

Design of PCA-based pRBFNNs Pattern Classifier for Digit Recognition

이승철* · 오성권*[†] · 김현기*
Seung-Cheol Lee, Sung-Kwon Oh[†], and Hyun-Ki Kim

*수원대학교 전기공학과
Department of Electrical Engineering, The University of Suwon

요약

본 논문에서는 필기체 숫자를 인식하기 위해 주성분 분석법(PCA) 기반 방사형 기저함수 신경회로망(pRBFNNs) 패턴 분류기를 설계한다. 제안된 패턴 분류기는 PCA를 이용한 데이터 전처리 단계와 pRBFNNs를 이용한 분류 단계로 구성된다. 전처리 단계에서는 PCA를 사용하여 주어진 데이터의 정보 손실을 최소화한 특징데이터를 생성하고, 이를 분류 단계인 pRBFNNs의 입력으로 사용한다. 제안된 분류기의 조건부에서는 Fuzzy C-Means(FCM) 클러스터링 알고리즘으로 구성하였고, 연결가중치는 1차 선형식을 사용하였다. 결론부에서는 최소자승법(LSE)을 사용하여 다항식 계수를 구하였다. 제안된 분류기의 성능평가를 위해 대표적인 필기체 숫자데이터인 MNIST 데이터를 사용하였으며, 제안된 분류기의 결과를 기존 다른 분류기들과 비교한다.

키워드 : 주성분 분석법, 방사형 기저함수 신경회로망, Fuzzy C-Means 클러스터링, 최소자승법

Abstract

In this paper, we propose the design of Radial Basis Function Neural Network based on PCA in order to recognize handwritten digits. The proposed pattern classifier consists of the preprocessing step of PCA and the pattern classification step of pRBFNNs. In the preprocessing step, Feature data is obtained through preprocessing step of PCA for minimizing the information loss of given data and then this data is used as input data to pRBFNNs. The hidden layer of the proposed classifier is built up by Fuzzy C-Means(FCM) clustering algorithm and the connection weights are defined as linear polynomial function. In the output layer, polynomial parameters are obtained by using Least Square Estimation (LSE). MNIST database known as one of the benchmark handwritten dataset is applied for the performance evaluation of the proposed classifier. The experimental results of the proposed system are compared with other existing classifiers.

Key Words : PCA, pRBFNNs, Fuzzy C-Means Clustering, Least Square Estimation

Received: Mar. 22, 2015
Revised : Apr. 5, 2015
Accepted: May. 6, 2015
[†]Corresponding author
ohsk@suwon.ac.kr

1. 서론

인간의 뇌신경 세포와 구조를 모방하여 처리하는 신경회로망의 연구는 많은 분야에서 활발히 진행되고 있다. 특히 오프라인 필기체 문자 및 숫자인식은 수표, 서명, 우편번호 인식 등에서 다양하게 적용이 가능하여 패턴인식 분야에서 그 중요성이 더욱 부각되고 있다 [8][9]. 최근 Deep Learning 기법을 이용하여 인식을 개선하기 위한 다양한 방법들이 연구되어 좋은 결과를 얻고 있지만, 구조가 복잡하고 고성능의 하드웨어를 필요로 한다는 단점이 있다. 또한 문자 및 숫자인식을 위한 데이터는 고차원으로서 많은 노이즈를 포함하고 있기 때문에 인식을 저하 시킬 수 있다.

