

< 학술논문 >

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-B.2015.39.8.677>ISSN 1226-4881(Print)
2288-5324(Online)

전단유동에서 온도, 전단속도, 계면장력 변화에 따른 에멀전의 유변학적 특성[§]

최 세 빈* · 이 준 상**

* 연세대학교 기계공학부

Relative Viscosity of Emulsions in Simple Shear Flow: Temperature, Shear Rate, and Interfacial Tension Dependence

Se Bin Choi* and Joon Sang Lee**

* Dept. of Mechanical Engineering, Yonsei Univ.

(Received February 8, 2015 ; Revised June 3, 2015 ; Accepted June 8, 2015)

Key Words: Rheology(유변학), Emulsion(에멀전), Interface(계면), Lattice Boltzmann Method(격자볼츠만기법)

초록: 격자 볼츠만 기법(Lattice Boltzmann method)을 사용하여 에멀전의 유변학적 특성을 파악하기 위한 시뮬레이션을 수행하였다. 간단한 전단 유동하에서 온도와 전단속도, 계면장력에 변화를 주어 에멀전(decane-in-water)의 상대점도를 계산하고 이를 분석하였다. 에멀전의 상대점도는 온도가 증가함에 따라 감소하였고, 전단속도가 증가함에 따라 감소하는 전단박화(Shear thinning) 현상을 보여주었다. 이는 크로스 모델(Cross model)을 통해 검증하였고 일치하는 경향을 보여주었다. 계면에 존재하는 계면활성제(Surfactant)를 통해 제어되는 계면장력이 증가할수록 상대점도는 감소하는 경향을 보여주었다. 이것은 큰 계면장력에서는 기름방울의 변형이 억제되고 점도가 상대적으로 높은 기름방울의 표면적이 감소하면서 나타난다고 해석할 수 있다.

Abstract: We simulate an emulsion system under simple shear rates to analyze its rheological characteristics using the lattice Boltzmann method (LBM). We calculate the relative viscosity of an emulsion under a simple shear flow along with changes in temperature, shear rate, and surfactant concentration. The relative viscosity of emulsions decreased with an increase in temperature. We observed the shear-thinning phenomena, which is responsible for the inverse proportion between the shear rate and viscosity. An increase in the interfacial tension caused a decrease in the relative viscosity of the decane-in-water emulsion because the increased deformation caused by the decreased interfacial tension significantly influenced the wall shear stress.

1. 서 론

에멀전(Emulsion)의 유변학적 특성은 식품, 의약품, 화장품 등과 같이 우리 생활과 밀접하게 관련되어 있기 때문에 많은 관심을 불러일으키는 연구 주제이다. 에멀전이란 서로 섞이지 않는 두 개 이상의 액체의 혼합물을 말한다. 즉, 액체가 다른 액

체에 콜로이드 상태로 퍼져있는 용액이다. 계면활성제는 친수성과 소수성을 모두 가짐으로써 에멀전 내부 액적(droplet) 표면에 붙어있는 분자이다. 이것은 에멀전에 안정화를 부여하고 액적의 크기나 변형을 결정짓는다. 또한, 계면장력을 감소시키기 때문에 압축에 대한 반응이나 전단변형과 같은 독특한 유변학적 특징을 제공한다.^(1,2) 그러므로 액적 계면의 특성을 파악하는 것은 전체 에멀전의 유변학적 거동을 분석하는데 매우 중요하다고 할 수 있다.

많은 연구자들이 계면의 물성이 전체 에멀전에 끼치는 영향을 분석하기 위해 노력해왔다.⁽³⁻¹⁰⁾ 낮

§ 이 논문은 대한기계학회 2014년도 추계학술대회(2014. 11. 11.-14., 김대중컨벤션센터) 발표논문임.

