

다축 핀틀 노즐을 장착한 고체 추진기관의 동적 모델링 및 특성 분석

기태석^{a,*} · 홍석현^a · 박익수^a

Dynamic Modeling and Characteristics Analysis of Solid Rocket Motor with Multi Axis Pintle Nozzles

Taeseok Ki^{a,*} · Seokhyun Hong^a · Ik-soo Park^a

^aThe 4th R&D Institute, Agency for Defense Development, Korea

*Corresponding author. E-mail: kits@add.re.kr

ABSTRACT

Performance parameters of solid rocket motor with multi axis pintle nozzles were analyzed theoretically and modeled. For figuring out the governed variable of dynamic characteristics of system, dynamic analysis was done by using established model. To present characteristics of this system, the model should include not only internal ballistics of propulsion unit but also actuating system to move pintle. For solid rocket motor with multi axis pintle nozzles, not only performance of steady state but also dynamic characteristic of transient state is important design parameter to precise thrust control. Therefore, response time of open-loop system was analyzed by using established model and requirement about response time was satisfied by controlling pressure.

초 록

본 논문에서는 다축의 핀틀 노즐을 장착한 고체 추진기관의 성능 변수를 이론적으로 분석하고 동적 모델링하였다. 이렇게 수립된 모델을 이용하여 시스템 동적 특성의 지배 변수를 파악하기 위하여 동적 분석을 수행하였다. 해당 시스템에 대한 모델을 수립하기 위해서는 기존의 연소 시스템에 대한 이론적인 모델과 함께 핀틀이 구동함에 따라 발생하는 동역학적 특성을 분석하여 모델에 포함시켜야 한다. 다축의 핀틀 노즐을 장착한 추진기관은 정상상태의 성능은 물론 정밀한 추력의 제어를 위해 응답시간과 같은 과도상태의 동적 특성 역시 중요한 설계 조건이 된다. 따라서 수립한 모델을 기반으로 개루프 시스템의 응답시간 특성을 분석하고, 압력 제어를 통해 응답시간에 대한 요구 조건을 만족할 수 있도록 하였다.

Key Words: Internal Ballistic(내탄도), Pintle(핀틀), Response Time(응답시간), Solid Rocket Motor(고체 추진기관), System Modeling(시스템 모델링)

Received 23 December 2014 / Revised 1 May 2015 / Accepted 11 May 2015

Copyright © The Korean Society of Propulsion Engineers

pISSN 1226-6027 / eISSN 2288-4548

[이 논문은 한국추진공학회 2014년도 추계학술대회(2014. 12. 17-19, 강원랜드 호텔) 발표논문을 심사하여 수정·보완한 것임.]

1. 서 론

최근 유도무기용 로켓 모터는 고기동, 정밀 타

격을 목표로 활발히 연구 및 개발되고 있다. 전통적으로 이러한 유도무기용 로켓 모터에 적용되는 고체 추진기관의 경우 추력의 크기 조절에 많은 제약이 있다. 고체 추진체는 일단 연소가 시작되면 추진체를 모두 소비할 때까지 연소가 일어나기 때문에 연소 중 추력의 크기를 자유롭게 변화시킬 수 없는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위하여 기존의 연구에서는 추진체 그레이인의 형상 설계를 통해 추진체의 연소 중 추력의 크기를 변화시킬 수 있는 방법을 모색하였다[1,2]. 그러나 그레이인 형상 설계를 통한 추력의 크기 조절 방식은 비행 중 발생하는 불특정하고, 빠르게 변하는 추력 요구를 충족시킬 수 없다. 따라서 이러한 요구를 충족하기 위하여 핀틀 구동 기술을 이용한 고체 추진기관의 추력 크기 조절에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다.

먼저 Bergmans J.L.과 Salvo R.D.는 대칭성을 가지는 한 축의 핀틀 노즐 구조체를 대상으로 시스템을 모델링하고 이에 대한 제어기를 설계하여 연소관 내부의 압력을 제어하는 연구를 이론적 및 실험적으로 수행하였다[3]. Davis C.A.와 Gerards A.B.는 앞의 연구 결과와 유사하게 연소관 내부의 압력을 제어하는 연구를 수행하였으나, 상온 시험을 통한 검증 과정을 추가하여 제어기 성능 검증의 절차를 더욱 체계적으로 구축하였다[4]. 상기의 기존 연구들에서는 본 연구에서와 마찬가지로 핀틀을 이용하여 노즐목 면적을 변화시키는 시스템을 대상으로 하고 노즐목 면적 변화에 대한 동역학적 특성을 모델링 하였지만, 단일 핀틀 노즐을 대상으로 하였으므로 추력 변화를 통한 자세나 궤도 제어 등에 적용하기에는 그 한계가 있다.

