신뢰성응용연구
제15권, 제1호. pp.6-11, 2015

2차원 무료 보증이 종료된 이후의 보전정책*

김 호 균†

동의대학교 산업경영공학과

Maintenance Policies Following the Expiration of Two-Dimensional Free Replacement Warranty*

Ho-Gyun Kim†

Department of Industrial & Management Engineering, Dong-Eui University

Maintenance plays an important role in keeping product availability, reliability and quality at an appropriate level. In this paper, two-types of maintenance policies are studied following the expiration of two-dimensional (2D) free replacement warranty. Both the fixed-maintenance-period policy and the variable-maintenance-period policy are based on a specified region of the warranty defined in terms of age and usage where all failures are minimally repaired. An accelerating failure time (AFT) model is used to allow for the effect of usage rate on product degradation. The maintenance model that arises following the expiration of 2D warranty is discussed. The expected cost rates per unit time from the user's point of view are formulated and the optimal maintenance policies are determined to minimize the expected cost rate to the user. Finally numerical examples are given to illustrate the optimal maintenance polices.

Keywords: Two-Dimensional Free Replacement Warranty, Maintenance Policy, AFT, Expected Cost Rates Per Unit Time

1. 서 론

오늘날 경쟁적 시장에서 대부분의 제품들은 보증 하에 판매되며 판매되는 제품에 대하여 생산자는 사용자에게 어떤 형태의 보증(warranty)을 제공한다. 보증은 생산자가 사용자에게 일정한 보증기간(영역) 동안 발생되는 고장에 대하여 수리 또는 교체 등의 조치를 해준다는 사용자와의 약정이다 대부분의 제품에 적용되고 있는 1차원 보증은 보증기간(warranty period)으로 나타나며, 2차원 보증은 두 변수(자동차의 경우 보증기간과 보증거리)로써 2차원 상의 보증영역(warranty region)으로 특정 지워진다. 보증정책은 고장에 대한 사용자 부담정도에 따라 크게 무료보증(free replacement warranty)과 할인보증(pro-rate warranty)으로 나누어진다(김호균, 2005; Blischke and Murthy, 1996; Kim and Rao, 2000). 제품의 내용수명이 길어짐에 따라 보증기간(영역)이 길어지게 되고 제품수명주기 관점에서 보증과 보전이 함께 다루어지게 되었다. 길어진 보증기간은 사용자에게 관심을 더 갖게 하지만 생산자에게는 추가적인 서비스 비용을 포함하게 한다. 사용자는 보증이 종료된 후에는 전적으로 제품을 보전한다. 사용자 측면에서는 제품이 제대로 작동하고 운영비용을 최소화하기 위하여 효과적인 보증 종료 후 보전이 중요하게 되었다. 보전은 제품의 가용도, 신뢰도 및 품질을 일정 수준으로 유지시키는데 중요한 역할을 한다. 최근에는 보증과 보전문제를 함께 고려하게 되었다. Shafiee and Chukova(2013)는 2001~2011년 동안에 발간된 보증과 보전에 대한 문헌연구를 수행하였다. 보증과 보전을 크게 생산자 측면에서는 보증서비스(warranty servicing) 문제로 사용자 측면에서는 보증기간 후 보전문제로 구분하였다. 보증서비스 문제에 대한 문헌은 상당히 많으나 보증기간 후 보전문제에 대한 문헌(정기문, 2014; Jung and Park, 2003; Sahin and Polatoglu, 1996; Shafiee and Chukova, 2013; Yeh *et al.*, 2007)은 적은 편이다. 보증기간 후 보전문제에 관련된 주요한 논문들은 다음과 같다. Sahin and Polatoglu(1996)는 재생

---

* 이 논문은 2014학년도 동의대학교 교내 연구비에 의해 연구되었음(2014AA217).
† 교신저자 hgkim@deu.ac.kr
2014년 10월 5일 접수; 2014년 12월 23일 수정본 접수; 2015년 1월 7일 게재 확정.

(renewing)/비재생(non-renewing) 무료보증의 종료 후 교체정책들을 연구하였다. Jung and Park(2003)은 예방보전 활동을 허용하여 Sahin and Polatoglu(1996) 모형을 확장시켰다. Yeh *et al*.(2007)은 보증기간 전・후의 보전 정책을 연구하였다. Yeo and Yuan(2009)은 불완전한(imperfect) 수리를 고려하여 Yeh *et al*.(2007)의 모형을 확장시켰다. 이들 연구들은 1차원 보증으로 판매되는 제품을 다루었으나, 2차원 보증으로 판매된 제품에 대한 보증이 종료된 후의 보전문제를 다룬 논문은 없었다.

