

Analysis of Nonlinear Dynamics in Family Model

황림운\* · 배영철\*\*†

Lyniun Huang\* and Young-Chul Bae\*\*†

\*전남대학교 바이오메디컬전자공학과

\*\*전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터공학부

\*Department of Biomedical Electronic Engineering, Chonnam National University

\*\*Division of Electrical·Electronic Communication·Computer Engineering, Chonnam National University

요약

최근 가족의 중요성이 강조되고 있다. 결혼으로 인한 새로운 부부의 탄생 이외에 처가와 시가 등 새로운 가족이 형성되어 새로운 가족과 갈등을 빚기도 하고 화목을 이루기도 한다. 이러한 연구들은 주로 사회학적인 측면에서만 연구되고 있고 자연과학적인 측면의 하나인 가족관계에 대한 수학적 모델링이 없어 근본적인 가족 사이의 거동 현상을 밝혀내지 못하고 있다.

이에 본 논문에서는 사회에 대한 비선형 연구의 하나로 가족 구성원 간 특별히 시부모와 며느리의 관계나 처부모와 사위와의 관계를 로미오와 줄리엣의 사랑 모델을 변형하여 새로운 가족 관계 모델을 제안하고 이 모델에서 비선형 거동인 카오스 거동이 있음을 시계열과 위상공간으로 확인한다.

키워드 : 가족, 비선형 거동, 카오스 현상, 위상공간, 시계열

Abstract

Recently, it is emphasized importance of family. The new husband and wife are created by caused marriage, they organize new family including wife's home and husband's home. As a result, they conflict or accomplish peace with new family. Such a researchers mainly have been studied in the social science side. Because there is no mathematical modeling which is one of the natural science, for family relationship, it is not provide to reveal the behavioral phenomena between families fundamentally.

In this paper, one of the nonlinear research for social subject, we modify love model of Romeo and Juliet. Then we propose novel family relationship model for parent-in-law and daughter (or son)-in-law relation. We also confirm chaotic behavior or nonlinear behavior by time series and phase portrait.

Key Words : Family, Nonlinear behavior, Chaotic phenomena, Phase portrait, Time series

Received: May. 22, 2015

Revised : Apr. 5, 2015

Accepted: Jul. 9, 2015

† Corresponding author

ycbae@jnu.ac.kr

1. 서론

우리가 살고 있는 세상은 복잡한 시스템으로 구성되어 있으며 이를 복잡계라고 부른다. 일반적으로 복잡계는 비선형 시스템이다. 일반적으로 비선형 시스템은 선형 시스템에 비해 해석과 구현이 어려운 것으로 알려져 있다. 자연계에 존재하는 모든 시스템은 비선형 시스템으로 퍼지, 신경망, 카오스 및 복잡계 현상은 모두 비선형 시스템에 해당한다. 최근 비선형 시스템 중에서 카오스 현상에 대한 해석과 이를 응용하는 연구가 공학, 생물학, 심리학, 사회학 등에서 활발하게 진행되어왔다[1-7].

최근에 생물학, 심리학, 사회학의 공동 영역에서 중독 모델[8-11], 행복 모델[12-15], 사랑 모델[15-20]에 대한 연구가 연구자들이 관심을 기울여왔다. 사랑 모델[15-20]에서는 로미오와 줄리엣의 사랑 모델을 기반으로 주기적인 거동 현상과 카오스를 포함한 비주기적인 거동 현상이 있음을 시계열과 위상 공간을 통하여 보인 결과가 있었다.

이러한 해석을 위해서는 먼저 중독, 행복, 사랑 모델에 대한 수학적 모델링이 정립되어야 한다.

The author wishes to acknowledge that the research is done as a part of BK21 Plus Center for Training Top-Level Human Resources in Future Fusion Bio Electronic Medical Technology in Chonnam National University made in the program year 2014.

