

3차원 부유체의 유체-물체 연성해석

고 광 수, 안 형 택*

울산대학교 조선해양공학부

FLUID-BODY INTERACTION ANALYSIS OF FLOATING BODY IN THREE DIMENSIONS

G.S. Go and H.T. Ahn*

School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Ulsan Univ.

Fluid-body interaction analysis of floating body with six degree-of-freedom motion is presented. In this study, three-dimensional incompressible Navier-Stokes equations are employed as a governing equation. The numerical method is based on a finite-volume approach on a cartesian grid together with a fractional-step method. To represent the body motion, the immersed boundary method for direct forcing is employed. In order to simulate the coupled six degree-of-freedom motion, Euler's equations based on rigid body dynamics are utilized. To represent the complex body shape, level-set based algorithm is utilized. In order to describe the free surface motion, the volume of fluid method utilizing the tangent of hyperbola for interface capturing scheme is employed. This study showed three different continuums (air, water and body) are simultaneously simulated by newly developed code. To demonstrate the applicability of the current approach, two different problems (dam-breaking with stationary obstacle and water entry) are simulated and all results are validated.

Key Words : 직교격자(Cartesian grid), 다단계방법(Fractional step method), 유체 체적법(Volume-of-fluid method) 가상경계법(Immersed boundary method), 강체동역학(Rigid body dynamics)

1. 서 론

선박유체역학에서 해석하고자 대상은 물, 공기 그리고 물체이다. 이 세 가지 대상사이에서 발생하는 상호작용은 결과를 예측하기 힘든 비선형적인 현상이다. 따라서 이상 유동에 근거한 포텐셜 이론(potential theory)으로 해석하기에는 한계점이 있다. 이를 극복하기 위해 비선형적 현상을 해석할 수 있는 유동해석의 새로운 접근방법인 전산유체역학(computational fluid dynamics)이 적용되어야 한다. 그러나 전산유체역학 분야에서도 위에 제시된 세 가지 대상을 동시에 해석함에 있어서 효율성과 정확성 측면에서 모두 우월성을 가지는 명확한 해법이 존재하지 않아 지속적인 연구가 필요한 실정이다.

물, 공기 그리고 물체를 동시에 해석하기 위해서는 크게 두 가지 기법이 필요로 된다. 첫 번째는 물과 공기를 동시에

고려할 수 있는 다상유동(multiphase flow)에 대한 해석기법이고, 두 번째는 유체영역에 물체의 효과를 나타내는 것이다. 기존에 제시된 여러 다상유동기법[1,2]을 토대로 본 저자에 의해 다상유동에 대한 효율적인 해석기법[3]이 제시된 바 있다. 이에 대한 후속연구로 본 논문에서는 두 번째 요소인 물체에 대한 처리기법에 중점을 두고자 한다. 특히, 고정된 물체가 아닌 움직임을 가지는 물체와 유체사이의 연성해석을 목표로 한다.

전산유체역학에서 움직이는 물체를 처리하기 위해 사용되는 가장 기본적인 방법은 시간에 따라 변화하는 물체의 위치 및 방향성을 파악한 후 격자를 재생성하는 것이다. 이 방법은 매우 간단하지만 계산시간이 오래 걸린다는 치명적인 단점이 있다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 여러 개의 격자체계를 중첩시키는 방법과 직교격자 상에서 물체를 표현하는 가상경계법(immersed boundary method)[4,5,6]이 개발되었다. 중첩격자(overset grid)는 고정된 유체영역의 격자위에서 물체영역의 격자체계를 물체의 움직임과 같도록 위치시키는 방법이다. 이 방법은 격자를 재생성하지 않고 움직이는 물체를 해석할 수 있지만 서로 다른 격자체계 사이에서 발생할 수 있는 속도

Received: May 18, 2015, Revised: June 23, 2015, Accepted: June 23, 2015.

