

2학년 쌓기나무 수업에서의 수학적 의사소통 분석

장 혜 원*

본 연구는 내용요소인 쌓기나무와 과정요소인 수학적 의사소통의 연계 활동을 통해 구현되는, 공간 정보를 의사소통하기 위한 교실 언어에 초점이 있다. 초등학교 2학년 수학 교과서에는 쌓기나무의 쌓인 모양을 상대방이 듣고 똑같이 쌓을 수 있도록 설명하는 활동이 있지만, 교사-학생, 학생 간에 어떠한 방식으로 의사소통 하는지, 효과적인 의사소통 방법이 무엇인지에 대해 거의 연구된 바 없다. 이에 본 연구에서는 초등학교 2학년 쌓기나무 수업을 관찰하고, 그 때 교사의 지도 과정상 나타나는 특징, 학생의 쌓기나무 모양 설명시 드러나는 특성, 교사와 학생간 의사소통 유형 등을 분석함으로써 쌓기나무 수업에서 수학적 의사소통의 양방향인 설명과 이해를 저해하는 요인을 추출하고, 그 결과에 기초하여 효과적인 의사소통 전략의 지도를 위한 방안을 제안하였다.

1. 서 론

쌓기나무 활동이 초등학교 수학과 교육과정에 도입된 것은 제7차 교육과정부터이며, 기하 학습 목표의 하나인 공간감각 신장이라는 측면에서 의도된 조치이다. 구체적으로 2009 개정 교육과정(교육과학기술부, 2011)에서는 초등학교 1-2학년군에서 ‘쌓기나무를 이용하여 여러 가지 입체도형의 모양을 만드는 활동을 통하여 입체도형에 대한 감각을 기른다’와 5-6학년군에서 ‘쌓기나무로 만든 입체도형을 보고 사용된 쌓기나무의 개수를 구할 수 있다, 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현할 수 있다, 쌓기나무로 만든 입체도형의 위, 앞, 옆에서 본 모양을 표현한 것으로부터 입체도형의 모양을 알 수 있다’라는 성취기준으로 제시된다. 이와 같은 성취기준이 교과서에서 구현되면서 공

간감각의 신장 외에 교육과정의 교수·학습 방법에 제시된 수학적 의사소통 능력의 신장을 위한 활동이 부가적으로 다루어짐은 주목할 만하다. 즉 쌓기나무라는 내용 요소와 의사소통이라는 과정 요소를 결합시킴으로써 오늘날의 수학 교육의 경향인 수학적 내용과 수학적 과정의 조화를 구현하고 있는 것이다.

이와 같이 쌓기나무를 이용한 공간감각을 의사소통이라는 언어적 요소와 연결한 근거가 될 수 있는 관점이 Hershkowitz et al.(1990), Kosko & Wilkins(2010), 장유라(2010) 등에서 발견된다. Hershkowitz et al.(1990)은 공간 정보를 의사소통할 때 언어 사용의 가치를 두 가지 측면으로 말한다. 의사소통 및 시각적 사고 발달을 위한 언어의 필요성과 언어 발달의 임의성이다. 전자는 세상을 표현하고 시각적 정보를 처리하기 위해 언어 요소를 새로이 만들어내려는 노력이 있어 온 사실로 설명되며, 후자는 언어의 구성 요소

* 서울교육대학교, hwchang@snue.ac.kr

선택이 주어진 능력과 관련한 그 언어 구성의 유일한 가능성이 아니고, 제한된 언어 사용이 공간 능력 발달에 제약이 될 수 있다는 것이다. 이러한 관점은 아동이 공간 정보를 의사소통하기 위해 자신의 언어를 창출할 수 있는 한편 의사소통을 위한 아동의 언어 창출 및 선택의 제약이 사고의 제약으로 이어질 수 있다는 위험을 함의한다. 또한 Kosko & Wilkins(2010)는 언어가 구체물 조작의 중요한 부분이라는 Bruner의 입장에 기초하여 학생의 수학적 의사소통과 구체물 사용간의 관계를 조사하는 연구를 실시하였고, 결과적으로 양자 간의 통계적으로 유의미한 관련성을 주장하였다. 한편 장유라(2010)는 수학적 의사소통을 위해서는 타인과의 원활한 소통을 위해 관점 변경이 중요한데, 보는 위치에 따라 인식의 차이를 야기하는 공간도형이야말로 관점 변경을 위한 최적의 단원이라 하였다.

이에 본 연구는 우리나라 초등 수학교육과정에 포함된 쌓기나무 관련 활동에서 공간 정보를 의사소통하기 위한 교실 언어는 어떠한지, 그 결과로서 공간 정보를 대상으로 한 수학적 의사소통 능력 신장의 실효성에 대한 호기심에서 출발한다. Usiskin(1996)은 작은 자연수를 제외하곤 수학은 구어적이라기보다는 문어적인 경향이 있고, 실제로 침묵이 높이 평가되고 학생들 간의 의사소통이 장려되지 않는 전통적인 수학교실 분위기에 변화가 온 것은 1990년대 이후라고 지적하였다. 그만큼 수학 수업에서 활동은 주로 개별적인 문제 풀이나 교사로부터 학생들로의 일방향 전달이었고, 학생들간의 양방향 의사소통이 강조된 것은 최근의 변화라 할 수 있는 것이다. 이용률(2010)은 의사소통 능력의 기초·기본을 표현력과 청취력이라 하였다. 곧 남에게 전달하려는 바를 정확하게 전달하는 능력과 남이 전달하려는 바를 정확하게 포착하는 능력이라 볼 수 있고, 결국 의사소통의 기본은 잘 설명하고 잘

이해하는 양방향 활동이 되는 것이다. 쌓기나무를 다루는 초등학교 2, 6학년 수학 교과서의 활동에서 구현되는 의사소통 능력 신장을 의도한 활동은 쌓기나무의 모양을 상대방이 듣고 똑같이 쌓을 수 있도록 설명하는 것인데, 실제 수업 장면에서 교사-학생, 학생-학생 간에 구체적으로 어떠한 방식으로 그 모양을 설명하고 이해하는지에 대해 알려진 바가 거의 없다. 다만 6~8학년의 쌓기나무 표현 및 의사소통 방식을 조사하여 언어적, 시각적, 혼합 유형의 세 가지로 분류하고, 학생들이 공간 정보를 의사소통할 때 경험하는 어려움을 보고한 Ben-Chaim et al.(1989)로부터 초등학생, 특히 저학년 학생들은 쌓기나무 모양을 표현하고 그것을 이해하는 의사소통 과정에서 큰 어려움을 경험할 것이 예측 가능하다.

이와 같이 쌓기나무 모양을 설명하고 이해하는 데 학생들이 경험하는 어려움이 존재한다면 그 어려움을 어떻게 해소할 수 있는지에 대한 연구가 필연적이라 할 수 있지만, 실제로 쌓기나무 관련 초등학교 교실 수업에서의 의사소통 상황을 구체적으로 파악하지 못하는 실정이다. 이에 본 연구에서는 쌓기나무 활동시의 효과적인 의사소통 방법에 초점을 맞추어 다음과 같은 연구문제를 설정하였다:

- 연구문제 1. 초등학교 2학년 쌓기나무 수업에서 교사와 학생들은 어떤 방식으로 의사소통하는가?
- 연구문제 2. 쌓기나무 수업에서의 효과적인 의사소통 전략 및 그 지도 방안은 무엇인가?

이에 대한 답을 구하기 위해 본 연구는 초등학교 2학년 쌓기나무 수업을 관찰하여 교사와 학생, 학생과 학생 간에 이루어지는 의사소통을 분석함으로써 설명과 이해를 저해하는 요인을

추출하고, 그에 기초하여 효과적인 의사소통 전략 및 그 지도 방안을 제안하고자 한다.

