

# 투영 행렬을 이용한 사용자 선택 기법

김기범\*, 김진우\*, 박현철\*

## User Selection Scheme Based on the Projection Matrix

Gibum Kim\*, Jinwoo Kim\*, Hyuncheol Park\*

### 요약

본 논문은 투영 행렬을 이용한 높은 채널 용량을 획득할 수 있는 사용자 선택 기법을 제안한다. 기존의 Frobenius norm 기반의 사용자 선택 기법이 다수의 사용자를 선택할수록 정확도가 감소하는 점을 투영 행렬의 근사화 형태를 이용하여 개선하였다. Flop count를 이용한 제안 기준의 계산복잡도를 분석하였고, 모의 실험을 통하여 안테나 구성에 따른 획득 가능한 채널 용량에 대해서 비교하였다. 모의 실험 결과를 통해 제안한 사용자 선택 기법이 더 높은 채널 용량을 획득하는 것을 확인하였다.

**Key Words** : user selection, MU-MIMO, projection matrix, Frobenius norm, sum rate.

### ABSTRACT

In this paper, we describe a greedy user selection scheme for multiuser multiple-input multiple-output (MIMO) systems. We propose a new metric which has significantly improved performance compared to the Frobenius norm metric. The approximation of projection matrix is applied to increase the accuracy of Frobenius norm of effective channel matrix. We analyze the computational complexity of two metrics by using flop counts, and also verify the achievable sum rate through numerical simulation. Our simulation result shows that the proposed metric can achieve the improved sum rate as the number of user antenna increases.

### 1. 서론

다수의 안테나를 보유하고 있는 기지국 (base station, BS)이 다수의 안테나를 이용하면 여러 명의 사용자를 동시에 지원하는 하향 다중 사용자 (downlink multiuser multiple-input multiple-output, DL MU-MIMO) 통신 시스템 구성이 가능하다. 해당 시스템의 가장 큰 문제는 다중 사용자 간 간섭 (multiple user interference, MUI)을 효과적으로 제거

하는 것이며, 일반적으로 프리코딩 (precoding) 기법을 이용하여 제거할 수 있다. 기존에는 피드백 (feedback) 방식의 오버헤드로 인해 랜덤 프리코딩<sup>[1]</sup>이 주로 고려되었으나, 최근에는 통신 표준에서 채널 전체 정보를 피드백 할 수 있게 함으로써, 더 효율적인 프리코딩 기법을 적용할 수 있게 되었다<sup>[2,3]</sup>. 추가적인 채널 정보를 확보할 수 있게 되면서 DL MU-MIMO 시스템에서는 최대 채널 용량 (channel capacity)을 얻을 수 있는 사용자 조합에 대한 연구가

※ 본 연구는 미래창조과학부 및 정보통신기술연구원진흥센터의 방송통신 산업기술개발사업의 일환으로 수행하였음. [B0101-15-1309, 안테나 노드 그룹핑 기반 무간섭 적응빔 접속기술 개발]

•° First and Corresponding Author : School of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, aerial@kaist.ac.kr, 학생회원

\* School of Electrical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology, jwkim901@kaist.ac.kr, hcpark@kaist.ac.kr, 종신회원

논문번호 : KICS2015-03-083, Received March 31, 2015; Revised June 19, 2015; Accepted June 19, 2015

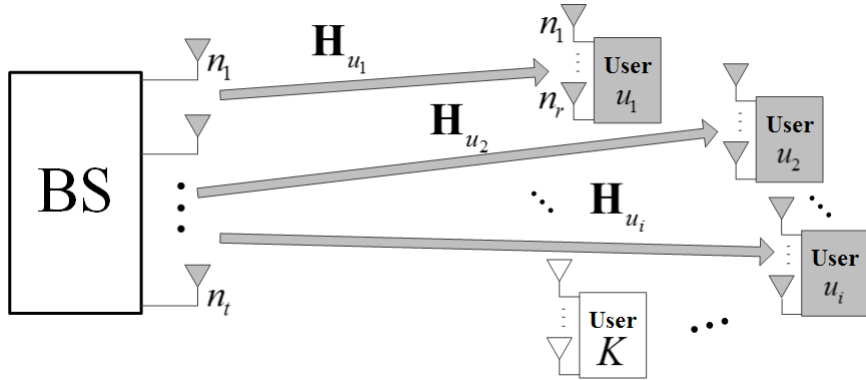


그림 1. 하향 다중 사용자 통신 시스템  
Fig 1. Downlink MU-MIMO communication system

다양하게 진행되고 있다.