This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

최근 가족의 중요성이 강조되고 있다. 결혼으로 새로운 부부 이외에 새로운 가족이 형성되어 갈등을 빚기도 하고 화목을 이루기도 한다. 가족에 대한 연구가 주로 사회과학적인 측면에서만 연구되고 있고 수학적 모델링과 같은 자연과학적 측면에서는 연구가 없어 가족들 사이의 근본적인 거동 현상을 밝혀내지 못하고 있다.

이에 본 논문에서는 사회에 대한 비선형 연구의 하나로 가족 구성원 간 특별히 시부모와 며느리의 관계나 처부모와 사위와의 관계를 로미오와 줄리엣의 사랑 모델을 변형하여 새로운 가족 관계 모델을 제안하고 이 모델에서 비선형 거동인 카오스 거동이 있음을 시계열과 위상공간으로 확인한다.

## 2. 가족 모델

본 논문에서는 시부모와 며느리 또는 처부모와 사위 관계의 가족 모델을 제안하기 위해 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식을 이용한다. 여기서는 시부모와 며느리와의 관계만을 고려한다.

### 2.1 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식

기본적인 사랑 방정식으로는 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식이 잘 알려져 있으며 이를 식(1), 식(2)과 같이 표현한다[6]. 식(1)과 식(2)는 자신의 사랑과 상대방 사랑의 합으로 그 변화량을 표시하는 것으로 정의한다.

$$\frac{dR}{dt} = aR + bJ \tag{1}$$

$$\frac{dJ}{dt} = cR + dJ \tag{2}$$

여기서  $a$ 와  $b$ 는 로미오의 사랑 형태이고,  $c$ 와  $d$ 은 줄리엣의 사랑 형태를 나타낸다.

### 2.2 가족 모델 제안

로미오와 줄리엣의 사랑방정식에 기반하여 가족에 대한 수학적 모델을 유도할 수 있다. 그림 1과 같은 가족 모델을 고려하자. 본 논문에서는 며느리와 시부모와의 관계 또는 사위와 처부모와의 관계만을 고려하였다. 여기에서 며느리의 배우자인 아들과 사위의 배우자인 딸의 관계는 정상적인 관계로 보고 고려하지 않았다.

그림 1의 3명의 관계를 식(1)과 식(2)의 로미오와 줄리엣의 사랑 방정식을 기반으로 구성하면 식(3)-식(8)과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{dx(1)}{dt} = ax(1) + b_1(x(2) - x(4) \times (1 - |x(2) - x(4)|)) \tag{3}$$

$$\frac{dx(2)}{dt} = cx(1) \times (1 - |x(1)|) + d(x(2) - x(5)) \tag{4}$$

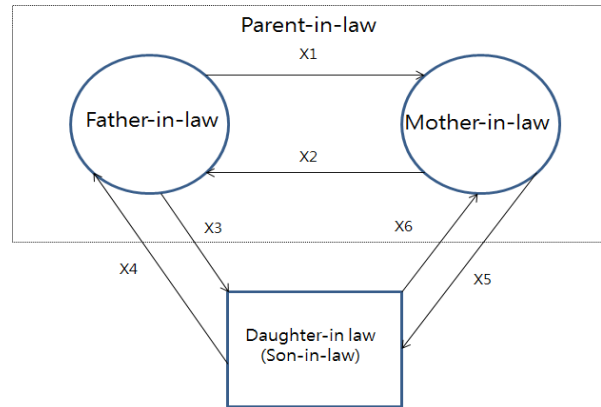


그림 1. 가족관계 모델  
Fig. 1. Model of family relationship

$$\frac{dx(3)}{dt} = ax(3) + b_2(x(4) - x(2) \times (1 - |x(4) - x(2)|)) \tag{5}$$