* Corresponding author, E-mail: htahn@ulsan.ac.kr
DOI <http://dx.doi.org/10.6112/kscfe.2015.20.2.103>

© KSCFE 2015

및 압력 값의 불연속 때문에 결과 값이 발산할 수 있는 가능성이 있다. 가상경계법은 직교격자 상에서 움직이는 물체를 시간 변화에 따른 물체의 위치정보만으로 처리할 수 있는 방법이다. 위치정보를 통해 물체와 유체사이의 경계면을 추적하고, 그 부분에 위치한 유체의 물리량을 물체의 경계조건이 만족되도록 수정하는 것이 이 방법의 핵심이다. 따라서 가상경계법은 물체에 대한 격자를 구성할 필요가 없으며, 추가적인 과정에서 소요되는 시간이 유체해석에 비해 무시될 만큼 작기 때문에 움직이는 물체를 효율적으로 해석할 수 있다.

그러나 복잡한 형상의 물체를 가상경계법으로 처리할시 물체의 경계와 격자의 경계가 일치하지 않아 유체의 경계층을 정확히 구현하는데 어려움이 발생한다. 이와 같은 이유로 가상경계법은 점성의 영향이 큰 문제를 해석하는데 있어서 한계를 가지게 된다. 가상경계법은 점성의 영향력이 무시되는 입수문제 또는 대변위 운동을 해석하는데 효과적인 방법이다. 본 연구를 통해 최종적으로 해석하고자하는 문제는 선박 및 해양구조물과 같은 복잡한 형상을 가지는 물체의 6자유도 대변위 운동이다. 따라서 적용의 다양성, 계산의 효율성 그리고 결과의 정확도 측면을 고려해 보았을 때 본 연구의 물체처리 기법으로 가상경계법이 적합하다고 판단했다.

본 연구에서는 물, 공기 그리고 물체사이에서 발생하는 비선형적인 현상을 효율적으로 해석하기 위해 유체는 본 저자에 의해 기 제시된 해법[3]을 바탕으로 해석하였으며, 물체의 효과는 가상경계법으로 처리하였다. 물체는 탄성변형이 발생하지 않는 강체로 가정하였으며, 물체의 움직임은 강제동역학을 토대로 구현하였다. 움직이는 물체와 유체사이의 안정적인 연성 해석과 결과의 신뢰성을 검증하는 것이 본 연구의 목표이다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2절에서는 다상유동에 대한 해법이 제시된다. 3절에서는 가상경계법을 활용한 물체의 처리기법과 움직이는 물체를 구현하는 방법이 제시된다. 4절에서는 본 연구의 신뢰성을 검증하기 위해 고정된 물체가 존재하는 댐 붕괴 문제와 자유낙하 입수문제에 대한 해석결과가 제시된다. 마지막으로, 5절에서는 본 해석방법의 신뢰성과 향후 발전 가능성이 정리된다.

2. 유체영역 해석방법

2.1 지배 방정식

본 연구에서는 지배방정식으로 비압축성 Navier-Stokes 방정식을 고려한다. 이를 유한체적법(finite volume method)으로 해석하기 위해 다음과 같은 적분형태의 식으로 나타내었다.

Continuity equation :

$$\oint_{\Gamma} \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} dS = 0 \tag{1}$$

Momentum equation :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{\Omega} \mathbf{u} dV + \oint_{\Gamma} \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS \\ = - \oint_{\Gamma} \frac{1}{\rho} p \mathbf{n} dS + \oint_{\Gamma} \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS + \int_{\Omega} \mathbf{f} dV \end{aligned} \tag{2}$$

\mathbf{u} 는 유체의 속도벡터, t 는 시간, Ω 는 검사체적, \mathbf{n} 은 검사체적의 법선벡터, Γ 는 검사체적의 표면, dS 는 검사체적 표면의 미소면적, dV 는 검사체적의 미소체적, p 는 압력, ρ 는 밀도, \mathbf{f} 는 중력과 같은 외력 항 그리고 $\boldsymbol{\tau}$ 는 viscous stress tensor를 뜻한다. 지배방정식은 직교격자 상에서 이산화 된 속도와 압력 값으로 차분된다. 벡터 값인 속도는 셀의 중심과 경계면 그리고 스칼라 값인 압력은 셀의 중심부분에만 위치하게 된다.

