대한수학교육학회지 <학교수학> 제 17 권 제 2 호
Journal of Korea Society Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol. 17, No. 2, 157 ~ 178. Jun 2015

인지적 도구로서의 사칙계산기 활용

이 화 영* · 장 경 윤**

이 논문에서는 계산기에 대하여 복잡한 계산 수행 뿐 아니라 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구할 수 있는 인지적 학습 도구로서의 가능성을 탐구하였다. 계산기가 인지적 공학 도구이며 교수-학습 도구임을 밝혔으며, 국내외의 수학교육과정에서의 계산기 활용 실태를 살펴보았다. 실제적으로 인지적 학습 도구로서의 계산기의 역할을 관찰하기 위하여, 초등학교 수학에서 계산기 활동 자료를 개발하고 이를 3학년, 5학년 학생들에게 적용한 실험 활동을 실시하였다. 활동 결과, 사칙계산기가 지필환경에서는 가능하지 않은 패턴 인식을 통한 귀납, 추론, 원리 탐구를 용이하게 한다는 것을 확인하였다. 이에 비추어 지필환경에서 이루어지는 기존 교과서의 제시 방식에 대안이 될 수 있는 발견적 방식을 대비하여 논의하였다.

Ⅰ. 들어가는 말

최근 ‘제2차 수학교육종합계획’과 관련된 언론 보도에서 ‘초 · 중 · 고 수학시간, 계산기 사용 허용(중앙일보, 2015. 3. 16일자)’등과 같이 수학 학습에서의 계산기 활용이 사회적 주목을 받는 주제로 부각되었다. 그러나, 사실 우리나라에서 수학 시간에 계산기를 허용한다는 것은 갑작스러운 변화가 아니다. 제6차 교육과정에서부터 2009 개정 교육과정에 이르기까지 계산기와 공학도구 활용이 교육과정 문서에서 명시되고 권장되어왔다(교육부, 1992, 1997; 교육인적자원부 2006, 2007; 교육과학기술부, 2011). 우리나라 2009 개정 수학과 교육과정에는 ‘계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학의 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 활용(교육부, 2011, p. 37)’하도록 하고 있으며, 실제로 초등학교 3, 4, 6학년, 중학교 1, 3학년 교과서에 계산기 사용 활동이 제시되어 있다. 또한 계산기를 비롯한 ‘공학도구의 활용’은 최근 개정중인 2015 수학과 교육과정의 개정 방향 중의 하나이기도 하다.

수학 수업에서 계산기를 활용하려는 움직임은 이미 전 세계적으로 보편화되어 미국 뉴저지 주(SNJDE, 2008), 캐나다 뉴펀들랜드 래브라도주(NLDEED, 2013), 잉글랜드(Department for Education, 2013), 호주 빅토리아주(VCAA, 2015)1) 등 주요 국가들의 교육과정에 계산기 활용이 반영되어

* 한국과학창의재단, hylee@kofac.re.kr
** 건국대학교, kchang@kokuk.ac.kr

1) 호주 빅토리아주 교육과정에는 ‘수와 대수(Number and Algebra)’ 영역 3학년에서 ‘암산, 필산과 더불어 적절한 전자 공학(appropriate digital technologies)를 이용하여 곱셈 관련 문제를 표현하고 해결할 수 있어야 한다(VCAA, 2015)’고 명시하고 있는데, 여기서의 3학년에 해당하는 ‘적절한 전자 공학’은 계산기로 받아들일 수 있다.

있다.

계산기 활용 학습의 장점은 계산에 따르는 정신적 부담 경감, 수학에 대한 흥미 유발, 일상생활과 수학의 실제적 연계, 수학에 대한 자신감 증대, 개념 중심의 수학 수업 강화, 문제 해결 학습 강화(안병곤, 김용태, 1998; 안병곤, 류근봉, 2002; 남승인, 권해름, 1998; 남승인, 류성림, 백선수, 2003 등) 등으로 제시된다. 이러한 연구 결과는 계산기 활용에 대하여 복잡한 계산을 줄여주어 계산 이외의 학습 목표에 보다 근접해 갈 수 있게 한다는 데에 그 가치를 두고 있다는 것을 알 수 있다. 이와 같이, 지금까지의 연구에서 계산기의 역할을 계산 부담을 덜어주는 도구로 제한하여 보고 있다고 할 수 있는데, 그렇기 때문에 계산기를 활용한다 하더라도 기존 교수-학습 방식에서 큰 변화가 일어나기 어렵다. 이와 관련하여 장경윤(2007)은 우리나라 수학교육에서 저조한 IT 활용이 근본적으로 교육과정 내용과 계열에 IT 사용을 전제로 하지 않은 '단순-결합형' 수학교육과정에서 비롯된 것일 수 있다고 지적한 바 있다.

오늘날 계산기나 컴퓨터와 같은 강력한 공학 도구의 발달은 수학 교육에도 도전과 변화의 흐름을 가져왔으며, 이는 교육 방법의 변화를 넘어 교육의 목표와 내용, 계열, 접근 방식에도 영향을 미친다(장경윤, 이화영, 김양권, 임영빈, 2014, p. 3). 이러한 변화는 필연적으로 계산기 활용이 단지 문제해결에서 계산에 소요되는 시간을 절약해 준다는 지금까지의 인식을 변화시켜, 계산기를 수학 수업의 목표, 내용과 접근방식을 달리 하도록 하는 새로운 수학 학습 도구로 바라볼 수 있게 한다.

최근 1999년부터 2007년까지 2년마다 열린 CAME(Computer Algebra in Mathematics Education)을 비롯하여 ICMI Working Group(Stacy, Chick & Kendal, 2004)등 연구자들과 교육자들은 CAS(Computer Algebra System)에의 교육적 활용에 대해 주목해 왔다. Lagrange(2001, 2005), Drijvers(2003), Artigue (2001, 2005), 한세호 · 장경윤(2009) 등의 연구자들은 CAS의 인식론적인 측면을 강조하여 CAS를 학습자에게 수학적 개념 형성을 가능하게 해 주는 인지적 도구로써 제안한다. 반면, 초등학교 수준에서 사용할 수 있는 계산기에 관한 연구는 그 한계에 머물고 있다. 지금까지 계산기의 활용이 교수-학습에서 효율적이고 도움이 된다는 연구는 많이 이루어져 왔으나, 계산기가 기존 교수-학습에서 인지적 도구로써의 역할과 활용에 관한 연구는 미미한 실정이다.

본 연구는 초등학교 수학에서 계산기를 활용한 활동이 학생들에게 어떠한 인지적인 변화와 교육 방식의 변화를 가져올 수 있는지의 가능성을 타진하기 위하여 고안되고 실행되었다. 본 연구는 기존의 교수-학습 방식과 다르게 접근할 수 있는 활동을 구안하고 이를 실행하는 과정에서 학생들의 인지적 반응을 살펴봄으로써 새로운 인지적 도구로써의 계산기의 가치를 조명해 보고자 한다.

Ⅱ. 계산기와 수학교육과정

본 장에서는 선행연구의 고찰을 통하여 인지적 학습 도구로서의 계산기의 발달, 인지적 학습 도구로서의 계산기의 역할과 수학교육과정의 변화와 관련된 논의들을 살펴본다.

1. 계산기의 발달

B.C. 2000년경의 바빌로니아인들이 점토판에 새겨 사용하던 제곱수와 세제곱수, 곱셈표는 피타고라스와 탈레스, 플라톤이 산수와 논리를 구별할 때(B.C. 600~400년)까지 여러 세기동안 계

속 사용(안병곤, 김용태, 1998, pp. 24-25)되다가 본격적인 계산도구는 산판으로부터 비롯된다.

수학의 역사에서 인도-아라비아 숫자의 발명과 더불어, 산판(算板)의 발달은 복잡한 수 계산을 넘어 여러 알고리즘을 발달시킴으로써 그 이상의 수학을 발전하도록 하는 인지적 토대가 되었다. 이와 관련하여 Eves(2005)는 다음과 같이 기술하였다.

> 인도-아라비아 위치 수 체계는 수판의 각 선에 있는 계산 알의 개수를 차례대로 기록함으로써 매우 간단히 수를 표현할 수 있다. 기호 0은 수판의 각 선에 어떤 계산알도 있지 않은 것으로 표현된다. 오늘날 사용하고 있는 덧셈・뺄셈 방법에서 넘겨주거나 빌려오는 개념이 바로 수판의 이러한 작용에서 비롯된 것이다(p. 19).

인도-아라비아 숫자를 직접 사용하는 최초의 알려진 계산도구는 1617년 Napier가 발명한 'Napier's bone'이라고 알려진 곱셈 격자 막대라고 할 수 있다. 그에 앞서 1594년 Napier는 로그(logarithm)를 발명하였는데, 로그의 가장 뛰어난 성질은 로그의 곱셈과 나눗셈이 지수법칙으로부터 각각의 로그의 합과 차로 계산이 가능하다는 데에 있다. 또한, Napier는 상용로그표를 완성함으로써, 과학자들과 공학자들이 로그의 계산에 드는 시간과 노력을 획기적으로 줄이는데 많은 기여를 하였으며 'slide rule'로 불리는 실용적인 로그자가 개발되어 활발히 사용되었다.

기계적인 계산기는 1642년 Pascal이 최초의 덧셈 기계를 발명하면서 시작된다. 1671년 Leibniz는 'reckoning machine'이라고 부르는 곱셈과 나눗셈까지 할 수 있는 기계를 발명하였다. 독일의 제작자 Adiator Gesellschaft가 만든 덧셈・뺄셈기인 ADDIATOR 이후 Burroughs와 Remington가 여러 자리 수의 산술 계산이 가능한 계산기를 발명하였고 이는 컴퓨터가 확산되기 전까지 경제, 상업, 과학, 공학 등 여러 분야에서 사용되었다(Walker, 2014). 휴대용 전자계산기로는 1972년 Hewlett Packard 사에서 제작한 'HP-35'가 처음으로 보급되었다. HP-35는 slide rule이 제공하는 모든 계산 기능과 많은 기호와 수식을 제공하였다.