$$\frac{dx(4)}{dt} = ex(3) \times (1 - |x(3)|) + f(x(4) - x(6)) \tag{6}$$

$$\frac{dx(5)}{dt} = cx((5) - x(2)) + g(x(6) - x(1)) \tag{7}$$

$$\frac{dx(6)}{dt} = e(x(6) - x(4)) + h(x(5) - x(3)) \tag{8}$$

식(3)-식(8)을 통하여 시스템 파라미터  $a, b_1, b_2$ 는 시아버지와 관계된 파라미터이고,  $c, d, g$ 는 시어머니와 관련된 파라미터,  $e, f, h$ 은 며느리와 관계된 파라미터이다. 파라미터  $a$ 는 시아버지의 의견이 본인 스스로에게 영향을 주는 것을 의미하고, 파라미터  $b_1$ 은 시아버지가 시어머니의 의견에 의해 영향을 받는 것을 의미한다.  $b_2$ 은 시아버지가 며느리의 의견에 의해 영향을 받는 것을 의미한다. 나머지 파라미터  $c, d, g, e, f, h$ 도 주체만 다를 뿐 시아버지, 시어머니, 며느리 사이의 서로 영향을 주고받는 것을 나타낸다.

각각의 파라미터의 값이  $> 0$  일 때는 해당자에게 지지나 찬성의 의견을 주는 것을 말하며,  $< 0$  일 때는 해당자에게 반대의 의견을,  $= 0$ 일 때 어느 누구에 대해서도 지지하거나 반대하지 않는 중립적인 의견을 나타내는 것으로 정의하여 각각의 의미가 다르도록 나타내었다. 이상의 파라미터에 대한 내용을 표 1에 정리하여 나타내었다.

표 1의 파라미터 값에 따라서 우리는 아버지를 중심으로 8개의 형태를 유추해 낼 수 있다.

- (1) 열정적인 상태 ( $a > 0, b_1 > 0, b_2 > 0$ )

이 상태에서 아버지는 자신의 의견을 명확하게 피력하고 또한 어머니의 의견과 며느리의 의견도 지지하는 상태이다.

- (2) 후견적인 상태 ( $a > 0, b_1 > 0, b_2 < 0$ )

표 1. 파라미터의 의미  
Table 1. The meaning of parameter

	meaning	>0	<0	=0
a	Father is influenced by opinion of himself.	He is able to express his own opinions.	He is not able to express his own opinions.	He does not want to express his own opinions.
b1	Father is influenced by a mother's opinion	Father supports a mother's opinion	Father opposes a mother's opinion.	Father maintains neutrality.
b2	Father is influenced by daughter-in-law's opinion.	Father support daughter-in-law's opinion.	Father oppose daughter-in-law's opinion.	Father maintain neutrality.
c	Mother is influenced by father's opinion.	Mother supports a father's opinion	Mother opposes a father's opinion.	Mother maintains neutrality.
d	Mother is influenced by opinion of herself.	She is able to express her own opinions.	She is not able to express her own opinions.	She does not want to express her own opinions.
g	Mother is influenced by daughter-in-law's opinion	Mother support daughter-in-law's opinion	Mother opposes daughter-in-law's opinion	Mother maintains neutrality.
e	Daughter -in- law is influenced by father's opinion.	Daughter -in- law supports father's opinion.	Daughter -in- law opposes father's opinion.	Daughter -in- law maintains neutrality.
f	Law-in- daughter is influenced by opinion of herself.	She is able to express her own opinions.	She is not able to express her own opinions.	She does not want to express her own opinions.
h	Daughter -in- law is influenced by mother's opinion.	Daughter -in- law supports mother's opinion.	Daughter -in- law opposes mother's opinion.	Daughter -in- law maintains neutrality.

이 상태에서 아버지가 그의 의견을 피력하고 또한 어머니의 의견에 지지를 보내지만 며느리의 의견에 반대 의견을 표현하는 상태이다.