† Corresponding Author, joonlee@yonsei.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

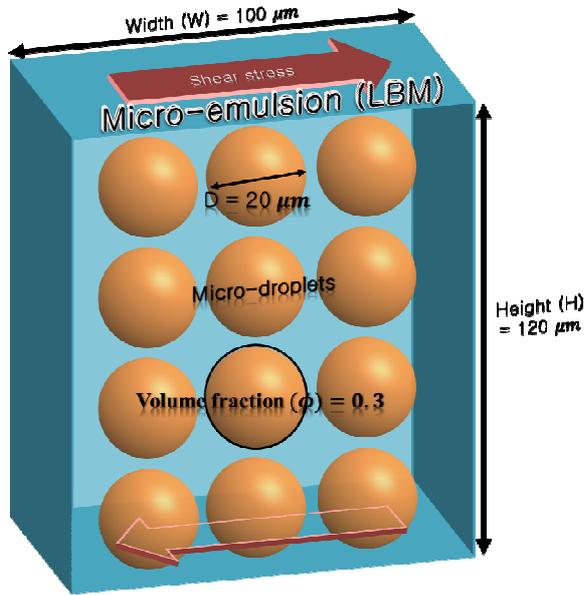


Fig. 1 Schematic diagram of the objectives of the study and numerical domain of an emulsion system under simple shear flow

은 레이놀즈 수 조건에서 확장유동에 의해 계면활성제로 덮인 액적이 변형되는 특징을 이론과 수치 해석적으로 분석하고, 계면활성제의 농도가 높을수록 변형도 더 커진다는 사실을 밝혔다.⁽⁷⁾ 계면활성제가 확장유동에 의해 변형된 액적의 극으로 쏠리게 되고 이것은 얇고 뾰족한 모서리를 만들게 된다. 이에 따라 팁에서 연속적으로 작고 계면활성제의 농도가 높은 액적이 분리된다.⁽⁸⁾ 계면활성제는 물과 기름의 점도비가 작을수록 액적의 변형에 더 큰 영향을 주게 된다.⁽⁹⁾ 에멀전 내부의 액적이 더 크게 변형할수록 에멀전이 외부힘에 적응하기 쉬워지게 때문에 점도가 감소하는 경향을 보여 준다.⁽¹⁰⁾ 서로 섞이지 않는 두 액적이 서로 다가갈 때 계면장력의 비율에 따라 사이에 존재하는 물의 탈수현상이 다르게 나타나고 빠른 탈수는 에멀전의 높은 점도와 관련이 있다.⁽¹¹⁾

본 논문에서는 격자 볼츠만 기법(이하 LBM)을 이용하여 에멀전의 유변학적 특성을 파악했다. 온도 영향을 추가하기 위해서 기본 LBM 에 에너지 방정식을 커플링시켰고 유동에 따라 변화하는 국부적인 계면활성제의 농도를 계산하기 위해서 대류-확장 상태방정식을 풀었다. 완성된 시뮬레이션 모델을 통해 전단유동하에서 에멀전의 상대점도를 계산하였고, 다양한 변수(온도, 전단속도, 계면장력)들을 통해 그 영향을 분석하였다. 본 논문을 통해 계면장력과 같은 액적 스케일에서의 물성 변화가 전체 벌크 유체에 끼치는 영향을 수치해석적

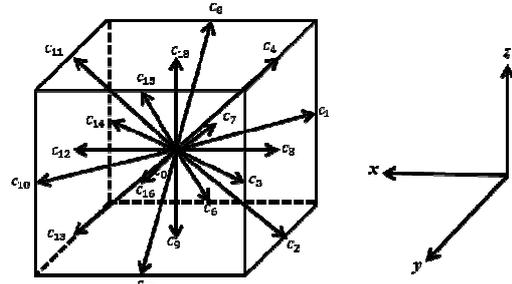


Fig. 2 Lattice links for the D3Q19 lattice Boltzmann method used in this work

으로 관찰할 수 있다. 또한, 실험적으로 관찰이 어려운 계면활성제의 국부적 농도 변화와 전체 에멀전 유변학적 특성간의 관계를 규명했다는 점에서 의의가 있다. 본 논문의 목적과 시뮬레이션 조건들이 Fig. 1 에 설명되어 있다.