본 논문은 2차원 무료보증으로 판매된 제품에 대해 사용자 측면에서 Sahin and Polatoglu(1996)의 보전정책을 고려하여 두 가지 보전정책(고정 보전기간 정책, 변동 보전기간 정책)을 모형화한다. 즉 고정 보전기간 정책에서는 보증영역이 종료된 후 일정 시간 동안은 최소수리를 행하고 이 시간의 종료시점에서 새 제품으로 예방교체를 실시한다. 반면에 변동 보전기간 정책에서는 최소수리 기간의 한계 후 첫 번째 고장 시 고장교체를 실시한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 고장 모형과 보증 및 보전 정책을 설명한다. 제 3장에서는 주어진 사용률에서 보전정책을 분석하고 최적 보전기간을 산출한다. 제 4장에서는 제품이 와이블 고장분포를 가질 경우에 수치예제를 보여준다. 마지막으로 제 5장에 결론과 추후 연구를 제시한다.

2. 모형 설정

모형 설정의 여러 가지 요소를 설명하는데 필요한 기호들이 다음과 같이 주어진다.

기호

W, U	2차원 보증의 시간 한계, 사용량 한계
R, r, r_0	제품 사용률(확률변수), 특정 사용자의 사용률, 명목 사용률
$F_0(x;\alpha_0)$	명목사용률 r_0와 척도 모수 α_0를 갖는 고장분포함수
$\alpha(r)$	사용률 r을 갖는 척도 모수 $[\equiv \left(\frac{r_0}{r}\right)^{\kappa}\alpha_0]$
κ	AFT(Accelerating Failure Time) 모형의 계수
$F(x;\alpha(r)), F^c(x;\alpha(r))\, f(x;\alpha(r))$	$R=r$일 때의 조건부 고장분포함수, 신뢰도 함수, 고장밀도함수
$h(x;\alpha(r)), H(x;\alpha(r))$	고장률 함수, 누적 고장률 함수
$Q(y, y+t;\alpha(r))$	$(y, y+t)$동안 수행된 최소수리의 평균 횟수
$MRL(t;\alpha(r))$	t시점에서의 평균잔여수명
$c_{f,w}, c_{f,m}$	(보증, 보전)기간의 단위 고장비용
c_m, c_r, c_q	단위당 최소수리비용, 교체비용, 고장교체의 추가 비용
y, k	보증 종료 시점에 사용 중인 제품의 수명, 보증기간 동안의 교체횟수
$E(T(t)), E(C(t))$	평균 교체주기, 교체주기 당 평균 총 비용
$\rho_c(y,k,t),\ \rho_v(y,k,t)$	(고정, 변동) 보전기간 정책에서의 교체주기 당 기대 비용률
$t^*_{r,c}, t^*_{r,v}$	$\rho_c(y,k,t),\ \rho_v(y,k,t)$를 최소화하는 최적 보전기간

2.1 고장 모형

2차원 보증으로 판매된 제품에 대한 고장을 모형화 하는데는 1차원과 2차원 접근법이 있다. 1차원 접근법에서는 제품고장을 1차원 포인트 과정(point process)으로 보며(Blischke and Murthy, 1996; Chukova and Johnston, 2006; Iskandar *et al*., 2005; Jack *et al*., 2009), 반면에 2차원 접근법에서는 제품고장을 이변량 분포함수로 나타내어 보증영역 내에 발생하는2차원 포인트로서 모형화한다(Blischke and Murthy, 1996; Jung and Bai, 2007; Kim and Rao, 2000; Murthy *et al*., 1995). 본 논문에서는 제품사용률(예: 자동차에서 연간 마일리지) R이 사용자마다 다르며 특정 사용자에 대한 제품사용률r이라고 하면 r이 일정하다고 가정하는1차원 접근법을 사용한다.

주어진 제품사용률 r에서 수명 x에서의 총 사용량 u는 $u=rx$가 되며, 조건부 고장률함수, $h(x;r)$는 제품수명 x와 r의 비감소함수가 된다. 시간에 따른 제품고장은 계수과정(counting process)으로 모형화 된다. 고장난 제품이 새 제품과 교체되고 교체시간이 무시될 수 있으면, 이 계수과정은 조건부 분포함수 $F(x;r)$를 갖는 재생과정이 된다. 고장난 제품이 수리가 되면 계수과정은 조건부 강도함수$\lambda_r(x)$로 특성지워지고, 최소수리(minimal repair)가 이루어지며 수리시간이 무시되면 강도함수 $\lambda_r(x)=h(x;r)$을 갖는 비정상포아송과정(NHPP: Non-Homogeneous Poisson Process)이 된다(Blischke and Murthy, 1996; Jack *et al*., 2009).

