

< 응용논문 >

DOI <http://dx.doi.org/10.3795/KSME-A.2015.39.8.823>

ISSN 1226-4873(Print)  
2288-5226(Online)

## 등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 구조최적설계

최옥한\* · 나유상\* · 박경진\*†

\* 한양대학교 기계공학과

### Structural Optimization Using Equivalent Static Loads and Substructure Synthesis Method

Wook Han Choi\*, Yoo Sang Na\* and Gyung-Jin Park\*†

\* Dept. of Mechanical Engineering, Hanyang Univ.

(Received April 17, 2015 ; Revised May 26, 2015 ; Accepted June 17, 2015)

**Key Words:** Structural Optimization(구조최적설계), Equivalent Static Loads(등가정하중), Substructure Synthesis Method(부분구조합성법)

**초록:** 구조최적설계는 구조물의 성능 개선을 추구하며, 최근에는 구조최적설계는 항공기와 같이 복잡하고 대형인 구조물의 설계에 적용되고 있다. 해석의 정확도를 높이기 위해 유한요소의 수가 증가하는 추세이나 이는 설계 비용의 증가로 이어진다. 이에 부분구조합성법으로써 구분모드합성법이 해석시간 단축을 위해 종종 사용되어 왔다. 본 연구에서는 구조물의 동적특성을 고려하고 해석의 정확도는 유지하면서, 설계에 소요되는 시간과 비용을 줄일 수 있는 설계방법을 제안한다. 제안한 방법은 등가정하중을 이용한 동적응답 최적설계에, 부분구조합성법을 적용하여 설계영역만을 고려한 구조최적설계를 수행하는 것이다. 제안한 방법의 유용성 검증에 위하여 선형 및 비선형 동적응답 최적설계의 예제를 풀이하고, 그 결과에 대해 토의한다.

**Abstract:** Structural optimization pursues improved performance of structures. Nowadays, structural optimization is applied to the design of huge and complex structures such as an airplane. As the number of the finite elements is increased, the analysis solution becomes more accurate. However, the design cost using the finite element model is significantly increased. The component mode synthesis method that is using the substructure synthesis method is frequently employed in order to keep the accuracy and reduce the cost. A new design method for structural optimization is proposed to reduce the design cost and to consider the dynamic effect of the structure. The proposed method reduces the design cost by applying the equivalent static loads on the design domain. An example of linear dynamic response optimization is solved and the efficiency of the proposed method is demonstrated.

- 기호설명 -

**M** : 질량행렬  
**C** : 감쇠행렬  
**K** : 강성행렬  
**b** : 설계변수벡터  
**f(t)** :  $t$ 에서의 외력벡터  
**f<sub>eq</sub>(s)** :  $s$ 에서의 등가정하중

**z(t)** :  $t$ 에서의 변위벡터  
**u** : 변위벡터  
**g** : 부등제한조건  
 $k$  : 설계사이클 번호  
 $n$  : 설계변수 번호  
 $\phi_M$  : 모드벡터  
 $\phi_N$  : 강제벡터  
 $q$  : 모달응답

§ 이 논문은 2014년도 대한기계학회 추계학술대회(2014. 11.11-14, 김대중컨벤션센터)발표논문임

† Corresponding Author, [gjpark@hanyang.ac.kr](mailto:gjpark@hanyang.ac.kr)

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

### 1. 서론

구조최적설계는 구조물의 성능개선을 추구하며,

주어진 제한조건을 만족시키면서 설계 목적을 달성하는 것을 목표로 한다. 유한요소법이 발전하면서 복잡한 구조물에 구조최적설계가 적용되고 있다. 그러나 복잡한 구조물의 전체 모델을 유한요소로 모델링하여 해석하는 경우 요소 수가 늘어날수록 정확도는 증가하지만, 설계 비용이 증가하게 된다. 따라서 복잡한 구조물을 여러 개의 부분구조로 만들고, 각 부분구조의 결합을 통해 설계 비용을 낮추고자 하는 연구가 시도된 바 있다.<sup>(1)</sup> Hurty<sup>(2)</sup>는 구조물의 동특성을 고려한 부분구조화 방법으로써 구분모드합성법(component mode synthesis method)을 제안하였으며, Meirovitch<sup>(3)</sup> 등은 부분구조를 합성하여 전체 구조물의 거동을 해석하는 구분모드합성법의 유효성을 입증하였다.

구조물의 설계를 수행하기 위하여 다양한 최적 설계 기법들이 개발되어왔다. 선형 정적 시스템에서의 구조최적설계의 방법은 잘 개발되어 있으나, 구조물의 동특성을 고려하는 최적설계 알고리즘의 개발은 이에 따르지 못하는 실정이다. 구조물의 동특성을 고려하기 위해, 경험적으로 얻은 동적 확대계수를 동하중의 최대값에 곱하여 적당한 정하중을 얻고, 그 힘을 이용하여 선형 정적응답 최적설계를 수행하는 방법이 사용되고 있다.<sup>(4)</sup> 그러나 동적확대계수를 사용하여 동하중을 정하중으로 대체할 경우, 과설계의 가능성이 있고 신뢰성에 대한 문제가 발생할 수 있다.<sup>(5-8)</sup> 따라서 구조물의 동적인 반응장을 동일하게 발생시키는 등가의 정하중을 산출하고, 이를 적용하여 정적응답 최적설계를 수행하는 최적설계방법이 연구된 바 있다.<sup>(9)</sup> 등가정하중법을 이용한 동적응답 최적설계기법은 구조물의 동적특성을 고려하면서, 잘 발달된 정적응답 최적화를 사용하기 때문에 설계 비용이 저렴하다. 또한 등가정하중법의 유효성은 여러 연구에서 검증되었다.<sup>(10-12)</sup>