(3) 사례 깊은 상태( $a > 0, b_1 < 0, b_2 > 0$ )

이 상태에서 아버지가 그의 의견을 피력하지만 어머니의 의견에 반대를 보내지만 며느리의 의견은 지지하는 상태이다.

4) 자아도취적인 깊은 상태( $a > 0, b_1 < 0, b_2 < 0$ )

이 상태에서 아버지가 그의 의견만 피력하고 어머니와 며느리의 의견은 반대하는 상태이다.

(5) 조심하는 상태( $a < 0, b_1 > 0, b_2 > 0$ )

이 상태에서 아버지는 자신의 의견을 내지 않고 어머니와 며느리의 의견에 찬성하는 상태이다.

(6) 공치가 상태( $a < 0, b_1 > 0, b_2 < 0$ )

이 상태에서 아버지는 자신의 의견을 내지 않고 어머니의 의견에는 지지를 며느리의 의견에 반대하는 상태이다.

(7) 비겁한 상태( $a < 0, b_1 < 0, b_2 > 0$ )

이 상태에서 아버지는 자신의 의견을 내지 않고 어머니의

의견에는 반대를 며느리의 의견에는 지지하는 상태이다.

(8) 은둔자 상태( $a < 0, b_1 < 0, b_2 < 0$ )

이 상태에서 아버지는 자신의 의견을 내지 않고 어머니와 며느리 의견에 모두 반대하는 상태이다.

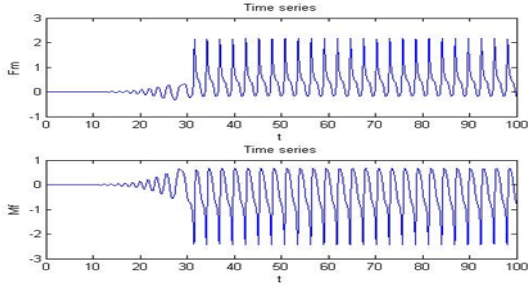
물론 어머니와 며느리의 상태를 아버지의 상태와 마찬가지로 8가지 형태로 정리할 수 있다. 이 경우 총  $3 \times 8 = 24$  가지의 상태가 존재하게 되어 매우 복잡한 현상을 보이게 될 것이다. 이들 24가지 경우의 수에 대한 파라미터를 가지고 컴퓨터 시뮬레이션 수행한다.

### 3. 컴퓨터 시뮬레이션

본 논문에서는 식(3)-식(8)에서 이들 24가지 경우의 수에 대한 파라미터를 가지고 컴퓨터 시뮬레이션 수행한다. 24개 파라미터 요소 중 아버지와 어머니가 조심하는 상태 ( $a < 0, b_1 > 0, b_2 > 0, c < 0, d > 0, e > 0$ )와 며느리가 비겁한 상태 ( $f < 0, g > 0, h > 0$ )에 대한 파라미터 값을 변화시켰을 때의 시계열과 위상 공간을 살펴보고 이에 대한 카오스 거동을 확인한다.

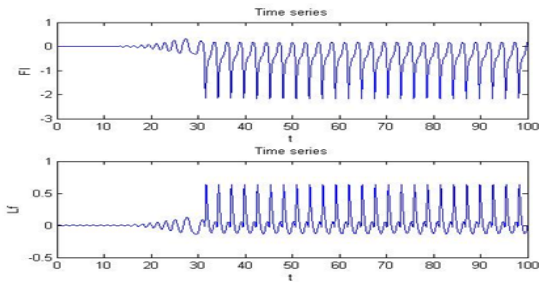
(1)  $a = -2.8, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$ 의 파라미터 값을 가진 경우

먼저 이 경우에 대한 각각의 시계열을 그림 2에 나타내었다.