제품은 다수의 상호연관된 구성품으로 구성되며 제품의 신뢰도는 구성품 신뢰도의 함수이다. 설계단계에서는 제품이 명목 사용률 r_0에서 목표 신뢰도를 갖도록 구성품 신뢰도가 결정된다. 실제 사용률이 r_0와 다를 때, 구성품의 신뢰도에 영향을 주며 제품신뢰도에도 영향을 미친다. 사용률이 증가하면 열화(degradation)도 증가하고 고장시간을 가속화 시킨다. 결국 사용률이 증가하면(감소하면), 제품신뢰도는 감소한다(증가한다). 열화에 대한 사용률의 효과는 AFT(Accelerated Failure Time) 모형으로 모형화 될 수 있다. AFT 모형을 활용하여 사용률 $r_0[r]$ 에서의 첫 번째 고장시간 $T_0[T_r]$ 은 다음과 같은 관계식을 갖는다. 여기서 κ는 AFT 모형의 계수이다.

$$\frac{T_r}{T_0}=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\kappa},\ \kappa \geq 1 \tag{1}$$

척도모수 α_0를 갖는 T_0의 분포함수가 $F_0(x;\alpha_0)$일 때, 가속성이 성립된다면 T_r의 척도모수 $\alpha(r)=\left(\frac{r_0}{r}\right)^{\kappa}\alpha_0$가 되고 $F(x;\alpha(r))=F_0((r/r_0)^{\kappa}x;\alpha_0)$가 된다. 분포함수 $F(x;\alpha(r))$로부터 관련된 고장률함수 $h(x;\alpha(r))$와 누적고장률함수 $H(x;\alpha(r))$가 주어진다.

후속하여 발생하는 고장은 고장난 제품을 수리하는 형태에 따라 달라진다. 본 논문에서는 최소수리에 한정하고 수리시간은 MTBF에 비해 무시할 수 있다고 가정한다. 따라서 고장들은 고장률함수와 같은 강도함수 $\lambda_r(x)=h(x;\alpha(r))$를 갖는 NHPP에 따라 발생한다.

2.2 보증정책과 사용자 측면의 보전정책

제품은 사각형 보증영역 $[0, W)\times[0, U)$를 갖는 2차원 보증으로 판매된다. 여기서 W는 시간 한계이고 U는 사용량의 한계이다. 2차원 보증은 해당 제품의 수명이 W에 또는 사용량이 U에 먼저 도달할 때 종료된다. 사용률 r이 U/W보다 작을 경우에는 보증은 W에서 종료되고 총사용량의 추정치는 rW가 된다. 사용률 r이 U/W보다 클 경우에는 U에서 종료되고 수명은 U/r이 된다. 사용률 r에 따른 보증종료시점 W_r은 다음과 같게 된다.

$$W_r=\begin{cases} W, & r\le U/W \text{일 경우} \\ U/r, & r> U/W \text{일 경우}\end{cases} \tag{2}$$

주어진 사용률 r를 가진 사용자는 보증이 종료된 후 전적으로 제품을 보전하는 보전기간을 가지게 된다. 보전기간동안에는 보전 정책에 따라 제품을 사용하며 결국 새 제품으로 교체한다. 보전정책으로 먼저 사용자가 보증 종료 후 고장시 최소수리를 하다가 일정한 기간 $t_{r,c}$ 후에 예방교체를 하는 고정 보전기간 정책을 고려한다 즉 해당 제품에 교체기간 $W_r+t_{r,c}$ 이전에 고장이 발생하면 최소수리를 행하고 $W_r+t_{r,c}$에서 예방교체를 한다. 다음 보전정책으로 보전기간 $t_{r,v}$ 이후 첫 번째 고장시점에서 고장교체하는 변동 보전기간 정책을 고려한다. 주어진 사용률 r를 갖는 사용자는 고정 보전기간 정책이나 변동 보전기간 정책 하에서 수리비용,고장비용 및 교체비용에 따라 최적 보전기간 $t^*_{r,c}$, $t^*_{r,v}$을 결정할 것이다. 따라서 각 보전정책에서 사용률에 따른 2차원 최적점들 $(W_r+t^*_{r,c},\ r(W_r+t^*_{r,c}))$, $(W_r+t^*_{r,v}, r(W_r+t^*_{r,v}))$의 곡선이 생성되고 최소수리 영역 Γ를 형성하게 된다.

3. 최적 보전정책

보증기간 종료시점에서 사용 중인 제품의 수명 y는 범위 $(0, W_r)$에 있다. 보통의 경우에는 사용자는 보증기간 종료시점에서 y를 알 것이고, 이를 바탕으로 보전기간의 길이를 결정할 수 있다. 최적 보전기간의 길이는 y에 따라 다를 것이고 후속 교체주기는 재생과정을 형성하지 못하므로 비정상(non-stationary) 보전정책이 된다. 사용자는 $y(y\le W_r)$와 $k(k\ge 0)$를 관측하고 난 뒤 교체주기 당 기대비용률이 최소가 되는 최적 보전기간 $t^*_{r,c}$, $t^*_{r,v}$를 결정하고자 한다.