구조최적설계를 수행하는 설계자는 정확한 설계해를 얻음과 동시에 설계 소요 시간과 비용을 낮추고자 한다. 최근에는 보다 실제 문제에 가깝도록 다양한 제한조건과 하중조건들이 적용된 최적설계가 요구되고 있으며, 이에 해석과 설계에 소요되는 시간과 비용이 늘어나고 있는 실정이다.

본 연구에서는 이러한 어려움을 극복하기 위해 등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 구조최적설계 방법을 제안한다. 제안한 방법에서는 비설계영역을 부분구조화하고, 설계영역만을 고려한다. 따라서 동해석 시간을 줄일 수 있을 뿐만 아니라 최적설계 반복 과정 안에서의 선형 정해석 시간도

단축한다. 또 설계영역에 대한 등가정하중만을 산출함으로써, 기존의 등가정하중법에 비해 하중 산출 시간도 단축된다. 제안한 방법의 유용성은 여러 예제를 통해 검증한다.

## 2. 등가정하중법

등가정하중(equivalent static loads)은 동적 해석에서 얻어지는 변위장과 동일한 변위장을 발생시키는 선형 정적하중을 의미한다. 등가정하중을 이용한 최적설계 과정은 Fig. 1 과 같이 묘사된다. 등가정하중법은 해석영역(analysis domain)과 설계영역(design domain)으로 나누어 진행되는데, 해석영역에서는 선형 동해석의 결과를 이용해 등가정하중을 산출하고, 설계영역에서는 산출된 등가정하중을 이용해 선형 정적응답 최적설계를 수행한다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{b})\ddot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{C}(\mathbf{b})\dot{\mathbf{z}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{z}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

$$(t = t_0, t_1, \dots, t_l)$$

식 (1)은 동적해석을 위한 유한요소 방정식이다. 여기서  $\mathbf{M}(\mathbf{b})$ ,  $\mathbf{K}(\mathbf{b})$ ,  $\mathbf{C}(\mathbf{b})$ 는 각각 시스템의 질량행렬, 강성행렬, 감쇠행렬이다.  $\mathbf{z}(t)$ 는 시간  $t$ 에서 얻어지는 선형 동적변위벡터로 각 시점점에 따라 구분한다. 한편 등가정하중의 산출 식은 식 (2)와 같고, 이를 이용하면 시간  $t$ 에서의 선형 동적변위벡터  $\mathbf{z}(t)$ 와 일치하는 선형 정적변위를 발생시키는 하중을 구할 수 있다. 여기서  $s$ 는 하중 조건에 따른 구분을 나타내고,  $t$ 와  $s$ 는 정확히 서로 대응한다.

$$\mathbf{f}_{\text{eq}}(s) = \mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{z}(t) \quad (s = 0, 1, \dots, l) \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{f}_{\text{eq}}(s)$ 는 시간  $t$ 에 대응하는 하중조건  $s$ 에서의 등가정하중을 의미한다. 등가정하중은 강성행렬과 선형 동적변위벡터의 곱으로 계산한다. 강성행렬은 유한요소 이론에 의해 쉽게 얻을 수 있다. 또한 유한요소 해석을 제공하는 상용 소프트웨어로부터 간단히 제공받을 수 있기 때문에 복잡한 모델이라 하여도 사용이 용이하다.

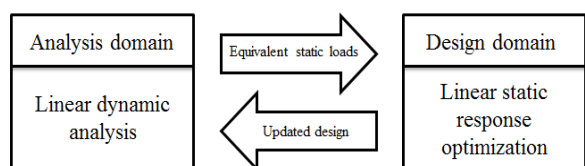


Fig. 1 Schematic process between the analysis and the design domain

식 (2)의 등가정하중은  $l+1$  개의 시점점에 대하여 각각 계산되기 때문에  $l+1$  개의 등가정하중 세트를 얻게 된다. 이렇게 구한 등가정하중 세트는 선형 정적응답 최적설계에 외부하중으로 적용되며, 이때 등가정하중 세트는 다중하중조건으로 처리된다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{b})\mathbf{z}(s) = \mathbf{f}_{\text{eq}}(s) \quad (3)$$

식 (3)은 선형 정해석을 위한 유한요소 방정식으로, 이 평형방정식의 계산을 통하여 선형 정적변위벡터  $\mathbf{z}(s)$  를 얻는다. 식 (3)을 계산하여 얻어지는  $\mathbf{z}(s)$  는 식 (2)에서 사용된  $\mathbf{z}(t)$  와 일치한다.