컴퓨터의 발달은 그래픽계산기의 발달과 직접 관련된다. 1942년 컴퓨터 본체의 소형화가 이루어진 후, 초소형 컴퓨터(1978년)의 발달과 1990년대의 고가의 소프트웨어인 CAS를 탑재한 TI-91, Casio FX 2.0, ClassPad 300 등 휴대용 그래픽계산기가 개발되었다. 이처럼 컴퓨터의 발달과 더불어 저렴한 휴대용 기기의 출현으로 학교수학에서 계산기 및 그래픽계산기의 영향과 가능성을 논의하기 시작하였다.

계산 도구의 발달은 수학학습에서 도구의 역할에 대하여 Gibson이 제기한 '어포던스(affordance)' 개념과 관련지어 보았을 때 매우 의의가 있다. Gibson(1979)은 어포던스(affordance)의 개념을 "그것(환경)이 동물에게 제공해주는 것, 좋은 것이든 나쁜 것이든지 간에 그것이 공급해 주는 것, 마련해 주는 것(p. 127, 방정숙, 2002, p. 332에서 재인용)" 이라고 하였는데, 이는 다른 말로, 어떠한 도구가 있음으로 인하여 또는 사용 가능하게 됨으로 인하여 할 수 있게 되는 것, 도구가 가능하게 해 주는 상황 등이라고 할 수 있다. 계산도구의 발달을 어포던스의 개념에 비추어 볼 때, 수판의 사용으로 인하여 인도-아라비아 수체계에서의 덧셈・뺄셈 계산 알고리즘이 더욱 발달되었으며, 네이피어 막대와 로그자, 상용로그표, 계산기 등은 공학과 과학에서 수 계산을 쉽게 할 수 있게 하였다. 이와 같이, 계산도구의 발달은 이전에 가능하지 않았던 상황 또는 수학적 가능성을 제공하여 이후의 수학을 포함한 여러 분야의 발달에 큰 역할을 했음을 알 수 있다. 본 논문에서는 이와 같은 맥락에서 수학 교수-학습 상황에서 계산기를 활용함으로 인하여 지금까지

는 가능하지 않았던 방식의 수학적 탐구를 가능하게 해 주는 인지적 교수-학습 도구로서의 가능성을 논의할 것이다.

2. 인지적 교수・학습 도구로서의 계산기

가. 인지적 공학 도구

> Lagrange(2005)는 컴퓨터의 역할을 대수적 조작의 도구적 가치와 인식론적 가치로 구분하였다. ICT 환경은 대수적 조작이라는 '과정'에 두었던 초점을 그 '대상의 성질이나 관계'로 초점을 이동하게 한다(장경윤, 2007).

Pea(1987)는 인지공학이란 '어떤 매체이든지 정신 즉 사고, 학습, 문제 해결 활동에서의 기억과 같은 정신의 한계를 능가하도록 도와주도록 제공된 것(Rutheven & Di Chaplin, 1997, p. 168에서 재인용)'이라고 하였다. 그는 교육공학에서의 인지적 도구의 심리적 개념에 대하여, 이미 확립된 사고 형태를 증폭하는 것을 가능하도록 해 주는 증폭자(amplifier)로서의 역할 뿐만 아니라, 고유한 형태를 창조하여 사고 체계를 재조직할 수 있게 해 주는 조직자(organizer)로서도 보아야 한다고 하였다. Dörfler(1993; Rutheven & Di Chaplin, 1997, p. 165에서 재인용)도 이러한 입장을 수학 교육과 관련하여 다음과 같이 언급하였다.

> 인지적 도구의 측면에서 증폭기(앰프) 또는 재조직자라는 것은 … 능력이 확대되고 증폭되지만 그것의 질은 근본적으로 변하지 않는 것이라고 볼 수 있다는 것을 암시할 수 있다. 반면, … 인지적 활동은, 새로운 도구가 근본적으로 인지를 변화시키고 순수하게 새로운 능력을 생성할 수 있는 인식의 가능성을 열어준다(Dörfler, 1993).

Pea(1987)는 증폭자의 관점만을 가지고 도구가 학습자로 하여금 보다 효율적으로 그리고 학습의 속도를 증가시키도록 하는 것은 공학이 가져다주는 심오한 두 방향의 재조직적인 가능성을 놓치는 것이라고 언급하였다(Drijvers et al, 2010). 이는 수학 학습에서의 계산기 사용을 계산 절차의 간편화에 그치지 않고 학습내용 조직의 변화를 가져올 수 있는 새로운 도구로써 사용할 때, 이로 인한 학습자의 인지적 변화를 도모할 수 있다는 가능성을 함의한다.

그렇다면, 공학도구가 어떻게 인지적 변화를 가져다 줄 수 있는가? Trouche(2005)는 연장(tool)과 도구(Instrument)를 구별하고, 기술공학과 같은 인공물이 수학 학습 과정에 기여하려면 도구로 발생되어야 한다고 주장하였다. Rabardel(1995; 한세호・장경윤, 2009에서 재인용)에 따르면, 도구는 다루어지는 연장의 일부(기호 계산기나 CAS의 모듈), 특정 유형의 과제를 달성하기 위해 연장을 효과적으로 사용하는 법을 알고 있는 사용자(학생), 그에 수반되는 정신적 스킴으로 구성된다고 보고 스킴이 발달하면 새로운 인지적 도구가 발생하는 것으로 간주하였다. 계산기의 사용법에 익숙해진 학습자가 주어진 문제 상황에서 지필 계산을 계산기로 대체하는 행위에서 그치지 않고 계산기를 이용하여 새로운 수학적 개념을 획득하거나 문제 해결의 접근 방법을 새롭게 시도해 본다면 이는 새로운 인지적 도구가 발생하는 것으로 볼 수 있다.

Dörfler는 인지 체계를 재조직할 수 있는 도구의 도입 방법을 제시하였는데, 그것은 도구가, 상황 문제 해결 전략의 개선을 지원함으로써, 그 체계의 요소들 사이의 인지 요소를 재구분함으로써, 이전에 확장된 인지적 연산 계열을 보호(encapsulating)하고 구체화함으로써, 채택된 표상의 형태 변화를 통한 구조의 재구조화를 함으로써, 강조점을 계산 절차로부터 계획세우기, 모니터링하기, 반성하기로 바꿈으로써 가능하다고 하였다

(Ruthven & Di Chaplin, 1997).

나. 교수-학습 도구

계산기는 계산 도구일 뿐만 아니라 교수·학습 도구이다. Reys 외(1998)은 교수·학습도구로 사용될 상황으로 패턴 탐구 촉진, 문제적 상황 만들기, 개념 개발, 수감각 개발, 창의성과 탐구 강화를 들었다. 이에 관련하여, 여러 연구들은 계산기가 패턴 탐구를 촉진(류성림, 2010)하며, 문제적 상황 만들기와 개념 개발(Dessart, 1986, 남승인, 김옥경, 1998에서 재인용; 박교식, 1998; 남승인, 김옥경, 1998), 수감각 개발(Wheatley & Shumway, 1992; Huinker, 1992; 박교식, 1998), 창의성과 탐구를 강화(Wheatley & Shumway 1992)한다는 것을 밝히고 있어, 계산기의 교수·학습 기능을 뒷받침한다.

계산기의 역할과 기능에 대한 연구에 대하여 남승인, 류성림, 백선수(2003)는 계산기 활용 유형을 보조 도구로써, 게임과 활동 교구로써, 특별한 주제 탐구를 위한 도구로써의 세 가지로 정리하였고, 류성림(2010)은 계산기의 기능을 탐구의 기능, 교수적 기능, 계산 보조의 기능으로 정리하였다. 즉, 계산기는 계산 보조의 기능 이외에도 탐구, 교수 게임과 활동 등의 다양한 기능을 지닌 교수·학습 도구라고 할 수 있다는 것이다.

한편, Buchbeger(1990; Drijvers, 2003에서 재인용)는 수학 학습과정에서 절차와 의미의 표출 여부에 따라 상황을 화잇 박스(white box)와 블랙 박스(black box)로 구분하고, 학습 과정, 특히 지필 조작과 관련한 CAS의 역할을 분석하였다(장경윤, 2008, p. 300). Buchberger에 따르면, 학생들이 테크놀로지 즉, 계산기에게 수행하도록 하는 수학을 명확히 아는 경우의 테크놀로지는 화잇 박스로 사용된 것이고, 그렇지 않은 경우 테크놀로지는 블랙 박스로 사용된 것이다 (Drijvers et al., 2010, p. 93). Buchberger 자신은 CAS가 새로운 학습 영역, 예를 들어 기호조작에 블랙박스로서 사용된다면 그것은 '재앙'이 될 수 있다고 우려를 표명하였지만, 다른 연구자(Heid, 1988; Berry et al., 1994)들은 학생들이 지필 계산을 숙달하기 전에 CAS 환경에서 개념적 이해를 발달시킬 수 있다는 것을 보인바 있다(Drijvers, 2003, p. 94). Cedillo와 Kieran(2003)과 같은 연구자들은 이러한 두 가지의 입장을 절충하여 화잇 박스/블랙 박스 개념을 그레이 박스(gray box)로 교수 기법 개발에 적용시키기도 하였다(Drijvers, 2003, p. 94).

3. 계산기와 수학교육과정

전통적인 대수 교육이 정확한 계산 과정과 계산결과를 얻는 것을 목표로 하였다면, 최근에는 문제 해결에 유용한 수학적 힘을 갖출 것을 요구한다. NCTM의 Standards(2000)에서는 수학의 내용 규준 이외에 과정(process) 규준으로써 추론과 증명, 의사소통, 연결성, 표현 능력을 강조하였고, CCSSM(2011)은 문제 해결, 추론하기, 주장하기와 비판하기, 모델링하기, 적절한 도구를 전략적으로 사용하기, 정확한 의사소통, 구조를 찾고 활용하기, 규칙성 찾고 나타내기 등을 수학적 실천 영역으로 제시하였다. 이는, 학교 수학의 가치가 변화하고 있으며 이에 따라 교육 목표와 교육 방법, 계열과 접근 방식에 대한 인식을 새롭게 할 필요가 있다는 점을 시사한다.

기술공학 및 인터넷과 모바일 기술의 발달 역시 수학교육의 목적과 내용에 영향을 주었다. UNESCO(2012)는 '기초 수학 교육이 직면한 과제'라는 보고서를 통하여, 기존에 수 개념, 소수, 산술연산, 산술 문제 해결 등에 국한되었던 기초 수학 소양(literacy)의 개념이 디지털 표현, 기호

표현, 그래프 표현의 다양한 체계로 전달되는 다중 자료의 이해, 분석, 평가 능력으로 변화하였다는 인식을 공유하였다(p. 14).