본 연구에서는 이러한 단점을 보완하면서 인식을 저하를 방지하기 위해 차원 축소 알고리즘인 주성분 분석법(Principal Component Analysis: PCA)을 이용하여 고차원의 숫자 이미지를 저차원으로 차원 축소하고, 이를 제안된 방사형 기저함수 신경회로망(Radial Basis

본 연구는 경기도의 경기도지역협력연구센터사업의 일환으로 수행하였음 [GRRC 수원 2014-B2, U-city 보안감시 기술협력센터]
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Function Neural Networks: RBFNN) 패턴 분류기의 입력으로 이용한다[1][6]. 또한 패턴 분류기의 은닉층은 가우시안 함수 대신에 Fuzzy C-Means(FCM) 알고리즘을 이용하여 구성한다[3][4]. 숫자 인식 시스템으로 사용된 방사형 기저함수 신경회로망은 기존의 신경회로망과는 다르게 다차원 문제를 잘 다룰 수 있고, 강인한 네트워크 특성과 예측능력이 우수하다는 장점이 있다. 마지막으로 제안된 패턴 분류기의 성능평가를 위해 필기체 숫자 데이터인 MNIST 데이터를 사용하였고, 기존의 제안된 Neural Networks, Linear Classifier, Quadratic Classifier, Convolutional net 등의 분류기와 비교한다[10].

2. PCA를 이용한 숫자 이미지의 차원 축소

본 2장에서는 제안된 패턴 분류기에서 전처리 부분으로 구성된 주성분 분석법(Principal Component Analysis: PCA)에 대해 설명한다.

PCA는 대표적인 차원축소 방법으로 숫자 이미지의 고차원 특징벡터를 저차원의 특징벡터로 정보 손실이 최소화 되도록 차원을 축소시킨다[6][7]. 숫자 이미지의 크기가 $N \times N$ 이고, 이미지 개수가 M 개 일 때 PCA의 수행 단계는 다음과 같다.

단계 1 : 숫자 이미지의 벡터 집합(X)을 구성한다.

$$X = \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots, \Gamma_N \quad (1)$$


그림 1. 숫자 이미지의 예
Fig. 1. An example of digits

단계 2 : 식 (2)를 이용하여 숫자 이미지의 평균 벡터를 계산한다.

$$\Psi_x = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2)$$

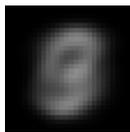


그림 2. 숫자 이미지의 평균 벡터
Fig. 2. Average vector of digits

단계 3 : 숫자 이미지의 벡터와 평균 숫자 이미지 벡터의 차를 계산한다.

$$\Phi_i = \Gamma_i - \Psi \quad (3)$$

단계 4 : 공분산 행렬을 계산한다.

$$C = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Phi_i \cdot \Phi_i^T = A \cdot A^T \quad (4)$$

단계 5 : 고유값 분석을 통해 공분산 C 의 고유값 행렬 Λ 과 고유벡터행렬 U 를 계산한다.

$$C = U \Lambda U^T \quad (5)$$

단계 6 : N^2 개의 고유벡터에서 n 개의 고유값을 선택한다.

단계 7 : 선택된 n 개의 고유값에 대응되는 고유벡터(W)를 생성한다.

$$W = [w_1, w_2, w_3, \dots, w_n] \quad (6)$$

단계 8 : 차원 축소된 데이터 Y 를 얻는다.

$$Y = W^T X \quad (7)$$



그림 3. 재구성된 숫자 이미지의 예
Fig. 3. An example of reconstructed digits

3. 다항식 RBFNN 패턴 분류기 설계

본 3장에서는 일반적인 방사형 기저함수 신경회로망의 구조와 제안된 다항식 방사형 기저함수 신경회로망의 구조 및 은닉층을 구성하는 Fuzzy C-Means(FCM) 클러스터링 알고리즘에 대해 설명한다.

3.1 일반적인 방사형 기저함수 신경회로망

일반적인 방사형 기저함수 신경회로망은 조건부, 결론부, 추론부로 구성된다. 데이터는 조건부의 각 노드에 연결되고, 그 출력과 결론부에서 구한 연결가중치를 이용하여 최종 출력을 구한다. 조건부의 활성화함수로는 일반적으로 가우시안 함수가 사용되며, 연결가중치는 상수항으로 정의된다. 방사형 기저함수 신경회로망의 구조는 그림 4와 같다[2].