마찬가지로 비선형 동적응답 최적설계의 경우, 위 과정에서  $\mathbf{z}(t)$  를 비선형 동적변위벡터로 치환하면 비선형 동적특성을 고려한 등가정하중 세트를 구할 수 있다.<sup>(13)</sup>

### 3. 부분구조합성법

부분구조합성법(substructure synthesis method)은 복잡한 구조물에 대한 해석시간 절감 및 모델링의 효율성을 높이기 위해 개발되었다. 복잡한 구조물을 몇 개의 주요 요소 또는 부분구조로 나누고 유한요소법을 이용하여 독립적으로 고유진동수와 모드형상을 구한 후, 이들 사이에 구속조건을 고려하여 다시 합성함으로써 전체 구조물의 응답을 구하는 방법이다.<sup>(14)</sup> 본 연구에서는 부분구조합성법 중 구분모드합성법(component mode synthesis method)을 사용하였다. 구분모드합성법은 각 부분의 동특성을 소수의 저차 고유 진동형만으로 나타내고 이들 몇 개의 고유진동수와 고유모드의 결합으로 전체 시스템의 동특성을 해석할 수 있다.<sup>(15,16)</sup> 일반적인 동적 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{u}\} = \{\mathbf{f}(t)\} \quad (4)$$

한편, Craig-Bampton 변환 행렬을 다음과 같이 정의한다.

$$\{\mathbf{u}\} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_I \\ \mathbf{u}_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_M & \varphi_N \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{u}_N \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서 하첨자  $I$  는 비구속 내부좌표, 하첨자  $N$  은 구속좌표를 나타낸다. 또한  $\varphi_M, \varphi_N, q$  는 각각 모드벡터, 강체벡터, 모달응답을 의미한다. 위의 식 (5)를 식 (4)에 대입한 후 변환행렬을 곱하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} I & \mathbf{M}_{MN} \\ \mathbf{M}_{MN} & \mathbf{M}_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \ddot{\mathbf{u}}_N \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_{NN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{u}_N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ \mathbf{f}_N \end{Bmatrix} \quad (6)$$

식 (6)에서 전체 자유도는 경계점에서의 노드와 모드점을 갖는 것으로 축소되고, 전체 구조물 중 부분구조는 식 (6)과 같은 축소된 형태의 모델로 만들어진다.

### 4. 등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 구조최적설계

등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 선형 동적응답 구조최적설계의 과정은 다음과 같다.

- 단계 1: 구조물을 설계영역과 비설계영역으로 나누고, 설계변수의 초기값을 선정한다. (사이클  $k=0$ , 설계변수  $\mathbf{b}^k = \mathbf{b}^0$ ).
- 단계 2: 비설계영역은 부분구조합성법을 이용하여 축소된 부분구조로 만든다.
- 단계 3: 설계변수  $\mathbf{b}^k$  에 대한 설계영역과 비설계영역인 부분구조화를 합성하여 동해석을 수행한다.
- 단계 4: 설계영역의 강성행렬을 구하고, 단계 3에서 얻은 설계영역에서의 동적변위벡터와 곱하여 등가정하중을 산출한다.
- 단계 5: 모든 시점점에서의 등가정하중을 이용하여 식(7)의 선형 정적응답 최적설계를 수행한다.
- 단계 6: 선형 정적응답 최적설계에서 구한 설계해를 모델에 갱신하여 적용한다.
- 단계 7: 설계 수렴조건의 만족 여부를 확인한다.  $|\mathbf{b}^{k+1} - \mathbf{b}^k| < \varepsilon$  을 만족하면 최적설계를 종료하고, 그렇지 않으면 단계 3로 돌아가서 설계주기 번호를  $k=k+1$  으로 갱신한다.

$$\begin{aligned} &\text{Find} && \mathbf{b}^k \in \mathbf{R}^n \\ &\text{to minimize} && f(\mathbf{b}^k) \\ &\text{subject to} && \mathbf{K}(\mathbf{b}^k)\mathbf{z}(s) = \mathbf{f}_{\text{eq}}(s) \quad (s=l) \quad (7) \\ &&& \mathbf{g}_u^s(\mathbf{b}^k) \leq 0 \quad (u=1,2,\dots,m) \\ &&& \mathbf{b}_{vL} \leq \mathbf{b}_v \leq \mathbf{b}_{vU} \quad (v=1,2,\dots,n) \end{aligned}$$

Fig. 2 는 위에 설명한 등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 구조최적설계의 순서도이다. 부분구조를 만들면 동적해석 수행 시, 고려하는 요소의 개수가 줄어들기 때문에 정확도는 유지하면서 1 차적으로 동적해석시간을 단축시킬 수 있다.