기술공학은 교수 방법 뿐 아니라 가르칠 수학 내용에도 영향을 준다(NCTM, 2000). 수학 학습에서 계산기를 사용한 접근 방식은 앞서서 언급한 ‘어떻게 해야 하는가?’ 라는 기능적인 측면보다 ‘무엇을 해야 하는가?’ 하는 인지적인 측면에 관심을 모을 수 있게 한다(안병곤, 1998, p. 258).

이 장에서는 외국 교육과정에서와 우리나라 교육과정에서의 계산기 활용 실태에 대하여 알아본다.

가. 외국 수학교육과정에서의 계산기

1) 학습 도구로서의 계산기 사용

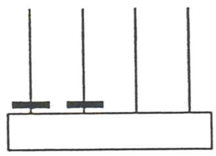
NCTM(1980)에서 계산기와 컴퓨터를 수학학습의 도구로써 사용할 것을 공식적으로 언급한 「Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s」이래 최근에 이르기까지, 미국은 수학 교육과정과 교재에 계산기를 적극적으로 도입하였다. 특히 수학교실에서 필수적이라 여겨지는 다양한 물리・조작교구나 컴퓨터 소프트웨어와 마찬가지로, 수학적 개념과 원리・법칙의 학습 및 문제해결의 도구로써 계산기가 수학학습의 유용하고 효율적인 교구로 활용되며 여러 교과서에서 TI-10과 TI-15 등의 산술용 계산기를 활용한 다양한 방법이 교과서에 소개되어 있다(류성림, 2010). 1989년 도입된 영국의 국가 교육과정에서도 제2단계(6-7세) 교육에서 정확한 계산 도구로, 제3단계 (7-8세)에는 필요에 따라 수 영역에서, 제4단계에서는 계산의 정확성을 기하고자 할 때, 문제 해결에 있어 계산기와 필산을 함께 사용하여 계산 기능을 습득하도록 하고 있다. 중학교 수준에서는 수학 시간에 계산기 사용을 필수로 하고 있다(남승인・권해름, 1998).

2) 교육과정에 계산기를 반영하기 위한 노력

미국과 영국 모두 교육과정에서 당연히 계산기 사용을 전제로 하며 계산기를 보다 적극적으로 교육과정에 반영하기 위한 노력을 기울여 왔다.

먼저, 영국의 계산기-인식 수 교육과정(Calculator-Aware Number curriculum; CAN)에 대하여 자세히 알아보도록 한다. 영국에서는 테크놀로지 특히 계산기를 전반적으로 받아들이기 위한 초등학교 수학 교육과정을 수립하기 위하여 1982년부터 계산기-인식 수 교육과정 프로젝트를, 곧이어 1985년부터 1989년까지 CAN 프로젝트를 계승하는 PrIME 프로젝트를 잉글랜드와 웨일즈의 초등학교를 대상으로 국가적으로 실시하였다. 특히, 이들 프로젝트는 교사들로 하여금 학생들에게 전통적인 필산 알고리즘을 가르치지 않도록 하였고, 기존에 출판된 교과서의 틀은 전통적인 지필 알고리즘에 바탕으로 둔 것이므로 교사들에게 교과서를 사용하지 말 것을 요구하였다. 대신 학생들이 계산기를 항상 소지하도록 하고, 교사들에게는 학생들이 원할 때 언제든지 계산기를 사용할 수 있게 지도하도록 하였다. 이 프로젝트에서는 알고리즘을 익히는데 걸리는 많은 시간을 아껴줌으로써 학생들이 수의 이해를 개발하고 수학을 탐구하고 조사할 수 있는 기회를 가질 수 있게 하였다. 다음은 CAN 프로젝트에서 학생들이 수행한 활동의 예로, 계산기를 활용한 큰 수의 개념 알기 활동의 일부를 기술한 것이다(Shuard, 1992, pp. 33-34).

많은 어린이들에게 천의 자리 수를 올바르게 쓰는 것은 처음부터 명백한 일이 아니다. 피터는 주판으로 두 개의 알을 아래 그림과 같이 정렬하기 시작하였다. 그는 “이것은 천 한 개와 백 한 개에요. 이것을 어떻게 쓰는지 아세요?” 하고 말했다. 그는 “저는 알아요. 저는 계산기를 쓸 거에요.”하고 말했다. 그는 1000 $\boxed{+}$ 100 $\boxed{=}$을 입력했고, 그가 원하는 것이 화면에 나타났다.



[그림 II-1] CAN 프로젝트에서의 수 이해 개발의 예(Shuard, 1992, pp. 38-39)

위의 예는 큰 수의 개념을 알려주고 읽기, 쓰기 방법을 알려주는 전통적인 수 개념 지도 방법과는 다르게 CAN프로젝트에서 수의 이해를 스스로 개발하도록 접근하는 것을 보여준다. CAN 교육과정이 표준 필산의 발달에 중점을 두고 시작되었다고 볼 때, 이는 매우 급진적인 변화이며, 단순히 내용을 제거하고 시간을 늘렸다는 점에서 뿐 아니라, 교육과정의 주요한 흐름 체계를 제거했다는데 의의가 있다(Ruthven, 2009, p. 3). 왜냐하면, 그러한 아이디어들은 ‘계산기는 학생들이 수학을 계산기 없이 어떻게 하는지 배운 후에만 사용되어야 한다’(Ballheim, 1999; p. 4)는 인식이 널리 퍼져 있으며, 특히 ‘문제 해결이 주요 초점’ 일 때 ‘적절히 사용되었을 때 강력한 도구’ 라고 여기는 지금까지의 인식을 바꾸어주기(Ballheim, 1999; p. 4) 때문이다(ibid, p. 3). CAN 프로젝트 실시 결과 학생들이 비정형화된 알고리즘과 큰 수에 대한 지식, 소수와 음수에 대해서 전통적인 교육과정에서보다 훨씬 더 빨리 인식한다는 결과를 보고하였다(Ruthven & Chaplin, 1997).

미국의 경우, 류성림(2010)에 따르면, Chval과 Hicks(2009)가 분석한 미국의 6개 교육과정인 *Math Trailblazers; Everyday Mathematics; Macmillan/McGraw-Hill; Investigations in Number, Data, and Space; Math Expressions; Think Math* 모두에서 심화학습, 공학의 연결, 준비 활동, 숙제, 평가, 일상 수업에서의 계산기 활용을 언급하고 있다. 특히

<표 II-1> 23개 주의 교육과정 문서에서의 계산기의 역할(류성림, 2010)

계산기의 역할	설 명
표현하기	다양한 기호와 그래프들을 포함하는 수학적 양과 아이디어들을 표현하기 위하여 계산기 사용하기/ 물리적 모델과 수학적 언어를 연결시키기
문제나 방정식 해결하기	문제들과 방정식을 푸는데 계산기를 사용하기
개념적 이해를 계발하거나 발표하기	수학적 아이디어들의 개념지식을 형성하거나 이 개념들의 이해를 발표하는데 계산기 사용하기
분석하기	자료를 이해, 예측하거나 관계를 파악하거나 해석, 비교하는데 계산기 사용하기
계산 또는 어림하기	계산과 어림을 하는데 계산기 사용하기
서술, 설명, 정당화, 이유 말하기	전략을 서술하고 이유를 설명하며, 수학적 사고를 정당화하기 위해 계산기 사용하기
적절한 계산방법을 선택하기	암산할 것인지 계산기를 사용할 것인지 혹은 지필로 계산할 것인지 결정하기
계산기로 얻은 답의 적절성을 결정하기	계산기를 사용하여 얻은 답이 적절한지 결정하기

*Math Trailblazers; Everyday Mathematics; Macmillan/ McGraw-Hill Math*의 3개 교육과정에서 계산기 활용을 매우 많이 다루고 있으며 이들 교육과정에서 계산기의 기능을 사용하는 방법에 대한 수업을 포함하는 것으로 확인하였다. 이들 교육과정에서는 계산기를 복잡한 계산 뿐 아니라, 표현, 문제나 방정식 해결하기, 개념적 이해를 계발하거나 발표하기, 분석하기, 계산하기 및 어림하기, 서술, 설명, 정당화하기, 적절한 계산 방법을 선택하기, 계산기로 얻은 답의 적절성을 평가하기 등(Chval & Hicks, 2009 ; 류성림, 2010에서 재인용) 다양하게 사용하고 있다. Chval과 Hicks(2009, 류성림, 2010에서 재인용)는 미국의 23개 주의 교육과정 문서들을 분석하여 K-5학년 학생들의 기대수준에 있는 계산기의 역할을 8가지로 정리하여 제시하였는데, 이는 <표 II-1>과 같다.

3) 우리나라 교육과정에서의 계산기 활용 변화

제6차 수학과 교육과정은 사회적 변화와 요구에 따라 '계산기나 컴퓨터를 수학적 도구로 사용하는 수학교육(교육부, 1994)'을 표방하였고, 제7차 교육과정에서도 교수학습 방법 측면에서 '계산기나 컴퓨터의 활용을 권장(교육부, 1997)'하며 수학 교과서에 ICT 활용을 어느 정도 포함시키도록 지침을 정한 바 있다. 그러나 우리나라 대수교육에서 ICT는 실질적인 역할을 수행하지 못하였다(장경윤, 2007). 장경윤(2007)은 제7차 수학교육과정이 수정고시되면서 ICT 활용의 강도를 기존의 "가능하면 적극 활용"에서 "활용할 수 있다"로 약화시킨 것은 우리나라 수학교육과정에서 ICT 역할의 한계점을 드러내었다고 지적하였다.

2009개정교육과정에서는 학습량 경감의 차원에서 '사칙연산의 계산 결과를 어림한 후 어림한 값을 확인하거나 소수의 복잡한 계산에 있어 계산기를 도입하여 활용할 수 있게 함으로써, 지나친 계산 연습에서 기인하는 학습 부담을 경감하고자 하였다(한국과학창의재단, 2011, p. 27)'라고 언급하고, '교수ㆍ학습 방법'과 '평가'에서도 다음과 같이 공학도구의 활용을 구체적으로 명시하였다.