최적의 사용자 조합을 찾기 위해서는 가능한 모든 사용자 조합에 대해 채널 용량을 계산하는 전역 탐색 (exhaustive search) 알고리즘이 최적의 방식이다. 하지만 전체 사용자 수가 증가할수록 가능한 사용자 조합이 폭발적으로 증가하기 때문에, 다수의 사용자가 존재하는 DL MU-MIMO 시스템에서 적용이 어렵다<sup>[4]</sup>. 탐욕 (greedy) 사용자 선택 알고리즘은 가장 폭넓게 사용되는 사용자 선택 알고리즘 중 하나로 순차적으로 사용자를 선택해 나가는 방식을 통해 계산 복잡도를 감소시킬 수 있다. 알고리즘의 성능 및 복잡도는 선택 기준 (metric)에 따라서 결정된다. 채널 용량을 직접 계산 하여 선택하는 것이 가장 최적이지만, 높은 복잡도로 인해 채널 용량과 연관성이 있는 다른 준최적 기준에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다. Frobenius norm<sup>[5]</sup>은 채널 용량이 채널의 에너지와 연관된 점을 활용하여, 가장 큰 채널 에너지를 가지는 사용자를 선택하는 방식이다. Chordal distance<sup>[6]</sup>의 경우 MUI가 채널 용량에 주는 영향을 고려하여, 사용자 간 채널의 직교성 (orthogonality)을 이용해 복잡도를 크게 낮추었다. [7]은 높은 신호 대 잡음비 (signal-to-noise ratio, SNR)에서 채널 용량이 고유값 (eigenvalue)의 곱으로 근사화 될 수 있는 점을 활용한 방식이다. 준최적 기법들은 일반적으로 복잡도 측면에서 이점을 가지고 있지만, 사용자 선택을 통해 획득할 수 있는 채널 용량에서 단점을 가지고 있다. 본 논문에서는 더 높은 전송 용량을 획득하기 위하여 투영 행렬을 이용한 사용자 선택 기법을 제안하였다. Flop count에 기반하여 제안 기법과 기존 기법간의 계산 복잡도를 분석 및 비교하였으며, 모의 실험을 통해 제안 기법의 성능을 검증하였다.

## II. 시스템 모델

본 논문에서는 그림 1과 같이  $K$  명의 전체 사용자가 존재하는 DL MU-MIMO 통신 시스템 모델을 고려한다. BS는  $n_t$ 개의 송신 안테나를 가지고 있으며, 각 사용자는  $k=1,2,\dots,K$ 로 구분하며, 각각  $n_r$ 개의 수신 안테나를 보유하고 있으며, 항상  $n_r$  전송 스트림을 이용한다고 가정한다. 사용자  $k$ 의 채널은  $\mathbf{H}_k$ 로 표시하며, 채널 정보는 각 사용자로부터 피드백을 통해 BS에서 완벽히 알고 있다고 가정한다. 송신 안테나 수가 제한되어 있기 때문에 BS에서 최대  $\hat{K} = \lfloor \frac{n_t}{n_r} \rfloor$  명의 사용자에 대해 동시 전송이 가능하다.

## III. 사용자 선택 기법

BS는 채널 정보에 기반해서 최대  $\hat{K}$ 의 사용자를 선택해서 동시 전송을 수행한다. 탐욕 사용자 선택 알고리즘은 선택기준  $M(\cdot)$ 을 극대화하는 사용자를 한 명씩 순차적으로 선택해 나가는 기법이다.  $i$ 번째 반복에서 선택되지 않은 사용자의 집합은  $\Omega_i$ , 선택된 사용자의 집합은  $Y_i$ 로 정의하며, 초기 집합  $\Omega_0, Y_0$ 는 수식 (1), (2)처럼 설정된다.

$$\Omega_0 = \{1, 2, \dots, K\} \tag{1}$$

$$Y_0 = \emptyset \tag{2}$$

매 반복마다 선택 기준을 극대화하는 사용자  $u_i$ 가 선택되며, 이는 수식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$u_i = \arg \max_{m \in \Omega_{i-1}} M(\{m\} \cup Y_{i-1}) \quad (3)$$

선택된 사용자  $u_i$ 는  $Y_i$ 에 새롭게 포함되며, 이 과정을  $\hat{K}$ 번 반복했을 때 구성되는 사용자 집합  $Y_{\hat{K}}$ 은 BS에서 동시에 전송할 사용자들을 의미한다. 이렇게 구성된 탐욕 사용자 선택 알고리즘의 전체 구조는 표 1과 같다. 서론에서도 언급했듯이, 사용자 선택 기법의 성능과 복잡도는 선택 기준에 의해 결정된다. 선택 기준에 따라서 필요 파라미터 갱신을 위한 추가적인 과정이 포함될 수 있지만, 전체적인 사용자 선택 알고리즘 구조는 표 1의 형태를 벗어나지 않는다. 1절에서는 기존 기법인 Frobenius norm 기반 사용자 선택 기법의 구성에 대해 설명하고, 2절에서는 기존 기법의 단점을 보완한 사용자 기준을 제안한다.

표 1. 탐욕 사용자 선택 알고리즘 의사 코드  
Table 1. Greedy user selection algorithm pseudo code

```

begin
1:  $\Omega_0 = \{1, 2, \dots, K\}, Y_0 = \emptyset$ 
2: Initial user selection:
    $u_1 = \arg \max_{m \in \Omega_0} M(m)$ 
3: User set update:
    $\Omega_1 = \Omega_0 - \{u_1\}, Y_1 = Y_0 \cup \{u_1\}$ 
4: for  $i = 2: \hat{K}$  do
5:   for every  $k \in \Omega_{i-1}$  do
6:     Calculate  $M(Y')$  where
        $Y' = Y_{i-1} \cup \{k\}$ 
7:   end for
8: User selection:
    $u_i = \arg \max_{m \in \Omega_{i-1}} M(\{m\} \cup Y_{i-1})$ 
9: User set update:
    $\Omega_i = \Omega_{i-1} - \{u_i\}, Y_i = Y_{i-1} \cup \{u_i\}$ 
10: end for
11: return  $Y_{\hat{K}}$ 
end

```

### 3.1 Frobenius norm 기반 사용자 선택

Frobenius norm 기반 사용자 선택 기법은, 채널의 에너지를 이용한 사용자 선택 기준이며, 유효 채널의 에너지가 가장 큰 사용자를 선택하며 이는 수식 (4)와 같다<sup>[5]</sup>.