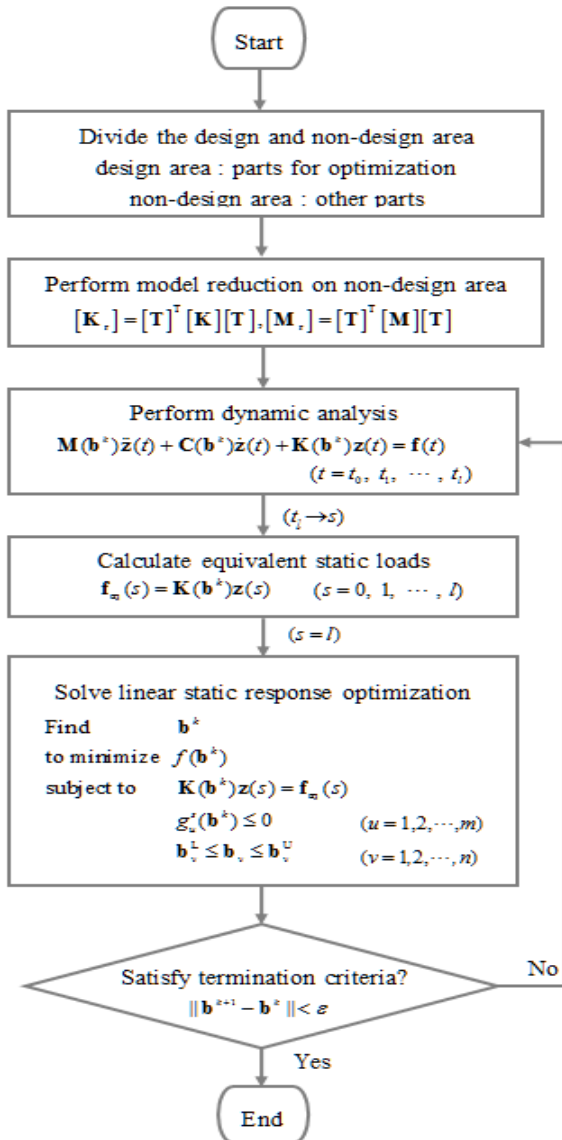


Fig. 2 Optimization process using the equivalent static loads and substructure synthesis methods

또한 단계 2에서, 비설계영역을 한번 부분구조화 하면 설계반복과정에서는 더 이상 부분구조를 만들지 않아도 된다. 기존의 등가정하중법은 모든 절점에서의 변위장에 대하여 등가정하중을 산출하였지만, 단계 4에서는 전체 구조물이 아닌 설계 영역에서만 등가정하중을 산출하므로 설계시간 단축이 가능하다. 또 단계 5의 최적설계 반복 과정 안에서 선형 정해석 시간도 단축된다.

### 5. 구조최적설계 예제

#### 5.1 보 구조물

외팔보 형태의 구조물을 Fig. 3 에 나타내었다. 유한요소모델은 80 개의 쉘(shell) 요소로 구성되어

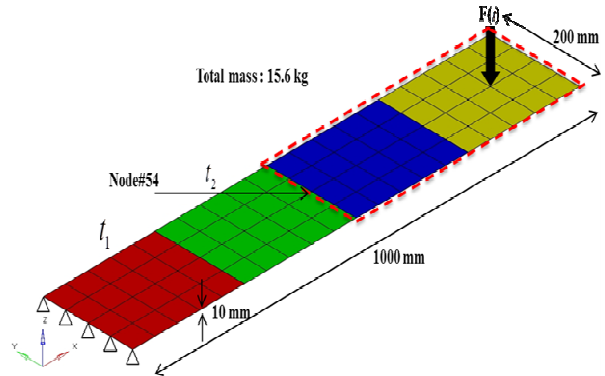


Fig. 3 Finite element model of a cantilever beam

있으며, 가로 1000 mm, 세로 200 mm 이다. 재료의 밀도는  $7.83 \times 10^{-6} \text{ kg/mm}^3$ , 포아송 비는 0.3, 영률은  $2.07 \times 10^2 \text{ kN/mm}^2$  이며, 질량은 15.66 kg 이다. 한쪽 끝 단은 지지되어 있고 외팔보의 끝 단에 z 축 음의 방향으로 동하중이 작용한다. 제안한 방법의 효용성 검증을 위해, 등가정하중을 이용하지만 부분구조화법을 사용하지 않는 전체 구조물의 최적설계도 수행하였다. Fig. 3 에서 점선으로 나타낸 영역이 비설계영역으로써, 부분구조화된 영역이다. 부분구조화를 하지 않은 전체 구조물과 부분구조화하여 설계영역만을 고려한 구조물의 요소 개수 비는 2:1 이다.

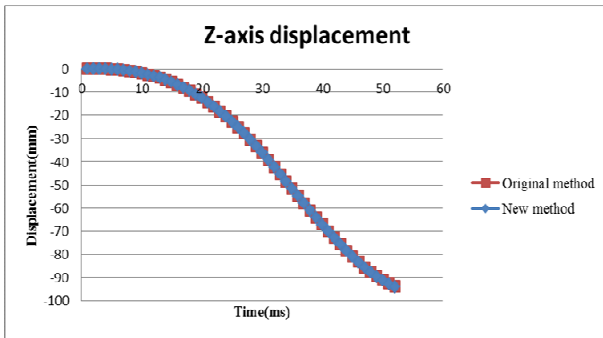
등가정하중을 이용한 선형 동적응답 치수최적설계의 정식화는 식 (8)과 같다. 설계변수는 설계영역 쉘(shell) 요소의 두께로  $t_1, t_2$  총 2 개이다. 목적함수는 구조물의 질량 최소화이고, 변위제한조건은 54 번 Node 의 z 축 방향 처짐량이 -30.0 mm 이하여야 한다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && t_1, t_2 \\
 &\text{to minimize} && \text{Weight[kg]} \\
 &\text{subject to} && -2.0 \leq \delta_{z\text{-direction}} \leq 2.0[\text{mm}] \\
 &&& 0.01 \leq t_1, t_2 \leq 5.0[\text{mm}]
 \end{aligned} \tag{8}$$