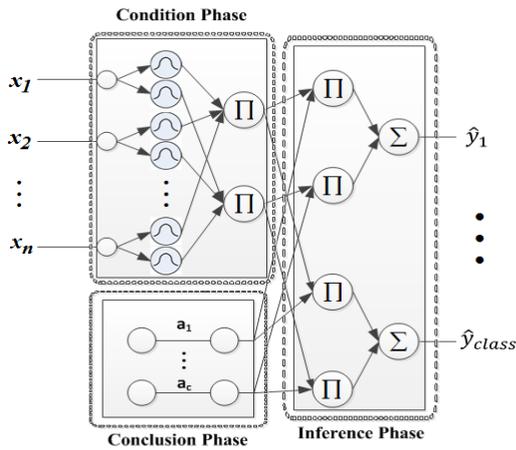


그림 4. 방사형 기저함수 신경회로망의 구조
Fig. 4. The architecture of radial basis function neural networks

3.2 제안된 다항식 방사형 기저함수 신경회로망

숫자 인식을 위해 제안된 다항식 방사형 기저함수 신경회로망은 그림 5와 같이 전처리, 조건부, 결론부 그리고 추론부로 구성되어 있다[1]. PCA 알고리즘을 통해 차원 축소된 숫자 데이터가 조건부의 각 노드에 연결된다. 제안된 패턴 분류기의 조건부에서는 가우시안 함수를 사용하지 않고 Fuzzy C-Means 클러스터링 알고리즘을 사용하여 입력 데이터 특성을 반영할 수 있도록 한다[3]. 그리고 조건부의 각 노드에서 나온 출력과 결론부에서 구한 연결가중치를 이용하여 최종 출력을 구한다. 연결가중치는 아래 식과 같이 기존의 상수항을 확장시킨 다항식 형태로 구성되고 계수는 최소자승법을 사용하여 추정한다.

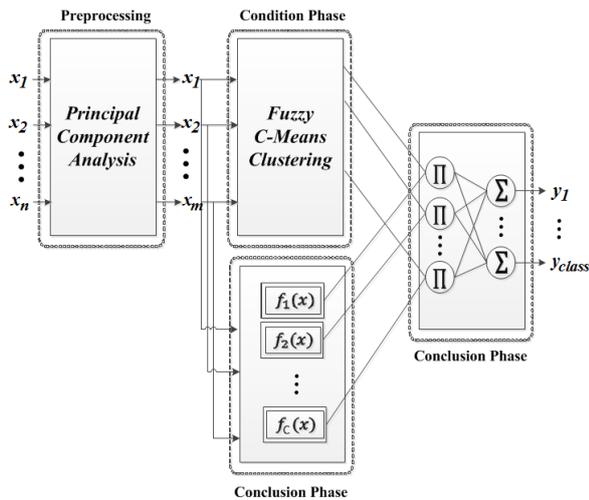


그림 5. 제안된 패턴 분류기의 구조
Fig. 5. The architecture of proposed pattern classifier

Type 1 : 상수항(Constant)

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} \tag{8}$$

Type 2 : 1차 선형식(Linear)

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + \sum_{i=1}^k a_{ji} x_i \tag{9}$$

Type 3 : 2차 선형식(Quadratic)

$k = 2:$

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + \sum_{i=1}^k a_{ji} x_i + \sum_{i=1}^k a_{j(k+i)} x_i^2 + a_{(2k+1)} x_1 x_2 \tag{10}$$

$k \geq 3:$

$$f_j(x_1, \dots, x_k) = a_{j0} + \sum_{i=1}^k a_{ji} x_i + \sum_{i=1}^k a_{j(k+i)} x_i^2 + a_{(2k+1)} x_1 x_2 + \dots + a_{(k(k+3)/2)} x_{(k-1)} x_k \tag{11}$$

3.3 Fuzzy C-Means 클러스터링

본 논문에서 제안하는 패턴 분류기의 조건부에서 활성화 수 대신에 사용하는 Fuzzy C-Means 클러스터링 알고리즘은 n 개의 입력변수 집합을 c 개의 퍼지 그룹들로 분할하고 목적 함수가 최소가 되도록 각 클러스터의 중심점을 찾는 알고리즘으로 알고리즘 단계는 다음과 같다[4][5].