본 논문에서는 추력 및 핀틀의 위치를 제어하기에 앞서 추진기관의 다양한 설계 변수와 연관된 시스템의 동적 특성을 이해하고, 이를 통하여 시스템 및 제어기법 설계의 참고 자료로 활용될 수 있는 시스템의 모델링에 대한 연구를 수행하였다. 기존의 연구에서는 정상상태의 내탄도 성능에 초점을 두어 추진체 연소에 따른 그레이인 및 연소 면적의 변화만을 고려하여 모델링 하였지만, 핀틀을 장착한 고체 추진기관의 경우 연소

성능을 표현할 수 있는 내탄도 모델을 수립하였다. 또한 단일 핀틀 노즐이 아닌 다축 핀틀 노즐을 장착한 고체 추진기관을 대상으로 하여 전체 시스템에 작용하는 추력 및 모멘트를 계산할 수 있도록 하였다. 이러한 과정을 통해 수립된 모델을 이용하여 시스템에 대한 응답시간 특성을 분석하고, 압력 제어를 통해 응답시간에 대한 요구 조건을 만족할 수 있도록 하였다.

2. 추진기관 모델링

시스템 형상은 Fig. 1과 같다. 추진체는 후단면 연소(end-burning) 타입으로 충전되어 있고, 연소 면적이 연소 시작 후부터 끝까지 변화 없이 일정하게 유지가 되며, 결과적으로 노즐목 면적이 일정할 경우 연소관 내부의 압력도 일정하게 유지된다는 특징이 있다. 연소면에서 발생하는 가스는 연소면이 향하는 방향에 위치한 4개의 큰 노즐(Fig. 1의 좌측)에서 배출될 뿐만 아니라, 연소관 중심에 위치해있는 중공핀틀을 통해 반대 방향에 위치한 6개의 작은 노즐(Fig. 1의 우측)에서도 배출된다. 즉 총 10개의 핀틀 노즐을 가진 고체 추진기관이며, 노즐 내부에는 핀틀이 위치하고 있어 노즐목 면적을 변화시킨다. 추진기관의 형상에 대한 보다 자세한 설명은 뒤에서 더욱 자세히 기술하였다.

Fig. 2는 다축의 핀틀 노즐을 장착한 고체 추진기관의 비행역학 및 추진기관 모델을 이용하여 유도 조종 및 추진기관의 제어루프를 도시한

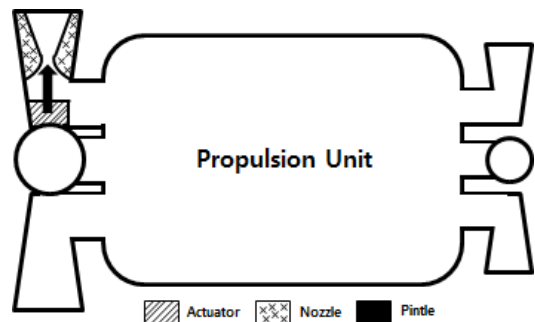


Fig. 1 System configuration.

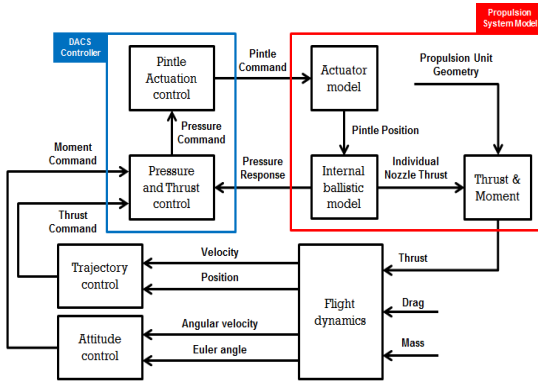


Fig. 2 Control diagram of solid rocket motor with multi axis pintle nozzles.

그림이다. 비행체 운동역학 모델로부터 추진기관의 위치, 속도, 각속도, 오일러 각 등의 정보가 계산되면 이러한 정보를 받아 목표물을 격추시키기 위한 추력과 모멘트 명령이 유도조종 기법으로부터 계산된다. 추력 및 모멘트 명령에 대하여 추진기관 제어기는 추력 분배 전략과 기동성능 요구를 달성하기 위해 추진기관이 유지해야 하는 연소실 압력과 각 노즐을 통해 요구되는 추력을 계산하고, 핀틀 구동기와 추진기관 연소압력을 이용하여 추진기관을 제어한다.