> 교수ㆍ학습 방법 13. (나) 계산 능력 배양을 목표로 하지 않는 경우의 복잡한 계산 수행, 수학의 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 활용한다(교육과학기술부, 2011, p. 37)

평가 7. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용과 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공한다.

또한, 2009개정교육과정에서는 이전 교육과정과 달리 학년군별로 계산기 사용의 구체적인 지침을 <교수ㆍ학습상의 유의점>에 위 <표 II-2>와 같이 명시하였으며, 이는 실제적으로 교과서에

<표 II-2> 2009개정교육과정 '교수ㆍ학습상의 유의점'에서의 계산기 활용 지침(교육과학기술부, 2011)

학년군	영역-소영역	계산기 사용 관련 내용
3~4	규칙성-규칙찾기	① 규칙적인 계산식의 배열에서 계산 결과의 규칙을 찾는 활동을 할 때 계산기를 활용할 수 있게 한다(p. 21).
5~6	측정-겉넓이와 부피	④ 측정에 관련된 활동이나 원의 넓이, 겉넓이, 부피 등을 구할 때 복잡한 계산은 계산기를 사용하게 한다(p. 25).

반영되었다.

초등학교 수학 4학년 1학기 교과서(2014, p. 171, 173, 178)에서는 계산기가 큰 수의 연산을 대신하여 규칙성을 추론하는데 쓰이도록 제시되어 있으며, 3학년 2학기 교과서(2014, p. 17)에서는 세 자리 수의 곱셈에 앞서 그 결과를 어림해보고 계산기의 결과와 비교해보는 활동을 제시한다.

즉, 우리나라의 수학과 교육과정에서는 제6차 교육과정에서부터 계산기를 수업에 사용할 것을 명시하면서도 실질적으로는 아직까지도 계산기 활용이 미흡한 편이라고 할 수 있으며, 2009개정 교육과정을 반영한 교과서에서 몇 차시 수업에 계산기를 활용하도록 하고 있으나 대부분 복잡한 계산을 대체하는 활동에 국한되어 있다.

Ⅲ. 연구 방법

이 장에서는 인지적 학습 도구로서의 계산기 활동이 가능한 학습활동의 예를 제시하고, 기존의 학습 내용 접근 방식의 변화 가능성을 제시해 보고자 한다.

1. 연구 대상

본 연구에서 계산기 활동 수업을 적용한 대상은 인천광역시에 소재한 2개 초등학교에 재학 중인 9명의 초등학생(3학년생 5명, 5학년생 4명)이다.

활동 자료 적용 시점인 2014년 6월 현재, 대상 학년의 학교 진도가 본 연구 활동 주제를 다루지 않은 시기였으므로 자발적으로 본 연구에 참가 의사를 나타낸 학생들 중, 연구 목적을 위해 학교 진도에 앞선 선행 학습을 하지 않은 학생들을 선별하였다. 대상 학생들에게 간단한 사전 검사를 실시하여 학생들이 각 활동 주제에 대한 사전 지식이 없음을 확인한 후 개발 자료를 적용하였다.

2. 연구 절차

본 연구는 초등학교 수준에서 사칙계산기를 인지적 도구로 사용하는 활동 자료의 개발, 대상 학생들의 실제 활동, 활동 과정의 분석 순서로 진행되었다. 학생들의 사고 과정 분석을 위하여 실험 수업 과정을 촬영한 동영상을 근거로 지도 교사와 학생간의 대화 내용과 학생의 행동 과정을 사례별로 분석하였다.

모두 4가지의 주제로, 19개의 활동을 개발하여 학년에 따라 다른 주제의 활동을 실시하였다. 활동의 주제와 주제별 적용대상자는 다음 <표 III-1>과 같다.

<표 III-1> 계산기활동 주제와 적용 학년

활동 주제	적용 학년
0이 들어있는 곱셈	3(3)
사칙 혼합 계산	3(4)*
괄호가 들어간 식의 계산	3(4)*
소수의 곱셈	5(5)

* ( )안의 숫자는 현행 교육과정에서의 대상 학년임.

실험 수업에 사용한 계산기는 Texas Instrument 사의 TI-15이다. 이 기종은 초등학교 교실에서 유용한 사칙연산 및 분수 계산이 가능한 초등학교용 계산기이다. 일반계산기 중에는 수학적 사칙연산의 순서를 따르지 않고 입력한 순서대로 계산이 실행되는 계산기가 있으므로, 계산기의 선택에 유의하였다.

자료를 적용한 학생들은 정규 수업 시간이 아닌 방과 후나 점심시간을 이용하여 본 연구자가 직접 일대일로 지도하면서 동시에 심층면접을 실시하였다. 지도교사는 먼저 학생에게 어느 곳에서나 살 수 있는 간단한 사칙계산기의 기본적인 조작 방법에 대해 가르쳐 준 다음, 사전에 제

작된 활동지에 제시된 순서에 따라 각 활동 방법을 자세히 안내하였다. 학생은 지도교사와 계속하여 대화를 나누면서 스스로 활동을 해 나가고 지도교사는 정확한 분석을 위하여 학생의 생각을 묻는 질문을 자주 제시하였다. 개발된 활동자료의 적용 기간은 2014년 6월 9일부터 6월 20일까지이며, 개인별로 각각의 활동에 대하여 약 30분 정도의 시간이 소요되었다.

3. 계산기 활동 자료 개발

이 연구에서는 학생들이 계산기로 계산 절차의 간소화와 계산 결과의 확인에 그치지 않고, 계산기를 통하여 어림 능력이나 수 감각 향상, 문제 해결에서의 합리적 접근, 규칙이나 패턴 찾기를 통한 귀납 추론 등 지필 계산에서 다루지 않는 새로운 주제에 주목하도록 하는 활동들을 '인지적 도구로서의 계산기 활동'이라고 개념화한다. '인지적 도구로서의 계산기 활동'을 다음의 [그림 III-1] ~ [그림 III-4] 까지 4가지로 구안하였다. 여기서는 의도적으로 계산기를 블랙박스 (Buchberger, 1990, Drijvers, 2010에서 재인용)로 이용하며, 계산기가 인지적 교수·학습 도구로 지필환경에서는 가능하지 않던 활동을 지원하도록 구안하였다. 다음에 제시된 것은 연구를 위해 실험 수업에 적용할 활동의 일부이다.

<0이 포함된 곱셈>

다음 식을 계산하세요. 필요하면 계산기를 사용하세요. (1) 5 × 3 = _____ 50 × 3 = _______ 500 × 300 = _______ (2) 2 × 4 = _____ 20 × 4 = ______ 200 × 400 = ________ • 0이 포함된 곱셈에 대한 규칙을 말해보세요.

[그림 III-1] 0이 포함된 곱셈에 대한 규칙 알기 활동

위의 [그림 III-1]은 0이 포함된 곱셈을 지도하기 위한 활동이다. (1)번에서 3학년 학생들은 5×3=15라는 것을 곱셈구구 또는 동수누가를 통하여 알지만 50×3은 어떻게 계산해야하는지 금방 알지 못한다. 학생들은 계산기에 50×3을 입력하여 50×3=150을 얻고, 500×300을 입력하여 500×300=150000이라는 것을 알게 된다. 또한, (2)번에서도 학생들은 처음에 2×4=8 이라는 것을 알지만 20×40의 답은 알지 못한다. 학생들은 계산기에 20×40을 입력하여보고 그 답이 800이라는 것을 알게 된다. 이제, 학생들은 200×400은 80000이 아닐까 예상해 볼 수 있다. 왜냐하면 앞의 연산의 결과가 모두 계산식에 포함된 0의 계수만큼 0을 가지고 있기 때문이다. 학생들은 계산기로 200×400=80000이라는 것을 확인할 수 있다.

학생들은 '0이 포함된 곱셈'은 '0을 제외한 숫자끼리의 곱셈을 한 결과를 쓰고 곱셈식에 들어있는 0의 개수만큼 0을 덧붙여 써 넣으면 된다'는 규칙을 알게 된다. 이러한 활동을 한 후에 학생들은 0이 포함된 곱셈의 법칙이 왜 성립하는가에 대한 원리를 탐구해 볼 수 있다.

<사칙혼합계산의 순서>

다음 식을 계산기로 계산해 보고, 계산 순서를 표시해 보세요. (3) 12 + 4 × 5 = _____ (4) 3 + 20 ÷ 5 = _____ (5) 5 + 9 × 8 - 4 ÷ 2 = ____ • +, -, ×, ÷이 섞여있는 식의 계산 순서를 말해보세요.

[그림 III-2] +, -, ×, ÷이 섞여있는 식의 계산 순서 알기 활동

이는 비록 새로운 개념 인식 활동은 아니지만, 발견적 방법을 통한 계산 법칙의 새로운 인식방법으로 볼 수 있다.

위의 [그림 III-2]는 +, -, ×, ÷이 섞여있는 혼

합계산의 순서를 지도하기 위한 것이다. (3)번에서 학생들은 12+4×5를 계산기로 계산해보고 32를 얻는다. 학생들은 어떻게 하여 결과값이 32인가에 대하여 두 가지 경우를 생각해 볼 수 있다. 12+4를 먼저 계산한 후, 이 값(16)에 5를 곱하면 80이다. 이는 계산기의 결과와 일치하지 않으므로, 이 순서대로 계산한 것이 아니다. 이번에는 4×5를 먼저 계산한 후, 이 값(20)에 12를 더해보면 32를 얻을 수 있다. 따라서, 계산기는 이 순서대로 계산한 것임을 알 수 있다. (4), (5)도 같은 방식으로 계산기로 먼저 계산하여 올바른 결과값을 얻은 후, 어떤 순서로 계산한 것인지를 파악해 나갈 수 있다.

<괄호가 포함된 식의 계산>

다음 두 식을 계산기로 계산해 보세요.
(6) 2 + 3 × 6 = _____
(7) (2 + 3) × 6 = _____
• 괄호 (　)가 들어간 식의 계산 순서를 말해보세요.

