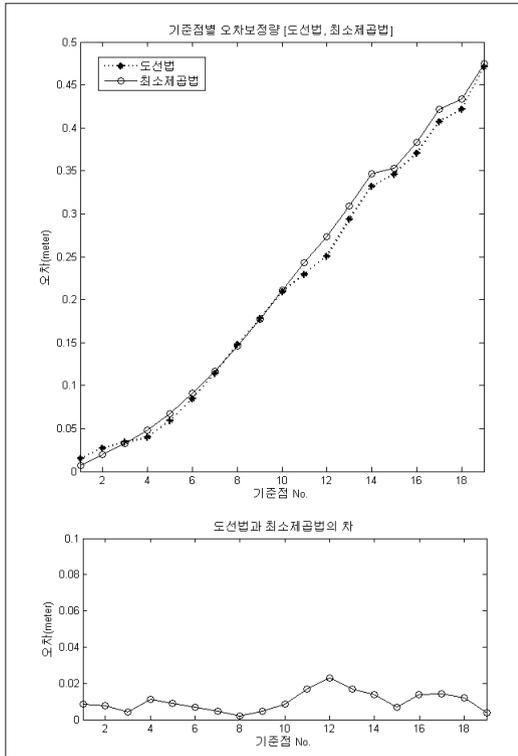
좌표가 정확하다는 가정이 도선법과 일부조정 최소제공법이 동일하기 때문이다.

반면 초기값에 대한 위치오차 보정량은 완전조정 최소제공법이 일부조정 최소제공법에 비해 균

등하게 배분되는 것으로 나타난다.

〈표 11〉 도선법과 최소제곱법의 성과 차이

구분	최대오차	최소오차	평균오차	표준편차
일부조정	2.3	0.2	1.0	0.5
완전조정	3.6	0.4	2.1	0.9

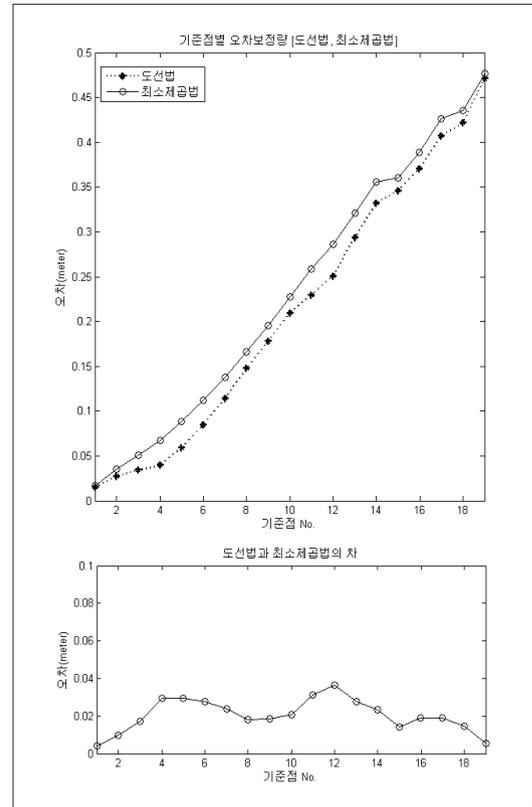


〈그림 8〉 도선법, 최소제곱법(일부조정) 결과비교

4.3. 네트워크-RTK 결과와 비교

최소제곱법으로 계산된 도근점의 신뢰성을 확인하기 위해 네트워크-RTK 측량방법으로 결정된 좌표와 비교하였다.