단계 1 : 클러스터의 개수 $c(2 \leq c \leq h)$ 를 정하고 퍼지화 계수 $m(1 < m < \infty)$ 을 선택한다. 그리고 초기 소속 행렬 $U^{(r)}$ 을 초기화 한다.

$$U^{(r)} = \left\{ u_{jl} \in [0, 1], \sum_{j=1}^c u_{jl} = 1 \forall l, 0 < \sum_{l=1}^N u_{jl} < n \forall j \right\} \tag{12}$$

단계 2 : FCM 클러스터 중심 v 를 계산한다. 식 (13)는 알고리즘의 목적함수이다.

$$J(u_{jl}, v_j) = \sum_{j=1}^c \sum_{l=1}^N u_{jl}^m (d_{jl})^2 \tag{13}$$

여기서, u_{jl} 은 0과 1사이의 소속을 나타내는 정도의 값으로 $j(j=1, \dots, c)$ 번째 클러스터에 속해져 있는 y'_k 의 $k(k=1, \dots, n)$ 번째 데이터의 소속정도를 나타낸다. v 는 $j(j=1, \dots, c)$ 번째 클러스터 중심 벡터이다. m 은 소속행렬에서 애매함의 정도에 대한 영향을 나타내는 퍼지화 계수이다. 이 값은 $m \in [1, \infty]$ 와 같은 범위를 가지고 있지만 일반적으로 2.0을 사용한다. 식 (13)의 목적함수를 최소화하기 위해서 다음과 같이 목적함수를 분화시켜야 한다.

$$v^{(r)} = v_{kl}^{(r)}, \dots, v_{kc}^{(r)}, v_{kl}^{(r)} = \frac{\sum_{l=1}^N (u_{il})^m \cdot y'^{kl}}{\sum_{l=1}^N (u_{il})^m} \tag{14}$$

$$u_{jl} = \frac{(1/\|y' - v_s\|^2)^{1/m-1}}{\sum_{j=1}^c (1/\|y' - v_s\|^2)^{1/m-1}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{sl}}{d_{jl}}\right)^{2/m-1}} \quad (15)$$

식 (14)과 식 (15)에 의해 구해진 값들을 이용하여 각 클러스터의 중심과 데이터간의 거리계산을 통해 새로운 소속행렬을 생성한다.

$$d_{jl} = d(y'_{kl} - v_{kj}) = \left[\sum_{j=1}^c (y'_{kl} - v_{kj})^2\right]^{1/2} \quad (16)$$

단계 3 : 다음과 같이 새로운 소속행렬 $U^{(r+1)}$ 을 계산한다.

$$u_{jl}^{(r+1)} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{sl}^{(r)}}{d_{jl}^{(r)}}\right)^{2/(m-1)}} \quad (17)$$

단계 4 : 식 (18)을 계산하고, 만약 $\Delta > \epsilon$ 이면 $r=r+1$ 로 정하고 단계 2부터 알고리즘을 반복 수행한다. $\Delta \leq \epsilon$ 이면 알고리즘을 종료한다. 여기서, ϵ 은 임계값이다.

$$\Delta = \|U^{(r+1)} - U^{(r)}\| = \max_{j,l} |u_{jl}^{(r+1)} - u_{jl}^{(r)}| \quad (18)$$

3.4 최소자승법(Least Square Estimation)