II. 이론적 고찰

1. 선행 연구

Hershkowitz et al.(1990)은 언어를 기하적 행동 수준을 특징짓는 주요 요소 중 하나로 보았고, 이와 관련된 연구가 매우 적음을 지적하였다. 이후 Kosko & Wilkins(2010)는 5학년 학생들을 대상으로 한 대규모 연구에서 수학기초해결에 대한 쓰기, 수학기초에 대한 풀이 토론, 구체물 조작에 대해 관찰에 근거한 교사의 리커트 4점 척도 평가 결과를 분석함으로써 학생들의 구체물 사용과 수학적 쓰기 및 토론 간에 정적 상관관계가 있음을 보였다.

국내의 연구 역시 쌓기나무 관련 연구의 대부분은 그 초점이 언어적 요소가 아닌 교육과정에 도입된 취지인 공간감각에 맞춰져 있다(정영옥, 2004; 윤명숙, 2006; 장혜원, 강종표, 2007; 이보현, 2009 등).

다만 김수운(2004)은 6학년 쌓기나무 단원의 수업실행을 분석하는 연구에서 의사소통 관점에서의 분석을 포함시켰다. 연구 결과 중 본 연구의 관심인 의사소통 관점에서의 학생 활동 특성으로서, 자신이 찾은 것을 표현하려는 활발한 의사소통을 통해 말하기 활동이 활성화되었음을 제시하고 수학 수업에서 나타나는 비수학적 용어의 개발과 사용에 대한 연구의 필요성을 제기하였다. 특히 쌓기나무를 매개체로 할 경우, 눈으로 쉽게 확인하며 수업이 이루어져서 곧바로 의견 교환을 하기 때문에 말하기 활동이 활성화된다는 것이다. 어긋나게 쌓는 것을 지그재그로 쌓는다고 말하는 등 의미가 불명확한 비수학적

용어 또는 모양이 흡사한 대상을 지칭하기 위해 은어를 사용하는 등의 실태를 보고하였다. 이로부터 수학적 의사소통의 의미에 대해 재고하게 되며, 수학적 주제를 수학적 용어를 사용하여 생각을 상호교환 한다는 정도의 개념 정립이 요구된다. 또한 효과적인 의사소통을 위해서는 화자가 의미하는 바를 청자가 명확하게 이해할 수 있게 하는 용어 지도의 필요성이 대두된다.

또한 장유라(2010)는 초등학교 수학 수업에서의 수학적 의사소통에 대한 연구에서 연구 대상 수업을 쌓기나무 단원으로 설정함으로써 김수운(2004)과 마찬가지로 쌓기나무 활동과 의사소통을 연결하였다. 6학년 세 학급을 대상으로 쌓기나무 단원 중 재미있는 놀이 수업에서 말하기와 쓰기를 통해 설명하는 학생과 그 설명에 따라 쌓기나무를 쌓는 학생의 수학적 의사소통을 분석한 연구이다. 이 연구에서의 초점은 학생들이 여러 방향에서 쌓기나무를 보도록 하여 화자와 청자 사이에 원활한 의사소통에 어려움을 느끼도록 함으로써 수학적 의사소통을 위한 관점 변경이 가능한가를 분석하는 것에 있다. 말하기를 이용한 수업 분석 결과, 불명확하고 비수학적인 용어가 많은 비중을 차지하였고, 상대의 관점을 고려하지 못하여 설명과 그 이해에서 혼란을 야기했다는 것을 주목할 만하다.

한편 Ben-Chaim et al.(1989)에서 공간정보를 의사소통할 때 학생들이 경험한 어려움은 이를 해소하기 위해 효과적인 의사소통 방법의 필요를 함의한다. 조한혁, 송민호(2014), 이지윤(2015) 등은 입체 변별 및 모양의 공유를 위한 의사소통 수단으로서 거북실행식을 제안하였다. 전자에서는 쌓기나무 모양을 설명하기 위한 설명 방식이 정립되어 있지 않기 때문에 각자의 방식으로 말하는 한계를 지적하며, 이 때 상대방이 이해하도록 수학적으로 설명할 필요에서 실행식에 기반한 스마트 스토리텔링을 제안하였다. 후자는 3

차원 입체 변별과제를 위해 학생이 사용하는 인지전략으로 회전전략과 거북전략의 두 유형을 구분하면서 특히 모양이 복잡한 경우에 거북실행식의 효과가 유효함을 보였다.

2. 교과서 활동 분석

2009 개정 교육과정에 따른 교과서는 쌓기나무 활동을 2학년과 6학년에서 몇 차시 또는 한 단원으로 구성하고 있다. 2학년 2학기 6단원 8차시의 주제는 ‘똑같은 모양으로 쌓을 수 있어요’이다. 모양 마을의 문을 열기 위해 쌓기나무를 그림과 똑같은 모양으로 쌓는 상황으로 도입하여 똑같은 모양으로 쌓는 세 가지 활동이 이어진다. 학년급을 고려하여 쌓기나무의 개수는 3~4개에서 시작하여 점차 5~6개로 확대되며, 각 활동은 교수학적 의도를 고려할 때 기억하여 쌓기, 보고 쌓기, 듣고 쌓기의 세 가지로 간주된다. 활동 모두 공간 감각의 신장이라는 기하 교육 목표에 적합하며 특히 셋째 활동이 의사소통과 관련된다.

그 활동은 구체적으로 ‘쌓기나무 6개로 모양 만들기→가림판으로 가리고 짝에게 설명하기→짝의 설명을 듣고 똑같이 쌓기([그림 II-1])’로 이루어진다. 곧 설명과 이해의 양방향 활동이 포함되며, 교사용 지도서(교육부, 2013b)에서 역할을 바꾸어 해보게 한다는 설명으로부터 표현과 청취의 양 차원을 모두 강조하고 있는 것을 확인할 수 있다. 또한 결과가 잘못되었을 때 그 이유를 파악하도록 하며, 개연적 이유를 공간적 위치 파악의 미흡에 기인한 부정확한 설명 또는 이해의 부정확함에서 찾고 있어 의사소통의 실패 요인 역시 표현 및 청취의 양 측면에서 고려되고 있음을 알 수 있다. 나아가 2인 1조의 팀별 활동으로 확장한 것은 팀 내의 논의와 해석이라는 부수적 의사소통을 의도한 것으로 볼 수 있다.



[그림 II-1] 2-2-6-8 쌓기나무 활동

특히, 2학년 교과서(교육부, 2013a) 발문 중 ‘똑같은 모양으로 쌓으려면 무엇을 생각하면서 쌓는 것이 좋습니까?’와 교사용 지도서(교육부, 2013b) 내용 중 ‘학생들이 활동을 하면서 쌓기나무의 모양을 잘 관찰하고 나름대로의 전략을 생각하도록 한다.’는 데서 무엇을 생각하는 것이 좋은지의 전략적 측면을 언급한 것은 쌓여진 모양을 인식하고 설명하는 데 있어 보다 효과적인 방법이 있음을 함의한다.

한편 6학년 2학기1) 1단원은 단원명이 ‘쌓기나무’일 정도로 2학년에 비해 비중 있게 다루어지고 할 수 있다. 사용하는 쌓기나무의 개수가 증가할 뿐만 아니라 활동도 세분화되고 다양해진다. 본 연구와 관련한 의사소통 활동으로서 놀이마당에 ‘설명 전달하기’놀이가 소개된다(교육부, 2014a). 첫 번째 사람이 주어진 모양을 보고 다음 사람에게 설명하고, 설명을 계속 이어 나가 마지막 사람이 전달된 설명대로 모양을 쌓는 모듈별 놀이이다.

놀이마당 설명 전달하기

설명 전달하기 놀이는 모듈별로 진행되는 놀이입니다. 첫 번째 사람이 주어진 모양을 보고 다음 사람에게 설명합니다. 마지막 사람은 전달된 설명을 듣고 쌓기나무로 모양을 만듭니다.

준비물 쌓기나무

놀이방법

- 1 모듈별로 놀이를 진행합니다.
- 2 모양을 설명할 순서를 정합니다.
- 3 첫 번째 사람은 모양을 보고 다음 사람에게 설명합니다.
- 4 설명을 들은 사람은 다음 순서의 사람에게 설명합니다.
- 5 설명을 들은 가장 마지막 사람은 쌓기나무로 모양을 쌓습니다.
- 6 가장 많이 맞힌 모듈이 이깁니다.