본 연구에서는 Fig. 2의 제어루프 중 Propulsion System Model로 표현한 추진기관에 대하여 핀틀 구동장치 동역학 모델, 내탄도 모델 그리고 각 노즐에서 발생하는 추력에 따른 순수 추력과 모멘트를 계산하는 모델로 나누고 이를 적절한 입출력 변수를 이용하여 결합함으로써 전체 모델을 구현하였다.

2.1 핀틀 구동 모델

핀틀 구동 모델은 요구 압력 및 추력을 만족하기 위한 핀틀의 위치 명령에 따른 위치 응답을 모델의 입출력 변수로 한다. 실제 시스템에서는 구동기의 동역학적 특성 및 핀틀의 위치 제어가 모델링 되어 표현되어야 하지만, 해당 특성들은 Eq. 1과 같이 1차 시간지연 모델과 매우 유사한 응답 특성을 나타내므로 아래와 같이 핀틀 구동 모델을 구성하였다. 이 때 L_r 및 L_{cmd} 는

핀틀 위치의 함수이며, τ_p 는 시상수이다.

$$\frac{L_r(s)}{L_{cmd}(s)} = \frac{1}{\tau_p s + 1} \quad (1)$$

2.2 내탄도 모델

추진기관 내탄도 모델은 질량 보존 방정식과 연소속도에 관한 Robert 방정식을 이용하였다 [5]. 먼저 질량 보존 방정식에 의해서 추진기관 내부의 자유공간에 들어오고 나가는 질량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt}(\rho_c V_c) = \dot{m}_g - \dot{m}_d \quad (2)$$

여기서 ρ_c 는 연소가스의 밀도, V_c 는 자유공간의 부피를 의미한다. 다음으로 추진체의 연소로부터 연소관 내부 공간에 시간당 유입되는 질량 \dot{m}_g , 노즐을 통해 시간당 배출되는 질량 \dot{m}_d 는 다음의 식을 통해 계산할 수 있다.

$$\dot{m}_g = \rho_p A_b a P_c^n \quad (3)$$

$$\dot{m}_d = C_D P_c A_t \quad (4)$$

위 Eq. 3에서 a , P_c 는 각각 연소속도 상수와 연소실 내부 압력을 의미한다. Eq. 4는 노즐이 항상 초킹 상태일 경우 해당 노즐을 통해 시간당 배출되는 질량을 표현한 것이다. 즉 추진기관에 장착된 모든 노즐은 항상 초킹 조건이라고 가정하였다. 또한 Eq. 4에서 A_t 는 각 밸브별 노즐목 면적의 합이며, C_D 는 유량계수를 의미한다. 이 때 이상기체상태방정식을 이용하여 연소관 내부 공간 부피의 시간에 대한 변화량은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{dV_c}{dt} = A_b a P_c^n \quad (5)$$

마지막으로 Eq. 3, 4, 5를 Eq. 2에 대입하면 다음과 같은 식을 정리할 수 있다.

$$\frac{dP_c}{dt} = \frac{RT_c}{V_c} (\rho_p A_b a P_c^n - C_D A_t P_c - \frac{A_b a}{RT_c} P_c^{n+1}) \quad (6)$$

최종적으로 Eq. 5, 6을 시간에 따라 적분함으로써 시간에 따른 연소관 내부 압력 및 부피를 계산할 수 있다.

23 힘과 모멘트 계산

추진기관의 좌표축은 Fig. 3과 같이 유도탄의 동체 좌표를 사용하였다. 먼저 양의 x축 방향은 유도탄의 중심선에서 비행하는 방향으로 정의하였고 y축은 양의 요운동, z축은 양의 피치운동으로 정의한다. Fig. 3의 고체 추진기관은 추진체가 연소됨에 따라서 무게중심의 위치가 x축 상에서 변하게 된다고 가정하면, 각 추력이 작용하는 모멘트 암의 길이 역시 변하게 된다.

$$\begin{aligned} F_y &= F_{d4} - F_{d2} + F_{a6} - F_{a3} \\ F_z &= F_{d1} - F_{d3} + F_{a1} + F_{a2} - F_{a4} - F_{a5} \\ M_x &= (F_{a2} + F_{a5} - F_{a1} - F_{a4}) \times l_{mxa} \\ M_y &= (F_{d3} - F_{d1}) \times l_{myd} \\ &\quad + (F_{a1} + F_{a2} - F_{a4} - F_{a5}) \times l_{mya} \\ M_z &= (F_{d4} - F_{d2}) \times l_{mzd} + (F_{a3} - F_{a6}) \times l_{mza} \end{aligned} \quad (7)$$

최종적으로 전체 시스템에 작용하는 추력 및 모멘트는 Eq. 7을 통해서 구할 수 있다.