선형 동해석, 부분구조화, 등가정하중을 이용한 선형 정적응답 최적설계 모두 MSC.Nastran<sup>(17)</sup>을 이용하였다. 등가정하중의 산출을 위하여 강성행렬을 구하는 과정은 MSC.Nastran 에 탑재되어 있는 DMAP(direct matrix abstraction program) 알고리즘<sup>(18)</sup>을 이용하였다. Fig. 4 는 임의의 절점에서 전체모델을 이용하여 해석했을 때의 변위와 부분구조합성법을 이용하여 해석했을 때의 변위를 비교한 그래프이다. 이 때 발생한 오차율은 0.001 %로 매우 작으며, 변위가 일치한다고 볼 수 있다. Table 1 은 최적

**Table 1** Results of a cantilever beam

	Conventional method	Proposed method
Initial objective function.	7.8 kg	7.8 kg
Optimum objective function.	8.1 kg	8.0 kg
Reduction time	.	1 s.
Analysis time	1 s.	1 s.
Optimization time	6 s.	5 s.
Total cycle No.	7	3
Total time	49 s.	19 s.



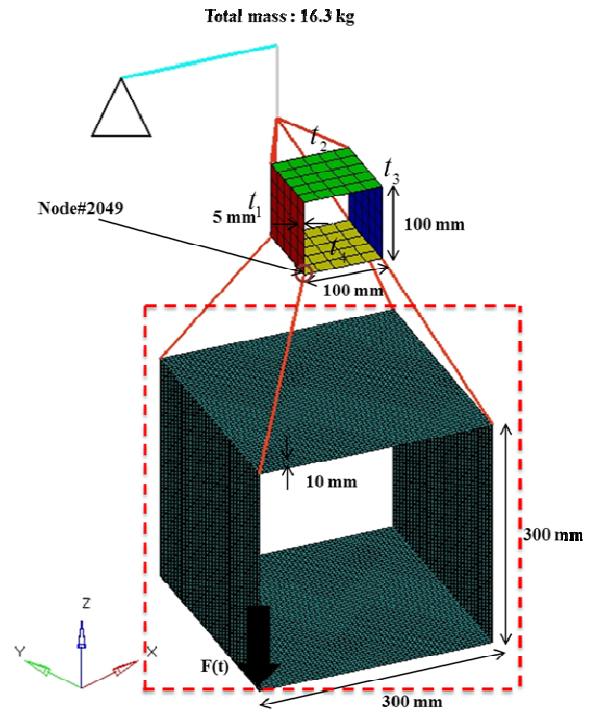
**Fig. 4** Displacement comparison of a cantilever beam

설계 결과를 나타낸 표이다. 여기서 총 설계주기는 위에서 제안한 설계 과정에서 1 회 반복하는 것이다.

전체 구조물은 7 번의 설계주기로 구조물의 질량이 7.8 kg 에서 8.1 kg 으로 증가하였고, 제안한 방법을 이용했을 때는, 3 번의 설계주기로 질량이 7.8 kg 에서 8.0 kg 으로 증가하였다. 전체 소요된 시간을 비교해 보았을 때, 전체 구조물을 이용하여 해석 및 최적설계 한 결과는 49.0 초가 소요되고, 제안한 방법을 이용한 구조물의 해석 및 최적설계는 19.0 초가 소요되었다. 최적설계 결과와 소요 시간의 관점에서 비교했을 때, 전체 구조물을 사용했을 경우와 비슷한 최적설계 결과를 얻으면서도 시간을 절반이상 단축시킬 수 있었다.

5.2 임의의 대형 구조물

설계 소요 시간과 비용 절감 효과는 대형 구조물에서 두드러질 것으로 예상된다. 두 번째 구조물



**Fig. 5** Finite element model of the large-scale structure

예제는 Fig. 5 와 같이 셸과 빔으로 이루어진 대형 구조물 문제를 풀었다. 유한요소모델은 360,100 개의 셸(shell) 요소와 10 개의 빔(beam)으로 구성되었다. 설계영역의 요소 개수는 106 개, 비설계영역의 요소 개수는 360,004 개로 설계영역과 비설계영역의 요소 개수의 비율은 1:1307 이다. 구조물의 재료는 보 요소와 동일하며, 질량은 16.3 kg 이다. 구조물은 최상단에 6 자유도가 구속되었고, 비설계영역의 하단 모서리 부분에 z 축 음의 방향으로 동하중이 작용한다. Fig. 5 에서 점선으로 나타낸 부분이 비설계영역으로써 부분구조화된다.