[그림 II-2] 6-2-1-놀이마당 쌓기나무 활동

1) 연구 시기상 6학년 2학기 수학 교과서 심의본을 대상으로 하였다.

여기서도 2학년과 마찬가지로 ‘어떻게 하면 놀이를 잘할 수 있습니까?’, ‘설명을 가장 잘한 친구는 누구입니까? 어떤 점을 잘했다고 생각합니까?’와 같은 발문을 통해 놀이에서 이길 수 있는 전략을 생각하도록 하며, 보다 효과적인 의사소통 방법에 대한 생각을 격려하고 있음을 볼 수 있다.

이상의 고찰로부터 교과서의 쌓기나무 관련 의사소통 활동은 설명과 이해의 양 측면에서 다루어지며, 설명의 다양성보다는 효과적인 의사소통 방법에 주안점이 있음을 확인할 수 있다.

III. 연구방법

1. 분석 대상

본 연구는 수업 관찰 및 분석을 통해 이루어지며, 그 대상 수업은 2학년 2학기 수학교과서의 6단원 8차시 ‘똑같은 모양으로 쌓을 수 있어요’ 수업이다. 수업 관찰은 2015년 1월 10일 2, 3차시에 걸쳐 이루어졌으며, 서울시 남부교육청 소속의 O초등학교 2학년 2개 학급에서 실시된 수업이다. 각 학급에서 수업을 진행한 교사는 학급의 담임교사 I와 J로서 각각 경력 8년, 4년의 여교사이다. 두 교사 모두 초등수학교육 석사과정을 마쳤거나 과정 중에 있기 때문에 초등 수학교수·학습에 대한 평균 이상의 교수학적 이해가 확보된 것으로 간주되며, 본 연구에서 관찰하고자 하는 동일 차시 수업에 대한 이전 경험은 없다. 연구자는 수업 전에 연구 의도나 관찰 목표에 대해 전혀 언급하지 않았고, 교사가 생각하는 바에 따라 계획하고 수업할 것을 요구하였다. 수업 참여 학생은 각각 22명, 24명이었고 좌석 배치는 모두 전체 수업 모형을이었으나 전통적 일렬 배치인 교사 I에 비해 교사 J는 U자형의 배치를

하여 학생들이 전체적으로 마주보는 형태를 취하였다.

2. 연구 방법

Vergnaud(1982)는 수학 교육 연구방법론으로서 개별 면담법의 중요성을 인정하지만 그것이 놓치는 중요한 점으로 교실에서 발생하는 과정의 묘사와 분석을 들고 있다. 개별 면담은 학생들의 인지 과정 및 이해를 파악하는 데 결정적인 역할을 하는 것이 사실이지만, 학생의 학습 이해를 더 복잡하게 만드는 요인이 되는 학생 또는 교사와의 상호작용을 놓치고 있기 때문에 교실 상황에서 학생 활동을 파악하기 위해서는 교실 관찰 및 분석이 필수적이다. 이에 본 연구는 수업 관찰 자료에 근거하여 쌓기나무 수업에서 발생하는 교사-학생, 학생-학생 간의 의사소통 내용 분석 및 교사 설문을 통해 쌓기나무를 이용한 수학적 의사소통 활동을 위한 바람직한 지도 방법을 모색할 것이다.

가. 수업 관찰 및 분석

연구자는 두 개의 수업을 동영상 촬영과 동시에 현장 노트를 작성하며 관찰하였다. 학생들에게 방해가 되지 않도록 교실 뒤에 촬영기를 고정시켜 놓고 전 수업과정을 녹화하였으며, 다만 짝 활동이 이루어지는 몇 분간은 촬영기기가 놓인 위치에서 접근이 용이한 2개 조 학생들의 활동을 촬영하였다. 그 동안 다른 학생들의 활동은 수업 담당 교사와 연구자가 궤간순시하며 현장 노트를 작성하였기 때문에 모든 학생의 활동이 관찰되지는 못했다는 한계를 지닌다. 사후 녹화된 동영상을 여러 차례 재생하면서 의미 있는 담화의 프로토콜을 전사하는 방식으로 교사의 지도 방법, 학생의 설명 특성, 교사-학생의 의사

소통 유형이라는 세 가지 측면에서 분석을 실시하였다.

나. 분석틀

본 연구의 연구문제 1과 관련하여 학생간 또는 교사와 학생의 의사소통이 어떤 방식으로 이루어지는지를 분석, 기술하기 위한 분석틀로 Brendefur & Frykholm(2000)가 교실 의사소통 분석을 위해 제시한 네 가지 의사소통 유형을 이용하고자 한다. 일방향 의사소통, 기여적 의사소통, 반성적 의사소통, 지도적 의사소통이다. 첫째, 일방향 의사소통은 화자인 교사가 청자인 학생들에게 강의식으로 토론을 주도하는 상황이며, 이때 닫힌 질문이 있고 학생들이 전략이나 아이디어를 의사소통할 기회가 거의 허용되지 않는다. 둘째, 기여적 의사소통은 학생간, 교사와 학생간 상호작용에 초점이 있다. 그러나 이때의 대화는 도움이나 공유에 국한되어 있어 심도 있는 사고를 전제로 하지는 않는다. 예컨대 학생들이 과제를 함께 해결하는 과정에서 발생하는 비형식적 상호작용이 이에 해당하며 전형적인 수정 맥락이다. 셋째, 반성적 의사소통은 학생들이 동료 또는 교사와 아이디어 및 전략, 풀이를 공유한다는 점에서 기여적 의사소통과 유사하지만 수학적 대화가 더 깊은 탐구를 위한 발판으로 역할 한다는 점에서 차이가 있다. 예컨대 동료에 의해 제기된 추측을 정당화하거나 추측하려는 노력을 보이기도 한다. 마지막으로, 지도적 의사소통은 학생과 교사 사이의 상호작용 이상이다. 학생의 수학을 발생, 유지, 독려, 수정하기 위해 교사가 제기하는 상황을 강조하는 유형이며, 또한 학생의 사고가 표출됨으로써 이어지는 교사의 수업 행위에 영향을 미친다는 의미도 강조된다. 따라서 이런 유형의 학생-교사 의사소통은 실제로 수업 계열을 변화시키는 강력한 의사소

통 유형이 된다.

이 네 유형의 특징은 위계성이다. 즉 한 종류의 의사소통은 그보다 앞선 의사소통을 가정하는 것이다. 또한 하나의 의사소통이 어느 한 쪽에 국한되어 설명되기보다 양쪽 특성을 띠는 것으로 해석될 수도 있다. 교실 의사소통에 대한 이와 같은 분류는 교실에서의 의사소통을 조사하고 실행하는 복잡성을 말해준다.

다. 교사 설문

각 수업 직후 담당 교사로부터 전체적인 수업 소감을 듣고, 보다 상세한 정보 수집을 위해 수업과 관련한 6개의 질문을 준비하였고, 관찰 당일 수업 담당 교사 2명에게 작성을 요청하였다. 그 응답을 통해 교사의 지도 측면에 대한 분석을 보강하였다. 동일 수업 경험, 수업 목표, 수업 계획시 가중치, 수업진행상 어려웠던 점, 다음 계획시 주의할 점, 언어적 설명을 강조한 이유 등에 대한 질문이다.

IV. 연구 결과

본 연구의 연구문제 1로 제기한 쌍기나무 활동시 교사와 학생의 의사소통 상황을 파악하기 위해 수업 관찰 결과를 교사의 지도 측면과 학생의 설명 측면에서 분석하고, 특히 언어적 의사소통에 있어 Brendefur & Frykholm(2000)의 분석틀에 기초하여 유형 사례를 제시할 것이다. 아울러 교사 설문 결과를 통해 교수-학습 상황에 대한 이해를 보강할 것이다. 이는 연구문제 2의 효과적인 의사소통 방안에 대한 시사점 도출을 위한 근거 자료로 이용될 것이다.