2. 모델

2.1 LBM

본 논문에서는 두 액체가 존재하는 에멀전의 유변학적 특징을 관찰하기 위해 LBM 을 이용하였다. 볼츠만 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + c \cdot \nabla f = \Omega(f) \quad (1)$$

여기서 f 는 밀도 분포함수, c 는 격자 속도, $\Omega(f)$ 는 분자간의 충돌(collison)을 나타낸다. LBM 에서 충돌을 나타내는 식은 매우 복잡하기 때문에 BGK(Bhatnagar-Gross-Krook) 근사법을 이용하여 단순화시킨다. 단순화 된 방정식은 수치해석을 위해 이산화 과정을 거치고 19 개의 방향을 가지는 D3Q19 모델은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f_i(x + c_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(x, t) = \frac{\Delta t}{\tau} [f_i^{eq}(x, t) - f_i(x, t)] \quad (2)$$

평형 분포 방정식 f^{eq} 은 아래와 같은 식을 통해 구할 수 있다.

$$f^{eq} = \rho \omega_i \left[1 + \frac{3}{c^2} \cdot u + \frac{9}{2c^4} (c_i \cdot u)^2 + \frac{3}{2c^2} u \cdot u \right] \quad (3)$$

여기서 ω_i 는 가중계수로 i 번째 방향으로 분자들이 이동할 확률을 결정한다. 식 (3)에서 밀도 ρ 와 속도 u 는 각각 다음과 같은 식으로 계산할 수 있다.

$$\rho = \sum_{i=0}^{Q-1} f_i = \sum_{i=0}^{Q-1} f_i^{eq} \quad (4)$$

$$\rho u = \sum_{i=0}^{Q-1} c_i f_i = \sum_{i=0}^{Q-1} c_i f_i^{eq} \quad (5)$$

식 (2)에서 완화시간 τ 는 동점도와 다음과 같은 관련이 있다.

$$\nu = (\tau - 0.5)c_s^2 \Delta t \quad (6)$$

여기서 c_s 는 격자에서의 음속을 나타내고 격자 시간 단계(time step) Δt 는 1 이다. 온도가 일정한 환경에서는 완화시간이 하나의 값으로 고정되지만 온도가 변하게 되면 그에 따라 완화시간도 변화하게 된다. 본 논문에서는 다음식을 통해 국부적인 온도 변화에 따른 완화시간의 변화를 나타내었다.

$$\frac{\tau(T) - 0.5}{\tau_0 - 0.5} = \frac{\mu(T)}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-1.0869} \quad (7)$$

본 논문에서는 Gunstensen LBM⁽¹²⁾을 이용하여 서로 다른 두 액체의 혼합을 모사하였고 전체 분배 방정식은 두 액체로 표현되는 적색, 청색 액체의 분배방정식 합으로 표현된다.

$$f_i = r_i + b_i \quad (8)$$

또한 두 액체 계면의 밀도는 다음과 같이 표현된다.

$$\rho^N = \frac{r_i - b_i}{r_i + b_i} \quad (9)$$

계면장력을 표현해주기 위해 본 논문에서는 Lishchuck⁽¹³⁾이 사용한 방법을 이용하였다.

$$F(x) = -\frac{1}{2} \alpha k \nabla \rho^N \quad (10)$$

여기서 α 는 계면장력, k 는 계면의 곡률을 나타낸다. 식 (10)을 통해 계산된 힘을 LBM 의 forcing term 에 적용시키기 위해서 Guo⁽¹⁴⁾가 사용한 방법을 사용하였다.