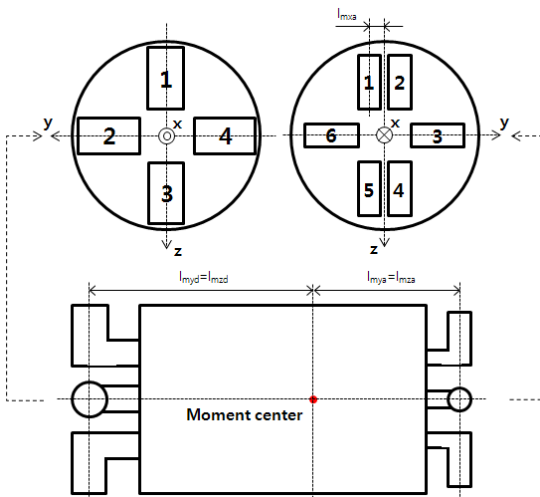


Fig. 3 Coordinate axis of solid rocket motor.

3. 동적 특성 분석

Fig. 2와 같이 시스템 제어 알고리즘에 전체 시스템에 대한 요구 추력 및 모멘트가 결정되고, 이에 따라서 추력 분배 전략 및 연소관 내부 압력 제어에 의해서 각 노즐별 요구 추력이 결정된다. 이 때 각 노즐별 추력은 노즐의 완전 팽창을 가정하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$T_i = C_F P_c A_t \quad (8)$$

이 때 C_F 는 추력 계수로 노즐의 출구면에서의 압력이 연소관 내부 압력보다 매우 작을 경우 상수로 가정할 수 있다. 각 노즐별 요구 추력에 대한 응답시간은 연소관 내부의 압력 변화 및 노즐목 면적 변화의 응답시간에 의해서 결정되며, 각각의 응답시간은 추진기관의 특성과 핀틀의 구동을 위한 구동기의 특성에 의해서 결정된다.

본 논문에서는 응답시간 특성 중 추진기관에 의해 결정되는 압력 변화의 응답시간 특성에 대한 분석을 시뮬레이션을 통해 수행하였다. 이 때 사용한 추진기관의 정보는 Table 1과 같다.

3.1 모델 선형화

Eq. 5, 6과 같이 표현된 추진기관의 내탄도 모델은 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다.

$$\dot{P}_c = f(P_c, V_c, A_t) = \frac{C_1 P_c^n - C_2 P_c A_t - C_3 P_c^{n+1}}{V_c} \quad (9)$$

Table 1. System information.

Variables	Value
r_b (@ 1.000 psia, 20 °C, mm/s)	11
n	0.7
Density (kg/m ³)	1,710
Specific heat ratio	1.25
Flame temperature (K)	2,746
Molecular weight	22.4
Burning area (cm ²)	48,792

$$\dot{V}_c = g(P_c) = C_4 P_c^n \quad (10)$$

$$\begin{aligned} C_1 &= RT_c \rho_p A_b a, \quad C_2 = RT_c C_D \\ C_3 &= \frac{A_b a}{RT_c}, \quad C_4 = A_b a \end{aligned} \quad (11)$$

위와 같이 복잡한 비선형 모델에 대한 응답시간 특성을 분석하기 위하여 모델에 대한 선형화를 수행하고 선형화된 모델을 기준으로 응답시간을 계산하였다. 연소관의 압력, 자유공간의 부피, 노즐목 면적을 각각 변수로 하고 각 변수의 평형점(equilibrium point)을 각각 P_{c0} , V_{c0} , A_{t0} 라 하자. 또 한 평형점으로 부터 현재 값과의 차이를 각각 ΔP_c , ΔV_c , ΔA_t 라고 하면, 이러한 변화량에 대한 선형화 모델은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta \dot{P}_c &= \frac{\partial f}{\partial P_c} \Delta P_c + \frac{\partial f}{\partial V_c} \Delta V_c + \frac{\partial f}{\partial A_t} \Delta A_t \\ &= A_1 \Delta P_c + A_2 \Delta V_c + B \Delta A_t \end{aligned} \quad (12)$$

$$\Delta \dot{V}_c = \frac{\partial g}{\partial P_c} \Delta P_c = A_3 \Delta P_c \quad (13)$$

위 식에서 각각의 상수항은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{n C_1 P_{c0}^{n-1} - C_2 A_{t0} - (n+1) C_3 P_{c0}^n}{V_{c0}} \\ A_2 &= \frac{-C_1 P_{c0}^n + C_2 P_{c0} A_t + C_3 P_{c0}^{n+1}}{V_{c0}^2} \\ A_3 &= n C_4 P_{c0}^{n-1} \\ B &= \frac{-C_2 P_{c0}}{V_{c0}} \end{aligned} \quad (14)$$