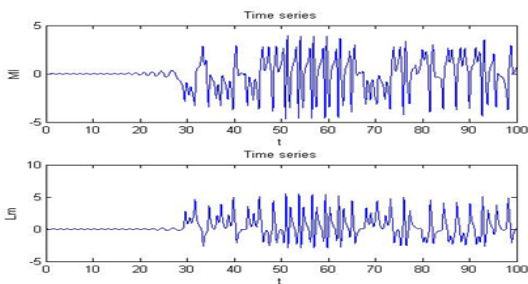
(a) 아버지의 어머니에 대한 생각(위), 어머니의 아버지  
에 대한 생각(아래)

(a) Thinking for mother thinking by father(top), Thinking for father thinking by mother(bottom)



(b) 아버지의 며느리에 대한 생각(위), 며느리의 아버지  
에 대한 생각(아래)

(b) Thinking for daughter-in-law thinking by father(top), thinking for father thinking by daughter-in-law (bottom)



(c) 어머니의 며느리에 대한 생각(위), 며느리의 어머니  
에 대한 생각(아래)

(c) Thinking for daughter-in-law thinking by mother(top), thinking for mother thinking by daughter-in-law (bottom)

그림 2,  $a = -2.8, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$ 의 파라미터 값을 가진 경우의 시계열 데이터

Fig. 2. Time series for  $a = -2.8, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$

다음으로 이들에 대한 위상 공간을 그림 3에 나타내었다.

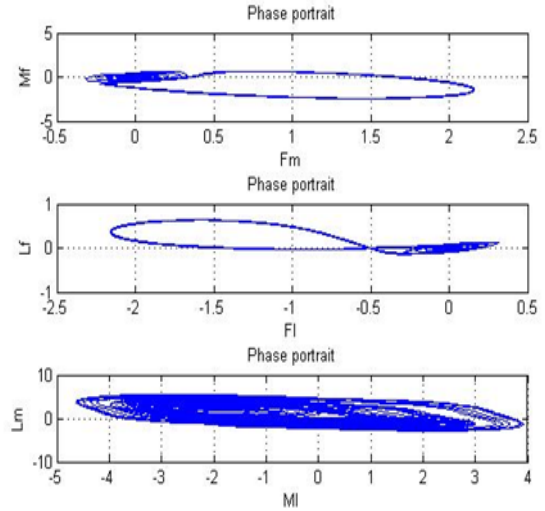
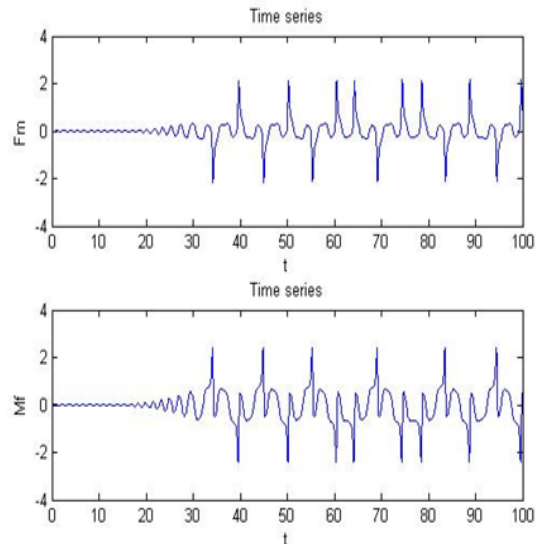


그림 3,  $a = -2.8, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$ 의 파라미터 값을 가진 경우의 위상 공간

Fig. 3. Phase portrait for  $a = -2.8, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$

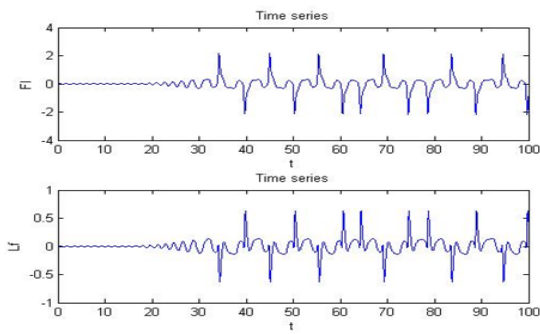
(2)  $a = -2.9, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$ 의 파라미터 값을 가진 경우

먼저 이 경우에 대한 각각의 시계열을 그림 4에 나타내었다.