3.1 고정 보전기간 정책

무료보증기간 동안에는 생산자가 교체나 수리비용을 부담하며 사용자는 고장으로 인한 고장비용 $k\cdot c_{f,w}$만을 부담한다. 보전기간 동안 행해지는 최소수리비용에 대한 비용을 얻기 위해, y가 주어졌을 때 보전기간 시작시점에서 제품의 잔여수명에 대한 조건부 분포함수는 $[F(y+x;\alpha(r))-F(y;\alpha(r))]/F^c(y;\alpha(r))$가 된다. 최소수리 과정의 조건부 강도함수는 $f(y+x;\alpha(r))/F^c(y+x;\alpha(r))$가 되고 y조건에서 $t_{r,c}$ 동안 이루어지는 최소수리의 평균 횟수는 $Q(y, y+t_{r,c};\alpha(r))=H(y+t_{r,c};\alpha(r))-H(y;\alpha(r))$가 된다. 따라서 보전기간 동안 수리비용과 고장비용은 $(c_m+c_{f,m})\cdot Q(y, y+t_{r,c};\alpha(r))$이다. 수리비용과 고장비용에 추가하여 사용자는 보전기간의 종료시점에서 각 교체에 대해 교체비용 c_r을 부담한다. 교체주기당 평균 총비용은 $E(C(t_{r,c}))=(c_m+c_{f,m})\cdot Q(y, y+t_{r,c};\alpha(r))+c_r+k\cdot c_{f,w}$이고, 교체주기 $E(T(t_{r,c}))=W_r+t_{r,c}$로 일정하다. y와 k가 주어졌을 때, 교체주기 당 기대비용률 $\rho_c(y,\ k,\ t_{r,c})$는 다음과 같다.

$$\rho_c(y, k, t_{r,c})=[(c_m+c_{f,m})\cdot Q(y,y+t_{r,c};\alpha(r))+c_r+k\cdot c_{f,w}]/(W_r+t_{r,c}) \tag{3}$$

정리 1

$F_0(\cdot)\in IFR$이면, y와 k가 주어질 때 $\rho_c(y, k, t_{r,c})$는 $t_{r,c}(t_{r,c}\ge 0)$에 대해 준-볼록(pseudo-convex) 함수이다. $W_r\cdot h(y;\alpha(r))\ge(c_r+k\cdot c_{f,w})/(c_m+c_{f,m})$이면, $t^*_{r,c}(y, k)=0$이고, 아닐 경우 $(c_m+c_{f,m})\cdot h(y+t^*_{r,c}(y, k);\alpha(r))=\rho_c(y, k, t^*_{r,c}(y, k))$를 만족하는 유일한 해 $t^*_{r,c}(y, k)$가 존재한다.

증명

$F_0(\cdot)\in IFR$이면, $\partial E(C(t_{r,c})/\partial t_{r,c}=\partial Q(y, y+t_{r,c};\alpha(r))/\partial t_{r,c}=h(y+t_{r,c};\alpha(r))>0$이고 $\partial^2E(C(t_{r,c}))/\partial^2t_{r,c}=\partial^2Q(y, y+t_{r,c};\alpha(r))/\partial t^2_{r,c}=\partial h(y+t_{r,c};\alpha(r))>0$이다. 또한 $t_{r,c}$의 한계값에 대해 $\rho_c(y,\ k,\ t_{r,c})$를 구해보면 다음과 같다.

$\rho_c(y, k, 0)=(c_r+k\cdot c_{f,w})/W_r$, $\rho_c(y, k, \infty)=(c_m+c_{f,m})\cdot\lim_{\tau\to\infty}Q(y,\ y+t_{r,c};\alpha(r))/(W_r+t_{r,c})=(c_m+c_{f,m})\cdot h(\infty)=\infty$. 그러므로 $E(C(t_{r,c}))$는 양(positive)이고 볼록하다 $E(T(t_{r,c}))$이 $t_{r,c}$에 대해 선형이고 양이므로 $\rho_c(y, k, t_{r,c})$는 준-볼록함수가 된다. 나머지 부분은 0에서의 1차 도함수의 부호에 따라 도출된다.

3.2 변동 보전기간 정책

변동 보전기간 정책은 교체가 $W_r + t_{r,v}$ 후 첫 번째 고장시점에서 이루어진다. y가 주어질 때, 보전기간 후 평균잔여수명 $MRL(y+t_{r,v}\,;\alpha(r))$ 을 고려하면 평균 교체주기 $E[T(t_{r,v})] = W_r + t_{r,v} + MRL(y+t_{r,v}\,;\alpha(r))$ 이 된다.