$$u_i = \arg \max_{m \in \Omega_i} \left( \|\hat{\mathbf{H}}_m\|_F^2 + \sum_{s=1}^{i-1} \|\hat{\mathbf{H}}_{u_s, m}\|_F^2 \right) \quad (4)$$

$\hat{\mathbf{H}}_m, \hat{\mathbf{H}}_{u_s, m}$ 는 각각 후보 사용자  $m$ 과 이미 선택된

사용자  $u_s$ 의 유효 채널을 의미하며, 각 유효 채널에 대한 Frobenius norm  $\|\hat{\mathbf{H}}_m\|_F^2, \|\hat{\mathbf{H}}_{u_s, m}\|_F^2$ 의 합이 가장 큰 후보  $m$ 을  $i$ 번째 반복에서 선택하게 된다. 이전 반복에서 선택된 사용자들과의 간섭에 의한 후보 사용자  $m$ 의 유효 채널과, 후보 사용자  $m$ 이  $Y_i$ 의 사용자  $s$ 에 주는 간섭에 의한 유효 채널을 각각 수식 (5), (6)을 이용해서 계산할 수 있다.

$$\hat{\mathbf{H}}_m = \mathbf{H}_m (\mathbf{I}_{n_t} - \mathbf{V}_{i-1} \mathbf{V}_{i-1}^H) \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{H}}_{u_s, m} = \mathbf{H}_{u_s} (\mathbf{I}_{n_t} - \mathbf{W}_{u_s, m} \mathbf{W}_{u_s, m}^H), \quad s = 1, \dots, i-1 \quad (6)$$

이전  $i-1$ 번째 반복에서 이미 선택된 사용자들의 공통 row space를  $\mathbf{V}_{i-1}$ , 후보 사용자  $m$ 과  $Y_{i-1}$ 에서  $u_s$ 를 제외한 다른 사용자와 공통 row space를  $\mathbf{W}_{u_s, m}$ 으로 표기하며,  $\mathbf{I}_{n_t}$ 는  $n_t \times n_t$  단위행렬 (identity matrix)이다.

각 공통 row space  $\mathbf{W}_{u_s, m}, \mathbf{V}_{i-1}$ 는 계산 방식에서 차이를 가지고 있다. 먼저  $\mathbf{W}_{u_s, m}$ 은  $Y_{i-1}$ 에서  $u_s$ 를 제외한 다른 사용자들의 채널과  $\mathbf{H}_m$ 를 결합 (concatenation)한 채널  $\tilde{\mathbf{H}}_{u_s, m}$ 에 대해 특이값 분해 (singular value decomposition, SVD)를 통해 계산된 row space  $R(\tilde{\mathbf{H}}_{u_s, m})$ 로, 수식 (7)과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{W}_{u_s, m} = R(\tilde{\mathbf{H}}_{u_s, m}) \quad (7)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_{u_s, m} = [\mathbf{H}_{u_1}^H \dots \mathbf{H}_{u_{s-1}}^H \mathbf{H}_{u_{s+1}}^H \dots \mathbf{H}_m^H]^H \quad (8)$$

$Y_i$ 에 포함된 사용자들의 공통 row space  $\mathbf{V}_i$ 는 다른 방식을 이용한다. 먼저  $i=1$ 인 경우에는 선택된  $u_1$ 의 채널  $\mathbf{H}_{u_1}$ 에 대해 수식 (9)과 같이 계산해 초기  $\mathbf{V}_1$ 을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{V}_1 = R(\mathbf{H}_{u_1}) \quad (9)$$

이후  $i > 1$  반복부터는 아래와 같이  $i$ 번째 반복에서 새롭게 선택된 사용자  $u_i$ 의 유효 채널  $\tilde{\mathbf{H}}_{u_i}$ 의 row space만을 계산하여 결합하는 형태로 사용된다.

$$\mathbf{V}_i = [\mathbf{V}_{i-1} \tilde{\mathbf{V}}_{u_{i-1}}] \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{u_{i-1}} = R(\tilde{\mathbf{H}}_{u_{i-1}}) = R(\mathbf{H}_{u_{i-1}}(\mathbf{I}_{n_i} - \mathbf{V}_{i-1}\mathbf{V}_{i-1}^H)) \quad (11)$$

이 방식은 특이값 분해의 대상 행렬 크기가 작아진다는 장점을 가지지만, 기존 반복에서 선택된 사용자들의 row space가 갱신되지 않기 때문에 사용자 선택이 진행될수록 선택 기준의 정확도가 감소하며, 수신 안테나 수가 증가할수록 이 경향이 더 크게 나타난다는 단점을 가지고 있다. 위와 같이 구성된 Frobenius norm 기반 사용자 선택 알고리즘의 구조는 표 2와 같다.

표 2. Frobenius norm 기반 사용자 선택 알고리즘 의사 코드  
Table 2. Frobenius norm based user selection algorithm pseudo code

```

begin
1:  $\Omega_0 = \{1, 2, \dots, K\}, Y_0 = \emptyset$ 
2: Initial user selection:
    $u_1 = \arg \max_{m \in \Omega_0} M(m)$ 
3: Initial parameter  $\mathbf{V}_1 = R(\mathbf{H}_{u_1})$ 
4: User set update:
    $\Omega_1 = \Omega_0 - \{u_1\}, Y_1 = Y_0 \cup \{u_1\}$ 
5: for  $i = 2: \hat{K}$  do
6:   for every  $k \in \Omega_i$  do
7:     Calculation:
        $M(m) = \|\hat{\mathbf{H}}_m\|_F^2 + \sum_{s=1}^{i-1} \|\hat{\mathbf{H}}_{u_s, m}\|_F^2$ 
8:   end for
9: User selection:
    $u_i = \arg \max_{m \in \Omega_i} M(m) \cup Y_{i-1}$ 
10: Update parameter:  $\mathbf{V}_i = [\mathbf{V}_{i-1} \tilde{\mathbf{V}}_{u_i}]$ 
11: User set update:
    $\Omega_i = \Omega_{i-1} - \{u_i\}, Y_i = Y_{i-1} \cup \{u_i\}$ 
12: end for
13: return  $Y_{\hat{K}}$ 
end
    
```