〈그림 10〉과 같이 완전조정 최소제곱법이 다른 두 조정방법(도선법, 일부조정 최소제곱법)에 비해 오차가 균일하게 나타났으며, 〈표 12〉와 같이 최



〈그림 9〉 도선법, 최소제곱법(완전조정) 결과비교

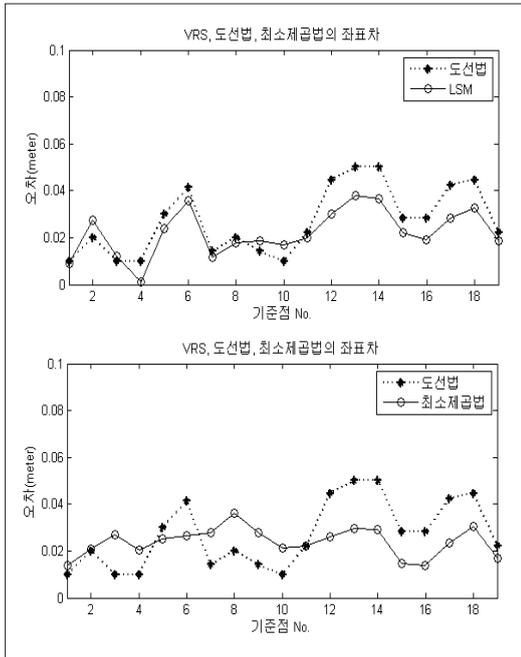
〈표 12〉 네트워크-RTK와 성과 차이

구분	도선법 (cm)	최소제곱법(cm)	
		일부조정	완전조정
최대오차	5.0	3.8	3.6
최소오차	1.0	0.1	1.4
평균오차	2.7	2.2	2.4
표준편차	1.5	1.0	0.6

대오차와 오차의 표준편차가 가장 작음을 확인할 수 있었다.

4.4. 과대오차 검출 실험 분석

과대오차 검출은 수평각과 거리로 구분하여 실



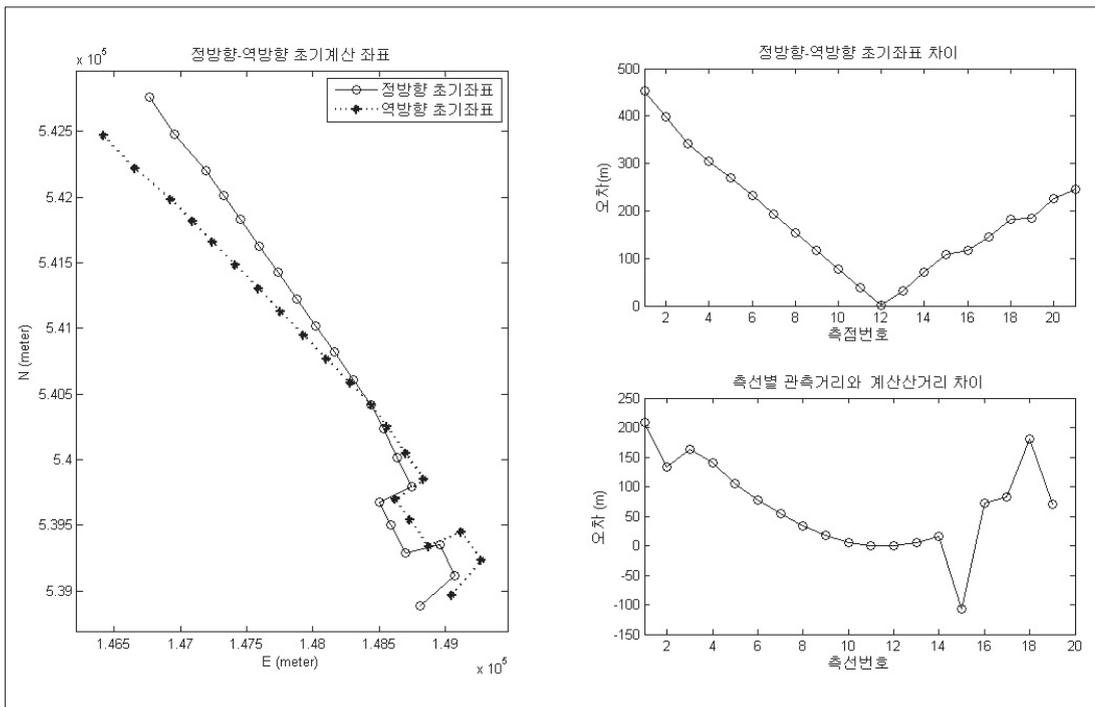
[그림 10] 네트워크-RTK와 비교
(상: 일부조정, 하: 완전조정)

험하였으며, 고의로 관측값에 오차를 발생시켜 과대오차를 확인할 수 있는지 검증하였다.