[그림 III-3] 괄호가 포함된 식의 계산 순서 알기 활동

위의 [그림 III-3]은 괄호가 섞여 있는 사칙 혼합 계산식의 계산 순서를 지도하기 위한 것이다. 학생들은 2+3×6을 계산기로 계산해보고, (2+3)×6을 계산기로 계산하여 본 후, 그 결과가 서로 다르게 출력되는 것을 눈으로 확인할 수 있다. 학생들은 [그림 III-2]와 같은 이전 활동을 통하여 2+3×6의 계산은 계산기가 3×6을 먼저 계산한 후 2를 나중에 더하여 계산했다는 것을 이미 안다. 학생들은 계산기가 출력한 결과를 보고 (2+3)×6의 계산에서는 2+3이 먼저 계산된 후 ×6이 나중에 계산되었다는 것을 알게 된다. 즉, 같은 요소들로 구성된 식이라도 괄호 안의 연산을 먼저 해야 한다는 사실과, 2+3을 먼저 계산하도록 식을 세우려면 괄호가 필요하다는 것을 새롭게 인식하게 되는 것이다.

<소수의 곱셈>

다음 식을 계산기로 계산해 보세요.
(8) 3 × 0.1 = 　3
(9) 32 × 0.3 = 9 6
(10) 0.2 × 0.01 = 　2
(11) 43.45 × 24. 1 = 1 0 4 7 1 4 5
• 소수의 곱셈에서 곱의 소수점의 위치에 대하여 설명해 보세요.

[그림 III-4] 소수의 곱셈에서 곱의 소수점 위치 알기 활동

[그림 III-4]는 소수의 곱의 소수점의 위치를 지도하기 위한 활동이다. 학생들은 주어진 식들을 계산기에 입력하여 계산기가 출력하는 결과값과 주어진 식 사이의 규칙을 파악하도록 독려받게 된다. 즉, 주어진 식에서 소수점 뒤의 자릿수의 총 개수만큼 결과값에서도 소수점 뒤의 자리수가 나타나게 된다는 것을 파악하게 된다.

4. 자료 수집과 분석

총 19개로 진행한 사칙계산기 활동 실험 수업의 전 과정은 A/V로 녹화하였다. 학생들의 사고 과정 분석을 취하여 촬영한 동영상, 녹취록과 학생들의 활동지를 근거로 지도교사와 학생간의 대화 내용과 학생의 행동 과정을 사례별로 분석하였다.

Ⅳ. 연구 결과

연구에 참가한 모든 학생들은 계산기를 다루는데 큰 어려움이 없이 사칙계산기 조작에 1~2분 안에 익숙하게 적응을 하였다. 9명의 학생들

은 모두 계산기를 활용한 활동에서 큰 어려움 없이 지도내용을 이해하고 계산 원리를 파악하는 모습을 볼 수 있었다. 학생들은 활동을 통해 계산 규칙을 파악하는 것으로 나타났다. 주제별로 학생들에게서 포착된 결정적인 국면을 다음과 같이 정리하였다.

1. 0이 포함된 곱셈

가. 패턴을 통한 규칙 발견

본 활동에서는 0이 포함된 곱셈 문제를 먼저 계산기로 계산하여 보게 한 후, 나타나는 계산 결과를 보고 계산의 원리를 생각해보도록 하였다.

교사 : 이 문제를 계산기로 한 번 해 봐.
창민 : 계산기로요? 그럼 실력이 안 늘잖아요.
교사 : 어, 계산기로 해 본 다음에, 왜 그렇게 되는지를 생각해 볼거야.
창민 : 아, 네~. (계산기로 $2\times4=8$. $20\times4=80$. $20\times40=800$을 해 본다) 20×400은 8000 아닌가?
교사 : 계산기로 해 봐.
창민 : (계산기로 $20\times400=8000$을 확인해 본 후) 맞네요.
교사 : 그런데 왜 8000이라고 생각했어?
창민 : <u>20×40이 800이니까... 거기다 0이 하나 더 붙은 거잖아요.</u>
교사 : 아, 그러니까 앞의 문제보다 0이 하나 더 있으니까 답에도 0이 하나 더 붙으면 된다고?
창민 : 네.
…
교사 : 그럼, 이 문제로 설명해 볼래? 60×90은?
창민 : 60×90은... 54에다가...5400.
교사 : 어, 맞았어. 왜 5400이 되는거야?
창민 : 그게 <u>앞에 있는 숫자만 곱하면 54잖아요. 그리고 0이 두 개 있으니까, 54에 0을 두 개 붙여서 5400</u>.

위의 대화에서 알 수 있듯이, 창민이는 교사의 의도대로 주어진 일련의 문제들을 계산기로 계산하여 본 후, 곱셈식에 포함된 0의 개수만큼 결과값의 0의 개수가 일치한다는 패턴을 파악하였다.

이는 n개 만큼의 0의 개수가 계산 결과에서 10^n형태로 나타난다는 계산의 규칙을 아동 스스로 발견해 나갈 수 있는 가능성을 앞서의 계산기 활동이 제공한 것으로 여겨진다.

나. 0이 포함된 곱셈 원리 탐구

0이 들어간 곱셈은 개념적으로 그것의 10배, 100배, 또는 1000배 등을 하기 위한 것인데, 계산기 활동을 통한 패턴의 인식으로 학생이 곱하는 수가 10배이면 결과값도 그것의 10배가 되는 원리를 추론하였다. 다음의 대화가 이를 입증한다.

교사 : $20\times40=800$. 이게 왜 맞을까?
창민 : <u>20×4같은 경우가 80이잖아요. 그런데, 20×40은 그거보다 10배잖아요.</u> 그러니까 80의 열 배는 800.

2. 사칙혼합계산 순서 알기

가. 패턴을 통한 규칙 발견

이 활동에서도 마찬가지로, 주어진 몇 개의 계산식을 지필계산으로 풀어보게 하였다. 학생들은 3학년 1학기이므로 아직 사칙혼합계산의 계산순서에 대해 배우지 않았다. 모든 학생들이 +, -, ×, ÷이 섞여 있는 식을 계산할 때, 왼쪽에서부터 오른쪽으로 차례로 계산하는 모습을 보였다. 지도교사는 지필계산과 똑같은 식을 이번에는 계산기로 입력하여 결과를 써 보도록 하였다.

교사 : 이제는 $2+3\times6$, $9-3\times3$을 계산기로 계산해 봐.

유민 : (계산기로 두 식을 입력하여 답을 확인한 후, 각각의 결과를 30, 18라고 기록한다)

교사 : 이 문제들이 아까 풀었던 문제랑 똑같은 문제인데, 계산기로 했을 때 답이 다르게 나왔네. 누가 맞았을까?

유민 : 계산기요.

교사 : (웃음) 그래, 계산기가 맞았겠지? 그럼, 계산기가 이 문제를 어떻게 계산한 걸까?

유민 : (2+3×6에서 3×6을 연필로 표시하며) 3×6부터요.

교사 : 설명해볼까?

유민 : 3×6은 18이니까, 2더하기 18이니까 20.

교사 : 아, 그렇구나. 그럼, 9−3×3도 계산기가 어떻게 계산한 걸까?

유민 : (9−3×3에서 3×3에 동그라미를 그리며) 3·3은 9니까 9에서 9빼니까 0.

교사 : 그렇지. 그럼, 이 식(2+3×6)하고 이 식(9−3×3)하고 공통점이 있지?

유민 : …

교사 : 덧셈, 뺄셈, 곱셈이 서로 섞여 있는 식일 때는 뭘 먼저 계산하는거 같애?

유민 : 곱셈.

위의 대화에서 알 수 있듯이, 실험에 참여한 모든 학생들이 계산기가 화면에 나타낸 결과를 보고, +, × 또는 -, ×이 섞여 있는 식에서는 ×을 먼저 계산하고, +, ÷이 섞여 있는 식 또는 -, ÷이 섞여 있는 식에서는 ÷을 먼저 계산해야 한다는 계산 순서를 스스로 찾아내었다.

나. 사칙 혼합 계산 원리 탐구

학생들은 자신들이 발견해 낸 사칙혼합계산의 순서에 따라 지도교사가 제시하는 몇 가지의 문제를 해결하였다. 지도교사는 다음과 같이, 학생들에게 사칙혼합계산 순서가 정해진 원리에 대해 질문하였다.

교사 : 그런데, 계산기가 왜 이런 순서로 계산을 하는 걸까?

창민 : ……, 그냥 입력되어 있는거 아닌가…?

교사 : 그냥?

창민 : 프로그램이 그냥 그렇게 되어 있는거 아닌가?

교사 : 그러게. 사람들이 계산기를 만들 때 그렇게 계산하라고 프로그램을 만들었겠지?

창민 : 그죠.

교사 : 이게 그러니까, 일종의 약속이야. 덧셈과 곱셈이 섞여있는 식은 곱셈 먼저 계산하고, 덧셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서도 나눗셈 먼저 계산하라고.

3. 괄호가 들어간 식의 계산 순서 알기

가. 패턴을 통한 규칙 발견

이 활동에서는 교사가 계산기를 사용하여 괄호가 있는 식과 괄호가 없는 식의 계산 결과를 비교하도록 하면서 괄호가 없는 식에서의 계산 규칙을 인식하도록 하였다. 다음의 대화에서 그것이 잘 드러난다.

교사 : 이 문제를 둘 다 계산기로 계산해 보자.

은서 : (교사가 제시한 식 12+4÷2와 (12+4)÷2을 계산기로 입력하여 각각의 결과인 14와 8을 적는다)

교사 : 앞의 식은 어떻게 계산한 거지?

은서 : 4 나누기 2는 2, 12에다 2 더하니까 14.

교사 : 그럼 뒤의 식은 계산기가 어떻게 계산해서 8이 나왔을까?

은서 : …(12+4를 해서) 16에서 2 나누면 8.

교사 : 16에서? 그럼 12+4를 먼저 했다고?

은서 : 네.

교사 : 그런데, 아까 우리가 +, ÷가 섞여 있는 식에서는 ÷을 먼저 한다고 했잖아?

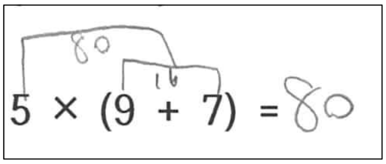
은서 : 이게 (괄호)가 있으니까….

교사 : 괄호가 있으니까 덧셈을 먼저 한거 같아?

은서 : 네.

교사 : 그럼 이 문제 해 볼래? (학생에게 5×(9+7)

을 제시한다. 먼저 해야 하는 것 끼리 표시를 하고 풀어봐.
은서 : (아래 [그림 IV-1]과 같이 표시한 후, 해결한다).