### 3.2 투영 행렬 기반 사용자 선택

기존 Frobenius norm 사용자 선택 알고리즘이 가지고 있는 정확도 문제를 보완하기 위해 투영 행렬을 이용한 사용자 선택 기법을 새롭게 제안하였다. 이 기법은 Frobenius norm을 최대화 시키는 사용자를 선택하는 점에서는 동일하지만, 선택하는 과정에 있어 계산 방식을 투영행렬 기반으로 변경함으로써, 더 정확한 사용자 선택을 가능하게 한다. 또한 투영 행렬의 근사화 적용을 통해 각 사용자의 채널 정보를 통해 계산한 투영행렬의 곱을 이용함으로써, 추가적인 특이값

분해 연산을 수행하지 않는다는 장점을 가지고 있다. 먼저 프리코딩  $\mathbf{T}_{u_i}$ 을 통한 유효 채널과 투영 행렬  $\tilde{\mathbf{P}}_{u_i}$ 을 통해 계산한 유효 채널의 Frobenius norm이 같다는 [8]의 수식 (12) 결과를 활용할 수 있다.

$$\|\mathbf{H}_{u_i}\mathbf{T}_{u_i}\|_F^2 = \|\mathbf{H}_{u_i}\tilde{\mathbf{P}}_{u_i}\|_F^2 \quad (12)$$

공통 투영 행렬  $\tilde{\mathbf{P}}_{u_i}$ 는 사용자  $u_i$ 를 제외한  $Y_{i-1}$  내 사용자들의 공통 row space를 이용해서 계산할 수 있으며, 그 과정은 수식 (13)~(15)와 같다.

$$\tilde{\mathbf{P}}_{u_i} = \mathbf{I}_{n_i} - \tilde{\mathbf{B}}_{u_i}\tilde{\mathbf{B}}_{u_i}^H \quad (13)$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_{u_i} = R(\tilde{\mathbf{H}}_{u_i}) \quad (14)$$

$$\tilde{\mathbf{H}}_{u_i} = [\mathbf{H}_{u_1}^H \dots \mathbf{H}_{u_{i-1}}^H \mathbf{H}_{u_{i+1}}^H \dots \mathbf{H}_{u_{|Y_i|}}^H]^H \quad (15)$$

$|\cdot|$ 는 선택된 사용자 집합  $Y_i$ 의 크기를 의미한다. 이 결과를 활용하면, 프리코딩에 의한 유효 채널의 에너지를 정확하게 계산할 수 있지만, 여전히 공통 row space 계산을 위해 결합된 채널 행렬에 대한 특이값 분해 연산이 매 사용자 선택 과정에서 필요하다. 이 문제는 공통 투영 행렬  $\tilde{\mathbf{P}}_{u_i}$ 를 각 사용자의 투영행렬  $\mathbf{P}_{u_i}$ 를 이용하여 수식 (16)과 같이 근사화한 [9]의 결과 활용을 통해 해결할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{P}}_{u_i} \approx (\mathbf{P}_{u_1} \dots \mathbf{P}_{u_{i-1}} \mathbf{P}_{u_{i+1}} \dots \mathbf{P}_{u_{\hat{K}}})^p, p \rightarrow \infty \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_{u_i} = \mathbf{I}_{n_i} - \mathbf{B}_{u_i}\mathbf{B}_{u_i}^H \quad (17)$$

$$\mathbf{B}_{u_i} = R(\mathbf{H}_{u_i}) \quad (18)$$

공통 투영 행렬 계산에 필요한  $\mathbf{P}_{u_i}$ 는  $\mathbf{H}_{u_i}$ 를 이용하여 반복 전에 수식 (17), (18)을 이용해 미리 계산할 수 있으며, 해당 근사화가  $p=1 \sim 3$  등의 작은 값에서도 충분한 정확도를 가지는 것도 [8]에서 확인되었다. 위 근사화를 활용하면 각 사용자의 투영 행렬을 계산한 이후 시점에서는 추가적인 특이값 분해 연산이 필요하지 않게 된다. 따라서 유효 채널 계산을 투영 행렬 연산으로 대체할 수 있으며, 이를 활용한 제

안 사용자 선택 기준은 다음과 같다.

$$u_i = \arg \max_{m \in \Omega_{i-1}} \left( \|\mathbf{H}_m \tilde{\mathbf{P}}_{i-1}\|_F^2 + \sum_{s=1}^{i-1} \|\mathbf{H}_{u_s} \tilde{\mathbf{P}}_{s,m}\|_F^2 \right) \quad (19)$$

위 수식에서  $\tilde{\mathbf{P}}_{i-1}$ 는 이전  $i-1$  번째 반복에서 선택된 사용자들의 공통 투영 행렬로,  $i$  번째 반복에 대해 수식 (20)과 같이 계산할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{P}}_i \approx (\mathbf{P}_{u_1} \mathbf{P}_{u_2} \cdots \mathbf{P}_{u_i})^p \quad (20)$$