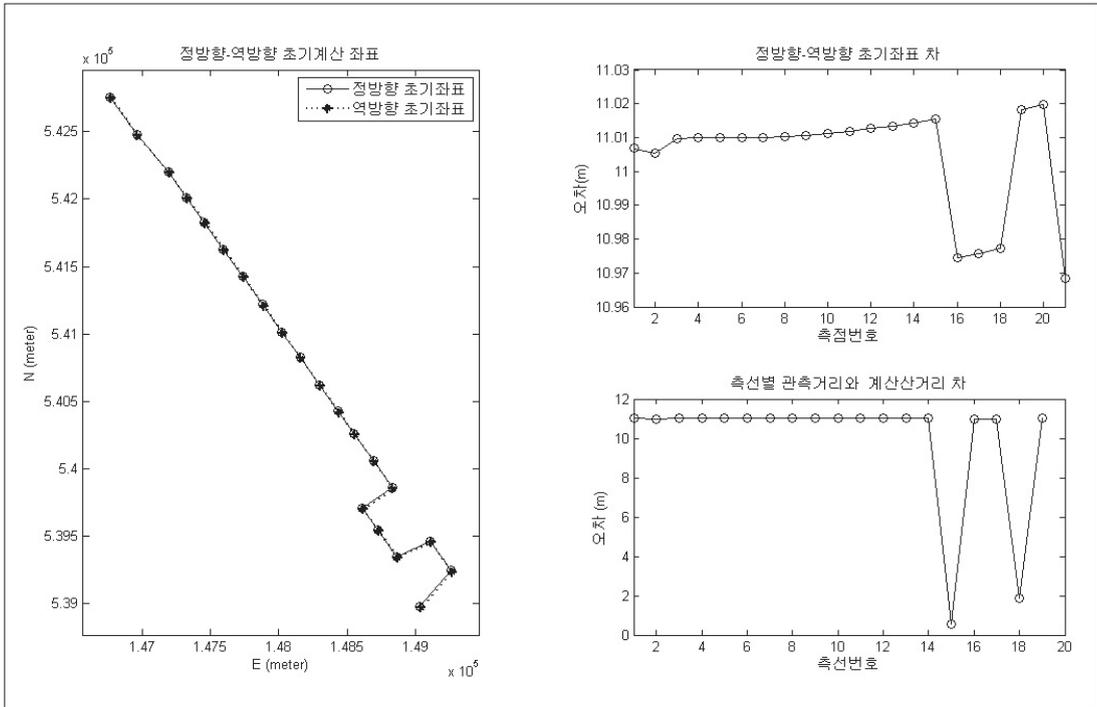
수평각에 포함된 과대오차는 정방향 초기값과 역방향 초기값의 차이를 이용하는 방법과 측점간 거리를 확인하는 방법 적용하여 그 결과를 확인하였다.

[그림 11 좌]은 관측각에 과대오차가 포함된 경우 정방향 초기값 계산 결과와 역방향 초기값 계산 결과를 나타낸 것으로 도근점 3310(측점 12)에 10도의 관측각오차를 임의로 발생시킨 결과이다.

초기 좌표는 관측각에 과대오차가 발생한 측점을 기준으로 정방향 초기값과 역방향 초기값의 위치오차가 해당 측점에서 멀어질수록 크게 발생하기 때문에 [그림 11 우상]과 같이 위치오차가 가장 작게 나타나는 측점12에 각도 과대오차가 발생하



[그림 11] 과대오차(각도)에 따른 위치오차 및 거리오차



[그림 12] 과대오차(거리)에 따른 위치오차 및 거리오차

는 것을 확인할 수 있다.