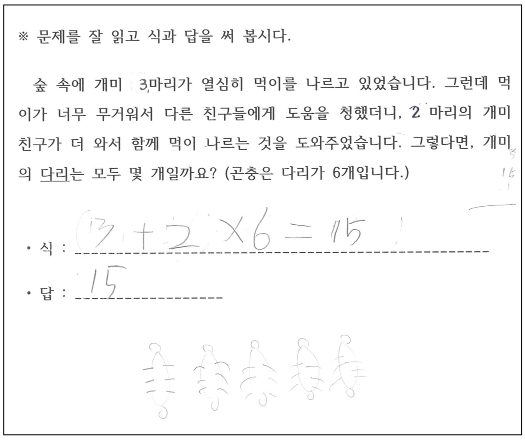


[그림 IV-1] 학생의 계산 순서 표시

나. 괄호의 존재성에 대한 탐구

학생 중에는 괄호 기호의 필요성에 대해 의구심을 가지는 경우가 있었다. 다음 에피소드는 괄호가 왜 필요한가에 대한 학생과 지도교사의 탐구 상황을 드러내준다.

창민 : 근데, 괄호가 왜 필요해요? 없어도 될 거 같은데...?
교사 : 없어도 될 거 같애?
창민 : 없어도 똑같을 거 같은데?
교사 : 그럼 이 두 식을 계산기로 계산해서 어떻게 다르게 나오는지 비교해 봐.
창민 : (두 개의 식 $12+4\div2$와 $(12+4)\div2$를 계산기에 입력하고 결과가 각각 14와 8이 나오는 것을 확인한다.) 다르네요?
교사 : 괄호가 있는 거하고 없는 거하고 계산기가 다르게 계산했지? 어떤 차이가 있어?
창민 : 괄호가 없을 때는 $4\div2$를 먼저 했고, 있을 때는 $(12+4)$를 먼저 했네요?
교사 : 그치? 그러니까, $12+4$를 먼저 계산해야 할 필요가 있을 때는 괄호를 써 주어야 한다는 거야.
창민 : 그런데 괄호를 꼭 해야 되요? 안 하면 안되나?
교사 : 이런 경우를 생각해 봐. (아래 [그림 IV-2]학습지를 제시한다). (계속) 이런 문제에서 식을 어떻게 써야 해?
창민 : ($3+2\times6$이라고 쓴다)
교사 : 그 식대로 풀어봐.
창민 : 15.
교사 : 그럼, 개미 다리가 진짜 15개인지 그림으로 그려보자. ([그림 IV-2]의 아랫부분과 같이 간단한 개미 그림을 그린다.) 개미 다리가 총 몇 개니?


※ 문제를 잘 읽고 식과 답을 써 봅시다.

숲 속에 개미 3마리가 열심히 먹이를 나르고 있었습니다. 그런데 먹이가 너무 무거워서 다른 친구들에게 도움을 청했더니, 2 마리의 개미 친구가 더 와서 함께 먹이 나르는 것을 도와주었습니다. 그렇다면, 개미의 다리는 모두 몇 개일까요? (곤충은 다리가 6개입니다.)

• 식 : (3 + 2 × 6 = 15 !
• 답 : 15

[그림 IV-2] 괄호가 필요한 문제 상황 제시와 학생의 풀이

창민 : 하나, 둘, 셋, … 여섯, 6·5는 30. 30개요.
교사 : 그러면 이 식($3+2\times6$)대로 하면 결과가 다르잖아. 그러니까 이 식에 뭐가 필요할까?
창민 : 아, 그럼 괄호가 필요한 거네요?

위의 대화에서 지도교사는 괄호 기호의 필요성에 대한 학생의 질문에 적절한 상황 문제를 제시하여 학생의 이해를 도왔다. 이 에피소드는 직접적으로는 계산기와 관련이 적은 듯 보인다. 그러나, 괄호가 있는 식의 계산 순서 파악에 초점을 두었던 원래의 실험에서 보다 근원적인 ‘( )’ 기호 존재의 필요성에 대한 수학적 토의가 자연스럽게 유도됨으로써 탐구의 장을 제공했다는 점에서 오히려 큰 의의가 있다.

4. 소수의 곱의 소수점 위치 알기

가. 패턴을 통한 규칙 발견

본 활동에서도 의도적으로 계산기를 블랙박스(Buchberger, 1990, Drijvers, 2010에서 재인용)로 제시하였다. 본 활동을 적용한 3명의 5학년 학생들은 여러 개의 주어진 소수점 위치 문제들을 먼저 계산기로 입력하고 결과를 확인한 후 활동지에 결과를 모두 적었다. 그리고나서 곱셈 결과에서 소수점 위치가 어디에 찍혔는지 문제와 결과를 함께 살펴보면서 패턴을 찾아내었다. 학생들은 교사와의 대화를 통하여 승수와 피승수의 소수점 뒤 자리수 개수의 합만큼 결과값에서 소수점 뒤 자리수를 생성해야 한다는 것을 스스로 추측하고 확인하였다.

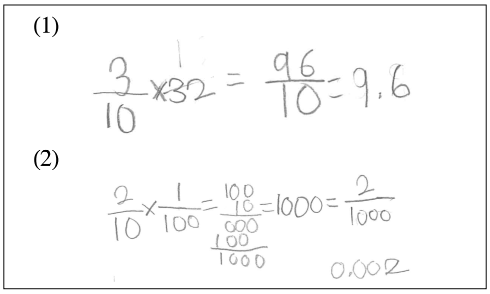
교사 : 나와 있는 문제를 계산기로 계산해서 답을 써 봐.
주하 : (주어진 5개의 소수 곱셈 문제를 계산기로 계산한 후 결과를 적는다)
교사 : 자, 그러면 이 문제에서의 소수점 위치랑 답의 소수점 위치가 어떤 관계가 있을지 규칙을 한 번 찾아볼까?
주하 : …(중략) $0.2 \times 0.01 = 0.002$에서) 이런게 가능할지 모르겠지만... <u>이게(0.2의 소수점 다음 자리의 개수) 1(한 자리)이고 이게(0.01의 소수점 다음 자리의 개수) 2니까, 1더하기 2는 3(0.002의 소수점 다음 자리의 개수).</u>
교사 : 그럼, 다음 문제도 그렇게 되나 한 번 그렇게 설명해 볼까?
주하 : ($2.1 \times 1.11 = 2.331$에서) 1(2.1에서 소수점 다음 자리의 개수) 더하기 2(1.11에서 소수점 다음 자리의 개수) 는 3(2.331에서 소수점 다음 자리의 개수).
($1.22 \times 2.33 = 2.8426$에서) 두 자리(1.22에서 소수점 다음 자리의 개수) 더하기 두 자리(2.33에서 소수점 다음 자리의 개수)해서 네 자리(2.8426에서 소수점 다음 자리의 개수).

본 활동에서 계산기는 학생들로 하여금 귀납을 통한 패턴 인식의 인지적 장으로써 사용되었다. 계산기가 없이는 학생들이 승수와 피승수 및 곱의 소수점 위치에 대한 규칙성을 인식하기가 쉽지 않았을 것이다. 이어 학생들은 찾아낸 패턴을 새로운 문제에 적용하여 본 후, 계산기로 결과 확인을 함으로써 자신들의 귀납추론이 옳다는 것을 확인하였다. 이어 학생들은 소수곱셈의 원리를 분수와의 관련성을 바탕으로 탐구하였다.

나. 소수 곱셈의 원리 탐구

학생들은 소수점 위치에 대한 자신들의 추론이 옳았다는 점에 대하여 무척 신기해하고 어떻게 그것이 맞는지 궁금해 하였는데, 교사와의 다음 대화를 통하여 그러한 추론이 어떻게 성립하는지를 함께 탐구하였다.

교사 : 그럼, 네가 아까 곱하는 소수랑 곱해지는 소수에서 소수 다음 자리수를 합한 만큼 답에서 소수점을 찍어주면 된다고 말했던 규칙 있지? 그게 참 신기하다고 했는데, 그럼 그게 왜 맞는지 한 번 알아볼까?
주하 : 네. 그런데 조금 어려울 것 같아요.
교사 : 네가 말한 규칙이 왜 그렇게 될 것 같애? 왜 그게 맞을까? 한 번 생각해 보자.
주하 : ……(소수끼리 곱하기와 자리수의 관계 설명하기 여러 번 시도) (중략).
교사 : 소수를 다르게 바꿔보면 어떨까?
주하 : 분수로요?
교사 : 어. 소수를 분수로 바꾸는 거 배웠어?
주하 : 네. 그럼 0.3은 $\frac{3}{10}$, 32를 곱하면…
교사 : 이것도 해 볼까?
주하 : ([그림 Ⅳ-3]과 같이 쓰면서) 0.2는 $\frac{2}{10}$니까…, 0.01은 $\frac{1}{100}$인데… 곱하면…1000이니까… $\frac{2}{1000}$는 0.002.



[그림 IV-3] 소수점 위치 정하기의 원리 탐구

교사 : 분수로 바꿔서 곱해보니까 소수 아랫자리가 어떻게 돼?
주하 : 소수 한 자리일 때는 10분의 몇, 소수 두 자리는 100분의 몇이 되는데, 곱하니까 1000분의 몇이어서…
교사 : 1000분의 몇은 소수로 다시 고치면 소수 몇 자리가 되지?
주하 : 세 자리요.
교사 : 네가 발견한 규칙으로 연결해서 말해볼까?
주하 : 규칙이… . 10분의 몇이랑 100분의 몇이어서 1000분의 몇인데… 한 자리 더하기 두 자리는 세 자리.

위의 대화에서, 주하는 교사의 조언에 따라 소수를 분수로 고쳐서 계산하여 소수점의 위치가 분수의 10^n 형태의 분모에 따라 결정된다는 원리를 이해하였다. 이는 소수점 위치 정하기라는 수학의 도구적 가치가 오히려 소수의 곱셈 원리라는 인식론적 원리로 전환되어 확장된 경우로, 계산기를 통한 소수곱셈 결과가 소수 곱셈에서의 소수점 위치 정하기 원리 탐구까지 가능하게 한 것으로 볼 수 있다. 이는 기존의 교수-학습 방식과 반대 방향인, 연산 규칙 발견 후에 원리를 탐구하는 방식의 교재 구성과 수업 전개의 가능성을 함의한다.