$\tilde{\mathbf{P}}_{s,m}$ 는 후보 사용자  $m$ 을 포함했을 때  $Y_{i-1}$ 에서 사용자  $s$ 에 대한 공통 투영 행렬을 의미하며, 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\tilde{\mathbf{P}}_{s,m} = (\mathbf{P}_{u_1} \cdots \mathbf{P}_{s-1} \mathbf{P}_{s+1} \cdots \mathbf{P}_m)^p \quad (21)$$

두 행렬 근사화를 적용해 계산할 수 있으며, 이 선택 기준을 사용자 선택 알고리즘에 적용하면 모든 반

표 3. 투영 행렬 기반 사용자 선택 알고리즘 의사 코드  
Table 3. Projection matrix based user selection algorithm pseudo code

```

begin
1:  $\Omega_0 = \{1, 2, \dots, K\}, Y_0 = \emptyset$ 
2: Projection matrix:
    $\mathbf{P}_m = \mathbf{I}_{n_i} - \mathbf{B}_m \mathbf{B}_m^H, \quad \forall m \in \Omega$ 
3: Initial user selection:
    $u_1 = \arg \max_{m \in \Omega_0} \|\mathbf{H}_m\|_F^2$ 
4: Initial parameter:  $\tilde{\mathbf{P}}_1 = \mathbf{P}_{u_1}$ 
5: User set update:
    $\Omega_1 = \Omega_0 - \{u_1\}, Y_1 = Y_0 \cup \{u_1\}$ 
6: for  $i = 2: \hat{K}$  do
7:   for every  $k \in \Omega_{i-1}$  do
8:     Calculation:
        $\mathcal{M}(m) = \|\mathbf{H}_m \tilde{\mathbf{P}}_{i-1}\|_F^2 + \sum_{s=1}^{i-1} \|\mathbf{H}_{u_s} \tilde{\mathbf{P}}_{s,m}\|_F^2$ 
9:   end for
10:  User selection:
      $u_i = \arg \max_{m \in \Omega_{i-1}} \mathcal{M}(m) \cup Y_{i-1}$ 
11:  User set update:
      $\Omega_i = \Omega_{i-1} - \{u_i\}, Y_i = Y_{i-1} \cup \{u_i\}$ 
12:  Update parameter:
      $\tilde{\mathbf{P}}_i \approx (\mathbf{P}_{u_1} \mathbf{P}_{u_2} \cdots \mathbf{P}_{u_i})^p$ 
13: end for
14: return  $Y_{\hat{K}}$ 
end

```

복에서 정확한 프리코딩 효과를 알 수 있다. 따라서 수신 안테나 수 및  $\hat{K}$  증가에 따른 성능 열화 원인을 제거할 수 있으며, 더 높은 채널 용량을 확보할 수 있다. 제안된 사용자 선택 알고리즘의 구조는 표 3과 같다.

#### IV. 계산 복잡도 분석

본 장에서는 기존 Frobenius norm 기준과 제안 투영 행렬 사용자 선택 기준의 계산 복잡도를 분석한다. 복잡도 분석을 위해 flop count라는 개념을 이용할 수 있다. 실수 사칙연산 1회를 1 flop으로 정의하며, 일반적인 복소수 사칙연산 및 행렬 연산에 대한 flop count는 분석되어 알려져 있다<sup>[10]</sup>. 해당 결과들을 이용해 사용자 선택 알고리즘에서 발생하는 flop count를 계산하고 이를 big-O 표기법을 통해 정리할 수 있다. 분석의 편의를 위해  $K \gg \hat{K}$ 와  $\hat{K}n_r = n_t$  두 가지를 가정했다.

##### 4.1 Frobenius norm 기반

사용자 선택 과정은 크게  $i = 1, i = 2 \sim \hat{K}$  두 단계로 구분할 수 있으며, 각 단계에서 발생하는 flop count는 아래와 같다.

1)  $i = 1$

$K$  사용자에게 대한 Frobenius norm 계산에서  $4Kn_r^2n_t$  flop이 발생하며,  $\mathbf{V}_1$  행렬 계산에서  $8n_r^2n_t - 2n_rn_t$  연산이 발생한다. 따라서 사용자 선택에  $4Kn_r^2n_t + 8n_r^2n_t - 2n_rn_t$  flop 이 필요하다.

2)  $i = 2 \sim \hat{K}$

매  $i$  번째 반복마다 각 후보 사용자  $m \in \Omega_{i-1}$ 에 대해  $\hat{\mathbf{H}}_m, \hat{\mathbf{H}}_{u_s,m}$ 의 Frobenius norm 계산이 필요하다. 후보 사용자  $m$ 의 유효 채널  $\|\hat{\mathbf{H}}_m\|_F^2 = \|\mathbf{H}_m(\mathbf{I}_{n_i} - \mathbf{V}_{i-1}\mathbf{V}_{i-1}^H)\|_F^2$  계산에 대해  $8n_t^2(i-1)n_r + 2n_t^2 + 8n_rn_t^2 + 4n_r^2n_t$  flop 이 발생한다. 다음은 모든  $s \in Y_{i-1}$ 에 대해  $\|\hat{\mathbf{H}}_{u_s,m}\|_F^2 = \|\mathbf{H}_{u_s}(\mathbf{I}_{n_i} - \mathbf{W}_{u_s,m}\mathbf{W}_{u_s,m}^H)\|_F^2$  계산이 필요하며,  $24(i-1)^2n_r^2n_t + 8(i-1)n_rn_t^2 + 9n_t^3$  flop이 발생한다.  $i$  번째 반복에서  $\Omega_{i-1}$ 의 크기가  $K-i+1$ ,  $Y_{i-1}$ 의 크기가  $i-1$ 인 점을 고려하면  $u_i$ 를 선택하기 위해  $(K-i+1) \{8n_t^2(i-1)n_r + 2n_t^2 + 8n_rn_t^2 + 4n_r^2n_t$