$$\Phi_i(x) = \omega_i \left(1 - \frac{1}{2\tau}\right) \left[3(e_i \cdot -u^*) + 9(e_i \cdot u^*) e_j\right] F(x) \quad (11)$$

$$u^* = \frac{1}{\rho} \left[\sum_{i=1}^{Q-1} f_i e_i + \frac{1}{2} F(x) \right] \quad (12)$$

u^* 는 평형 분포 함수 계산에 사용되는 속도로 이를 통해 국부적인 계면장력의 차이를 통해 Marangoni 유동을 표현하였다. 이후, 액체는 아래와 같은 식을 통해 적색, 청색 액체로 분리되게 된다.

$$\overset{=R}{f}_i(x, t + \delta_t) = \frac{\rho^R}{\rho^R + \rho^B} \overset{=R}{f}_i(x, t + \delta_t) + \beta \frac{\rho^R \rho^B}{\rho^R + \rho^B} \omega_i \cos(\theta_i - \theta_j) |c_i| \quad (13)$$

$$\overset{=B}{f}_i(x, t + \delta_t) = \overset{=B}{f}_i(x, t + \delta_t) - \overset{=R}{f}_i(x, t + \delta_t) \quad (14)$$

여기서 $\overset{=R}{f}_i$ 와 $\overset{=B}{f}_i$ 는 각각 충돌과 분리 이후에 새롭게 정의되는 분포함수이고, θ_i 와 θ_j 는 편각과 속도 방향이 나타내는 각도를 의미한다. 또한, β 는 분리 계수를 나타낸다.

2.2 에너지 방정식과 대류-확장 상태방정식

LBM 에서 온도를 표현해주기 위해 많은 모델들이 개발되어왔다.^(15,16) 본 논문에서는 온도에 의한 영향을 고려하기 위하여 다음과 같은 에너지 방정식을 이용하였다.

$$\frac{DT}{Dt} + (\nabla \cdot u)T - D \nabla^2 T + \Phi = 0 \quad (15)$$

여기서 T 는 국부적 온도, D 는 열확장계수, Φ 는 에너지 소실을 나타낸다.

두 액체 사이의 계면에서 주변 유동과 확장에 의해 이동하는 계면활성제를 모사하기 위해서 다음과 같은 대류-확장 상태방정식을 사용하였다.

$$\partial_t \Gamma + \nabla_s \cdot (u_s \Gamma) + k \Gamma u_n = D_s \nabla^2 \Gamma \quad (16)$$

여기서 Γ 는 국부적 계면활성제 농도, u_s 와 u_n 는 각각 탄젠트방향과 수직방향의 속도를 나타내고 D_s 는 계면활성제 확장계수를 나타낸다. 참고문헌 (17)을 통해 Hopscotch 유한 차분법을 이용하여 식 (15)와 (16)을 LBM 에 적용하였다.

국부적인 계면활성제의 농도에 의한 계면장력의 변화를 관찰하기 위해서 랭뮤어 방정식을 이용하였다.

$$\sigma = \sigma_0 [1 + E_0 \ln(1 - \Gamma^*)] \quad (17)$$

여기서 σ_0 는 순수한 액체의 계면장력을, $E_0 = \frac{\Gamma_s RT}{\sigma_0}$

는 계면활성제의 탄성계수, Γ^* 는 무차원화된 계면활성제 농도를 의미한다. 위 식을 통해 계면활성제의 농도와 온도가 증가하면 계면장력은 감소한다는 것을 표현해줄 수 있다.