위의 선형화 모델은 행렬을 이용하여 다음과 같이 간단히 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{P}_c \\ \Delta \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_c \\ \Delta V_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \Delta A_t \quad (15)$$

3.2 개루프 시스템의 응답시간 분석

노즐목 면적 변화를 통한 압력 제어를 하지 않은 개루프 시스템(open-loop system)에 대한 응답시간 특성 분석을 먼저 수행하였다. 개루프 시스템의 시상수 τ_o 는 Eq. 12의 선형화 모델로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \tau_o &= -\frac{1}{A_1} \\ &= \frac{V_{c0}}{-n C_1 P_{c0}^{n-1} + C_2 A_{t0} + (n+1) C_3 P_{c0}^n} \end{aligned} \quad (16)$$

위의 식을 이용하여 압력의 운용 범위에 따른 응답시간을 구할 수 있다. 먼저 압력의 운용 범위 및 자유공간 부피의 범위는 다음과 같이 정의하였다.

다음으로 일반적인 응답시간의 정의에 따라, 현재의 압력이 정상상태 압력의 약 98%에 도달하는 시간인 $4\tau_o$ 를 시스템의 응답시간으로 정의하였다. 따라서 위와 같은 압력과 부피의 범위에 대한 개루프 시스템의 응답시간은 다음과 같다.

Fig. 4는 개루프 시스템의 응답시간을 나타낸 것으로, 압력과 부피를 각각의 최대값으로 나누어 표현하였다. Fig. 4를 살펴보면 추진기관이 운용되는 압력 및 부피 증가할수록 응답시간 역시 증가함을 알 수 있다. 이는 연소가 진행됨에 따라서 연소관 내부 자유공간의 부피가 증가하고, 운용 압력을 높게 설정할 경우 개루프 시스템의 응답시간이 증가하여 과도 상태의 특성이 나빠지게 됨을 의미한다. 이러한 특성은 개루프 시스템의 응답시간을 나타내는 Eq. 16에서도 확인할 수 있다. 또한 압력 변화율에서 부피에 의한 영향은 작기 때문에 Eq. 16에서 분모의 3번째 항인 $(n+1)C_3 P_{c0}^n$ 는 나머지 항들에 비해 무

Table 2. Range of pressure and volume.

	Maximum	Minimum
Pressure (psia)	$0.2P_{\max}$	P_{\max}
Volume (m ³)	$0.4382 V_{\max}$	V_{\max}

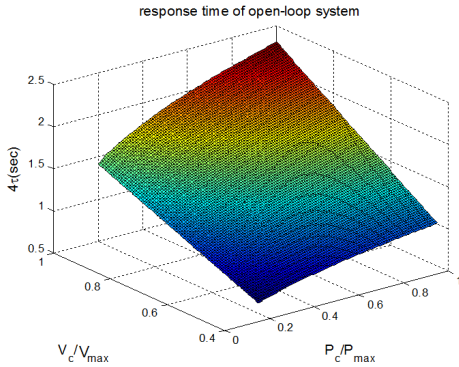


Fig. 4 Response time of open-loop system.

시할 수 있다. 따라서 P_{c0} 가 증가하면 분모의 크기가 작아지고, V_{c0} 가 증가하면 분자의 크기가 증가하여 결과적으로 τ_0 역시 증가한다.

Fig. 5는 연소관 내부 부피를 초기, 중기 말기 (V_{min} , V_{avg} , V_{max})의 3단계로 나누어 압력의 변화에 따른 응답시간을 나타낸 그림이다. 연소 초기에서 말기로 갈수록 부피의 크기가 커짐에 따라서 응답시간이 증가하고 있음을 알 수 있다.

이 때 시스템의 성능 요구조건에 따라 응답시간의 범위를 최대 1.2초라고 하였다. 이 경우 연소 초기에는 모든 압력 구간에서 요구 응답시간 조건을 만족하지만 연소관 내부 부피가 증가할수록 운용 가능한 압력의 범위가 감소함을 알 수 있다.

다음으로 Fig. 6은 연소관 내부 압력을 저압, 중압, 고압(P_{min} , P_{avg} , P_{max})의 3단계로 나누어 부피의 변화에 따른 응답시간을 나타낸 그림이다.

마찬가지로 고압의 운용조건은 연소관 내부의 부피가 작은 연소 초기에 밖에 사용할 수 없음을 확인할 수 있다. 또한 Fig. 5, 6을 비교하면 해당 시스템에서 Table 2와 같은 범위의 연소관 내부 압력과 부피의 조건에서는 시스템의 응답시간이 압력보다는 부피의 변화에 대해 더욱 민감하게 반응하고 있음을 알 수 있다.