패턴 분류기의 다항식 계수는 최소자승법을 사용하여 추정한다. 최소자승법은 오차제곱의 합이 최소가 되도록 계수를 추정한다. 최소자승법에서의 성능평가 함수 Q_L 을 행렬형식으로 표현하면 식 (19)와 같다.

$$Q_L = (Y - XA)^T(Y - XA) \quad (19)$$

식에서, A 는 다항식의 파라미터 계수를 나타내고 Y 는 출력 데이터를 나타낸다. 그리고 다항식 구조가 1차 선형식일 경우 X, Y, A 행렬은 다음과 같이 표현 할 수 있다.

$$X = \begin{bmatrix} u_{11} & \dots & u_{c1} & \dots & x_{11}u_{11} & \dots & x_{k1}u_{11} & \dots & x_{k1}u_{c1} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ u_{1m} & \dots & u_{cm} & \dots & x_{1m}u_{1m} & \dots & x_{km}u_{1m} & \dots & x_{km}u_{cm} \end{bmatrix} \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$$

여기서, m 은 데이터의 수, k 는 입력변수의 수, c 는 규칙 수가 된다. 다항식 계수 A 는 식 (20)에 의해 추정된다.

$$A = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (20)$$

4. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서 제안한 다항식 방사형 기저함수 신경회로망의 성능을 평가하기위해 사용된 필기체 숫자 데이터 MNIST

데이터는 그림 6과 같이 0부터 9까지의 숫자들을 모아 놓은 데이터 집합으로 하나의 이미지는 가로 28, 세로 28 픽셀로 구성되어 있다. 데이터 수는 총 70000개이며, 학습 데이터 60000개와 테스트 데이터 10000개로 구성되어 있다.



그림 6. MNIST 데이터베이스

Fig. 6. MNIST Database

제안된 패턴 분류기의 성능을 평가하기 위한 평가 지수는 식 (21), (22)와 같이 오분류율(Misclassification Rate)을 이용한다. 또한, 객관적인 평가를 위해 기존에 제안되었던 Neural Networks, Linear Classifier, Quadratic Classifier, Convolutional net 등 다른 패턴 분류기들과 성능을 비교 분석한다.

$$\text{오분류율} = \frac{\sum_{i=1}^N f(y_i - \hat{y}_i)}{N} \times 100 \quad (21)$$

$$f(y_i - \hat{y}_i) = \begin{cases} 0, & y_i = \hat{y}_i \\ 1, & y_i \neq \hat{y}_i \end{cases} \quad (22)$$

먼저 제안된 패턴 분류기의 전처리 과정으로 PCA 알고리즘을 이용하여 784개의 입력을 68개로 차원 축소하여 사용하였다. 차원을 지나치게 축소할 경우, 그림 7과 같이 원본 데이터의 정보가 손실될 수 있다. 축소되는 차원의 경우 최적화 알고리즘을 이용하여 선택할 수도 있지만 본 실험에서는 고유값이 0.1 이상인 값들만을 선택하여 68개의 차원으로 축소하였다.



(a) Dimension : 784 (b) Dimension : 68 (c) Dimension : 20

그림 7. MNIST 데이터의 차원축소

Fig. 7. Dimensional reduction of MNIST database

그리고 조건부에서 사용된 Fuzzy C-Means 클러스터링 알고리즘의 퍼지화 계수는 일반적으로 사용되는 2.0으로 정의하였고, 결론부의 다항식 형태는 1차 선형식(Linear)으로 구

성하였다. 표 1은 제안된 패턴 분류기의 파라미터를 정리한 표이다.