3. 결과 및 분석

본 논문에서는 다양한 시뮬레이션 케이스를 통하여 에멀전의 상대점도를 계산하였다. 상대점도는 에멀전의 유효점도(effective viscosity)와 주변액

체 점도의 비를 나타낸 것으로, 유효점도는 유체에 의해 벽에 가해지는 단위 면적당 전단력 (shearing force)을 전단율로 나눈 값이다.

$$\mu_{eff} = \frac{|F_{wall}|}{A\dot{\gamma}} \quad (18)$$

$$F_{wall} = \mu\Delta x\Delta z \sum \frac{\partial u}{\partial z} \quad (19)$$

여기서 A 는 벽의 면적으로 너비 (W)와 폭(d)의 곱으로 나타낼 수 있다. 또, 전단율 $\dot{\gamma}$ 은 전단속도 (V)에서 높이 (H)를 나눈 값으로 나타낸다. 따라서, 상대점도는 아래와 같이 정리할 수 있다.

$$\mu_{rel} = \frac{H}{|V|Wd} \Delta x\Delta z \sum \frac{\partial u}{\partial z} \quad (20)$$

3.1 온도 변화에 따른 상대점도

Fig. 3 는 시간에 따라 변하는 상대점도를 3 가지 온도 조건에서 보여주는 그래프이다. 상대점도는 시간이 증가함에 따라 감소하다가 어느 순간부터 일정한 값으로 수렴하는 경향을 보여준다. 이것은 에멀전 내부의 액적들이 뭉쳐져 있다가 전단유동을 통해 서로 분리(deaggregation)되기 때문이다. 분리된 액적들은 상대적으로 유동에 순응하는 성질이 강해지고 결과적으로 상대점도는 감소하게 된다(Phase 1). 하지만 액적들이 모두 분리되고 변형도 최대로 발생한 이후에는 더 이상 상대점도가 감소하지 않고 상평형상태에 도달하게 된다(Phase 2). 온도가 증가함에 따라 상평형상태에서 상대점도는 감소하는 경향을 보이고 이것은 앞선 실험에 증명되었다.⁽¹⁸⁾ 또한, Phase 1 의 시간은 온도가 증가함에 따라 감소하게 되는데 이것은 높은 온도에서 액적들의 분리가 더 효율적으로 발생한다는 것

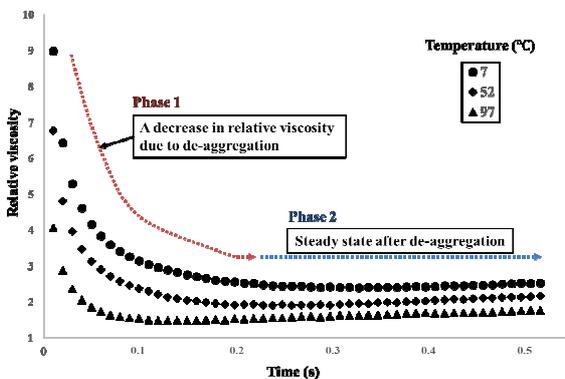


Fig. 3 Time evolution of relative viscosity is shown. The relative viscosity gradually decreases in the de-aggregation step and remains steady after the droplets in the emulsion reach steady state

을 의미한다.

Fig. 4 는 상평형 상태에서의 상대점도 평균값을 온도에 따라 나타낸 것이다. 액적의 변형은 온도가 증가함에 따라 커지게 되고 이것은 높은 온도에서 액적들이 외부 힘에 더 잘 순응한다는 것을 의미한다. 삽도 그래프는 온도 변화에 따른 에멀전 내부 액적들의 평균 변형률(deformation rate)을 정량적으로 나타낸 것이다. 온도가 증가함에 따라 변형률도 증가하는 것을 확인할 수 있다. 변형률은 타원으로 변형된 액적의 장축과 단축의 비로 계산된다.