+24(i-1)<sup>3</sup>n<sub>r</sub>n<sub>t</sub>+8(i-1)<sup>2</sup>n<sub>r</sub>n<sub>t</sub><sup>2</sup>+9(i-1)n<sub>t</sub><sup>3</sup>} flop count가 필요하다. 사용자 선택 이후 V<sub>i</sub> 갱신을 위해  $\tilde{\mathbf{V}}_{u_i}$  계산에 8n<sub>t</sub><sup>2</sup>(i-1)n<sub>r</sub>+2n<sub>t</sub><sup>2</sup>+8n<sub>r</sub>n<sub>t</sub><sup>2</sup>+4n<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub> flop count가 필요하다.

결론적으로, Frobenius norm 기반 사용자 선택에서 발생하는 연산량 ψ<sub>F</sub>는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \psi_F &= 4Kn_r^2n_t + 8n_r^2n_t - 2n_rn_t \\ &+ \sum_{i=1}^{\hat{K}} (K-i+1) \{8n_t^2(i-1)n_r + 2n_t^2 \\ &+ 8n_rn_t^2 + 4n_r^2n_t + 24(i-1)^3n_r^2n_t \\ &+ 8(i-1)^2n_rn_t^2 + 9(i-1)n_t^3\} \\ &\approx \mathcal{O}(K\hat{K}n_t^3) \end{aligned} \quad (22)$$

#### 4.2 투영 행렬 기반 사용자 선택

투영 행렬 기반 사용자 선택도 동일하게 두단계로 구분할 수 있다.

1) i = 1

수식 (17)을 이용한 각 사용자의 투영 행렬 계산이 먼저 필요하며, K(16n<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub>-2n<sub>r</sub>n<sub>t</sub>+2n<sub>t</sub><sup>2</sup>) flop을 발생시킨다. u<sub>1</sub>은 투영 행렬을 이용하지 않고, 각 사용자의 Frobenius norm 계산을 통해 결정할 수 있으며, 이 과정에서 4Kn<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub> flop이 필요하다. 따라서 u<sub>1</sub> 선택에는 총 K(20n<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub>-2n<sub>r</sub>n<sub>t</sub>+2n<sub>t</sub><sup>2</sup>) flop이 필요하다.

2) i = 2 ~ K̂

매 i 번째 반복마다 각 후보 사용자 m ∈ Ω<sub>i-1</sub>에 대해 ||H<sub>m</sub>Ṗ<sub>i-1</sub>||<sub>F</sub><sup>2</sup>, ||H<sub>u<sub>s</sub></sub>Ṗ<sub>s,m</sub>||<sub>F</sub><sup>2</sup> 계산이 필요하다. 먼저 ||H<sub>m</sub>Ṗ<sub>i-1</sub>||<sub>F</sub><sup>2</sup> 계산 과정에서 8n<sub>r</sub>n<sub>t</sub><sup>2</sup>+4n<sub>r</sub>n<sub>t</sub> 연산이 발생한다. 모든 s ∈ Y<sub>i-1</sub>에 대한 ||H<sub>u<sub>s</sub></sub>Ṗ<sub>s,m</sub>||<sub>F</sub><sup>2</sup>를 계산하기 위해서 (i-1) {8(i+p-2)n<sub>t</sub><sup>3</sup>+4n<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub>} flop이 필요하다. i 번째 반복에서 Ω<sub>i-1</sub>, Y<sub>i-1</sub>를 고려하면 총 (K-i+1) {(8n<sub>r</sub>n<sub>t</sub><sup>2</sup>+4n<sub>r</sub>n<sub>t</sub>)+(i-1) {8(i+p-2)n<sub>t</sub><sup>3</sup>+4n<sub>r</sub><sup>2</sup>n<sub>t</sub>}} flop count가 필요하다. 다음 반복을 위한 Ṗ<sub>i</sub> 갱신에는 8(i+p-2)n<sub>t</sub><sup>3</sup>이 필요하다.

결론적으로 투영 행렬 기반 사용자 선택에 필요한 연산량 ψ<sub>p</sub>는 수식 (23)과 같다

표 4. 사용자 선택 기준에 따른 flop count  
Table 4. Flop count depends on user selection metric

Selection metric	Flop count (×10 <sup>5</sup> )
Sum capacity	114.95
Frobenius norm	7.21
Proposed (p = 1)	12.13
Proposed (p = 3)	21.06
Proposed (p = 5)	29.99

$$\begin{aligned} \psi_p &= K(20n_r^2n_t - 2n_rn_t + 2n_t^2) \\ &+ \sum_{i=2}^{\hat{K}} (K-i+1) \{ (8n_rn_t^2 + 4n_rn_t) \\ &+ (i-1) \{ 8(i+p-2)n_t^3 + 4n_r^2n_t \} \} \\ &+ 8(i+p-2)n_t^3 \\ &\approx \mathcal{O}(K\hat{K}(\hat{K}+p)n_t^3) \end{aligned} \quad (23)$$

수식 (22), (23)의 big-O 표기법을 통해서도 확인할 수 있듯이 제안 기준의 연산량이 더 많은 것을 알 수 있으며, 특히 n<sub>t</sub> = 8, n<sub>r</sub> = 2, K = 20에 대해 연산량을 계산한 결과는 표 4와 같다. 비교를 위해 [6]의 결과를 참고하여 채널 용량 기준의 연산량을 추가하였다. 표 4의 결과에서 알 수 있듯이 제안 기준의 경우, 특이값 분해를 수행하는 빈도는 줄어들었지만, 공통 투영 행렬 계산에서 행렬 곱 연산이 지속적으로 필요하기 때문에, p = 1에서 연산량이 약 68% 더 증가한 점을 확인할 수 있었으며, p 값이 증가할수록 이 차이는 더 커지는 것을 확인할 수 있었다.

