

# 타이어 요마크로부터 임계속도 추정의 불확실성 해석

한 인 환\*

홍익대학교 기계정보공학과

## Analysis of Uncertainties in Estimation of Critical Speeds from Tire Yaw Marks

Inhwan Han\*

Department of Mechanical and Design Engineering, Hongik University, Sejong 339-701, Korea  
(Received 12 June 2014 / Revised 21 January 2015 / Accepted 3 February 2015)

**Abstract** : There will inevitably be errors and uncertainties in tire yaw mark related critical speed formula, which is derived merely from the relationship between the centrifugal force and the friction force acting on the point-mass vehicle. Constructing and measuring yaw marks through appropriate simulation works have made it possible to perform uncertainty analysis in calculation of critical speeds under variation of variety of conditions and parameters while existing yaw mark experimental tests have not performed properly. This paper does not present only the critical speed analysis results for parametric sensitivity and uncertainty of chord and middle ordinate, coefficient of friction and road grade, but also modeling uncertainty such as variation of braking level during turning and vehicle size. The yaw mark analysis methods and results may be now applied in practice of traffic accident investigation.

**Key words** : Yaw mark(요마크), Critical speed formula(임계속도공식), Braking level(제동단계), Parametric sensitivity(계수 민감도), Uncertainty analysis(불확실성 해석)

### 1. 서론

교통 사고 현장에서 흔하게 발견되는 타이어 자국의 대표적인 유형으로 스키드마크와 요마크가 있으며, 이들을 통해 차량의 주행속도를 추정할 수 있다. 그러나 현재 대부분의 차량은 ABS를 채용하여 노면에 스키드 마크의 흔적은 거의 남기지 않으므로, 요마크는 차량 속도 추정을 위한 유일한 물리적 단서가 되는 경우가 많다. 요마크는 선회하기 위해 핸들을 조작할 때, 원심력을 이기지 못해서 발생하게 된다. 차량의 선회속도가 높으면 차량에 작용하는 원심력이 커지기 때문에 타이어와 노면간의 마찰력으로는 이를 감당하지 못하게 되어 타이어는

옆으로 미끄러지기 시작한다. 이와 같이 요마크는 선회운동에 따른 원심력으로 진행 방향에 수직한 방향으로 발생되며, 회전동안 순간순간 횡방향으로 밀리는 빗살무늬 흔적으로 전체적으로는 곡선궤적을 보이게 된다. 요마크를 적절히 측정하게 되면, 타이어와 노면 사이에서 발생하는 마찰력과 원심력의 관계로부터 차량의 선회속도를 추정할 수 있는 임계속도식(critical speed formula, CSF)을 활용할 수 있게 된다.

요마크에 관한 기존 연구들<sup>1-5)</sup>은 요잉하는 차량의 선회속도를 적절하게 추정하기에는 임계속도식이 지나치게 단순하다는 고려 하에 이를 수정/보완한 식들을 제시하였으나, 해당 식들의 적정성과 보편성을 확인하기는 용이하지 않다. 특히, Daily<sup>6)</sup>는

\*Corresponding author, E-mail: [ihhan@hongik.ac.kr](mailto:ihhan@hongik.ac.kr)

요마크를 원이 아닌 나선의 일부로 간주하였고, Masory 등<sup>7)</sup>은 요마크 관련하여 다항식을 구성하고 이를 엑셀을 활용하여 해석하였으며, 최근 Davis<sup>8)</sup>는 몬테카를로 시뮬레이션을 활용하는 방안을 제시하기도 하였다.

마찰력과 원심력의 관계로부터 단순하게 구성된 전통적인 임계속도식은 선회 중 가속, 등속 그리고 제동 상황에 따라 필연적으로 오차가 나타나며 특히 제동 상황일 때 비교적 큰 오차가 있는 것으로 알려져 있다.<sup>1,9,10)</sup> 따라서, 차량의 선회 제동 거동에서 발생하는 요마크로부터 임계 속도 추정의 불확실성에 관한 연구 결과들<sup>11-15)</sup>이 발표되었다. 하지만 이들은 차량의 제동감가속도가 임계속도계산에 미치는 영향을 분석할 뿐, 초기속도를 포함한 여러 관련 계수들의 임계속도식에 미치는 불확실성에 관한 포괄적인 분석 결과를 제시했다고 보기 어렵다. 또한 기존의 임계속도식은 차량을 질점으로 고려하여 구성되었는데, 차량 크기와 관련한 선회 속도 추정치의 불확실성에 관한 보고 등도 찾아보기 어렵다. 또한, 자동차 사고 현장에서 노면상의 요마크를 측정할 시, 조사자나 측정도구에 따라 발생하는 마찰계수나 길이 측정오차<sup>16,17)</sup>로 인한 임계속도식의 불확실성을 고려하여 수학적인 수법으로 해석<sup>18)</sup>되어야 한다. 본 논문에서는 요마크를 반복 측정된 실험 데이터<sup>16,17,19)</sup>를 활용하여 계수들과 관련한 측정오차를 설정하고 이에 따른 계수 민감도와 더불어 임계속도 추정의 불확실성을 분석한다.