등가정하중을 이용한 선형 동적응답 치수최적설계의 정식화는 식 (9)와 같다. 설계변수는 설계영역 셸(shell) 요소의 두께로  $t_1, t_2, t_3, t_4$  총 4 개이다. 목적함수는 구조물의 질량 최소화이고, 변위제한조건은 2049 번 Node 의 각 축 방향 변위로 -40.0 mm 와 40.0 mm 사이에 변위 발생이다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && t_1, t_2, t_3, t_4 \\
 &\text{to minimize} && \text{Weight[kg]} \\
 &\text{subject to} && -40.0 \leq \delta_{x,y,z, \text{Node}\#2049} \leq 40.0[\text{mm}] \quad (9) \\
 &&& 0.001 \leq t_1, t_2, t_3, t_4 \leq 50.0[\text{mm}]
 \end{aligned}$$

선형 동해석, 부분구조화, 등가정하중을 이용한 선형 정적응답 최적설계 모두 MSC.Nastran<sup>(17)</sup>을 이용하였다. Fig. 6 은 전체 구조물을 이용하여 해

석한 변위와 부분구조합성법을 이용해 해석한 변위를 비교한 그래프이다. 발생 오차율은 0.01%로 매우 작으므로 동일하다고 볼 수 있다.

Table 2는 최적설계 결과이다. 전체 구조물과 제안한 방법의 구조물 모두 질량이 16.3 kg에서 11.9 kg으로 감소하였다. 전체 구조물은 2번의 설계주기로, 제안한 방법의 구조물은 5번의 설계주기가 이용되었다. 최적설계 소요 시간을 비교할 때, 전체 구조물을 이용한 해석은 3분 43초, 제안한 방법을 이용한 해석은 1초가 소요되었다. 또한 최적설계에 소요된 시간은 전체 구조물이 33분 57초, 제안한 방법의 구조물이 8초이며, 총 설계 소요 시간은 전체 구조물이 1시간 15분 20초, 제안한 방법의 구조물이 10분 12초로 설계주기가 더 많음에도 불구하고 소요 시간이 크게 단축된다. 제안한 방법은 설계영역이 일부인 대형 구조물에서 효과가 매우 크다.

5.3 전방충돌 자동차 범퍼 구조물

자동차 범퍼 구조물을 Fig. 7에 나타내었다. 유

Table 2 Results of the large-scale structure

	Conventional method	Proposed method
Initial objective function.	16.3 kg	16.3 kg
Optimum objective function.	11.9 kg	11.9 kg
Reduction time	.	9 m 27 s.
Analysis time	3 m. 43 s.	1 s.
Optimization time	33 m. 57 s.	8 s.
Total cycle No.	2	5
Total time	1 h. 15 m. 20 s.	10 m. 12 s.

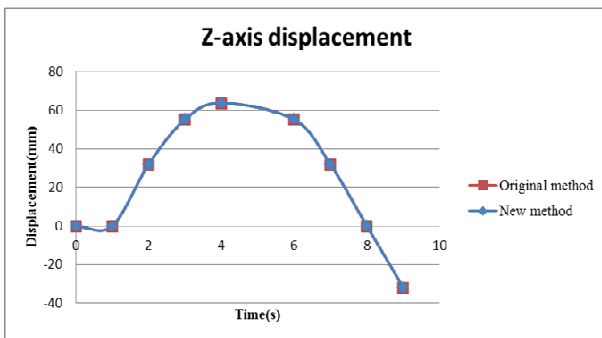


Fig. 6 Displacement comparison of the large-scale structure

한요소모델은 8,368 개의 셸(shell) 요소와 161 개의 빔(beam)으로 구성되어 있다. 설계영역의 요소 개수는 4,669 개, 비설계영역의 요소 개수는 3,860 개로 이루어져 있으며, 설계영역과 비설계영역의 요소수의 비는 1:0.83이다. 재료는 앞선 두 예제와 동일하며, 질량은 16.16kg이다. 하중조건은 왼쪽의 Pendulum이 2.2 m/s의 일정한 속력으로 자동차 범퍼에 충돌하는 것이며, 자동차 범퍼 오른쪽 끝단은 지지되어 있다. Fig. 7에서 점선으로 나타낸 부분이 비설계영역으로 부분구조로 만든 부분이다.

등가정하중을 이용한 비선형 동적응답치수최적설계 정식화는 식 (10)과 같다. 설계변수는  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$ 로 10개이며, Fig. 8에 상세하게 나타내었다. 목적함수는 구조물의 질량이고, 변위제한조건은 Node 7278과 Node 222의 두 점 사이 x축 방향 상대변위로 그 값이 130 mm 이하가 되지 않도록 한다. 여기서 상대변위는 두 점간의 변위의