1. 교사의 지도 측면

우선 두 수업의 전체적인 흐름을 살펴보면, 교사 I는 규칙 찾기 복습 및 교과서에 제시된 쌓기나무 모양에서 규칙을 생각해보게 함으로써 본차시가 규칙성과 관련 있음을 의식하고 있는 것으로 관찰되었다. 교과서의 쌓기나무 활동에 들어가기 전에 6개의 쌓기나무로 마음대로 다양한 모양을 만들어보는 시간을 제공한 다음, 교과서 활동대로 기억하여 쌓기→보고 쌓기→듣고 쌓기 순으로 수업을 진행하였다. 앞의 두 가지 활동을 하면서도 쌓은 모양을 설명하는 활동 요소를 추가함으로써 셋째 활동을 준비하는 것으로 파악되었다. 실제로 셋째 활동을 하는 데 상대적으로 시간이 부족하였지만 앞의 두 활동을 통해서 의사소통 관련 요소를 충분히 관찰할 수 있었다.

교사 J의 수업은 보고 쌓기→기억하여 쌓기→듣고 쌓기의 순서로 진행되었다. 보고 쌓기를 위해 제공된 쌓기나무 모양은 교사가 쌓은 실물과 화면에 제시된 그림의 두 가지 경우였다. 전자에 비해 후자는 2차원으로부터 3차원 도형을 읽어 내야 하기 때문에 인지적 요구가 더 높은 과제로 간주된다. 기억하여 쌓기는 교사가 쌓은 모양을 몇 초간 보여준 다음 가린 후 쌓게 하였고, 듣고 쌓기는 교사와 대표 학생이 각각 쌓은 모양에 대해 설명한 것을 듣고 쌓게 한 다음 짝 활동으로 설명과 이해의 양 역할을 할 수 있도록 하였다.

이상의 수업 관찰로부터 쌓기나무를 이용한 의사소통 지도와 관련하여 주목할 만한 몇 가지 특성을 발견할 수 있었다.

첫째, 상대방이 이해할 수 있도록 하기 위해 정확한 설명에 대한 요구 및 연습이 필요하였다. 교사 I의 경우, ‘아래에 3개, 위에 하나’라는 학생의 설명에 대해 ‘그 하나가 어디에 있는 거죠?’라고 묻거나 ‘여기는 2개, 여기는 1개...’라는

학생의 설명에 대해 ‘듣는 사람이 헷갈릴 수 있을 텐데’라고 반응함으로써 위치를 분명하게 나타낼 필요를 인식시키고 이를 위한 용어를 도입하였다. 한편 교사 J는 짝 활동에 들어가기 전에 부정확한 설명이 쌓기나무 모양의 다양한 가능성을 열어두는 몇 가지 사례를 제시함으로써 정확한 설명의 필요성을 학생들에게 강조하였다. 예를 들어 화면에 제시된 거꾸로 놓인 T자 모양을 설명하게 하면서, 2, 3층의 위치를 추가 설명하게 하였다.

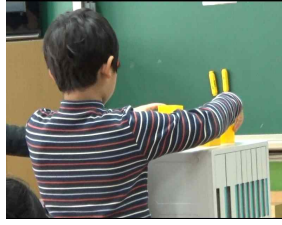
학생 1: 가운데

교사 J: 더 자세히 설명해 줄 사람?

학생 2: 밑에 3개, 그 위에 1개, 그 위에 1개.

이와 같은 설명에 대해 L자와 같은 다른 모양의 가능성이 있음을 제시하여 설명의 정확성을 제고시키고자 하였다. 그리고 결국에는 위치, 모양, 개수를 생각해야 기억하고 설명하기 쉽다는 것을 유도하였다.

둘째, 쌓기나무의 위치와 방향을 설명할 때 위치와 방향의 상대성으로 인한 혼동을 학생은 물론 교사 스스로 경험하였고, 이를 제거하기 위한 교수 전략이 이용되기도 하였다. 교사와 학생처럼 마주보는 두 사람은 물체의 위치와 방향이 다르게 파악되고, 따라서 교사는 학생의 입장에서 설명해야 함에도 불구하고 교사 자신이 자신의 방향과 학생의 방향을 혼동하여 설명하는 경우가 관찰되었다. 예컨대 교사 J가 자신의 관점에서 2층의 제일 왼쪽이라고 하였는데 학생들은 동의하지 않았고, 앞과 뒤도 관점의 혼용으로 인해 설명이 일관되지 못했기 때문에 원활한 의사소통을 저해하였다. 한편 방향의 상대성으로 인한 어려움을 경험한 교사 I는 보고 쌓기 활동시 학생이 교실 앞에 나와 친구들을 마주보고 서자 [그림 IV-1]과 같이 등지고 서서 활동하게 함으로써 방향의 상대성으로 인한 혼동을 막고자 하였다.



[그림 IV-1] 학생 시연

셋째, 교사-학생 간 의사소통을 통해 교사는 보는 방향에 따라서 모양이 달라 보인다가나 숨겨진 부분으로 인해 보이는 모양이 달라질 수 있음을 인식하게 되었다. 교사 I는 자신의 설명에 대해 한 학생이 쌓은 모양이 예기치 못한 것이었고, 그 원인이 학생의 좌석 위치에서 비롯되었음을 알게 되었다. 교사는 학생의 반응을 통해 보는 방향의 반대편에 있는 일부가 가려져 보이지 않는 쌓기나무가 있다는 사실을 인식하게 되었다. 이후 매 활동마다 몇몇 학생은 자리에서 일어서서 보이지 않는 쪽을 확인해보려는 적극적인 태도를 보였고, 교사 역시 쌓기나무를 놓은 받침대를 회전시켜가며 모양을 확인할 기회를 주고, ‘돌리면 같아지나요?’라는 발문을 통해 학생들에게 모양이 방향에 따라 달라보인다는 사실을 인식시키려는 노력을 보였다. 그러나 그것이 공간 방향 감각이 약한 것으로 파악되는 일부 학생들에게는 신속한 관점 변경의 어려움 때문에 오히려 활동을 복잡하게 느끼게 하거나 둘러진 모양이 같은 것인지 아닌지에 대한 의견이 엇갈리는 상황을 야기하기도 하였다.

2. 학생의 설명 분석

학생들의 쌓기나무 모양에 대한 설명은 전체적 접근과 분석적 접근으로 구분해 볼 수 있다. 전체적 접근은 전체 모양을 닮은 대상이나 상황

을 이용하여 비유적으로 설명하는 것인 반면, 분석적 접근은 쌓기나무의 위치나 개수를 포함하여 설명하는 것을 들 수 있다. 대부분의 학생들이 쌓기나무의 모양을 설명하기 위해 처음에는 전체적 접근을 취하여, 주어진 모양에 대해 계단 모양, 총 모양, 의자 모양, 자동차 모양, 전갈 모양과 같이 표현하였다. 그러나 활동이 거듭되고 교사의 안내가 되풀이 되면서 전체적 접근은 보는 주체에 따라 상대적인 것이고 부정확하다는 인식을 하게 하였고, 이어 층별 개수나 쌓기나무의 위치 등을 설명하려는 경향이 증가하였다. 학생들이 설명을 위해 사용한 용어는 ‘앞, 뒤, 가운데, 오른쪽, 왼쪽, 끝, 몇 번째, 몇 층, 몇 개, 한 줄로’ 등이다.

학생들이 위치와 개수를 파악하여 설명할 때 보이는 특징을 정리하면 다음과 같다.

첫째, 전체적 모양을 인식한 다음 분석적으로 접근할 때 학생들은 위치보다는 개수를 더 주목하여 설명하였다. 예컨대

1	3	1
---	---	---

 2)을 ‘뒤라고 설명하면 좋을까?’에 대해 2층, 3층에 하나씩 더 쌓은 것이라고 하였고, 더 정확한 위치에 대한 요구가 있자 ‘중간에 하나, 그 위에 하나’라고 하였다. 실제로 교사 I가 정리 차원에서 ‘쌓기나무를 할 때 뒤를 생각하면 좋을까?’라는 발문에 대해 ‘모양, 받치고 있다는 걸 상상해야 해요, 개수’라고 답했지만 위치에 대한 답은 없어서 교사가 ‘위치는 어때요? 가운데인지 왼쪽인지 그런 건 신경 안 써도 될까요?’라고 하자 위치가 필요함에 동의하였다.