여기서 $MRL(t\,;\alpha(r)) = \int_t^\infty F^c(u\,;\alpha(r))\,du / F^c(t\,;\alpha(r))$ 로 $\partial MRL(y+t_{r,v}\,;\alpha(r))/\partial t_{r,v} = h(y+t_{r,v}\,;\alpha(r)) \cdot MRL(y+t_{r,v}\,;\alpha(r)) - 1$이므로 $E[T(t_{r,v})]$는 $t_{r,v}$에 대해 증가함수이다. 교체주기당 총비용을 구해 보자. 고정 보전기간 정책에서의 비용과 비교하면 보전기간의 종료 후 첫 번째 고장시점에서 고장교체가 이루어져 고정 보전기간 정책에서의 예방교체와 비교할 때, 추가 교체비용 c_q와 고장비용이 추가적으로 발생한다. 따라서, 주기 당 기대비용률 $\rho_v(y,\,k,\,t_{r,v})$는 다음과 같게 된다.

$$\begin{aligned}\rho_v(y,k,t_{r,v}) = [&(c_m + c_{f,m})\,Q(y,\,y+t_{r,v}\,;\alpha(r)) \\ &+ c_r + c_q + (k+1)\cdot c_{f,w}] \\ &/[W_r + t_{r,v} + MRL(y+t_{r,v}\,;\alpha(r))]\end{aligned} \tag{4}$$

주기 당 기대비용률 $\rho_v(y,\,k,\,t_{r,v})$은 $t_{r,v}$에 대해 단조증가함수일 경우에는 최적 보전기간 $t^*_{r,v}(y,\,k)$ 은 0이 되고 아닐 경우에는 필요조건 $(c_m + c_{f,m})\,/MRL(y+t^*_{r,v}(y,\,k)\,;\alpha(r)) = \rho_v(y,\,k,\,t^*_{r,v}(y,\,k))$를 만족시키는 $t^*_{r,v}(y,\,k)$, $0 < t^*_{r,v}(y,k) < \infty$ 가 존재한다. 일반적으로는 고정 보전기간 정책에서와 달리 $\rho_v(y,\,k,\,t_{r,v})$가 항상 준-볼록함수는 아니며 다음 정리 2와 같이 $t^*_{r,v}(y,k)$ 에 대한 상한을 설정할 수 있다

정리 2

최적 고정 보전기간을 $t^*_{r,c}(y,\,k)$라고 할 때, 다음 조건식에서는 $t^*_{r,v}(y,\,k) \le t^*_{r,c}(y,\,k)$이다.

$(c_q - c_m)/(c_{f,m} + c_m) \le \partial MRL(t\,;\alpha(r))/\partial t$, at $t = W_r + t^*_{r,c}(y,k)$

증명

주기당 기대비용률 $\rho_c(y,\,k,\,t)$, $\rho_v(y,\,k,\,t)$ 를 비교해 보면, 다음 관계식이 성립한다.

$\rho_c(y,k,t) \ge \rho_v(y,k,t)$ iff

$(c_q + c_{f,m}) \le \rho_c(t)\,MRL(y+t)$

각 보전정책에서 최적 보전기간 $t^*_{r,c}$, $t^*_{r,v}$는 각각 다음의 최적조건을 만족한다.

$$\begin{aligned}\rho_c(y,\,k,\,t^*_{r,c}) &= (c_m + c_{f,m})\,h(y+t^*_{r,c}) \\ \rho_v(y,\,k,\,t^*_{r,v}) &= (c_m + c_{f,m})/\,MRL(y+t^*_{r,v})\end{aligned}$$

그리고 $\partial MRL(t\,;\alpha(r))/\partial t = h(t\,;\alpha(r)) \cdot MRL(t\,;\alpha(r)) - 1$이다. $F(\cdot) \in IFR$ 은 $F_0(\cdot) \in DMRL$(즉 $\partial MRL(t)/\partial t \le 0$)을 포함하므로 $h(t) \le 1/MRL(t)$가 된다. 결과적으로 조건식 $(c_q + c_{f,m}) \le \rho_c(t)\,MRL(y+t)$ 이 주어지면,

$$\begin{aligned}\rho_c(t^*_{r,c}) &= (c_m + c_{f,m})h(y+t^*_{r,c}) \ge \rho_v(t^*_{r,c}) \ge \rho_v(t^*_{r,v}) \\ &= (c_m + c_{f,m})/MRL(y+t^*_{r,v}) > (c_m + c_{f,m})h(y+t^*_{r,v})\end{aligned}$$

가 되어 $h(y+t^*_{r,c} > h(y+t^*_{t,v})$ 은 $t^*_{r,c} > t^*_{r,v}$를 의미하게 된다. 조건식의 오른쪽 부분은 다음과 같이 표현될 수 있다

$$\begin{aligned}\rho_c(t^*_{r,c})\,MRL(y+t^*_{r,c}) &= (c_m + c_{f,m})\,h(y+t^*_{r,c})\,MRL(y+t^*_{r,c}) \\ &= (c_m + c_{f,m})\left[1 + \partial MRL(y+t^*_{r,c})/\partial t\right]\end{aligned}$$

따라서 정리 2의 조건식이 도출된다.