3.3 페루프 시스템의 응답시간 분석

노즐목 면적 변화를 통한 압력 제어를 수행한 페루프 시스템(closed-loop system)의 응답시간

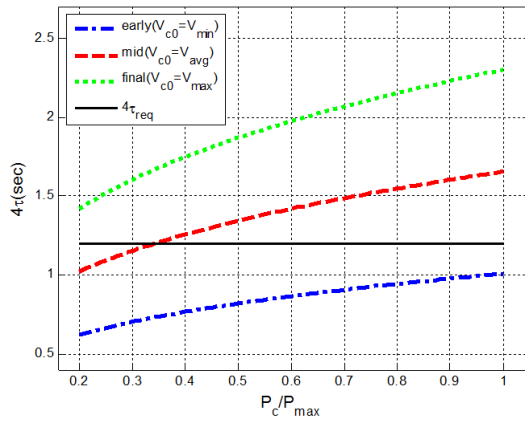


Fig. 5 Response time of open-loop system as volume change.

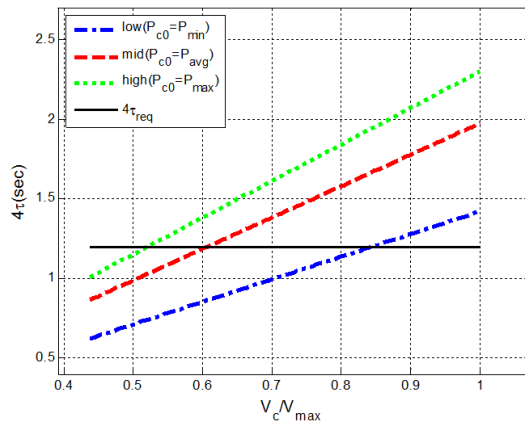


Fig. 6 Response time of open-loop system as pressure change.

특성 분석을 수행하였다. 압력 제어를 위한 제어기는 선형화된 모델에 대한 PI 제어기를 적용하였다. 이 때 모델의 선형화 지점인 평형점을 Table 3과 같이 2가지 종류로 나누어 설정하였다. 첫 번째의 경우 압력은 2개 지점, 부피는 4개 지점 총 8개의 평형점을 설정하였으며, 두 번째는 반대로 압력은 4개 지점, 부피는 2개 지점의 평형점을 설정하였다. 다음으로 각 평형점에서 모델 선형화 및 제어기 설계를 수행하였다.

제어기 설계 과정은 다음과 같다. 먼저 Eq. 13에 대해 라플라스 변환을 수행하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

Table 3. Equilibrium point for controller design.

CASE	Variables	Equilibrium Points
#1	Pressure (psia)	$0.4P_{\max}$
		$0.8P_{\max}$
	Volume (m ³)	$0.51V_{\max}$
		$0.65V_{\max}$
		$0.79V_{\max}$
#2	Pressure (psia)	$0.3P_{\max}$
		$0.5P_{\max}$
		$0.7P_{\max}$
		$0.9P_{\max}$
	Volume (m ³)	$0.58V_{\max}$
		$0.86V_{\max}$

$$V_c(s) = \frac{A_3 \Delta P_c(s)}{s} \quad (17)$$

다음으로 Eq. 12에 대해 라플라스 변환을 수행하고 Eq. 17의 결과를 대입하면 노즐목 면적을 입력으로 하고 연소관 내부 압력을 출력으로 하는 개루프 시스템의 전달함수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P(s) = \frac{P_c(s)}{A_t(s)} = \frac{Bs}{s^2 - A_1s - A_2A_3} \quad (18)$$

또한 PI 제어기의 전달함수는 다음과 같다.

$$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s} \quad (19)$$

마지막으로 Eq. 18, 19를 이용하여 전체 시스템의 전달함수를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$T(s) = \frac{G(s)P(s)}{1 + G(s)P(s)} = \frac{B(K_P s + K_I)}{s^2 + (BK_P - A_1)s + BK_I - A_2A_3} \quad (20)$$

이 때 전체 시스템의 레퍼런스 모델의 전달함수를 다음과 같이 정의하였다.

$$T_{ref}(s) = \frac{(2\zeta\omega_n + A_1)s + \omega_n^2 A_2 A_3}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (21)$$