2.2 속도-압력 연성방법

지배방정식을 구성하는 속도와 압력사이의 연성은 비정상 유동에서 반복과정이 필요하지 않아 효율적인 다단계 방법(fractional step method)[7]으로 이룬다.

$$\frac{\mathbf{u}_V^* - \mathbf{u}_V^n}{\Delta t} = - \oint_{\Gamma} \mathbf{u} (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS \tag{3}$$

$$\frac{\mathbf{u}_V^{**} - \mathbf{u}_V^*}{\Delta t} = \oint_{\Gamma} \frac{1}{\rho} \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} dS \tag{4}$$

$$\frac{\mathbf{u}_V^{***} - \mathbf{u}_V^{**}}{\Delta t} = \int_{\Omega} \mathbf{f} dV \tag{5}$$

$$\frac{\mathbf{u}_V^{n+1} - \mathbf{u}_V^{***}}{\Delta t} = - \oint_{\Gamma} \frac{1}{\rho} p \mathbf{n} dS \tag{6}$$

아래 첨자로 쓰인 V 는 셀의 공간상 평균값을 의미한다. 위의 식들을 순차적으로 풀게 되며, 식 (3)-(5)를 통해 구하게 되는 속도는 물리적인 의미를 가지지 않는 속도이다. 이를 중간속도(intermediate velocity)라고 정의하며 위 첨자 *를 사용하여 나타낸다. *의 개수는 중간속도의 순서를 의미한다. 따라서 현재(n)와 다음단계($n+1$) 속도사이에는 총 3개의 중간속도가 존재하게 된다.

식 (3)-(6)은 셀의 공간상 평균값과 셀 경계면의 평균값을 활용하는 VSIM3(volume/surface integrated average based multi moment method)[8]로 차분되며, 식 (3)의 비선형 항은 수치적 확산을 줄이기 위해 3차 spline함수를 이용한 CIP-CSL(constrained interpolation profile - conservative semi- Lagrangian) [9]법으로 계산된다. 식 (6)으로부터 유도되는 압력 포아송 방정식(pressure Poisson equation)은 PCG(preconditioned conjugate

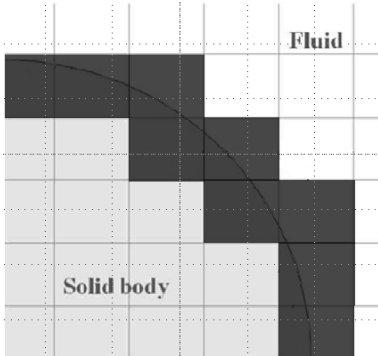


Fig. 1 Treatment of immersed boundary

gradient)법[3]으로 계산했다.

2.3 자유표면구현 방법

자유표면(free surface)은 VOF(volume of fluid)법[10]을 기반으로 한 THINC(tangent of hyperbola interface capturing)법[11]과 공간상의 다차원 효과를 고려하는 WLIC(weighed line interface calculation)법[12]으로 구현된다. VOF법은 유체의 특성함수 χ 를 기본으로 한다. χ 는 식 (7)의 관계를 만족하며, 유체의 특성에 따라 0과 1의 사이 값을 가지는 스칼라 함수이다. 본 연구에서 χ 는 물일 때 1, 공기일 때 0의 값을 가진다.