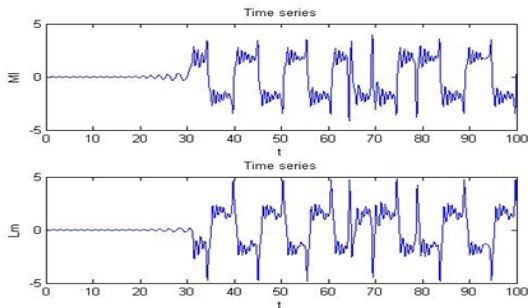


(a) 아버지의 어머니에 대한 생각(위), 어머니의 아버지  
에 대한 생각(아래)

(a) Thinking for mother thinking by father(top), Thinking for father thinking by mother(bottom)



(b) 아버지의 며느리에 대한 생각(위), 며느리의 아버지  
 대한 생각(아래)  
 (b) Thinking for daughter-in-law thinking by father(top),  
 thinking for father thinking by daughter-in-law (bottom)



(c) Thinking for daughter-in-law thinking by mother(top),  
 thinking for mother thinking by daughter-in-law (bottom)

그림 4.  $a = -2.9, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$  의 파라미터 값을 가진 경우의 시계열 데이터

Fig. 4. Time series for  $a = -2.9, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$

이들 파라미터에 대한 위상 공간을 그림 5에 나타내었다.

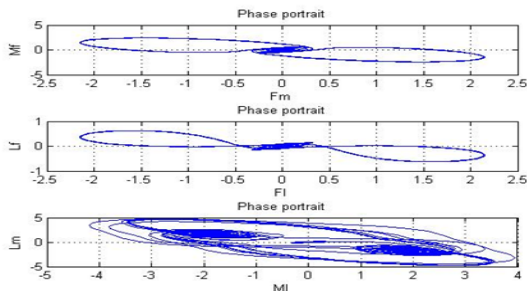


그림 5.  $a = -2.9, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$  의 파라미터 값을 가진 경우의 위상 공간

Fig. 5. Phase portrait for  $a = -2.9, b_1 = 4, b_2 = 4, c = -7, d = 2, e = 2, f = -3, g = -4, h = 3$

#### 4. 결론 및 향후 연구

본 논문에서는 사회에 대한 비선형 연구의 하나로 가족 구성원 간 특별히 시부모와 며느리의 관계나 처부모와 사위와의 관계를 사랑 모델을 기초로 새로운 가족 관계 모델을 제안하고 이 모델에서 비선형 거동인 카오스 거동이 있음을 시계열과 위상공간으로 확인하였다. 확인결과 카오스 어트랙터에서 정확한 카오스 현상을 확인할 수 있었으나 주기운동에 따른 주기 배증 현상 등은 아직까지 찾을 수 없었다. 앞으로 이에 대한 보완 연구로 리아프노프 지수, 분기도, 프랙탈 차원, 전력 스펙트럼, 포엔카레 맵에 의한 추가적인 검증이 필요한 것으로 보인다.