따라서 Eq. 20, 21을 이용하여 PI 제어기의 게인 K_P , K_I 는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$K_P = \frac{2\zeta\omega_n + A_1}{B} \quad (22)$$

$$K_I = \frac{\omega_n^2 + A_2 A_3}{B}$$

즉 ζ , ω_n 의 값에 따라서 평형점 근처에서 시스템의 응답 특성이 결정된다. 이 때 페루프 시스템의 시상수 τ_c 및 오버슛(OS)은 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\tau_c = \frac{1}{\zeta\omega_n} = \frac{2}{BK_P - A_1} \quad (23)$$

$$OS = e^{-\frac{\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (24)$$

따라서 평형점에서 시스템의 응답시간이 약 1초 및 오버슛이 약 9.5%가 되도록 ζ , ω_n 을 각각 0.6, 11.11로 정의하면 Table 2와 같은 압력 및 부피의 범위에 대한 페루프 시스템의 응답시간을 계산할 수 있다.

Fig. 7, 8은 각각 CASE 1, 2의 제어기를 사용한 페루프 시스템의 응답시간 계산 결과를 나타낸다. 두 경우 모두 전체적인 응답시간이 개루프 시스템에 비하여 매우 감소하였음을 알 수 있다. 즉 제어기를 적용함에 따라서 과도 상태의 응답 특성이 빨라진 것을 확인할 수 있다.

이를 정량적으로 살펴보기 위해 Fig. 7, 8과 같이 나타난 페루프 시스템의 응답시간과 Fig. 4와 같이 나타난 개루프 시스템의 응답시간 중, 요구 응답시간 조건인 1.2초를 만족하는 영역을 Table 4와 같이 계산하였다. 그 결과 제어기를

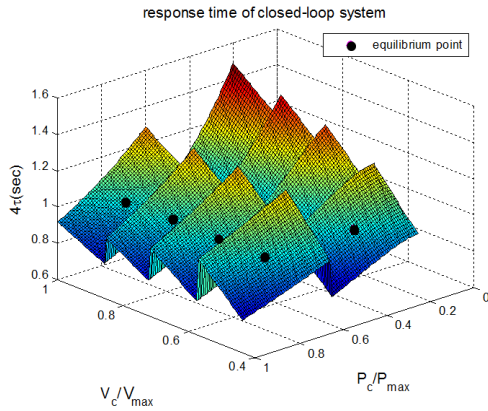


Fig. 7 Response time of closed-loop system(CASE 1).

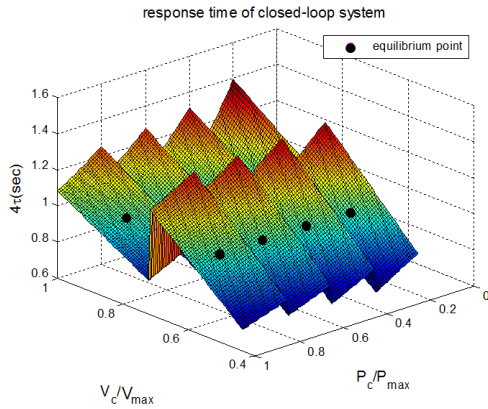


Fig. 8 Response time of closed-loop system(CASE 2).

사용하지 않은 개루프 시스템 보다 페루프 시스템의 경우 요구 응답시간 조건을 만족하는 영역이 크게 증가하였음을 확인할 수 있다. 이렇듯 페루프 시스템의 경우 개루프 시스템에 비해서 응답시간 특성이 좋아졌지만, 압력 및 부피의 변화에 따라 서로 다른 제어기를 적용하였으므로 제어기의 교체가 이루어지는 점에서 응답시간이 불연속적으로 변하는 현상이 나타난다. 또한 평형점에서 시스템의 응답 시간은 ζ, ω_n 을 정의한 것과 같이 1초가 됨을 알 수 있다.

하지만 각 평형점으로 부터 벗어날수록 시스템의 응답시간은 1초를 기준으로 증가 또는 감소하는 것을 확인할 수 있다.

다음으로 각 평형점의 제어영역에서 나타나는

Table 4. Satisfaction ratio for required response time.