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \chi dV + \oint_{\Gamma} (\mathbf{u}\chi) \cdot \mathbf{n} dS - \oint_{\Gamma} \chi (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) dS = 0 \tag{7}$$

셀에서 χ 의 평균값을 volume fraction 함수라고 정의한다. 이는 셀이 물로 가득차 있으면 1, 공기로 가득차 있으면 0 그리고 자유표면(물과 공기의 경계)에서는 부피비율에 따라 0과 1의 사이 값을 가진다. THINC법의 핵심은 식 (7)의 두 번째 적분항인 χ 의 Flux 값을 계산하는데 tangent hyperbolic 함수를 이용하는 것이다.

3. 물체영역 해석방법

3.1 가상 경계법

본 연구에서는 직접가진(direct forcing)을 활용한 가상경계법(immersed boundary method)[4,5,6]으로 물체의 효과를 표현했다. 이 방법은 유체영역에 물체의 위치를 가정하고, 이에 따라 발생하는 물체와 유체 사이의 가상 경계면을 찾아 인위적인 운동량 가진(moment forcing)을 가하여 물체의 효과를 표현하는 방법이다.

운동량 가지는 물체의 경계조건을 만족시키는 값으로 결정된다. Fig. 1에서 어둡게 색칠된 부분이 운동량 가진이 가해져야 되는 가상 경계면이다. 이에 따라 다단계방법(fractional step method)[7]의 식 (5)와 (6)사이에 식 (8)이 추가되며, 식 (6)의 \mathbf{u}_V^{***} 은 \mathbf{u}_V^{****} 가 된다.

$$\frac{\mathbf{u}_V^{****} - \mathbf{u}_V^{***}}{\Delta t} = \int_{\Omega} \mathbf{f}_m dV \tag{8}$$

\mathbf{f}_m 값은 운동량 가진 벡터로 가상 경계가 속하지 않는 영역에서는 0의 값을 가진다. 가상 경계가 속하는 영역에서는 물체 형상의 기울기 값을 고려하는 2차 정확도 기법[5]을 활용하여 운동량 가진 값을 계산하였다.

3.2 강제동역학

물체의 6자유도 운동은 무게중심 벡터 $\mathbf{C}(t)$, 선운동량 벡터 $\mathbf{P}(t)$, 각운동량 벡터 $\mathbf{L}(t)$ 그리고 방향 행렬 $\mathbf{R}(t)$ 로 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\mathbf{C}}{dt} = \frac{\mathbf{P}}{m} \tag{9}$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = m\mathbf{g} + \mathbf{f} \tag{10}$$

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \boldsymbol{\tau} \tag{11}$$

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = \mathbf{W} \cdot \mathbf{R} \tag{12}$$

여기서 m 은 물체의 질량, \mathbf{g} 는 중력가속도 벡터, \mathbf{f} 는 외력벡터, $\boldsymbol{\tau}$ 는 토크벡터 그리고 \mathbf{W} 는 각속도 행렬을 뜻한다. \mathbf{W} 는 각속도 벡터 $\boldsymbol{\omega}$ 를 활용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T, \mathbf{W} = \begin{Bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{Bmatrix} \tag{13}$$

각속도 행렬은 관성모멘트 행렬 \mathbf{I} 로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{I} = \begin{Bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{Bmatrix}, \boldsymbol{\omega} = \mathbf{I}^{-1} \mathbf{L} \tag{14}$$