3.2 전단속도 변화에 따른 상대점도

비뉴턴유체의 경우 점도는 전단속도에 영향을 받아 변화하게 된다. 특히, 에멀전의 경우 전단속도가 증가하면 점도는 감소하는 전단박하현상이

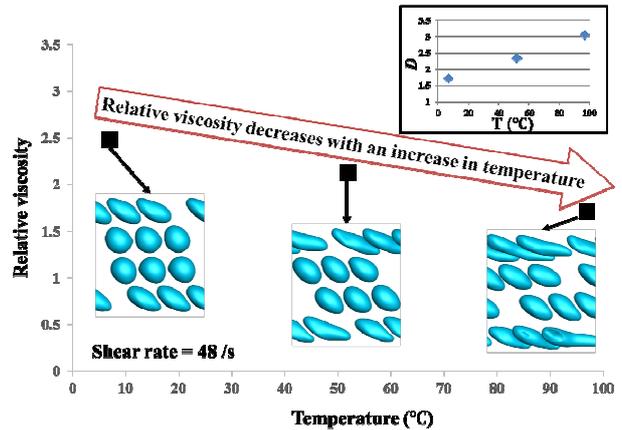


Fig. 4 Relative viscosity is plotted for different temperatures at shear rates = 48 /s. Inset indicates that average deformation of droplets increases with an increase in temperature

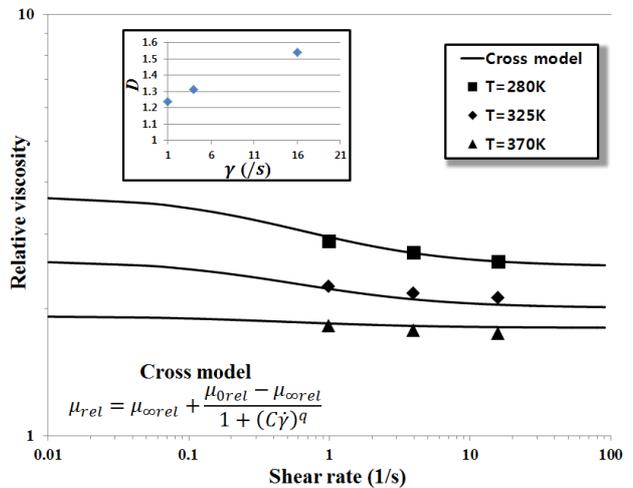


Fig. 5 Relative viscosity is plotted for different shear rates at different temperature and is compared with the Cross model. Inset indicates that average deformation of droplets increases with an increase in shear rate at T = 280 K

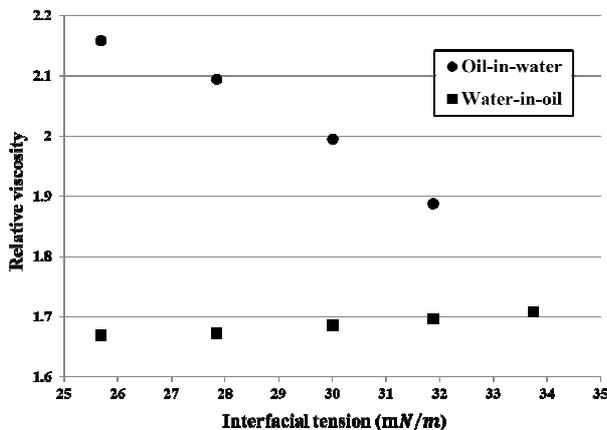


Fig. 6 Relative viscosity is plotted for different surfactant concentrations for oil-in-water emulsions (round). Because the interfacial area increases as the interfacial tension decreases, the relative viscosity increases with an increase in the surfactant concentration. On the other hand, the relative viscosity of water-in-oil emulsions (rectangle) only decreases slightly with an increase in the surfactant concentration

나타나게 되는데 이러한 현상을 방정식으로 표현하는 많은 모델들이 존재한다.⁽¹⁹⁾ 그 중, 크로스 모델은 다음과 같다.⁽²⁰⁾

$$\mu_{rel} = \mu_{\infty rel} + \frac{\mu_{0rel} - \mu_{\infty rel}}{1 + (C\dot{\gamma})^q} \quad (21)$$

여기서 $\mu_{\infty rel}$ 와 μ_{0rel} 는 각각 전단속도가 무한대일 때와 0 일때의 상대점도를 나타내고 C 는 시간정수, q 는 전단박하 정도를 나타낸다. 본 논문에서는 q 를 0.8 로 고정하여 시뮬레이션 결과와 비교하였다.