둘째, 위치를 설명하는 초기 단계에서 직관적 파악에 기초하여 사용된 용어가 혼동을 야기하였다. 오른쪽과 왼쪽에 대한 구분 없이 그냥 옆이라고 한다면, 앞 또는 뒤의 구분이 있기 전에는 그것도 모두 가운데 것의 옆이라는 식으로

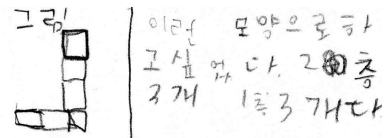
2) 이 도식은 본 연구자가 논문 작성 과정에서 쌓기나무 모양을 나타내기 위해 채택한 표현이다. 위에서 본 모양과 함께 각 위치에 쌓인 개수를 표시한 것이다.

표현하여 쌓기나무의 동서남북 사방이 모두 열
이 될 수 있다는 직관적 이해에 기초하여 설명
하였다.

셋째, 학생들은 위치 설명 또는 그 이해에 어
려움을 보였고, 원인 또한 다양하였다. 원인 중
하나는 평면과 입체를 미처 구분하지 못한 데
있었다. 1층으로 L모양으로 놓인 것을 설명하면
서 일자로 3개를 놓고 뒤쪽에 놓인 1개를 ‘위에
있다’고 표현하였다. 즉 물체를 2차원 평면상
에서 생각하여 물체의 위라고 표현한 것이다. 한
편, 기준점의 차이에서 기인하는 어려움도 있었
다. 한 학생이 ‘1층에 3개, 2층에 1개’라고 설명
하니 듣고 있던 학생들이 ‘어디요?’라고 묻자
‘오른쪽이에요’라고 답했는데, 한 학생의 결과는
오른쪽 끝이 아닌 가운데 놓여있었다. 이유를 물
으니 원래 왼쪽에 놓았다가 오른쪽이라고 하니
까 오른쪽으로 한 칸 움직였다는 것이다. 자신의
블록 출발점이 기준이 되어 생긴 오류이다. 마지
막으로, 정보의 부족으로 인한 열린 가능성의 경
우이다. 한 학생의 ‘1층에 한 줄로 된 쌓기나무
가 3개, 2층에는 오른쪽, 왼쪽 끝에 2개 쌓기나
무가 있습니다’라는 설명에 대해 학생의 반응은
두 가지였다. 오른쪽, 왼쪽 끝에 각각 1개씩 총
5개를 쌓거나 각각 2개씩 총 7개를 쌓은 경우이
다. 이에 교사는 명확한 설명을 위해 각각의 개
수인지 또는 전체 개수가 몇 개인지를 말해줄
것을 지도하였다.

넷째, 학생들은 설명이 어려운 경우에 언어적
표현이 아닌 시각적 표현을 써서 나타내기도 하
였다. 짝 활동을 하던 학생은 [그림 IV-2]와 같이
먼저 시각적 표현을 이용하고 그것을 언어적으
로 설명하였다. ‘이런 모양으로 하고 싶었다’는
것은 설명이 잘 안되니까 그림으로 먼저 나타내
었음을 보여준다. 그런데 2~4층을 2층을 기준으
로 3개라고 표현하였기 때문에 그림과 언어적
설명에 일치하지 않는 오류를 보였다. 모양을 언

어적으로 설명하는 것이 초등 2학년 수준에 쉬
운 과제가 아님을 보여주며, 효과적인 의사소통
전략의 지도 필요성을 함의한다.



[그림 IV-2] 시각적, 언어적 표현

3. 교사-학생, 학생-학생 의사소통 유형

본 연구에서 관찰한 수업에는 다양한 유형의
교사-학생, 학생-학생 의사소통이 확인되었다. 각
유형에 해당하는 대표적인 사례는 <표 IV-1>과
같다.

일방향 의사소통은 교사가 제기하는 닫힌 질
문에 대한 학생의 응답으로 구성된다. 본 수업에
서는 교사가 모양을 명확하게 설명하게 설명하
기 위한 의도에서 쌓기나무의 개수나 위치를 묻
는 발문 대부분이 학생의 단편적 반응을 기대하
는 닫힌 질문이었다는 점에서 이에 해당한다.

교사 I의 수업에서 복잡한 모양이 제시되자 학
생들은 보이는 방향 등과 관련하여 교사에게 질
문하게 되었는데, 이는 주어진 문제에 대해 학급
전체가 공동으로 문제해결에 참여하는 과정으로
간주되므로 문제해결을 위한 도움 요청에 해당
하고, 따라서 기여적 유형이라 할 수 있다. 또한
교사의 설명에 대해 그것이 누구를 기준으로 한
것인지 확인하는 것은 문제의 조건을 명확히 하
려는 의도를 보이므로 역시 기여적 유형에 해당
한다. 한편 두 수업 모두 전체 활동이 짝 활동에
비해 오랜 시간 이루어졌기 때문에 학생 간의
의사소통은 충분히 관찰되지 못하였다. 그럼에도
불구하고 상대방이 쌓은 모양에 대한 설명을 한
번에 이해하는 경우는 드물었고, 확인하는 차원
에서 ‘어디라고?’ 등의 확인 질문이 계속 이어졌

<표 IV-1> 교사-학생, 학생-학생 의사소통 유형

유형	사례	
	교사 I의 수업	교사 J의 수업
일방향	T: 그림 속의 쌓기나무는 몇 개지? S: 6개	T: 각 층에 몇 개지? 총 몇 개?
기여적	S: (6개짜리 복잡한 모양을 보고) 앞으로 봐야 되요? 선생님 방향으로?	T: 오른쪽에 있습니다. S: 선생님 기준이요, 우리 기준이요? S1: 2층에 1개가 있습니다. S2: 어디?
반성적	T: 돌리면 같아지나요? 같은 거예요? 뭐가 다른 거예요?	T: 가릴 때 기억이 잘 나게 하려면 무엇을 생각해야 좋을까?
	T: 돌리는 것과 사람이 움직이는 것과 같은 건가요?	Ss: 1, 2, 3층의 개수, 어떤 물건과 비슷한지, 오른쪽 왼쪽 등,
	S: 1층에 4개, 2층에 1개 T: 그림, 1층에 이렇게 쌓여있는 건가? S: 아니오. T: 그림 뭐라고 하면 좋을까?	(틀린 학생과 교사 대화 중) S: 헛갈렸어요. T: 뭐가 헛갈렸어요?
지도적	T: 뭐라고 설명할 수 있을까요?	T: 1층에는 3개의 쌓기나무가 한 줄로 있습니다. 2층에는 1개의 쌓기나무가 있습니다.
	T: 개수도 좋지만 위치에 대해 말할 수 있을까?	S: 어디예요?
	T: 뭐를 생각하면 좋을까? Ss: 모양, 개수, 받치고 있다는 걸 상상해야 해요.	T: 이 질문이 선생님 마음에 들어요. 위치가 중요하죠. 친구들에게 이렇게 설명해주세요.

다. 이 역시 공동 해결 과정에서 해법을 공유하는 차원의 의사소통이며, 과제 달성을 공동의 목표로 제시해준 교사 J의 수업에서 두드러졌다.

반성적 의사소통은 겉보기에 기여적 의사소통과 유사해보이지만 학생의 사고를 자극하는가의 여부에 따라 차이가 있다고 할 수 있다. 본 수업에서 교사 I는 쌓기나무를 돌리면 같아지는지, 쌓기나무를 돌리는 것과 사람이 도는 것이 같은 것인지를 발문함으로써 보는 방향에 따라 모양이 달라진다는 사실을 탐구하고 공간감을 신장시킬 수 있는 자극을 지속적으로 제공하였다. 또한 학생의 설명에 대해 다른 가능성이 존재함을 제시함으로써 효과적이고 타당한 설명 방법을 위한 사고를 제안하였다. 설명을 듣고 잘못된 쌓은 학생에 대해 피드백을 제공하면서 헛갈린 이유를 반성하도록 한 교사 J의 발문 역시 반성적 유형의 의사소통에 해당한다.