표 1. 제안된 패턴 분류기의 파라미터
Table 1. Parameters of proposed pattern classifier

Parameter	Value
No. of Inputs	68
No. of Training Data	60000
No. of Testing Data	10000
No. of Classes	9
Fuzzification Coefficient	2.0
Polynomial Type	Linear

표 2. 제안된 분류기와 다른 분류기[10]의 성능 비교
Table 2. The performance comparison of proposed and other existing classifiers

Classifier	Preprocessing	Test Error Rate (%)
Linear Classifier (1-layer NN)	None	12.0
Linear Classifier	Deskewing	8.4
Pairwise Linear Classifier	Deskewing	7.6
K-nearest-neighbors, Euclidean	None	5.0
K-nearest-neighbors, Euclidean	Deskewing	2.4
40 PCA + Quadratic Classifier	PCA	3.3
1000 RBF + Linear Classifier	None	3.6
2-layer NN, 1000 Hidden units	None	4.5
2-layer NN, 800HU, Cross-Entropy Loss	None	1.6
3-layer NN, 500+150 Hidden units	None	2.95
Convolutional net LeNet-1	Subsampling to 16 × 16	1.7
Convolutional net LeNet-4	None	1.1
SVM, Gaussian Kernel	None	1.4
68 PCA + 100 pRBFNNs (Proposed Classifier)	PCA	1.33

표 2는 제안된 패턴 분류기와 다른 패턴 분류기의 성능을 나타낸 표이다[10]. 표에서 보이는 것과 같이 제안된 분류기의 성능이 대부분의 다른 분류기 보다 우수함을 알 수 있다. 특히 본 논문에서 제안하는 PCA 기반 pRBFNNs 패턴 분류기 처럼 PCA를 이용한 PCA기반 Quadratic Classifier 보다 더 우수한 성능을 확인할 수 있다. Convolutional net의 경우, 제안된 분류기의 성능보다 우수하지만 구조가 복잡하여 계산량이 많다는 단점이 있다. 하지만 제안된 분류기는 구조가 간단하여 연산량이 적다는 장점이 있다. 그리고 그림 8은 제안된 분류기의 노드 수 변화에 따른 패턴 분류율 및 오분류율을 나타낸다.

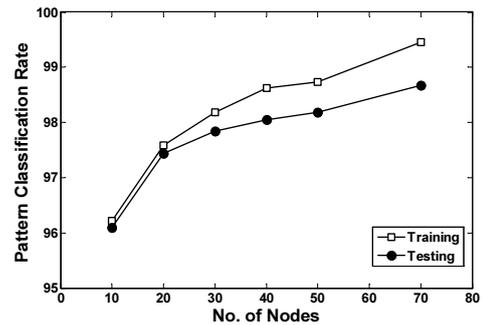
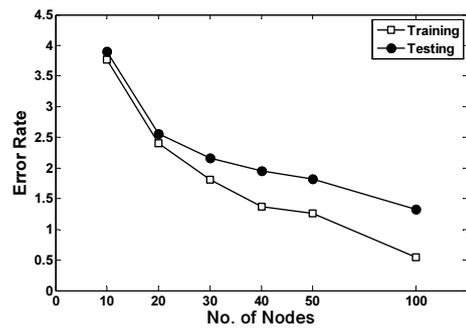


그림 8. 패턴 분류율 및 오분류율
Fig. 8. Pattern classification rate and error rate

5. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 숫자 인식을 위한 PCA 기반 pRBFNNs 패턴 분류기를 설계하였다. 제안된 패턴 분류기는 PCA 알고리즘을 이용하여 높은 차원의 입력을 차원 축소하여 연산량을 줄이고, 조건부 활성화함수에 가우시안 함수 대신 Fuzzy C-Means 알고리즘을 사용하여 입력 데이터간의 특성을 반영한 패턴 분류기를 구성하였다. 제안된 패턴 분류기와 기존의 제안되었던 분류기들과 비교하였을 때, 다른 분류기들에 비해 비교적 간단한 구조이고, PCA 알고리즘을 통해 입력 차원을 축소하였음에도 불구하고 우수한 성능을 확인할 수 있었다.