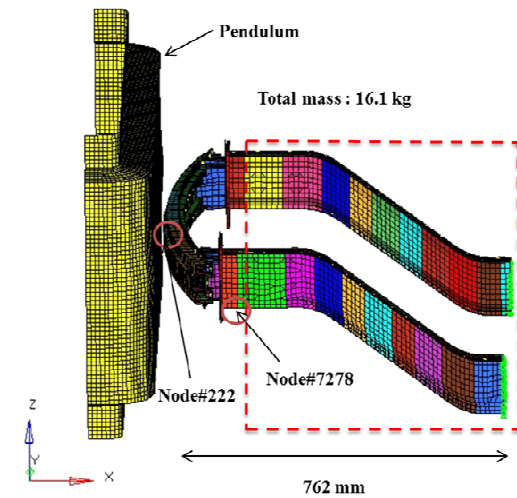


Fig. 7 Finite element model of an automobile frontal structure

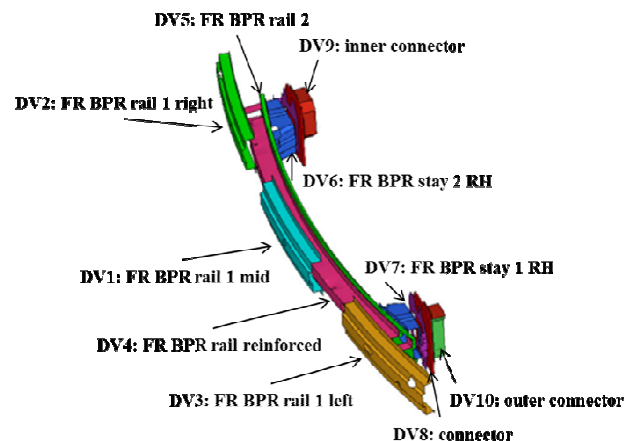
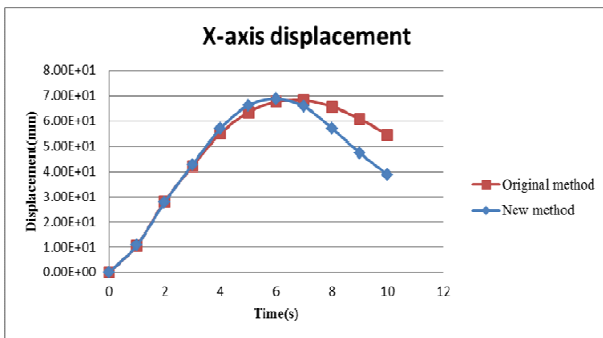


Fig. 8 Design variables of an automobile frontal structure

**Table 3** Results of an automobile frontal structure

	Conventional method	Proposed method
Initial objective function.	16.1 kg	16.1 kg
Optimum objective function.	17.8 kg	17.7 kg
Reduction time	.	4 s.
Analysis time	30 m. 44 s.	9 m. 48 s.
Optimization time	1 m. 22 s.	48 s.
Total cycle No.	22	16
Total time	11 h. 46 m. 2 s.	2 h. 49 m. 6 s.



**Fig. 9** Displacement comparison of an automobile frontal structure

차를 이용하는 것으로 범퍼 침입량이 130mm 이상이 되도록 유지하는 것이다.

$$\begin{aligned}
 &\text{Find} && t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10} \\
 &\text{to minimize} && \text{Weight [kg]} \\
 &\text{subject to} && 130.0 \leq \delta_{x, \text{Node}\#222} - \delta_{x, \text{Node}\#7278} \text{ [mm]} \\
 &&& 1.2 \leq t_1, t_2, t_3, t_5 \leq 5.5 \text{ [mm]} \\
 &&& 1.0 \leq t_4 \leq 5.5 \text{ [mm]} \tag{10} \\
 &&& 2.0 \leq t_6 \leq 5.5 \text{ [mm]} \\
 &&& 1.6 \leq t_7, t_9, t_{10} \leq 5.5 \text{ [mm]} \\
 &&& 1.85 \leq t_8 \leq 5.5 \text{ [mm]}
 \end{aligned}$$

비선형 동해석과 부분구조화는 LS-DYNA<sup>(18)</sup>를 이용하였다. 등가정하중의 산출을 위한 강성행렬 추출은 MSC.Nastran의 DMAP(direct matrix abstraction program) 알고리즘<sup>(18)</sup>을 이용하고 선형 정적응답 최적설계는 MSC.Nastran<sup>(17)</sup>을 사용한다. Fig. 9는 전체모델을 이용하여 해석한 결과와 부분구조합성법을 이용해 해석한 결과를 비교한 그래프이다. LS-DYNA<sup>(19)</sup>의 부분구조합성법을 이용한 전방충돌 자동차 범퍼 구조물 예제에서는 두 해석

에서의 최대 오차가 MSC.NASTRAN<sup>(16)</sup>의 경우보다 크다. 부분구조합성법은 선형 강성행렬을 이용하여 부분구조를 만들기 때문에 예제의 경우와 같이 기하 및 접촉 비선형성이 클 경우 해석의 오차가 다소 존재한다.

Table 3은 최적설계 결과를 나타낸 표이다. 전체 구조물의 경우는 22 번의 설계주기, 제안한 방법은 16 번의 설계주기가 이용되었다. 전체 구조물의 경우와 제안한 방법의 경우, 목적함수는 각각 16.3 kg에서 17.8 kg로, 16.3 kg에서 17.7 kg로 증가하였다. 최적설계 소요 시간을 비교할 때, 전체 구조물을 이용한 해석은 30 분 44 초, 제안한 방법을 이용한 해석은 9 분 48 초가 소요되었다. 또한 최적설계에 소요된 시간은 전체 구조물이 1 분 22 초, 제안한 방법의 구조물이 48 초이며, 총 설계 소요 시간은 전체 구조물이 11 시간 46 분 2 초, 제안한 방법의 구조물이 2 시간 49 분 6 초로 더 적은 설계주기로 짧은 시간에 최적설계를 마칠 수 있다.