마지막으로, 교사의 부족한 설명에 대해 학생

이 ‘어디예요?’라고 정확한 정보를 요구하였고, 이를 격려함으로써 학습 목표를 암시하고 있는 교사 J의 의사소통 장면은 지도적 의사소통에 해당한다. 또한 개수에만 주목하는 학생들에게 위치에 대한 요구나 모양을 적절하게 설명하기 위해 생각하고 설명해야 하는 것이 무엇인지를 열린 형태로 발문함으로써 학생이 생각하지 못한 것을 수정해주고 이후 수업의 내용에 영향 미쳤다는 점에서 교사 I의 수업에서도 지도적 유형은 교사의 주도권이 강하게 작용하는 상황으로 관찰되었다.

4. 교사 설문 결과

교사 설문으로 총 6개의 질문을 하였고, 그에 대한 응답을 기초로 교사들의 인식을 파악할 수 있었다. 특히 다음과 같은 사항은 주목할 필요가 있다.

첫째, 두 교사 모두 본 수업이 수학적 의사소통에 대한 강조가 두드러진 차시라고 인식하였다. 본 차시의 목표는 똑같은 모양을 쌓기인데 두 수업 모두 의사소통 활동을 강조했다는 점에서 공통적인 특성을 보였다. 본 연구자가 수업 관찰을 의뢰하면서 관찰 의도나 목적을 알리지 않았기 때문에 실제 수업에서 의사소통 요소가 미흡할지 모른다는 우려에 반하는 결과였다. 이에 대한 파악을 위해 교사가 생각하는 수업 목표가 무엇인지 질문하였는데, 두 교사 모두 교과서 및 교사용 지도서에 명시된 ‘똑같은 모양 쌓기’를 말한 것은 물론, 그 외에 교사 J는 ‘쌓기 나무의 위치에 대한 공간감각 및 수학적 의사소통 능력 발달’이라고 답하였다. 이는 차시 활동으로 포함된 의사소통 활동에 대한 이해와 2009 개정 교육과정에서 강조하는 수학적 과정의 요소로서의 수학적 의사소통에 대한 충분한 인식에서 기인하는 것으로 확인되었다.

예컨대 이 수업이 다른 수업과 다른 특이한 점이 무엇인지 묻는 질문에 대해, 규칙성 단원이지만 규칙성에 대한 명시적 언급이 적다는 점, 구체적인 개념 및 원리가 명시되지 않은 점 외에 의사소통을 매우 강조한다는 점을 다음과 같이 언급하였다.

[교사 I] 수학적 의사소통 활동이 매우 강조되고 있다. (의사소통은 강조되고 있으나, 교과서에 구체적인 방향이 제시되지 않아서 실제 많은 교실에서 차시 목표에 맞는 유의미한 수학적 의사소통이 일어날 수 있을지 우려된다.)

[교사 J] 마지막 활동인 ‘설명을 듣고 똑같이 쌓아보기’에서 학생들의 쌓기나무 활동이 오로지 수학적 의사소통 능력에 의존한다는 점이다. 타 수업의 자신의 방법 설명해 보기, 친구와 의견 나누기 등 수학적 의사소통 능력과 관련한 활동

이 공동체에서 상호작용할 것을 요구하고 있지만 실제 수학 수업에서 대다수 학생들의 의사소통 과정은 쌍방향 이 아닌 일방적 전달에 그칠 뿐이었다. (예를 들어, 문제해결에 사용한 자신만의 방법 발표하기에서 발표자의 이야기를 귀담아 듣지 않음.) 대부분의 의사소통할 것의 요구는 학생들에게 친구의 의견을 들어도 그만, 듣지 않아도 그만인 식의 중요하지 않은 일로 받아들여진 것이다. 특히나 2학년 수업에서 수학적 의사소통의 과정은 더욱 더 그러하였다. 하지만 이번 차시에서 학생들은 서로 상호작용하지 않는다면 정답에 가까워질 수 없는 상황에 처했기 때문에 조금 더 친구의 말을 귀담아 듣고자 하였고, 쌓기나무의 위치에 대한 정보를 적극적으로 요구했다는 점이 인상적이었다. ‘2층에 쌓기나무가 있다’는 정보에 ‘어느 위치에, 몇 개가?’ 등의 구체적 정보를 요구하면서 의사소통의 중요성을 느낀 것이다.

또한, 수업 계획시 중점을 두었던 부분에 대한 질문에서도 ‘학생들이 쌓기나무를 쌓거나 친구의 설명을 듣고 쌓는데 있어서, 개수, 위치, 모양 등 쌓기 규칙의 기본적인 요소들을 인식할 수 있도록 하였다(교사 I).’, ‘친구가 내 설명에 따라 나와 같은 모양을 만들 수 있도록 쌓기나무의 모양, 위치, 개수 등을 구체적으로 설명할 수 있는 의사소통 능력이다(교사 J).’라고 함으로써 의사소통이 원활하게 이루어지는 데 수업의 초점을 두었음을 알 수 있다.

둘째, 쌓기나무 수업에서의 어려움 역시 많은 것이 의사소통과 관련된다. 수업 계획과 달리 실제 수업에서 어려웠던 점을 묻는 질문에 대해, 보이지 않는 쌓기나무나 교사가 쌓은 모양이 학생들이 보는 방향에 따라 달라진다는 공간감각 측면의 것 외에 의사소통에만 국한시켜 고려하면 세 가지로 요약할 수 있다. 하나, 친구에게

쌓은 모양을 설명해 줄 때 사용한 용어인 앞, 뒤 등의 의미가 모호하여 말하는 학생과 듣고 수행하는 학생 모두 혼란스러워 하는 경우가 있었다, 둘, 교사의 의도와 달리 쌓기나무의 개수나 위치 보다는 전체적 모양에 집중하여 설명하려는 경향이 있었다. 셋, 교과서 예시나 교사 시연과 달리 학생 활동시 엇갈리거나 기울여 쌓음으로써 친구가 못 맞힐만한 어려운 상황을 만들어 교수학적 의도를 왜곡하여 설명과 이해 양자를 모두 어렵게 하였다.

셋째, 이와 같은 수업의 어려움에 기초하여 이 수업을 아직 하지 않은 옆 반 교사에게 어떤 조언을 해줄 수 있을지를 묻는 질문에 대해 짝과 의사소통하는 활동 이전에 교사와 충분히 쌓기나무의 모양, 위치, 개수 등을 표현하는 연습을 많이 할 필요를 말함으로써 불명확한 용어 사용으로 인한 의사소통의 어려움을 최소화할 수 있는 전략을 제안한 것으로 보인다. 또한 게임 활동의 목표는 친구가 못 맞히게 하는 것이 아니라 친구가 잘 만들도록 설명하는 것이라는 것을 주지시킬 필요를 말함으로써 설명이 어려운 이상한 모양을 만들려는 학생들의 심리를 상기시켜 주었다.

V. 논의

수학적 과정의 하위 요소로 강조되는 수학적 의사소통은 교과서의 활동 다수에서 구현되고 있다. 효과적인 의사소통은 구성주의 인식론이 수학교육에 주요 영향을 미치는 현 시대에 활동을 통해 지식을 구성하고 그 지식을 공유하는 단계에서 필수적이므로, 의사소통에 대한 강조는 부분적으로 구성주의 인식론에서 비롯된다고 해도 과언이 아니다.

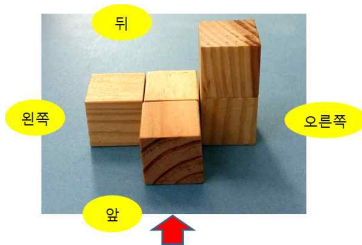
본 연구에서 주목한 쌓기나무 관련 의사소통

활동은 설명과 이해의 양 측면에서 다루어지며, 쌓기나무 모양을 인식하고 설명하는 데 보다 효과적인 전략이 있음을 함의함으로써 설명의 다양성보다는 효과적인 인식 및 의사소통 방법에 주안점이 있음을 확인하였다. 그러나 실제 수업 관찰 결과는 효과적인 의사소통을 저해하는 여러 가지 요인을 드러내었고, 따라서 그 요인에 근거하여 쌓기나무 수업에서의 효과적인 의사소통을 위한 전략 및 그 지도 방안에 대해 논의하고자 한다.