여기서 $-1 < \partial MRL(t\,;\alpha(r))/\partial t < 0$이므로, 조건식은 $c_q \ge c_m$이면 절대 만족되지 않는다. 한편 c_q 및 $c_{f,m}$이 0까지 감소하면 항상 만족한다.

후속 교체주기가 재생과정을 생성하지 못하므로, $\rho_c(y,\,k,\,t_{r,c})$와 $\rho_v(y,\,k,\,t_{r,v})$는 장기 기대비용률은 아니다. 즉 $\rho_c(y,\,k,\,t_{r,c})$는 각 보전기간이 제품수명 y로써 시작하고 보증기간 동안 k번의 교체가 있었던 조건부 장기 기대비용률로 해석된다.

4. 수치예제

수치예제를 사용하여 최적보전 정책을 구해보자. 설계 시 명목 사용률 r_0에서 척도모수 α_0와 형상모수 β를 갖는 와이블 분포함수 $F_0(x\,;\alpha_0) = 1 - \exp(-x/\alpha_0)^\beta$를 가정한다. 어떤 사용자에 대해 특정 사용률 r이 주어지면 조건부 고장분포함수는 $F(x\,;\alpha(r)) = 1 - \exp(-x/\alpha(r))^\beta$가 된다. AFT 모형에서 척도모수 $\alpha(r)$를 대체하면 관련된 신뢰도함수, 누적고장률함수 및 고장률함수는 다음과 같게 된다 그러나 잔여수명 $MRL(x\,;\alpha(r))$은 분석적(closed) 형태가 없어 수치계산으로 얻어야 한다(Blischke and Murthy, 2000; Rausand and Hoyland, 2004).

$$\begin{aligned}F^c(x\,;\alpha(r)) &= \exp\left[-\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\kappa\beta}\frac{x^\beta}{\alpha_0^\beta}\right] \\ H(x\,;\alpha(r)) &= \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\kappa\beta}\frac{x^\beta}{\alpha_0^\beta} \\ h(x\,;\alpha(r)) &= \beta\left(\frac{r}{r_0}\right)^{\kappa\beta}\frac{x^{\beta-1}}{\alpha_0^\beta}\end{aligned} \tag{5}$$

2차원 무료보증은 $W = 2$(년)이고 $U = 2(\times 10^4 Km)$로 $U/W = 1$이다. 명목사용률 $r_0 = 1(\times 10^4 Km/\text{년})$이고 $\alpha_0 = 1(\text{년})$, $\beta = 2$이며 AFT 모형의 계수는 $\kappa = 2$이다. 이 경우 보증종료

시점 W_r은 $r \le 1$일 때는 2이고 $r > 1$일 때는 $2/r$이며, $h(y\,;\alpha(r)) = 2r^4 y$, $Q(y,\ y+t(y,\ k)\,;\alpha(r)) = r^4(t^2+2ty)$가 된다. 또한 모형에 사용될 모수 값은 다음과 같다 관련 비용들 $c_r = 1, c_{f,w} = c_{f,m} = 0.2,\ c_q = 0$이고 $k = 1$이며 $y = 0.1,\ 0.3, 0.5, 0.8, 1.0,\ 1.5,\ 1.9$이다.

사용자의 사용률에 따라 낮은 사용률($r = 0.6$), 중간 사용률($r = 0.9$) 및 높은 사용률($r = 1.2$)일 때, 보전기간정책에 대한 최적 보전기간과 기대비용률이 각각<표 1>, <표 2> 및 <표 3>에 나타나있다. 음영으로 처리된 부분은 최적 보전기간이 0으로 고정 보전기간정책에서는 보증기간이 종료된 시점에서 예방교체를 하고 변동 보전기간정책에서는 보증종료 시점 이후 첫 번째 고장이 발생하는 시점에서 고장교체를 실시하라는 의미이다. 기대할 수 있듯이 보증기간 종료시점에서 사용 중인 제품의 수명y가 증가하거나, 수리비용 c_m이 증가할수록 최적 보전기간은 감소하고 기대비용률은 증가함을 알 수 있다. 또한 사용률r이 증가함에 따라 최적 보전기간은 감소하고 기대비용률이 증가함도 알 수 있다 <그림 1> 은 관련 수리비용과 제품의 수명에 따른 수리영역Γ를 보여주고 있다. 사용률이 0.4일 때 $t^*_{r,c}$=13.374로 급격하게 증가하여 사용률 0.6에서 절단하였다. 고정 보전기간정책의 수리영역Γ_c가 변동 보전기간정책의 수리영역Γ_v보다 큼을 알 수 있다.