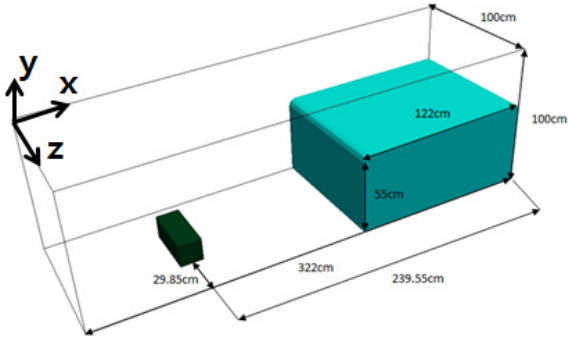


Fig. 2 Layout of a dam-breaking problem with rectangular obstacle

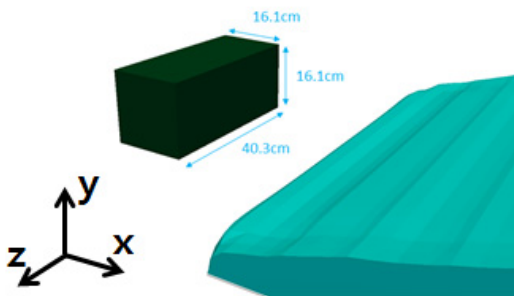


Fig. 3 Layout of a rectangular obstacle

매 시간단계마다 가상경계면에 작용하는 힘과 이에 의해 발생하는 토크 값을 계산하면, 시간에 대해 forward Euler법으로 차분된 식 (9)-(12)로부터 물체의 위치 및 방향성을 파악할 수 있다.

4. 해석 결과

4.1 고정된 물체와 댐 붕괴 문제

물체와 유체 사이의 연성해석이 제대로 이루어지는지 확인하기 위해 고정된 직사각형 물체가 위치하고 있는 댐 붕괴 문제[13]를 해석해보았다. 문제의 조건은 Fig. 2와 같다. x축 상에서 왼쪽에 위치하고 있는 것이 물체, 오른쪽에 있는 것이 물 그리고 나머지 부분은 공기로 구성된다. y축 상에서 위쪽 경계는 압력 값이 대기압(0 Pa)으로 고정되고 속도의 변화율이 0인 개방 조건, 나머지 경계는 모든 방향 속도 값이 0이고 압력의 변화율이 0인 벽 조건을 만족한다. 위쪽 경계를 개방 시킴으로써 발생하는 유체의 유동변화가 전체적인 해에 미치는 영향은 미비하다고 가정한다.

직사각형 물체의 조건은 Fig. 3과 같다.

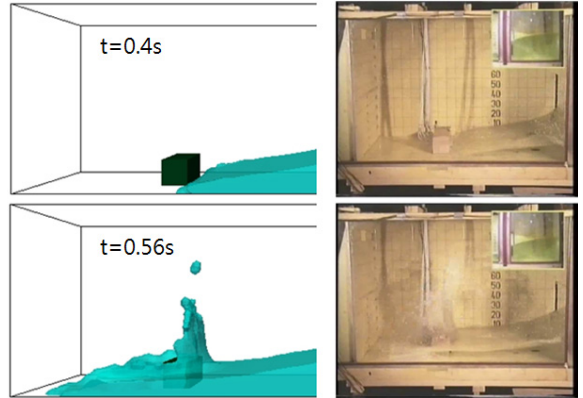


Fig. 4 Comparison of snapshots of free surface shape between simulation(left) and experiment(right)

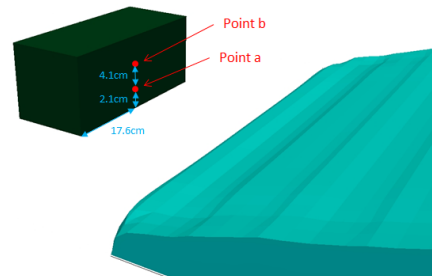


Fig. 5 Location of pressure observing points(a,b)

결과 값은 Akkerman et al.[13]에 제시된 MARIN(Maritime Research Institute Netherlands)의 실험값과 비교하여 검증하였다. 검증은 유체유동의 형상변화(Fig. 4)와 특정 위치(Fig. 5)에서의 압력변화(Fig. 6)를 기준으로 수행하였다.

유체유동의 형상변화를 검증하기 위해 Fig. 4와 같이 시뮬레이션과 실험결과를 정성적으로 비교했다. 0.4초에서 물이 직사각형 물체와 처음으로 만나는 현상과 0.56초에서 물이 유체와 충돌하여 위쪽으로 퍼져나가는 현상을 시뮬레이션이 실험과 매우 흡사하게 구현함을 확인할 수 있다.