Fig. 5 는 시뮬레이션을 통해 계산된 전단속도와 상대점도의 관계를 크로스 모델과 비교한 것이다. 3 가지 온도에서 시뮬레이션 결과와 이론값이 모두 일치하는 것을 확인할 수 있다. 특히, 높은 온도에서 전단박하현상이 약화되는 것을 확인할 수 있는데 이것은 낮은 온도에서 에멀전이 전단 속도에 더 민감하게 반응한다는 것을 의미한다. 삽도 그래프에서 전단속도가 증가할수록 액적의 변형률도 증가하는 경향을 통해 전단박하현상이 발생하는 원인에 대해 정량적으로 분석하였다.

3.3 계면장력 변화에 따른 상대점도

초기 액적표면에 계면활성제 농도를 변화시켜줌으로써 계면장력을 제어하였다. 그 결과, 흥미로운 결과를 도출하였다. Fig. 6 에서처럼 계면장력이 증가함에 따라 에멀전의 상대점도가 감소하는 경향을 보여주었다. 상대점도는 벽에 전달되는 전단

력에 비례하고 이 전단력은 벽 근처 액적들과 주변유체의 영향을 받아 변하게 된다. 따라서 상대적으로 점도가 높은 유체의 비율이 높아지게 되면 벽에 가해지는 전단력이 증가하여 상대점도가 커지게 된다. 즉, 계면장력이 충분히 크지 않아서 액적의 변형이 증가하게 되면 상대적으로 점도가 큰 기름 액적의 표면적이 증가하게 되고 벽의 더 큰 전단응력을 발생시키게 되는 것이다. 이러한 분석을 정당화하기 위해서 물과 기름의 위치를 바꿔서 물 액적에 주위 액체를 기름으로하는 에멀전으로 시뮬레이션을 수행하였다. 이 경우, Fig. 6 에서 볼 수 있듯이 계면장력이 증가할수록 상대점도도 증가하는 경향을 보여준다. 낮은 계면장력으로 인해 물 액적의 변형이 커지고 이것은 상대적으로 낮은 점도를 가지는 물의 표면적을 증가시켜 전체 상대점도가 감소하는 결과를 낳는다.

4. 결론

LBM 을 통해서 온도, 전단속도, 계면장력이 변할 때 에멀전의 유변학적 특성을 분석하였다. 상대점도는 온도와 전단속도가 증가함에 따라 감소하는 경향을 보여주었고, 이것은 비뉴턴유체의 특성을 보여주는 크로스 모델을 통해 검증하였다. 그리고 기름액적으로 구성된 에멀전에서, 계면장력이 증가함에 따라 상대적으로 높은 점도를 가지는 기름방울의 표면적이 감소하면서 전체 에멀전의 상대점도도 증가하였고, 물 액적을 사용하였을 경우 반대로 계면장력이 증가할수록 상대점도가 감소하였다.

후 기

이 논문은 2015 년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 기초연구사업임(No. NRF-2013R1A2A2A01015333)

참고문헌 (References)

- (1) Edwards, D. A., Brenner, H. and Wasan, D. T., 1991, "Interfacial Transport Processes and Rheology," Butterworth-Heinemann, Philadelphia.
- (2) Langevin, D., 2014, "Rheology of Adsorbed Surfactant Monolayers at Fluid Surfaces," *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 46, pp. 47~65.
- (3) Janssen, J. J. M., Boon, A. and Agterof, W. G. M., 1994, "Influence of Dynamic Interfacial Properties on Droplet Breakup in Simple Shear Flow," *AIChE Journal*, Vol. 40, No. 12, pp. 1929~1939.