수리비용이 증가하고 현재 수명이 길수록 수리영역Γ의 넓이는 축소된다. 사용률이 증가하면 최적 보전기간이 0이 되어 고정 보전기간정책에서는 보증종료 즉시 예방교체하고 변동 보전기간 정책에서는 보증종료 후 첫 번째 고장에서 고장교체 하는 것이 경제적임을 알 수 있다

〈표 1〉 최적 보전정책($r = 0.6$)

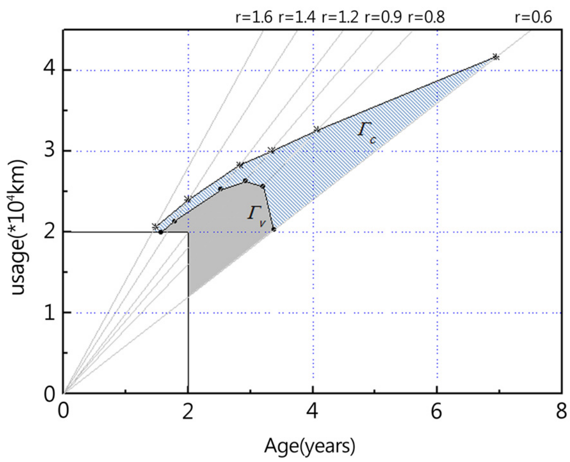
y	고정 보전기간						변동 보전기간					
	Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3		Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3	
	$t^*_{r,c}(y,1),\ \rho_c(y,1,t^*_{r,c}(y,1))$						$t^*_{r,u}(y,1),\ \rho_u(y,1,t^*_{r,u}(y,1))$					
0.1	5.064	0.268	3.871	0.309	2.703	0.363	1.711	0.346	1.328	0.354	0.569	0.361
0.3	5.007	0.275	3.802	0.319	2.617	0.378	1.547	0.363	1.184	0.371	0.456	0.379
0.5	4.950	0.283	3.733	0.329	2.530	0.393	1.381	0.380	1.038	0.389	0.338	0.398
0.8	4.863	0.294	3.627	0.344	2.395	0.414	1.131	0.409	0.815	0.418	0.155	0.426
1.0	4.804	0.301	3.556	0.354	2.303	0.428	0.962	0.430	0.663	0.439	0.029	0.446
1.5	4.656	0.319	3.373	0.379	2.064	0.462	0.538	0.492	0.278	0.499	0.000	0.501
1.9	4.534	0.334	3.222	0.398	1.862	0.488	0.197	0.556	0.000	0.557	0.000	0.557

〈표 2〉 최적 보전정책($r = 0.9$)

y	고정 보전기간						변동 보전기간					
	Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3		Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3	
	$t^*_{r,c}(y,1),\ \rho_c(y,1,t^*_{r,c}(y,1))$						$t^*_{r,u}(y,1),\ \rho_u(y,1,t^*_{r,u}(y,1))$					
0.1	1.570	0.438	1.114	0.478	0.694	0.521	1.159	0.445	0.560	0.462	0.000	0.467
0.3	1.456	0.461	0.983	0.505	0.541	0.552	1.046	0.468	0.440	0.488	0.000	0.492
0.5	1.338	0.482	0.845	0.530	0.379	0.576	0.925	0.490	0.311	0.511	0.000	0.514
0.8	1.154	0.513	0.626	0.561	0.111	0.598	0.730	0.521	0.099	0.540	0.000	0.540
1.0	1.024	0.531	0.469	0.578	0.000	0.600	0.590	0.541	0.000	0.555	0.000	0.555
1.5	0.673	0.570	0.024	0.600	0.000	0.600	0.208	0.583	0.000	0.586	0.000	0.586
1.9	0.355	0.592	0.000	0.600	0.000	0.600	0.000	0.610	0.000	0.610	0.000	0.610

〈표 3〉 최적 보전정책($r = 1.2$)

y	고정 보전기간						변동 보전기간					
	Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3		Cm = 0.0		Cm = 0.1		Cm = 0.3	
	$t^*_{r,c}(y,1),\ \rho_c(y,1,t^*_{r,c}(y,1))$						$t^*_{r,u}(y,1),\ \rho_u(y,1,t^*_{r,u}(y,1))$					
0.1	0.644	0.617	0.425	0.653	0.231	0.687	0.402	0.629	0.080	0.638	0.000	0.638
0.3	0.495	0.659	0.259	0.695	0.047	0.719	0.265	0.671	0.000	0.677	0.000	0.677
0.5	0.334	0.692	0.077	0.718	0.000	0.720	0.113	0.704	0.000	0.705	0.000	0.705
0.8	0.067	0.719	0.000	0.720	0.000	0.720	0.000	0.734	0.000	0.734	0.000	0.734
1.0	0.000	0.720	0.000	0.720	0.000	0.720	0.000	0.748	0.000	0.748	0.000	0.748