Fig. 6로부터 시뮬레이션을 통해 해석한 a와 b 지점에서의 압력변화는 실험과 흡사한 경향을 보이나 각 지점별 압력 값에서는 다소 오차가 발생했음을 확인할 수 있다. 특히, 최대 압력이 발생하는 부근에서는 상대적으로 큰 오차가 발생하였다. 이와 같은 현상이 발생한 이유는 댐 붕괴에 의해 발생한 초기유동이 물체와 충돌한 후 위쪽으로 퍼져나가는 매우 비선형적인 거동으로 변화되어 수치해석으로 변화된 유체의 거동을 정확히 해석하기 어렵기 때문이다. 최대압력은 순간적으로 발생하는 현상이기 때문에 해석하는데 있어서 이와 같은 수치적 오차가 더 크게 발생한 것으로 판단된다. 최대 압력

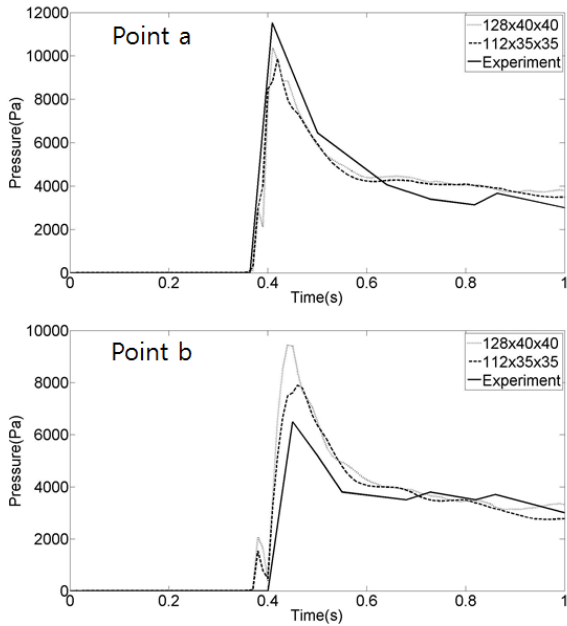


Fig. 6 Comparison of pressure history at point a and b with experiment

값의 경우 a 지점에서는 격자의 수가 증가함에 따라 실험값에 수렴하고 있으나 b 지점에서는 격자의 수가 증가함에 따라 실험값과의 오차가 오히려 증가하였다. 물체의 윗부분일수록 압력 값에 영향을 주게 되는 자유표면 거동의 비선형성이 커지기 때문에 a 지점에 비해 상부에 위치한 b 지점에서 해석한 최대 압력 값의 신뢰성이 다소 떨어지게 된 것으로 판단된다.

4.2 자유낙하 입수문제

움직이는 물체와 유체사이의 연성해석이 제대로 이루어지는지 확인하기 위해 자유 낙하하는 구형물체에 대한 입수문제[14]를 해석해보았다. 자유낙하 문제이기 때문에 1자유도 운동만 발생하지만 해석시 나머지 5자유도에 대한 움직임을 구속시키지 않았다. 문제의 조건은 Fig. 7과 같다. 물체의 형상은 구형이며 반지름은 1.27 cm, 입수속도는 217 cm/s 이다. 모든 경계면에 대해서는 모든 방향 속도 값이 0인 벽 조건을 주었다. 물체의 비중이 0.86, 2.3 그리고 7.68인 3가지 경우에 대해서 결과를 해석하였고, 결과는 실험값[14]과 비교했다. 격자는 x, y, z 각 방향에 대해 60 x 120 x 100으로 생성하였다.

검증은 시간에 따른 구형 물체의 입수 거리(Fig. 8)를 바탕으로 수행하였다.