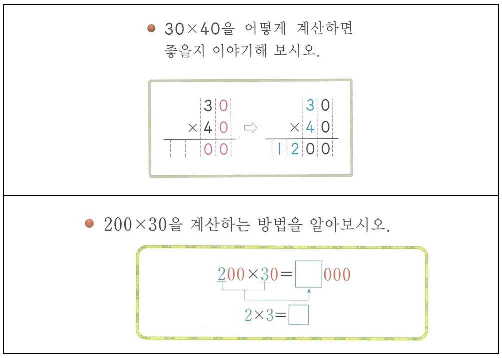
Ⅴ. 논 의

지금까지 계산기가 인지적 교수-학습 도구임과 계산기와 관련된 외국과 우리나라의 교육과정을 살펴보았다. 또한 계산기의 어포던스를 이용하여 초등학교 수학 수업에서 기존의 방식과 달리 관찰-규칙 발견-원리 탐구로 이어지는 활동을 개발하여 실험 수업을 실시하였다. 그 결과, 학생들이 귀납적 발견을 통해 계산 규칙을 쉽게 인식하고 계산의 원리를 탐구할 수 있다는 가능성을 확인할 수 있었다. 이는 계산기로 인한 새로운 환경이 지필환경에서는 가능하지 않던 대안적인 수학 학습 방식을 지원하고 있음을 의미한다. 본 연구에서 다룬 4가지 주제에 대하여 계산기를 어포던스로 활용한 본 연구의 접근 방법을 우리나라 초등학교 교과서에서 제시하는 방식과 대비하여 논의하고자 한다.

1. 0이 포함된 곱셈에 대한 접근 방식

2009개정 3학년 2학기 수학 교과서(교육부, 2014, p. 18)와 4학년 1학기 수학교과서(교육부, 2014, pp. 43~44)에서는 [그림 V-1]과 같이, 30×40과 200×30의 계산 알고리즘으로 곱하는 수와 곱해지는 수에 들어있는 0의 개수만큼을 먼저 써 준 후, 곱하는 수와 곱해지는 수의 0을 제외한 나머지 수를 곱하여 그 앞에 써 주도록 하고 있다.

두 경우 모두, 결국 다른 0이 들어 있는 곱셈 결과도 살펴본 후 이 계산방식을 확신하는 귀납적인 접근이 필요하게 된다. 따라서, 계산기를 통하여 0이 들어있는 곱셈식을 여러 번 하도록 한 후에 공통적인 규칙을 찾아보게 하였을 때, 학생들 스스로 0의 개수만큼 뒤에 써 주고 0을 제외한 수를 곱해서 앞에 써 주면 된다는 규칙을 찾아내도록 하는 것이 논리적으로도 자연스러울 것이다.

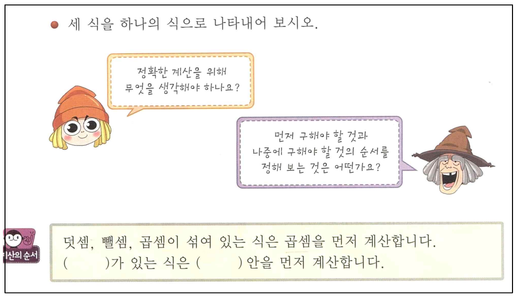


[그림 V-1] 2009 개정 수학 교과서에서의 0이 포함된 곱셈 알고리즘 제시 방식(교육부, 2014, 3-2, p. 18, 4-1, p. 43)

2. 사칙혼합 계산에 대한 접근 방식

사칙혼합계산 이전까지는 사실상 순차적인 계산(sequential order; Vonder Embse, 1992, p. 68)방식을 써 오다가, 사칙혼합계산에 이르면 학생들은 대수적 순서(algebraic order; Vonder Embse, 1992, p. 68)의 연산을 접하게 되면서 대수적 구문에 입문하게 된다.

2009개정 4학년 1학기 수학교과서(교육부, 2014, p. 155)에서는 [그림 V-2]와 같이, 문제 상황에 맞는 혼합계산식을 세우게 한 후, 그 식을 계산하기 위한 계산 순서를 안내한다. 학생들은 그것을 일종의 약속으로 받아들이게 된다.



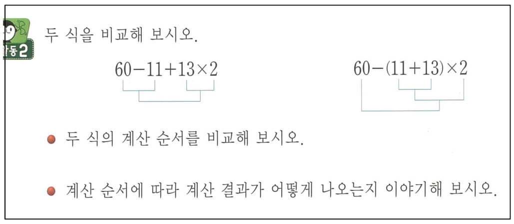
[그림 V-2] 2009 개정 수학 교과서에서의 사칙혼합계산 순서 제시 방식(교육부, 2014, 3-2, p. 155)

학생들은 사칙혼합계산에서 어떤 연산을 먼저 해야 할지 결정해야 하는데, 덧셈과 곱셈이 섞여 있는 식에서 계산기가 출력하는 결과를 보고, 정확한 계산 결과를 얻기 위해서는 곱셈을 먼저 해야 한다는 것을 스스로 인식할 수 있다. 계산기를 이용한 접근 방식은 대수적 구문을 학생들에게 약속으로 인식하게 한다는 점에서 기존 교과서의 접근 방식과 상이하지는 않지만, 탐구를 강조하는 측면에서는 계산기를 사용할 수 있음으로 인하여 학생들 스스로 계산기 조작을 통하여 계산 순서를 탐구할 수 있는 장점을 지니고 있다.

3. 괄호가 있는 계산에 대한 접근 방식

사칙혼합계산을 접하고 나면 괄호가 있는 계산 순서를 학습하게 된다. 이 역시 사칙혼합계산과 마찬가지로 대수적 구문을 약속으로 받아들여야 하는 속성을 지니고 있다.

2009개정 4학년 1학기 수학교과서(교육부, 2014, p. 155)에서는 [그림 V-3]과 같이, 괄호가 없는 계산과 괄호가 있는 계산의 순서를 제시하고 그 결과를 비교해 보도록 하고 있다.



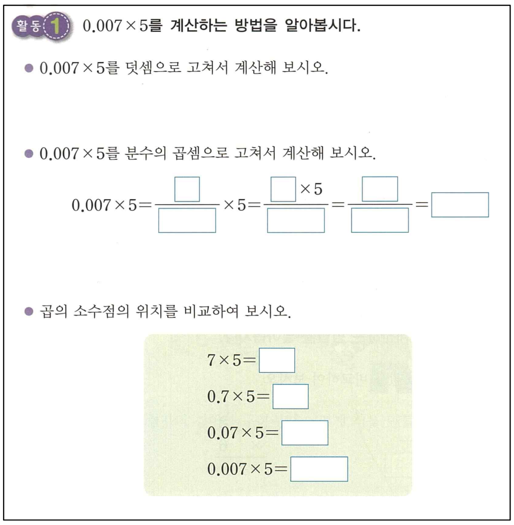
[그림 V-3] 2009 개정 수학 교과서에서의 괄호가 있는 계산 순서 제시 방식(교육부, 2014, 3-2, p. 155)

학생들은 괄호가 있는 계산에서 어떤 연산을 먼저 해야 할지를 탐구를 통하여 결정할 수 있다. 먼저, 괄호가 없는 계산식과 괄호가 있는 계산식을 계산기에 입력하여보고, 계산기가 출력하는

결과를 보고 거꾸로 계산기가 어떻게 계산하여 그러한 결과를 나타냈는지를 추론하는 것이다. 계산기를 통한 이러한 활동은 학생들 스스로 추론을 통하여 계산 순서를 탐구할 수 있어‘수학적 과정’을 강조하는 2009개정 교육과정을 취지를 적절히 실현할 수 있는 장점이 있다.

4. 소수 곱셈에 대한 접근 방식

2007개정 5학년 2학기 수학 교과서(교육과학기술부, 2011, p. 62)에서는 소수의 곱셈에서 소수점의 위치를 지도할 때 [그림 V-4]와 같이 소수를 분수로 고친 후 곱하고, 그 결과를 다시 소수로 고치는 계산 원리를 제시한 후, 소수점 아래의 자릿수를 변화시킨 일련의 소수 곱셈식과 결과의 패턴을 찾도록 내용 전개가 이루어진다. 그러나, 이러한 분수와의 관련성을 통한 내용에서 학생들은 패턴을 확신하기 쉽지 않다. 결국 이 부분에서 일련의 소수의 곱의 결과를 교사가 알려주거나 계산기가 출력하는 결과에 의존할 수 밖에 없게 된다.


활동 1 0.007×5를 계산하는 방법을 알아봅시다.

● 0.007×5를 덧셈으로 고쳐서 계산해 보시오.

● 0.007×5를 분수의 곱셈으로 고쳐서 계산해 보시오.

$0.007\times5=\dfrac{\square}{\square}\times5=\dfrac{\square\times5}{\square}=\dfrac{\square}{\square}=\square$

● 곱의 소수점의 위치를 비교하여 보시오.

$7\times5=\square$

$0.7\times5=\square$

$0.07\times5=\square$

$0.007\times5=\square$

[그림 V-4] 교과서의 소수의 곱의 소수점의 위치 지도 (교육과학기술부, 2011, p. 62)

학생들이 계산기로 소수의 곱셈을 하여 결과를 써 보게 한 후, 나타난 소수점의 위치에 대한 규칙을 설명해보게 하면, 학생들은 패턴을 통하여 확신을 가지고 소수점의 위치에 대해 쉽게 일반화할 수 있다.

지금까지 계산기를 활용한 내용 제시의 새로운 접근 방법에 대하여 우리나라 교과서를 대비하여 논의하였다.

산판파(abacist)와 필산파(algorist)와의 격렬하고도 기나긴 논쟁이 있었듯, 오늘날에는 필산파와 새로운 산판파(Musser, Burger & Peterson, 2001, p. 91)(또는 계산기파라고도 할 수 있다)와의 논쟁이라고 할 수 있을 정도로, 아직도 많은 수학자들과 수학교육자들은 계산기의 장점을 인정하면서도 계산기 사용에 대한 거부감이 강하게 남아있다. 이는 필산 기능의 숙달을 목표로 한 수학 학습의 전통이 변하지 않기 때문이기도 하다. 그러나 2015년 5월에 인천에서 열린 2015 세계교육포럼에서도 미래사회에서 필요한 것은 지식이 아니라 협업과 융합능력, 그리고 새로운 것을 창출하는 능력이라는 데에 많은 지도자들이 합의하였듯이, 전통적인 지식과 방법을 계속 고집하기보다는 학생들이 새로운 가능성을 열어가도록 교육방법과 교육자들의 역할이 변화되어야 할 필요가 있다.