System Case	Satisfied Ratio of Required Response Time
Open-loop system	34.2%
Closed-loop system (CASE 1)	91.8%
Closed-loop system (CASE 2)	91.3%

페루프 시스템의 응답시간 특성에 대해 살펴보자. 먼저 각 평형점에서 압력 및 부피를 각각 P_{c0}^*, V_{c0}^* 라 하고 Eq. 14의 상수 A_1, B 를 각각 A_1^*, B^* 라 하면, Eq. 23은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\tau_c = \frac{2}{\frac{B}{B^*}2\zeta\omega_n + \frac{B}{B^*}A_1^* - A_1} = \frac{2}{\frac{B}{B^*}2\zeta\omega_n + \epsilon_c} \quad (25)$$

이 때 $\frac{B}{B^*}$ 를 k_d 이라 하면 k_d 은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$k_d = \frac{B}{B^*} = \frac{P_{c0} V_{c0}^*}{P_{c0}^* V_{c0}} \quad (26)$$

즉 평형점에서의 압력 및 부피보다 압력이 감소하고 부피가 증가하면 k_d 의 값이 감소한다. 또한 Eq. 24에서 ϵ_c 는 분모의 나머지 항에 비하여 무시할 수 있음을 의미하므로 k_d 의 값이 감소하면 τ_c 의 값이 증가하게 된다. 이는 연소관 내부의 압력 및 부피가 증가하면 응답시간 역시 증가하는 개루프 시스템과는 달리, 각각의 평형점을 기준으로 해당 평형점의 제어 영역에서는 연소관 내부의 부피가 증가할수록 응답시간은 증가하나 압력은 감소할수록 응답시간이 증가하는 것을 의미한다. Fig. 7, 8에서도 응답시간이 연속적으로 변하는 각 평형점의 제어영역 내부에서, 압력이 감소하고 부피가 증가할수록 응답시간이

증가하고 있음을 확인할 수 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 다축 핀틀 노즐을 장착한 고체 추진기관을 모델링함으로써, 기존의 정상상태 성능에 초점을 두었던 내탄도 모델과는 달리 핀틀의 구동 및 이를 통한 노즐목 면적의 변화가 가능하도록 모델을 수립하였다. 또한 수립한 모델을 기반으로 시스템의 특성 중 과도기 상태의 특성인 응답시간 특성에 대한 분석을 수행하였다.

응답시간 특성 분석 결과 압력 제어를 하지 않은 개루프 시스템의 경우 단순히 운용 압력 및 자유공간의 부피가 증가할수록 시스템의 응답시간 역시 증가함을 확인하였다. 따라서 연소가 진행됨에 따라서 연소관 내 부피가 증가할 경우 요구 응답시간을 만족시키기 위해서는 압력의 운용 범위가 감소하게 되었다. 이를 해결하기 위해 압력 제어를 수행함으로써 평형점 근처에서 요구 응답시간을 만족시키도록 하여, 압력 및 부피가 변함에 따라서 제어가 교체가 이루어지는 특정 구간을 제외하고 대부분의 구간에서 요구 응답시간 조건을 만족함을 확인하였다. 즉 개루프 시스템과는 달리 압력 제어를 수행할 경우 연소관 내 부피 변화에 관계없이 대부분의 압력 범위에서 시스템을 운용할 수 있는 것이다. 또한 압력 제어를 함에 따라서 부피에 대한 시스템의 동적 특성은 변화가 없으나 압력에 대한 시스템의 특성이 변하여, 개루프 시스템과는 달리 폐루프 시스템에서는 압력이 증가해야 시스템의 응답시간이 감소하는 중요한 특성을 식별하였다.

향후 연구에서는 핀틀 구동 시스템 분석, 추력 손실율에 대한 추가 분석 등을 통해 전체 시스템 모델의 정확도 개선을 이루어야 할 것이다. 또한 연소관 내부 압력 변화의 응답시간 특성

분석뿐만 아니라 구동 시스템에 의한 노즐목 면적 변화의 응답시간 특성 분석을 통해 최종적으로 요구되는 추력의 응답시간 특성 분석이 이루어져야 할 것이다.

References

1. Muhammad, A.R. and Wang, L., "Design and Optimization of 3D Wagon Wheel Grain for Dual Thrust Solid Rocket Motors," *Propellants, Explosives, Pyrotechnics*, Vol. 38, No. 1, pp. 67-74, 2013.
2. Sanal, K.V.R., Raghunandan, B.N. and Kawakami, T., "Studies on Internal Ballistics of Dual-thrust Motors for Nozzleless Propulsion," *46th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Nashville, T.N., U.S.A., July 2010.
3. John, L.B. and Roberto, D.S., "Solid Rocket Motor Control: Theoretical Motivation and Experimental Demonstration," *39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Huntsville, A.L., U.S.A., July 2003.
4. Christina, A.D. and Amy, B.G., "Variable Thrust Solid Propulsion Control Using Labview," *39th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit*, Huntsville, A.L., U.S.A., July 2003.
5. Niu, W.Y., Bao, W., Chang, J., Cui, T. and Yu, D.R., "Control System Design and Experiment of Needle-type Gas Regulating System for Ducted Rocket," *Journal of Aerospace Engineering*, Vol. 224, No. 1, pp. 563-573, 2010