비중 값이 0.86일 때는 시뮬레이션 결과가 실험값과 일치하지만 비중이 2.3, 7.68로 증가할수록 오차 또한 증가하는 것

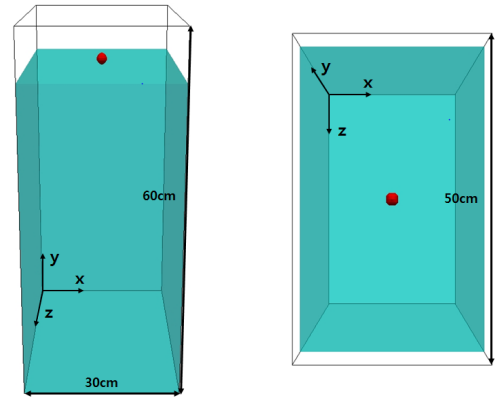


Fig. 7 Layout of a water entry problem

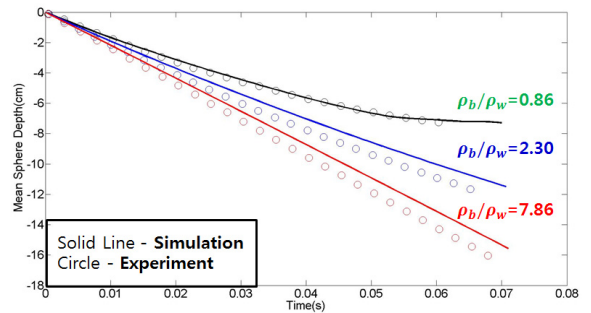


Fig. 8 Mean sphere depth vs time with respect to specific gravity. where ρ_b is body density and ρ_w is water density

을 확인할 수 있다. 이는 비중이 증가함에 따라 시간에 따른 물체의 위치변화율이 증가하여 수치 해석시 발생하는 오차가 상대적으로 크게 발생했기 때문이라고 판단된다. 오차의 중요 원인은 움직이는 물체를 구현하는 과정에서 발생한 것으로 판단된다. 직교격자 상에서 구형 물체를 정확히 표현하기 어려울 뿐만 아니라 본 연구에서 사용한 가상경계법은 물체형상의 기물기만을 고려할 수 있는 2차 정확도 방법이기 때문에 실제 실험을 정확히 구현하기 위해서 격자의 간격이 충분히 작아야 한다. 그러나 본 해석에서는 계산의 효율성을 위해 간격이 물체의 직경의 1/5 밖에 되지 않는 5 mm인 격자를 사용하였다. 그럼에도 불구하고 비교적 일관된 경향성을 가지는 결과를 얻을 수 있었다. 따라서 격자의 간격을 줄일수록 실험값에 수렴할 것으로 판단된다.

이외에도 본 논문에서 고려하지 않은 표면장력에 의한 영향도 있다고 판단된다. 반지름이 1.27 cm 밖에 되지 않는 매우 작은 물체이기 때문에 표면장력의 영향력이 클 수 있다. 본 연구는 표면장력의 영향이 무시되는 선박 및 해양구조물과 같은 대형 물체의 움직임을 해석하기 위한 사전연구이기

때문에 표면장력이 고려되지 않았다.

5. 결 론

본 연구를 통해 물, 공기로 구성된 다상유동과 물체사이에서 발생하는 연성작용을 해석할 수 있는 기법이 제시되었다. 다단계 방법을 통해 유체의 압력과 속도를 연성시켰으며, 다상유동의 효과는 VOF법을 이용하여 나타냈다. 물체의 효과는 직접 가진을 활용한 가상경계법으로 처리하였고, 물체의 움직임은 강체동역학에 기반을 두어 구현했다. 본 연구에서 제시된 해법을 기반으로 개발된 코드의 신뢰성을 검증하기 위해 2가지 문제(고정된 물체, 움직이는 물체)를 해석하였다. 이를 통해 고정된 물체뿐만 아니라 움직이는 물체에서도 유체와의 연성작용이 제대로 해석되는 것을 확인할 수 있었다.