향후 연구에서는 제안된 패턴 분류기의 전처리 과정으로 PCA 알고리즘 이외의 다른 알고리즘을 이용하여 숫자 데이터의 정보를 더 많이 보존할 수 있는 방법을 연구할 예정이다.

References

- [1] S. K. Oh, W. Pedrycz, B. J. Park, "Polynomial-based Radial Basis Function Neural Networks realized with the Aid of Particle Swarm Optimization," *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 163, pp. 54-77, 2011.
- [2] S. B. Roh, S. C. Joo, W. Pedrycz, and S. K. Oh, "The development of fuzzy radial basis function neural networks based on the concept of information ambiguity,"

Neurocomputing, Vol. 73, No.13-15, pp. 2464-2477, 2010.

- [3] W. Pedrycz, "Conditional fuzzy clustering in the design of radial basis function neural networks", *IEEE Trans. Neural Networks*, vol.9, pp.601-612, July 1998.
- [4] J. C. Bezdek, *Pattern recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*, Plenum, New York, 1981.
- [5] S. P. Lloyd, "Least squares quantization in PCM," *IEEE Tran. on Information Theory*, vol. 28, no. 2, pp. 129-137, 1992.
- [6] H. Addi and L. J. Williams, "Principal component analysis," *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Ststicstics*, vol. 2, no. 4, pp. 433-459, 2010.
- [7] Y. Ke, and R. Sukthankar, "PCA-SIFT: A More Distinctive Representation for Local Image Descriptors", *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* Vol. 2, 506-513, 2004.
- [8] S. Knerr and L. Personnaz and G. Dreyfus, "Handwritten digit recognition by neural networks with single-layer training," *IEEE Trans. Neural Networks*, Vol. 3, No. 6, pp. 962-968, 1992.
- [9] S. W. Lee, "Off-line recognition of totally unconstrained handwritten numerals using multi layer cluster neural network," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.18, No. 6, pp.648-652, 1996.
- [10] Y. LeCun, L. Bottou, Y. Bengio and P. Haffner "Gradient-Based Learning Applied to Document Recognition", *IEEE*, Vol. 86, pp. 2278-2324, 1998.

저 자 소 개



이승철(Seung-Cheol Lee)

2014년 : 수원대학교 전기공학과 졸업
2014년~현재 : 동 대학원 석사과정

관심분야 : Fuzzy Inference, Neural Network, Evolutionary Optimization

Phone : +82-31-222-6544

E-mail : lsc225@suwon.ac.kr



오성권(Sung-Kwun Oh)

1981년 : 연세대학교 전기공학과 공학사
1983년~1989년 : 금성산전연구소
(선임 연구원)

1993년 : 연세대학교 전기공학과 공학박사
1996년~1997년 : 캐나다 Manitoba 대학
전기 및 컴퓨터 공학과
Post-Doc

1993년~2004년 : 원광대학교 전기전자 및 정보공학부 교수
2005년~현재 : 수원대학교 전기공학과 교수
2002년~현재 : 대한전기학회, 퍼지 및 지능시스템학회 편집
위원
2013년~현재 : Information Sciences 편집위원

관심분야 : Fuzzy System, Fuzzy-Neural Network, Automatic System, Advanced Computational Intelligence, Intelligent Control

Phone : +82-31-229-8162

E-mail : ohsk@suwon.ac.kr



김현기(Hyun-Ki Kim)

1977년 : 연세대학교 전기공학과 공학사
1985년 : 연세대학교 전기공학과 공학석사
1991년 : 연세대학교 전기공학과 공학박사
1997년~2010년 : 경기지역 산학연기술
지원단 단장

1998년~2000년 : 사업기술정책연구소심의
위원

2000년~2004년 : 사단법인 산학연 컨소시엄 적극협의회 회장
1989년~현재 : 수원대학교 전기공학과 교수

관심분야 : Automatic System and Control, Intelligent Modeling and Control

Phone : +82-31-222-6544

E-mail : hkkim@suwon.ac.kr