## V. 모의 실험

제안 기법의 성능을 확인하기 위해 몬테카를로 방식에 기반한 모의 실험을 통한 획득 가능한 채널 용량을 확인하였다. 이용된 파라미터는 표 5와 같다. 비교 대상은 제안한 투영 행렬 기반 선택 기준, Frobenius

표 5. 모의 실험 파라미터  
Table 5. Simulation parameters

Total number of user K	5~50
Number of Tx antenna at BS n <sub>t</sub>	8
Number of Rx antenna at user n <sub>r</sub>	2, 4
Maximum number of selected users K̂	2, 4
Channel model	Rayleigh fading
SNR	0, 20 dB

norm이다. 사용자 선택의 목적을 채널 용량 극대화로 설정했기 때문에, 최대 획득 가능한 채널 용량을 확인하기 위해 채널 용량 기준을 이용한 사용자 선택 결과를 추가하였다. 따라서 본 모의 실험에서 채널 용량 기준이 최적의 기준이며, 다른 두 기법은 준최적 기준이 된다.

그림 2, 3은 선택 기준에 따른 획득 채널 용량이다. 낮은 SNR(0dB, 그림 2)에서는 채널 용량이 채널 값보다 잡음(noise)에 의해 결정되기 때문에, 선택 기준에 따른 차이가 적은 점을 확인 할 수 있었다. 높은 SNR(20dB, 그림 3)의 결과에서 알 수 있듯이, 제안 기법이 Frobenius norm 대비 약 1bps/Hz의 추가 채널 용량을 획득하는 것을 확인할 수 있다. 또한 수신 안테나 수가 4인 경우 기준 기법 대비 성능 향상 폭이

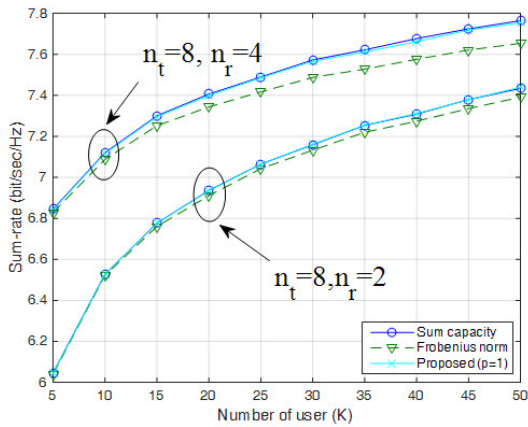


그림 2. 사용자 선택 기준에 따른 획득 채널 용량 (0dB)  
Fig. 2. Achievable sum rate depends on user selection metric (0dB)

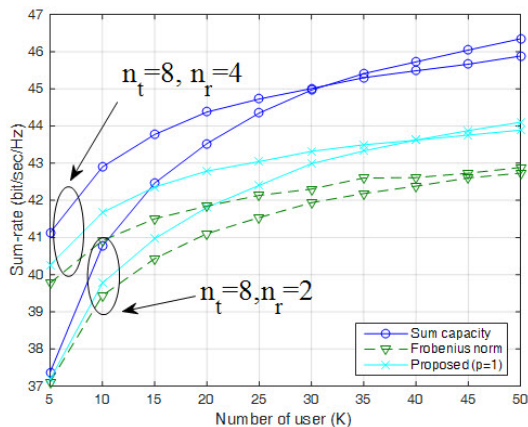


그림 3. 사용자 선택 기준에 따른 획득 채널 용량 (20dB)  
Fig. 3. Achievable sum rate depends on user selection metric (20dB)

2인 경우 대비 더 크며, 채널 용량 기준과 더 근접한 것을 알 수 있다. 이는 투영 행렬 근사화로 인한 유효 채널 계산 및 사용자 선택이 더 정확해졌음을 의미한다.

그림 4는  $n_r = 2$ 일 때 (최대 4명 사용자 선택)  $p$  값 설정에 따른 제안 기법의 획득 채널 용량을 의미한다.  $p$  값이 증가할수록, 수식 (16)의 근사화가 정확해지기 때문에, 근사화 된 공통 투영 행렬을 통해 계산된 유효 채널이 프리코딩의 효과를 더욱 정확하게 나타낼 수 있다. 모의 실험 결과에서도  $p$ 가 증가할수록, 획득 채널 용량이 증가하는 점을 확인할 수 있었지만, 3보다 큰 값에서는 성능 향상이 거의 없는 점을 확인할 수 있었다.