#### References

- [1] S. Yu, C Hyun, and M. Park, " Backstepping Control and Synchronization for 4-D Lorenz-Stenflo Chaotic System with Single Input," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems* vol. 11, no. 3, pp. 135-216, 2011.
- [2] S. Yu, C. Hyun, and M. Park, "Control and Synchronization of New Hyperchaotic System using Active Backstepping Design," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 11, no. 2, pp. 77-83, 2011.
- [3] Y. Bae, "Diagnosis of power supply by analysis of chaotic nonlinear dynamics," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 8, no. 1, pp. 113-119, 2013.
- [4] Y. Bae, "Chaotic Phenomena in MEMS with Duffing Equation," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 6, no. 6, pp. 709-716, 2011.
- [5] Y. Bae and J. Park "A Study on Obstacle Avoid Method and Synchronization of multi chaotic robot for Robot Formation Control based on Chaotic Theory," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 5, no. 5, pp. 534-540, 2010.
- [6] Y. Bae, " A study on chaotic phenomenon in rolling mill bearing," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 11, no. 4, pp. 315-319, 2001.
- [7] Y. Bae, J. Kim, Y. Kim, and Y. Shon, "Secure communication using embedding drive synchronization," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 13, no. 3, pp. 310-315, 2003.
- [8] Y. Bae, "Chaotic Phenomena in Addiction Model for

Digital Leisure," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 13, no. 4, pp. 291-297, 2013.

[9] M. Kim and Y. Bae, "Mathematical Modelling and Chaotic Behavior Analysis of Cyber Addiction," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, no. 3, pp. 245-250, 2014.

[10] Y. Bae, "Chaotic Dynamics in Tobacco's Addiction Model," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 14, no. 4, pp. 322-331, 2014.

[11] Y. Bae, "Mathematical Modelling and Behavior Analysis of Addiction of Physical Exercise," *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 24, no. 6, pp. 615-621, 2014.

[12] S. Kim, S. Choi, Y. Bae, and Y. Park, "Mathematical Modelling of Happiness and its nonlinear Analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Science*, pp. 711-717, vol. 9, no. 6, 2013.

[13] J. C. Sprott, "Dynamical Models of happiness," *Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences*, vol. 9, no. 1, pp. 23-34, 2005.

[14] Y. Bae, "Synchronization of Dynamical Happiness Model," *Int. J. of Fuzzy Logic and Intelligent Systems*, vol. 14, no. 2, pp. 91-97, 2014.

[15] J. C. Sprott, "Dynamics of love and happiness," *Chaos and Complex Systems Seminar*, Madison WI, Feb. 2001.

[16] S. Kim, Y. Shon and Y. Bae, "Mathematical Modelling of Love and its Nonlinear Analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 11, pp. 1297-1303, 2014.

[17] Y. Bae, "Behavior Analysis of Dynamic Love Model with Time Delay," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 10, no. 2, pp. 253-260, 2015.

[18] Y. Bae, "Modified Mathematical Modelling of Love and its Behaviour Analysis," *J. of the Korea Institute of Electronic Communication Sciences*, vol. 9, no. 12, pp. 1441-1446, 2014.

[19] L. Hyang and Y. Bae, "Behavior Analysis in Love Model of Romeo and Juliet with Time Delay", *J. of*

*Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 25, no. 2, pp. 155-160, 2015.

[20] L. Hyang and Y. Bae, "Comparative Behavior Analysis in Love Model with Same and Different Time Delay", *J. of Korean Institute of Intelligent Systems*, vol. 25, no. 3, pp. 210-216, 2015.

## 저 자 소 개



### 황림운(Lyniu Huang)

2014년: MinJing University  
Electronic science and  
Technology (공학사)  
2014년~현재 전남대학교 바이오메디컬전  
자공학과 석·박사통합과정

관심분야 : Chaos Control and Chaos Robot, Nonlinear dynamics.



### 배영철(Young-Chul Bae)

1984년 : 광운대학교 전기공학과  
(공학사)  
1986년 : 광운대학교대학원  
전기공학과 (공학석사)  
1997년 : 광운대학교대학원  
전기공학과 (공학박사)

1986년~1991년 : 한국전력공사  
1991년~1997년 : 산업기술정보원 책임연구원  
1997년~현재 전남대학교 전기·전자통신·컴퓨터 공학부 교수  
2002년~2002년 : Brigham Young University 방문교수  
2011년~2011년 : University of Utah 방문교수

관심분야 : Chaos Control and Chaos Robot, Robot control etc.