- (4) Bos, M. A. and van Vliet, T., 2001, "Interfacial Rheological Properties of Adsorbed Protein Layers and Surfactants: a Review," *Adv. Colloid Interface Sci.*, Vol. 91, No. 3, pp. 437~471.
- (5) Farhat, H. and Lee, J. S., 2011, "Suppressing the Coalescence in the Multi-component Lattice Boltzmann Method," *Microfluidics and Nanofluidics*, Vol. 11, No. 2, pp. 137~143.
- (6) Choi, S. B., Kondaraju, S. and Lee, J. S., 2014, "Study for Optical Manipulation of a Surfactant-covered Droplet using Lattice Boltzmann Method," *Biomicrofluidics*, Vol. 8, No. 2, pp. 024104-1-15.
- (7) Stone, H. A. and Leal, L. G., 1990, "The Effects of Surfactants on Drop Deformation and Breakup," *J. Fluid Mech.*, Vol. 220, pp. 161~186.
- (8) Eggleton, C. D., Tsai, T. and Stebe, K. J., 2001, "Tip Streaming from a Drop in the Presence of Surfactants," *Phys. Rev. Lett.*, 87, pp. 048302-1-4.
- (9) Feigl, K., Megias-Alguacil, D., Fischer, P. and Windhab, E.J., 2007, "Simulation and Experiments of Droplet Deformation and Orientation in Simple Shear Flow with Surfactants," *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 62, No. 12, pp. 3242~3258.
- (10) Kondaraju, S., Farhat, H. and Lee, J. S., 2012, "Study of Aggregational Characteristics of Emulsions on their Rheological Properties using the Lattice Boltzmann Approach," *Soft Matter*, 8, pp. 1374~1384.
- (11) Choi, S. B. and Lee, J. S., 2014, "Film Drainage Mechanism between Two Immiscible Droplets," *Microfluid Nanofluid.*
- (12) Gunstensen, A. K. and Rothman, D. H., 1991, "Lattice Boltzmann Model of Immiscible Fluids," *Phys. Rev. A*, 43, pp. 4320~4327.
- (13) Lishchuk, S., Care, C. and Halliday, I., 2003, "Lattice Boltzmann Algorithm for Surface Tension with Greatly Reduced Microcurrents," *Phys. Rev. E*, 67, pp. 036701-1-5.
- (14) Guo, Z., Sheng, C. and Shi, B., 2002, "Discrete Lattice Effects on the Forcing Term in the Lattice Boltzmann Method," *Phys. Rev. E*, 65, pp. 046308-1-6.
- (15) He, X., Chen, S. and Doolen, G. D., 1998, "A Novel Thermal Model for the Lattice Boltzmann Method in Incompressible Limit," *J. Comput. Phys.*, 146, pp. 282~300.
- (16) Guo, Z. and Zhao, T.S., 2005, "Lattice Boltzmann Simulation of Natural Convection with Temperature-Dependent Viscosity in a Porous Cavity," *Prog. Comput. Fluid Dyn.*, 5, pp. 110~117.
- (17) Stone, H. A., 1990, "A Simple Derivation of the Time-dependent Convective-diffusion Equation for Surfactant Transport along a Deforming Interface," *Phys. Fluids A*, 2, pp. 111~112.
- (18) Farhat, H., Celiker, F., Singh T. and Lee, J. S., 2011, "A Hybrid Lattice Boltzmann Model for Surfactant-covered Droplets," *Soft Matter*, 7, pp. 1968~1985.
- (19) Chhabra, R. P. and Richardson, J. F., 2008, "Non-Newtonian Flow and Applied Rheology: Engineering Applications," Butterworth-Heinemann, Burlington.
- (20) Escudier, M. P., Gouldson, I. W., Pereira, A. S., Pinho, F. T. and Poole, R. J., 2001, "On the Reproducibility of the Rheology of Shear-thinning Liquids," *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, Vol. 97, No. 2-3, pp. 99~124.