본 연구에서 해석한 문제는 물체의 움직임이 1자유도로서 매우 단순하였기 때문에 추후 6자유도 움직임이 모두 나타나는 문제에 대한 해석 및 검증작업이 필요할 것이다. 또한, 추가적인 연구를 통해 복잡한 형상의 물체를 적용시켜 해석할 수 있는 문제의 범주를 넓힐 필요성이 있다고 판단된다.

후 기

본 연구는 “조선해양 분야를 위한 고정도 유동 해석기법 개발”이란 주제로 한국연구재단(과제번호 : 2013-007924, 연구책임자 : 안형택)의 지원을 받아 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

Note

This paper is a revised version of a paper presented at the KSCFE 2014 Fall Annual meeting, Gyeongsang National University, Jinju, Nov.13-14, 2014.

References

- [1] 2012, Hong, H.E., Ahn, H.T. and Myung, H.J., "An Efficient Incompressible Free Surface Flow Simulation Using GPU," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol.17(2), pp.35-41.
- [2] 2011, Phi, T.H. and Ahn, H.T., "Air compressibility Effect in CFD-based Water Impact Analysis," *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*, Vol.48(6), pp.581-591.
- [3] 2014, Go, G.S. and Ahn, H.T., "An Efficient Algorithm for Free Surface Flow Simulation on Cartesian Meshes," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol.19(4), pp.20-28.
- [4] 1997, Mohd-Yusof, J., "Combined Immersed-Boundary /B-Spline Methods for Simulations of Flow in Complex Geometries," *Annual Research Briefs(Center for Turbulence Research, NASA Ames and Stanford University)*, p.317.
- [5] 2001, Kim, J.W., Kim, D.J. and Choi, H.C., "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of Flow in Complex Geometries," *Journal of Computational Physics*, Vol.171, pp.132-150.
- [6] 2011, Han, M.R. and Ahn, H.T., "Vortex-Induced Vibration Simulation of Multiple Circular Cylinders in Low Reynolds Number Flows Using Cartesian Meshes," *Journal of Computational Fluids Engineering*, Vol.16(1), pp.73-82.
- [7] 1985, Kim, J. and Moin, P., "Applications of a Fractional-Step Method to Incompressible Navier-Stokes Equations," *Journal of Computational Physics*, Vol.59, pp.308-323.
- [8] 2005, Xiao, F., Ikebata, A. and Hasegawa, T., "Numerical Simulations of Free-Interface Fluids by a Multi-Integrated Moment Method," *Computers and Structures*, Vol.83, pp.409-423.
- [9] 2001, Xiao, F. and Yabe, T., "Completely Conservative and Oscillation Less Semi-Lagrangian Schemes for Advection Transportation," *Journal of Computational Physics*, Vol.170, pp.498-522.
- [10] 1981, Hirt, C.W. and Nicholls, B.D., "Volume of Fluid(VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries," *Journal of Computational Physics*, Vol.39, pp.201-225.
- [11] 2005, Xiao, F., Honma, Y. and Kono, K., "A Simple Algebraic Interface Capturing Scheme using Hyperbolic Tangent Function," *Journal of Scientific Computing*, Vol.35, pp.372-396.
- [12] 2008, Yokoi, K., "A Numerical Method for Free-Surface Flows and Its Application to Droplet Impact on a Thin Liquid Layer," *Journal of Scientific Computing*, Vol.35, pp.372-396.
- [13] 2011, Akkerman, I., Bazilevs, Y., Kees, C.E. and Farthing, M.W., "Isogeometric Analysis of Free-Surface Flow," *Journal of Computational Physics*, Vol.230(11), pp.4137-4152.
- [14] 2010, Aristoff, J.M., Truscott, T.T., Techet, A.H. and Bush, J.W.M., "The Water Entry of Decelerating Spheres," *Physics of Fluids*, Vol.22, 032102.