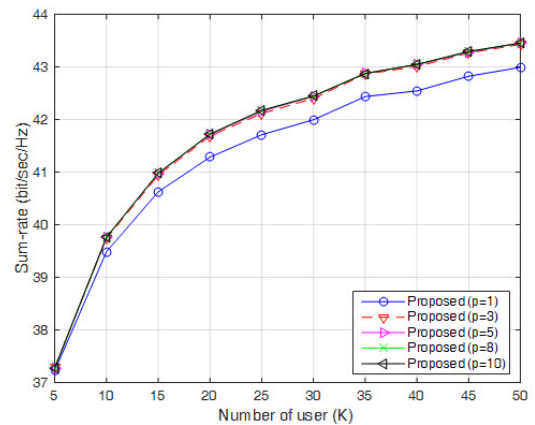


그림 4.  $p$  값에 따른 제안 기준 이용시 획득 채널 용량  
Fig. 4. Achievable sum rate depends on  $p$

## VI. 결론

본 논문은 하향 다중 사용자 시스템에서 투영 행렬의 근사화를 통하여 더 효과적인 사용자 선택 기준을 제안하였다. 공통 투영 행렬에 의한 유효 채널과 프리코딩에 의한 유효 채널의 Frobenius norm이 동일하다는 점에 착안해 사용자 선택 기준에서 해당 부분을 대체 할 수 있었다. 또한 공통 투영 행렬의 근사화를 통해 특이값 분해의 연산이 사용자 선택 과정에서 반복되는 점을 제거하고, 선택하는 사용자 수가 증가할수록 유효 채널 계산이 부정확해지는 기존 기법의 단점을 해결했다. 복잡도 분석을 통해 Frobenius norm 대비  $p = 1$ 에서 약 68%의 복잡도 증가가 있지만, 채널 용량 기준 대비 여전히 10% 미만의 복잡도 인 점을 확인하였다. 모의 실험을 통하여 제안 사용자 선택 기준이 기존 기법 대비 더 높은 채널 용량을 얻을 수 있

는 것을 확인했으며, 이는 제안 기법이 기존 기법 대비 채널 용량을 극대화 시키는 사용자 조합을 더 정확하게 찾아낼 수 있다는 것을 의미한다.  $p$  값에 따른 결과에서도  $p=3$  이상에서는 성능 향상에 큰 문제가 없는 점을 확인했다. 논문에서는 MU-MIMO 시스템을 기반으로 알고리즘을 구성했지만, MU-MIMO OFDM 시스템에서도 제안 기법을 그대로 간단히 적용할 수 있으며, 따라서 사용자 채널에 대한 피드백이 가능한 다른 다중 사용자 통신 시스템에서도 활용할 수 있다.

### References

[1] W.-Y. Shin and D. Park, "Opportunistic interference management for interfering multiple-access channels," *J. KICS*, vol. 37, no. 10, Oct. 2012.

[2] J. Koo, Y. Kim, and J. Kim, "An extendable fixed-complexity sphere decoder for downlink multi-user mimo communication system," *J. KICS*, vol. 39, no. 4, pp. 180-187. Apr. 2014.

[3] W. Lim, G. Kim, J. Kim, and H. Park, "Performance of user selection and linear precoding in IEEE 802.11ac downlink MU-MIMO system," *IEEE WCNC 2014*, Apr. 2014.

[4] J. Park and S. Lee, "Beamforming matrix transformation and user scheduling for MIMO systems," *J. KICS*, vol. 37A, no. 1, pp. 25-33, Jan. 2012.

[5] Z. Shen, R. Chen, J. Andrews, R. Heath, and B. Evans, "Low complexity user selection algorithms for multiuser MIMO systems with block diagonalization," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 54, no. 9, pp. 3658-3663, Sept. 2006.

[6] Z. Bo, B. Baoming, L. Ying, G. Daqing, and L. Yajuan, "Chordal distance-based user selection algorithm for the multiuser MIMO downlink with perfect or partial CSIT," *IEEE AINA 2011*, pp. 77-82, Mar. 2011.

[7] T. Le-Nam, M. Bengtsson, and B. Ottersten, "Iterative precoder design and user scheduling for block-diagonalized systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 60, pp. 3726-3739, Jul. 2012.

[8] M. Fuchs, G. Del Galdo, and M. Haardt, "Low-complexity space-time frequency scheduling for MIMO systems with SDMA," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 56, no. 5, pp. 2775-2784, Sept. 2007.

[9] I. Halperin, "The product of projection operators," *Acta. Sci. Math (Szeged)*, vol. 23, pp. 96-99, 1962.

[10] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3<sup>rd</sup> Ed., Baltimore, MD: The John Hopkins Univ. Press, 1996.

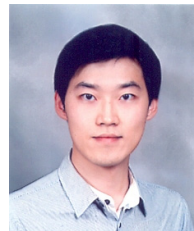
### 김 기 범 (Gibum Kim)



2010년 2월 : 한국과학기술원 정보통신공학과 학사  
 2012년 2월 : 한국과학기술원 전기및전자공학과 석사  
 2012년 2월~현재 : 한국과학기술원 전기및전자공학부 박사과정

<관심분야> 이동통신 물리 및 MAC 계층, 다중 사용자 통신 시스템

### 김 진 우 (Jinwoo Kim)



2009년 2월 : 연세대학교 정보통신공학과 학사  
 2011년 2월 : 한국과학기술원 전기및전자공학과 석사  
 2011년 2월~현재 : 한국과학기술원 전기및전자공학과 박사과정

<관심분야> 다중 사용자 신호처리 및 통신 시스템



**박 현 철 (Hyuncheol Park)**



1983년 2월 : 연세대학교 전자  
공학과 학사

1985년 2월 : 연세대학교 전자  
공학과 석사

1997년 8월 : Georgia Institute  
of Technology Electrical  
Eng. 박사

1984년 12월~2002년 1월 : 삼성전자 수석연구원

2002년 2월~2009년 2월 : 한국정보통신대학교(ICU)  
부교수

2009년 3월~현재 : 한국과학기술원 정교수

2014년 11월~현재 : 정보통신기술진흥센터 (IITP) 이  
동통신 CP

<관심분야> 이동통신 시스템