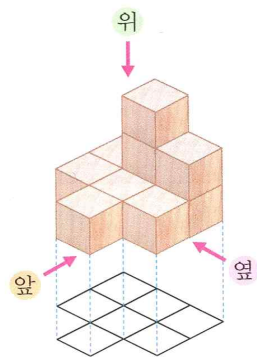
첫째, 전체적 모양에 대한 설명이 다양하게 해석될 수 있음을 인식하도록 하여, 분석적 설명 방법으로서 몇 개, 몇 층, 어느 쪽 등 개수, 위치, 방향에 대한 정보를 알려주는 효과를 경험하도록 할 필요가 있다. 실제로 2학년 학생들은 쌓기나무에 대한 설명을 자신이 파악하는 주관적인 모양으로 시작하였고, 교사의 권고가 있을 때까지 그 부족함을 제대로 인식하지 못하였다. 효과적인 의사소통을 위해 자신이 스스로 청자가 됨으로써 어떻게 쌓을 수 있을지 사고 실험해보도록 하는 것은 자신이 설명한 정보의 부족함을 스스로 파악하도록 하는 좋은 교수 전략이 될 수 있다.

둘째, 쌓은 모양을 설명할 때 사용할 몇 개의 용어에 대해 그 용어가 지칭하는 바에 대한 명확한 함의를 이끈 후 사용하도록 할 필요가 있다. 본 연구에서 관찰한 수업에서는 몇 층, 왼쪽, 오른쪽, 앞, 뒤와 같은 용어들이 사용되었는데, 몇 층과 같은 용어는 문제가 없지만 다른 네 개의 용어는 그 위치가 기준에 따라 달라지므로 주의하여 사용할 필요가 있는 것이다. 예컨대 앞이라는 용어가 학생의 관점에서인지 쌓기나무 물체의 관점에서인지에 따라 반대 위치가 되기 때문이다. 실제로 쌓기나무의 위치를 설명하기 위한 왼쪽, 오른쪽, 앞, 뒤를 생각해보자. 아마도 [그림 V-1]과 같이 생각하는 것이 보통의 경우일

것이다. 그러나 주체와 사물이 마주하는 상황에서 왼쪽과 오른쪽은 보는 주체의 관점에서 정해진 위치인 반면, 앞과 뒤는 사물을 기준으로 정해진 위치임을 주목할 필요가 있다. 즉 무엇을 기준으로 하는가에 따라 방향과 위치가 달라질 수 있으므로 위치를 설명하기 위해 사용하는 용어의 정확한 의미를 정하는 것은 효과적인 의사소통의 필수 전략이 될 것이다. 6학년 교과서(교육부, 2014a)에서는 이 의미를 명확하게 하기 위해 [그림 V-2]와 같은 그림을 제시하고 있는 것이다.



[그림 V-1] 위치와 방향



[그림 V-2] 6-2 쌍기나무

셋째, 보는 방향에 따라 모양이 달라 보인다는 것을 학생들에게 인식시킬 필요가 있다. 쌍기나무에 대한 설명은 화자의 지각으로부터 발생한다. 따라서 상대방의 지각 상태를 파악하지 못하면 적절한 이해가 보장되지 않는 것이다. 한편

[그림 V-2]와 같은 명시적인 방향 표시가 필요한 이유이기도 하다. 교과서 그림은 평면에 입체를 효과적으로 나타내기 위해 모서리 방향의 관점에서 보이는 모습을 그려 나타므로 [그림 V-1]과 같이 실제로 정면 관점에서 보이는 모습과는 차이가 있기 때문이다. 그러나 [그림 V-2]와 같이 방향을 고정시키는 것은 공간 방향, 즉 학생과 대상 사이의 상대적인 위치와 방향을 느끼지 못하게 한다. 공간상에서의 위치가 무엇을 기준으로 하는가에 따라 상대성을 띠므로 지도시 특별히 주의를 요구하는 부분이다. 본 연구에서 학생들의 자리 위치에 따라 파악된 모양이 다르다는 사실이나 보이지 않는 부분에 대한 고려가 없었기 때문에 교사와 학생간의 의사소통에 어려움이 야기되기도 하였음에 주의할 필요가 있는 것이다. 이와 같이 관점에 따른 상대성으로 인해 학급 배열이나 모둠 활동에 대해서도 주의 깊게 설계할 필요가 있다. 짝 활동시 마주보는 것이 아니라 옆으로 나란히 앉아 활동하는 것은 초등 저학년 수준의 공간 방향을 배려한 것이라 할 수 있다. ㄷ자 배열이나 모둠에서의 마주보는 학생 배열은 서로의 관점에서의 모양을 인식하지 못함으로써 모양의 동치에 대해 잘못된 판단을 할 수 있기 때문이다.

실제로 우리나라 초등수학 교육과정에서는 공간 방향이 별로 다루어지지 않는다. 한편 유치원 교육과정인 누리과정의 세부내용에는 ‘위치와 방향을 여러 가지 방법으로 나타내 본다, 여러 방향에서 물체를 보고 그 차이점을 비교해 본다(교육과학기술부, 2012)’가 포함되어 있다. 2015 개정 교육과정 총론(교육부, 2014b)에서 추구하는 누리과정과 초등 교육과정간의 연계성 확보를 고려한다면 초등수학에서 위치와 방향에 대한 내용 요소를 다루는 것에 대해 검토할 필요가 있다.

넷째, 수학 수업에서 다양한 유형의 의사소통

이 구현 가능하며, 교사는 특히 위계적으로 높은 수준인 반성적, 지도적 의사소통을 의도하는 발문을 제시할 필요가 있다. 본 연구의 관찰 대상 수업에서는 의사소통의 분석틀로 설정한 네 가지 유형의 의사소통이 모두 관찰되었다. 지도 내용과 학년급, 그리고 전체 활동 위주로 진행된 수업 양식을 고려할 때 빈도상 일방향 의사소통이 다수였다는 사실은 자연스럽다. 그러나 두 수업 모두에서 관찰된 반성적, 지도적 의사소통의 발현은 모든 수학 수업에서 그 가능성을 시사하며, 이를 위해 수업 계획시 발문의 의도에 대해 교사 스스로 반성할 필요를 제안한다. 예컨대 정확한 정보 전달을 위해 무엇을 고려해야 하는지를 열린 문제로 탐구하게 한다든지, 격려하는 멘트나 다른 가능성을 제기하는 것은 본 연구에서 관찰된 사례이다.

다섯째, 설명을 듣고 이해한 대로 모양을 쌓는 짝 활동은 상대방을 틀리게 하는 것이 목적이 아니라 상대방이 맞힐 수 있도록 설명을 잘 하는 것이 목표임을 주지시킬 필요가 있다. 교사 I의 수업에서 학생들은 짝이 틀리게 하려고 이상한 모양으로 쌓고, 따라서 설명도 모호하고, 그 결과로 당연하게 틀리면 환호성을 지르기도 하였다. 이에 비해, 교사 J의 수업에서는 교사가 ‘짝이 잘 맞힌 것은 잘 이해해서 그렇기도 하지만 잘 이해할 수 있도록 설명을 잘 했다는 의미’라는 것을 명시적으로 언급해주어 협동적 분위기가 조성되었고, 결과적으로 수업을 바람직한 방향으로 이끌었음을 볼 수 있었다. 이는 설명의 다양성이 목적이 아니라 효과적인 설명 방법을 추구한다는 교과서의 의도가 잘 반영된 지도 장면으로 볼 수 있다.