이번 실험에서 사용한 결합 도선에서는 약 10초의 수평각 오차가 발생하는 경우에도 과대오차를 검출할 수 있는 것으로 나타났다.

[그림 11 우하]는 관측한 측선거리와 계산된 측선거리를 확인한 결과로 측선거리의 차이가 0에 가까운 12번 측선이 포함된 측점에 수평각 과대오차가 발생했음을 예측할 수 있다.

[그림 12 좌]는 거리관측에 과대오차가 포함된 경우의 정방향 초기값과 역방향 초기값 계산 결과이며 7번 측선 임의로 9m의 거리오차를 발생시킨 경우이다. 거리 과대오차는 각도에 과대오차가 발생한 경우와는 다르게 거리오차가 발생한 측선의 방향과 동일한 측선에 과대오차와 유사한 크기로 오차가 발생하는 특성을 보인다. 측선간 거리확인

결과 [그림 12 우하]는 과대오차가 발생한 측선 방향과 같은 측선에 동일한 크기가 발생하며, 7번 측선과 수직 방향인 15번, 18번 측선에서는 0에 가까운 측선거리 오차가 발생하는 것을 확인할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 지적도근점 측량의 계산에 최소제곱법을 적용한 결과와 현행 법령에서 규정하고 있는 도선법 계산 성과를 비교하였으며, 네트워크-RTK 측량성과를 기준으로 신규 도근점의 평균오차를 확인하였다.

기준점의 오차를 포함하여 조정하는 완전조정 최소제곱법은 도선법과 0.4~3.6cm의 범위로 오차가 발생하였으며, 관측값의 우연오차만을 조정하는 일부조정 최소제곱법은 0.2~2.3cm의 범위에서

발생하였다.

네트워크-RTK 측량성과를 기준으로 한 최대오차는 도선법이 5.0cm, 최소제공법이 3.7cm이며, 평균오차는 도선법이 2.7cm, 최소제공법이 2.3cm, 표준편차는 도선법이 1.5cm, 최소제공법이 0.8cm로 각각 나타났으며, 위의 결과로 최소제공법을 적용한 도근점측량의 성과가 도선법에 비해 높은 신뢰성이 있음을 검증할 수 있었다.

관측 시 발생하는 과대오차는 수평각과 거리관측으로 구분하여 적용하였다. 관측각에 과대오차가 발생한 경우는 정계산 초기값과 역계산 초기값을 비교하여 위치오차가 최소가 되는 측점에서 수평각 과대오차가 발생하는 것을 확인할 수 있었으며, 추가적으로 관측한 측선거리와 계산된 측선거리를 비교하여 차이가 0에 가까운 측선을 포함하는 측점에서 과대오차의 가능성을 예측할 수 있었다.

하지만 거리관측에서 발생한 과대오차는 측선 방향과 같은 방향의 다른 측선에 위치오차가 발생하기 때문에 유사한 방향의 측선이 많은 경우 과

대오차가 발생한 측선을 명확하게 확인할 수 없는 단점이 있다.

【참고문헌】

- 서완수, 강원호(2009), 「다각망도선법에 의한 지적도근측량의 문제점과 개선방안」, 학술지 지적, 제39권, 제1호, pp.241-250.
- 이성익(2002), 한국지적학회지, 제18권 제2호, pp.69-80.
- 이은수(2014), 「관측방정식을 활용한 다각망 도선법 조정에 관한 연구」, 한국지적학회지, 제30권, 제2호, pp.45-54.
- 정완석(2010), 「지적도근점 측량방법의 정확도 개선에 관한 실증적 연구」, 인하대학교 대학원 석사학위논문.
- 지종덕(2003), 「한국 지적측량기준점의 변화과정에 관한 연구」, 한국지적학회지, 제19권, 제1호, pp.35-52.
- 차득기(2009), 「지적측량계산에 일반최소제공법의 도입」, 지적연구원.