## 6. 결론

등가정하중법과 부분구조합성법을 이용한 구조 최적설계 방법을 제안하고 예제 풀이를 통하여 그 효용성을 검증하였다.

제안한 방법은 부분구조합성법을 이용하여 비설계영역을 부분구조화하고, 설계영역만을 고려한 최적설계를 수행한다. 구조물의 동특성과 해석의 정확도는 그대로 유지하면서도 구조최적설계에 소요되는 시간을 3 가지 측면에서 단축시킨다. 이 때, 비설계영역을 부분구조화하는데에 추가적인 시간이 소요되지만 전체 설계 소요 시간에 비하면 그 크기가 미미하다. 제안한 방법은 동적계수를 이용한 최적설계방법이나 전체모델을 이용하는 기존의 등가정하중을 이용한 동적응답 최적설계방법에 비해 효율적이며 특히 대형구조물의 구조최적설계에 적합하다. 그러나 부분구조합성법을 이용한 비선형 동해석 수행 시, 비선형성의 정도에 따라 큰 오차가 발생할 가능성이 있으므로, 실제 문제에 적용하기에는 위험이 따른다. 향후 비선형성이 큰 문제에 대한 부분구조합성법의 정확도 향상에 대한 추가적인 연구가 필요하다.

## 후 기

본 연구는 2013년도 정부(미래창조과학부)의 재원으로 연구개발성과지원센터의 “연구성과사업화 지원사업 인큐베이팅 R&D” 과제 연구비 지원으로 수행되었습니다. (No. 2013A000022)

## 참고문헌

(References)

- (1) Hong, B. S., Kim, B. S. and Yoo, H. H., 2010, "Analysis of Vibration Characteristics of a Full Vehicle Model Using Substructure Synthesis Method," *Trans. Korean Soc. Mech. Eng. A*, Vol. 34, No. 5, pp. 519~525.
- (2) Hurty, W. C., 1960, "Vibrations of Structural Systems by Component-Mode Synthesis," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, ASCE, Vol. 86, pp. 51~69.
- (3) Hale, A. L., 1980, "A General Substructure Synthesis Method for the Dynamic Simulation of Complex Structures," *Journal of Sound and Vibration*, ASCE, Vol. 69, No. 2, pp. 309~326.
- (4) Haftka, R. T. and Gürdal, Z., 1991, *Element of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- (5) Truman, K. Z. and Petruska, D. J., 1991, "Optimum Design of Dynamically Excited Structural Systems Using Time History Analysis," OPT191 – International Conference for Computer Aided Optimum Design of Structures, Boston, MA, June 25~27.
- (6) Azhar, H. Jawed and Morris, A. J., 1984, "Higher-order Updates for Dynamic Responses in Structural Optimization," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 49, No. 2, pp. 175~201.
- (7) Hsieh, C. C. and Arora, K. S., 1985, "Design Sensitivity Analysis and Optimization of Dynamic Response," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 43, No. 2, pp. 195~219.
- (8) Park, G. J., 2007, *Analytic Methods for Design Practice*, Springer-Verlag, Germany.
- (9) Choi, W. S. and Park, G. J., 2002, "Structural Optimization Using Equivalent Static Loads at All the Time Intervals," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 191, No. 19, pp. 2077~2094.
- (10) Choi, W. S. and Park, G. J., 1999, "Transformation of Dynamic Loads into Equivalent Static Loads Based on Model Analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, pp. 29~43.
- (11) Kang, B. S., Choi, W. S. and Park, G. J., 2001, "Structural Optimization Under Equivalent Static Loads Transformed from Dynamic Loads Based on Displacement," *Computer & Structures*, Vol. 79, No. 2, pp. 145~154.
- (12) Kang, B. S., Park, G. J. and Arora, J. S., 2005, "Optimization of Flexible Multibody Dynamic Systems Using the Equivalent Static Loads Method," *AIAA Journal*, Vol. 43, No. 4, pp. 846~854.
- (13) Kim, Y. I. and Park, G. J., 2010, "Nonlinear Dynamic Response Structural Optimization Using Equivalent Static Loads," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 199, Issues 9-12, pp. 660~676.
- (14) Qiu, J. B., Ying, Z. G. and Williams F. W., 1997, "Exact Model Synthesis Techniques using Residual Constraint Modes," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, pp. 2475~2492.
- (15) Craig, R. R. and Bampton, M. C., "Coupling of Substructures for Dynamic Analysis," *AIAA Journal*, 6, 1968, 1313~1319.
- (16) Bennighof, J. K., Kaplan, M. F., Kim, C. W. and Muller, M. B., 2001, "Implementing Automated Multi-Level Substructuring in Nastran Vibroacoustic Analysis," *Proc. of SAE Noise and Vibration Conference*, SAE paper, 2001-01-1405.
- (17) MSC.NASTRAN 2013.1 User's Manual, MSC.Software, USA.
- (18) MSC.NASTRAN 2013.1 DMAP User's Manual, MSC.Software, USA.
- (19) LS-DYNA V971 User's Manual, Livemore Software Technology Co, USA.