이제는 언제, 어디서나 이용하기 용이한 사칙계산기를 수업의 도구로 사용하는 것이 전혀 부자연스러운 일이 아니다. 본 논문에서 계산기가 계산방법의 이해에 있어 학생들이 귀납, 추론 등과 같은 탐구를 가능하게 하는 것을 보였듯이, 계산기를 복잡한 계산만을 대신해주는 역할 뿐 아니라 인지적 학습 도구로서 활용할 수 있다. 따라서 이제는 계산 알고리즘을 학생들에게 제시하였던 기존의 교수학습 방법에서 계산기의 인지적 활용을 통해 학생들을 보다 귀납적 발견과 원리 탐구로 이끌 필요가 있다.

앞으로의 과제는 인지적 도구로서 계산기가 보다 학습자의 수학 학습을 도울 수 있도록 새로운 교수·학습 방법상의 접근법을 개발하는 일이 될 것이며, 나아가 궁극적으로는 새로운 수학 학습의 목표와 내용 개발이 이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

교육부(1992). **국민학교 교육과정**. 교육부 고시 제1992-12호.

교육부(1997). **초등학교 교육과정**. 교육부 고시 제1997-15호.

교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**. 교육과학기술부 고시 제2011-361호.

교육과학기술부 (2011). **수학 5-2**. 서울:두산동아

교육부 (2014). **초등학교 3~4학년군 수학 ② 3-2**. 서울:천재교육

교육부 (2014). **초등학교 3~4학년군 수학 ③ 4-1 교사용 지도서**. 서울:천재교육

교육부 (2014). **초등학교 3~4학년군 수학 ③ 4-1**. 서울:천재교육

교육인적자원부(2006). **초·중등학교 교육과정 부분 수정 고시**. 교육인적자원부 고시 제2006-75호.

교육인적자원부(2007). **초등 학교 교육과정**. 교육인적자원부 고시 제2007-79호.

남승인, 권해름 (1998). 계산기의 사용이 문제 해결력 및 계산 기능에 미치는 영향. **한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>** 제 2권, 제 1호. pp. 37-52.

남승인, 김옥경 (1998). 초등학교 수학교육에 있어서 계산기 활용에 관한 고찰. **대한수학교육학회 논문집** 제8권 제1호, 251-268, 대한수학교육학회

남승인, 류성림, 백선수 (2003). 초등수학에서 계산기 활용의 효율성에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈 <수학교육>** 42(3). pp. 403-417

류성림 (2010). 미국 초등수학교과서의 계산기 활용 실태와 방안에 대한 분석. **수학교육 논문집, 24**(1), pp. 1-27. 한국수학교육학회.

박교식 (1998). 우리나라 초등학교 수학교육에 적용 가능한 계산기 활용 방안 연구. **대한수학교육학회 논문집 제8권** 제1호, 237-249, 대한수학교육학회.

방정숙 (2002). 수학 학습에서 도구의 역할에 관한 관점 : 수학적 어포던스와 상황적 어포던스의 조정. **수학교육학연구,** Vol.12 No.3. 대한수학교육학회

안병곤 (2005). 초등수학에서 계산기 활용에 대한 효과 분석. **학교수학, 제7권** 제1호, pp. 17-32. 대한수학교육학회.

안병곤, 김용태 (1998). 교과서에서 계산기의 활용 방안. **한국초등수학교육학회지 2**, pp. 23-40. 한국초등수학교육학회.

안병곤, 류근봉 (2002). 초등학교에서의 전자계산기 활용. **한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육 논문집>** 제13집, pp. 215-229

장경윤 (2007). ICT 시대의 대수교육의 방향과 과제. **학교수학, 9**(3), pp. 409-426. 대한수학교육학회.

______ (2008). 컴퓨터 대수체계(CAS) 대비 중등 대수교육 기초 연구, **학교수학, 10**(2), pp. 297-317, 대한수학교육학회

장경윤, 이화영, 김양권, 임영빈 (2014). 살아있는 수학 활동 시리즈 (1). **계산기로 하는 초등학교 수학**. 학지사.

한국과학창의재단 (2011). **2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구**. 정책연구보고서 2011-11. http://www.kofac.re.kr

한세호, 장경윤 (2009). 고등학교 수학 문제해결에서 CAS의 도구발생. **학교수학, 11(3)**, pp. 527-546. 대한수학교육학회.

Artigue, M. (2001). Learning Mathematics in a CAS environment. CAME Symposium 2001: Theme 1 Presentation.

_________. (2005). The Integration of Symbolic Calculators into Secondary Education: Some Lessons from Didactical Engineering. In D. Guin, K. Ruthven & L. Trouche. (eds.) The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. Chapter 9. (pp.231-304). *Mathematics Education Library* vol. 36. New York; Springer Science+ Business Media, Inc.

Departmet for Education. (2013) Mathematics programmes of study: Key Stage 3 National curriculum in England. Retrieved from *https://www.gov.uk/government/publications/national-curriculum-in-england-mathematics-programmes-of-study*(2015. 6.6)

Drijvers, P.H.M. (2003) *Learning Algebra in a Computer Algebra Environment: design research on the understanding of the concept of parameter*. Utrecht: CD-βPress 3-25.

Drijvers, Kieran & Mariotti (2010). Integrating Technology into Mathematics Education: Theoretical Perspectives. In C. Hoyles & J.B. Lagrange(Eds), *Mathematics Education and Technology-Rethinking the Terrain*. (The 17th ICMI Study), p. 91. Springer.

Eves, H. (2005). *An Introduction to History of Mathematics*. 수학사. (이우영, 신항균 역). 서울: 경문사. (원문 1964년 출판)

Huinker, D. M. (1992). Decimals and Calculators Make Sense! In James T. Fey & Christain R. Hirsch(Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, 1992 Yearbook, pp. 56-64, Reston, VA: NCTM.

Lagrange, J.B. (2001). A multi-dimensional study of the use of IC technology: The case of computer algebra. In J. Novotna(ED.), *Proceeding of the second Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*(pp. 170-182).

____________. (2005). Using symbolic calculators to study mathematics. In D. Guin., K. Rutheven & L.Trouche (Eds.), The Didactical Challenge of Symbolic Calculators. (pp. 113-136). New York: Springer Science Business Media, Inc,.

Musser, G. L., Burger, W. F. & Peterson, B. E. (2001). *Mathematics for Elementary Teachers: A Contemporary Approach*. John Wiley & Sons. USA.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.

NLDEED. (2013). *Applied Mathematics 3202 Interim Edition Curriculum Guide*. Retrived from *http://www.ed.gov.nl.ca/edu/k12/curriculum/* (2015.6.6.).

Reys, R. E., Suydam, M. N., Lindquist, M. M., Smith, N. L. (1998). Helping Children Learn Mathematics. **초등수학학습지도의 이해**. (강문봉 외, 역). 서울:양서원 (원문 1989년 출판)

Ruthven, K. & Chaplin, D. (1997) The Calculator as a cognitive tool : Upper-primary Pupils Tackling a Realistic Number Problem. *International Journal of Computers for Mathematical Learning 2* : 93-124, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Ruthven, K. (2009). Toward a calculator-aware number curriculum. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 8, 1, pp. 3-14.

Shuard, H. (1992). CAN: Calculator Use in the Primary Grades in England and Wales. In James T. Fey & Christain R. Hirsch(Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, 1992 Yearbook. Reston, VA: NCTM.

Stacey, K., Chick, H., & Kendal, M. (Eds.) (2004). *The Future of the Teaching and Learning of Algebra*. The 12th ICMI Study. The University of Melbourne, Australia. KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS

SNJDE (2008). *New Jersey Core Curriculum Content Standards for Math*.

UNESCO (2012). *Challenges in Basic Mathematics Education*. ISBN 978-92-3-001071-3. Paris. Retrieved from *http://unesdoc.unesco.org/images/0019/001917/191776e.pdf* (2014.9.30.)

VCAA. (2015). *The AusVELS Curriculum*. Retrived from http://ausvels.vcaa.vic.edu.au (2015. 6. 6)

Vonder Embse, C. B. (1992). Concept Development and Problem Solving Using Graphing Calculators in the Middle School, In James T. Fey & Christain R. Hirsch(Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, 1992 Yearbook, pp. 65-78, Reston, VA: NCTM.

Walker, D. (2014). Slide rules: The quest for precision and accuracy - making the scales longer. Retrieved from *http://www.microscopy-uk.org.uk/mag/indexmag.html?http://www.microscopy-uk.org.uk/mag/artmay15/dw-slide-rules-long.html*(2014. 7.20.)

Wheatley, G. H. & Shumway, R. (1992). The Potential for Calculators to Transform Elementary School Mathematics. In James T. Fey & Christain R. Hirsch(Eds.), *Calculators in Mathematics Education*, 1992 Yearbook, pp. 1-8. Reston, VA: NCTM.

Utilizing Calculators as Cognitive Tool in the Elementary School Mathematics

Lee, Hwa Young (Korea Foundation for the Advancement of Science and Creativity)
Chang, Kyung Yoon (Konkuk University)

The purpose of this study was to investigate the role of calculators as a cognitive tool rather than calculating tool in learning elementary school mathematics. The calculator activities on multiplying two numbers ending with 0s or two decimal fractions and mixed four operations were developed, and exploratory lessons with the activities were implemented to three 3rd graders and two 5th graders.

The results were shown that calculators provided an alternative effective learning environment: students were able to use heuristic thinking, reason inductively and successfully investigate principles of mathematics through the pattern recognition. And finally, we discussed the heuristic method through utilizing calculators.

* Key Words : calculators(계산기), cognitive tool (인지적 도구), affordance(어포던스), induction(귀납), discovery(발견), pattern recognition(패턴인식), black box(블랙 박스), four operation(사칙 계산), mixed operation(혼합 계산)

논문접수 : 2015. 3. 15
논문수정 : 2015. 6. 11
심사완료 : 2015. 6. 12