여섯째, II장의 교과서 분석에서 2학년, 6학년 쌓기나무 활동시 모두 모양 인식이나 설명에 있어 보다 효과적인 방법을 추구할 것이 의도되고 있다. 수학적 창의성의 신장을 구현하기 위한 보

편적 방법으로 다양성 추구의 경향이 강하지만, 그에 못지않게 고려해야 할 것이 효율성인 것이다. 학생들이 다양하게 표현해보도록 하는 것과는 별도로 그 표현이 수학적으로 의미 있고 효과적인 것인지 학생들 스스로 생각할 기회를 제공할 필요가 있는 것이다. 그 교수학적 전략으로 팀 대항 게임을 계획할 수 있다. 학급 전체를 두 개의 팀으로 나누고 각 팀의 대표 학생이 앞에 나와 쌓기나무를 가린 채 설명을 하면 팀의 다른 학생들은 그 설명을 이해하여 똑같은 모양을 쌓는 것이다. 활동 후 맞게 쌓은 학생 수만큼 팀의 점수가 부여되는 게임이다. 학급 전체가 활동하여 개인에게 점수가 부여된다면 고의적으로 틀리게 할 우려가 있지만 팀별로 게임을 하면 자기 팀의 점수를 위해 주의집중하고 서로 협력할 것이 분명할 것이고, 이기기 위해 설명을 잘한 친구의 전략에 대해 관심을 가짐으로써 효과적인 의사소통 전략을 스스로 찾아낼 것이 기대된다.

일곱째, 수업 관행에서 비롯된 암묵적 규약으로 인한 부작용에 주의할 필요가 있다. 교사 J 수업의 짝 활동 중

5	1
---	---

에 대해 한 학생이 ‘1층에는 가운데와 오른쪽에 쌓기나무가 한 줄로 있습니다. 두 번째, 2층에는 가운데 쌓기나무가 1개 있습니다. 3층에도 쌓기나무 1개가 있습니다. 4층에도 하나가 더 있습니다. 쌓기나무 1개가 5층에도 있습니다.’라고 설명하였다. 이로부터 두 가지를 논의할 수 있다. 하나는 1층에 2개뿐인데도 그것을 가운데와 오른쪽이라고 표현하였고, 이를 듣는 학생 역시 어떠한 질문도 없이 똑같은 모양을 구사하였다는 사실이다. 이는 앞서 했던 활동 대다수가 1층에 3개를 놓는 모양이었던 것에서 왼쪽의 위치를 가상으로 상정하고 있는 것으로 해석된다. 듣는 학생도 그와 같은 설명을 자연스럽게 이해한 것을 보아도 해당 수업에서의 암묵적 규약에 해당함을 알 수

있다. 다른 하나는 쌓은 모양을 수직 관점에서 파악하면 5개를 쌓고 그 오른쪽에 하나를 놓으라는 간단한 방법으로 접근할 수 있음에도 불구하고, 수업에서 경험한 수평적 관점으로 5개의 층을 설명하는 방식을 따랐다는 점이다. 수학적 의사소통은 수학적 추론과 밀접한 관계에 있다. 의사소통을 위한 효과적인 방법은 사고의 다양성 및 유연성을 요구함에 주의할 필요가 있다.

여덟째, 교과서 활동은 의사소통의 방법으로 설명하고 이해하는 구어적 표현에 초점이 있지만 수학적 의사소통 수단이 언어적 표현에 국한되는 것은 물론 아니다. Sack(2013)가 공간 조작 능력 틀로 제시한 적절한 수학적 언어를 사용한 구어적 묘사 외에 2차원 그림 및 위, 앞, 옆에서 본 모양이나 각 칸에 쌓인 쌓기나무 개수를 알려주는 도표 역시 의사소통을 위한 수단으로 역할 가능하다. 실제로 학생들은 교사의 지시가 없었지만 설명이 잘 안될 경우 그림을 이용하여 의사소통하려는 시도를 보여주었다. 같은 맥락에서 쌓기나무의 모양을 효과적으로 의사소통하기 위해 언어적 표현의 범위를 확장하여 생각하는 기회를 부여할 수 있다. Hershkowitz et al.(1990)가 말한 시각적 언어나 이지운(2015)의 거북실행식도 모양을 표현하는 수단으로 역할한 것이고, 본 논문에서 사용한

1	3	1
---	---	---

,

5	1
---	---

 과 같은 표현도 그 명확성으로 인해 효과적인 수학적 의사소통 수단으로 역할할 것이 기대되기 때문이다.

참고문헌

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8]
 교육과학기술부(2012). **유치원 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2012-16호

교육부(2013a). **1-2학년군 수학 4**. 서울: 천재교육
 교육부(2013b). **1-2학년군 수학 4 교사용 지도서**. 서울: 천재교육
 교육부(2014a). **수학 6-2(심의본)**. 서울: 천재교육
 교육부(2014b). **2015 문이과 통합형 교육과정의 총론 주요사항 발표**. 2014. 9. 24 교육부 보도자료.
<http://www.moe.go.kr/web/45859/ko/board/view.do?bbsId=294&boardSeq=56874>
 김수운(2004). **쌓기나무 단원의 수업 실행 연구 - 6단계를 중심으로 -**. 청주교육대학교 교육대학원 석사학위논문
 윤명숙(2006). **초등학교 수학수업에서 쌓기나무 활동 지도를 통한 공간감각 신장에 관한 연구**. 경인교육대학교 교육대학원 석사학위논문
 이보현(2009). **쌓기나무와 지오픽스를 활용한 학습이 공간감각 및 수학적 태도에 미치는 영향**. 부산교육대학교 교육대학원 석사학위논문
 이지운(2015). **3D 입체 변별 과제에서 공간 인지 전략의 유형과 역할**. 서울대학교대학원 박사학위논문
 장유라(2010). **초등학교 수학수업에 있어서 수학적 의사소통에 관한 연구**. 부산대학교대학원 석사학위논문
 장혜원, 강종표(2007). **쌓기나무 지도를 위한 부분제거법의 적용**. *대한수학교육학회지 수학교육학연구*, 19(3), 425-441
 정영옥 (2004). **초등학교 쌓기나무 단원 지도 방안 탐색: 우리나라 초등학교 교과서와 미국의 MiC 교과서 비교**. *교육과정평가연구*, 7(2), 75-101
 조한혁, 송민호(2014). **실행식(Executable expression) 기반 SMART 스토리텔링 수학교육**. *대한수학교육학회지 수학교육학연구*, 24(2), 269-283
 Ben-Chaim, D., Lappan, G., & Houang, R. T. (1989). **Adolescents' ability to communicate**

- spatial information: Analyzing and effecting students' performance. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 121-146.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3(2), 125-153.
- Hershkowitz, R., Ben-Chaim, D., Hoyles, C., Lappan, G., Mitchelmore, M., & Vinner, S. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In Nesher, P. & Kilpatrick, J.(Eds.), *Mathematics and cognition: a research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education*. 70-95. Cambridge University Press.
- Kosko, K. W. & Wilkins, J. L. M.(2010). Mathematical communication and its relation to the frequency of manipulative use. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 5(2). 79-90
- Sack, J. J. (2013). Development of a top-view numeric coding teaching-learning trajectory within an elementary grades 3-D visualization design research project. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32(2), 183-196.
- Usiskin, Z.(1996). Mathematics as a language. In Reys, B.J., & Reys, R.E.(Eds., 2014). *We need another revolution*. 29-38. Reston: NCTM.
- Vergnaud, G.(1982). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues. *For the learning of mathematics* 3(2). 31-41

Analysis of Mathematical Communication in Building-Block Lessons for 2nd Graders

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)

This study focused on classroom dialogue for communicating spatial information which is supposed to be implemented through learning activities using building-blocks. Even though mathematics textbooks for 2nd graders have activities which require abilities of explaining and understanding some spatial information, we know few about how mathematical communication between teacher and students or among students and which strategies are more effective. For this reason, two building-block lessons for 2nd graders were observed. The characteristics of teachers' instruction and students' explanation were identified and the mathematical communication between teachers and students or among students was analyzed. As a result, mains factors of impeding students' explanation and understanding were induced and the types of their communication were classified. Based on these results, several teaching strategies for effective communication in building-block lessons were suggested.

* Key Words : mathematical communication(수학적 의사소통), building-block lessons(쌓기나무 수업), spatial information(공간 정보)

논문접수 : 2015. 4. 24

논문수정 : 2015. 6. 4

심사완료 : 2015. 6. 8