<그림 1> 수리영역 ($c_m = 0,\ y = 0.5$)

5. 결 론

본 논문에서는 사용자 측면에서 2차원 무료 보증이 종료된 이후의 보전정책을 제안하였다. 2차원 보증으로 판매된 제품의 고장을 사용률로써 1차원 접근법으로 모형화하고 AFT 모형을 활용하여 열화에 대한 사용률의 효과를 나타내었다. 보전정책으로는 고정 보전기간 정책과 변동 보전기간 정책을 고려하였다. 사용자 측면에서 사용률에 따라 교체주기 당 기대보증비용률을 최소화하는 최적 보전기간이 결정된다. 보증이 종료된 이후의 보전정책이 수리영역으로 나타내었다. 고장분포함수가 와이블분포일 때 수치예제로써 최적 보전기간 및 기대보증비용률, 수리영역을 예증하였다.

추후 연구 주제로는 다음을 포함한다. (1) 정상(stationary) 보전정책을 고려한다. 사용자가 보증기간 내 교체과정을 완전하게 관측할 수 없거나 보증기간의 시작시점에서 보전기간의 길이를 결정해야 하는 상황에서는 사용자가 y를 알 수 없는 경우이다. 이 경우에는 기대비용률에 차이가 발생한다. (2) 다양한 보증정책과 보전정책을 포함할 수 있으며 수리활동에 최소수리가 아닌 불완전한 수리를 포함할 수 있다.

참고문헌

[1] 김호균・Rao, B. M.・배창옥・김승철 (2005), PH수명분포를 갖는 보증제품의 수라교체 전략, 대한산업공학회지, 제31권, pp. 341-348.

[2] 정기문(2014), 교체-수리보증 하에서 연장된 보증이 종료된 이후의 예방보전정책, 신뢰성응용연구, 제14권, pp. 122-128.

[3] Blischke, W. R. and Murthy, D. N. P. (1996), *Product Warranty Handbook*, N. Y., Marcel Dekker.

[4] Blischke, W. R. and Murthy, D. N. P. (2000), *Reliability: modeling, prediction and optimization*, N. Y, Wiley.

[5] Chukova, S. and Johnston, M. R. (2006), Two-dimensional warranty repair strategy based on minimal and complete repairs, *Mathematical and Computer Modelling*, Vol. 44, pp. 1133-1143.

[6] Iskandar, B. P., Murthy, D. N. P., and Jack, N. (2005), A new repair-replace strategy for items sold with a two-dimensional warranty, *Computer & Operations Research*, Vol. 32, pp. 669-682.

[7] Jack, N., Iskander, B. P., Murthy, D. N. P. (2009), A repair-replace strategy based on usage rate for itms sold with a two-dimensional warranty, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 94, pp. 611-617.

[8] Jung, G. M. and Park, D. H. (2003), Optimal maintenance strategies during the post-warranty period, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol. 82, pp. 173-185.

[9] Jung, M. and Bai, D. S. (2007), Analysis of field data under two-dimensional warranty, *Reliability Engineering and System Safety*, Vol.92, pp. 135-143.

[10] Kim, H. G. and Rao, B. M.(2000), Expected warranty cost of two-attribute free-replacement warranties based on a bivariate exponential distribution, *Computer & Industrial Engineering*, Vol. 38, pp. 425-434.

[11] Murthy, D. N. P., Iskander, B. P., and Wilson, R. J. (1995), Two-dimensional failure free warranties: two-dimensional point process models, *Operations Research*, Vol. 43, pp. 356-366.

[12] Rausand, M. and Hoyland, A. (2004), *System Reliability Theory: models, statistical methods, and applications*, Wiley.

[13] Sahin, I. and Polatoglu, H. (1996), Maintenance strategies following the expiration of warranty, *IEEE Transactions on Reliability*, Vol. 45, No. 2, pp. 220-228.

[14] Shafiee, M. and Chukova, S. (2013), Maintenance models in warranty: A literature review, *European Journal of Operational Research*, Vol. 229, pp. 561-572.

[15] Yeh, R. H., Chen, M., and Lin, C. (2007), Optimal periodic replacement policy for repairable products under free-repair warranty, *European Journal of Operational Research*, Vol. 176, pp. 1678-1686.

[16] Yeo, W. M. and Yuan, X. M. (2009), Optimal warranty policies for systems with imperfect repair, *European Journal of Operational Research*, Vol. 178, pp. 187-197.