## 2. 타이어 요마크 구현과 측정

정상 주행 중에 핸들을 급조향하면 차량은 관성에 의해 주행 방향을 유지하려 하고, 타이어는 조향된 방향으로 주행하려 한다. 차량의 속도가 충분히 높으면 원심력이 너무 커지기 때문에 타이어와 노면간의 마찰력으로는 이를 감당하지 못하게 되어, 옆으로 미끄러지면서 노면에 요마크가 발생하기 시작할 때의 속도를 임계속도라 한다.

Fig. 1에 보여지는 것과 같은 경사길(횡구배  $e = \tan\gamma$ )에서 일정 속도  $v$ 로 선회(곡률반경  $r$ )하는 차량에 대하여 수직(vertical) 방향과 회전중심에 대한 법선(normal) 방향으로 식 (1)과 같이 운동 방정식을 구

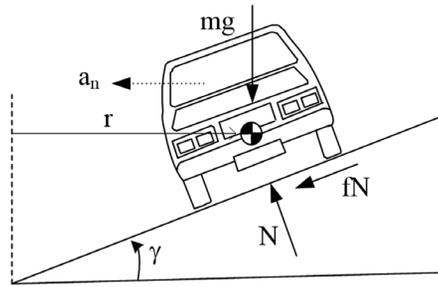


Fig. 1 Frontal view of a car on inclined road

할 수 있다.

$$\text{normal: } m \frac{v^2}{r} = fN \cos\gamma + N \sin\gamma \quad (1a)$$

$$\text{vertical: } mg = N \cos\gamma - fN \sin\gamma \quad (1b)$$

식 (1)을 연립으로 풀면, 선회하는 차량의 임계속도를 식 (2)로 나타낼 수 있다. 식 (2)에서 도로구배를 0으로 하는 속도계산식( $v = \sqrt{grf}$ )이 임계속도식(CSF)으로 알려져 있다.

$$v = \sqrt{gr \frac{f+e}{1-fe}} \quad (2)$$

국내에서는 요마크와 관련한 실차시험자료의 확보가 불가하여, 외국의 자료들을 조사하였다. 최근에 Amirault 등<sup>19)</sup>은 3종류의 차량을 이용하여 80 ~ 95km/h의 속도에서 제동단계를 달리하며 모두 29번의 요마크 생성 테스트를 하였고, 그 결과를 비교적 명확하고 자세하게 제시하여 본 연구에서 주로 참조하였다. 여기서, 요마크의 반경을 20m 현의 길이로 측정할 경우 임계속도식은 차량의 실제속도를 가장 잘 추정하며, 또한 선회 운동중의 제동은 임계속도식의 추정 오차에 영향을 미치고, ABS가 작동한 상황에서 임계속도식은 작동하지 않은 상황보다 실제속도를 과소 추정한다고 보고하고 있다.

Brach<sup>1)</sup>은 요마크 실차 테스트 데이터를 분석하여, 차량이 가속하는 경우 임계속도식은 실제속도를 1 ~ 2%정도 과소 추정하는 반면 제동하는 경우에는 실제속도를 대략 13.5%에 이를 정도로 과대 추정한다고 보고하였다. 최근 Richardson 등<sup>4)</sup>은 주행속도 70 ~ 120km/h에서 요마크 실차 테스트를 수행하고, 제동시에 임계속도계산값은 실제속도를 과대추

정하며 적용하는 마찰계수의 영향을 아울러 제시하였다. 한편, Beauchamp 등<sup>12)</sup>은 현과 중앙종거 길이를 통한 곡률반경 측정의 유용함을 강조하였고 요마크로부터 제동력의 크기를 추정하는 방안도 함께 제시하였다.

본 연구에서는 기존 실차 시험에서는 수행하기 불가능, 여러 계수들의 다양한 변화에 따른 요마크 변화와 임계속도계산의 불확실성 등의 분석을 위하여 PC-Crash와 같은 상용프로그램을 가지고 시뮬레이션을 수행하여 요마크를 구현하였다. 우선, 시뮬레이션 작업으로 생성한 요마크와 더불어 작성된 요마크의 계측 방법의 신뢰성을 확인하기 위하여, 수행한 요마크 분석 결과를 Amirault 등<sup>19)</sup>의 실험 데이터와 비교하였다. 요마크를 구현하기 위해 초기 속도 80 ~ 95km/h 까지 입력하고 선회 시 핸들조작 시간은 0.03초로 설정하여 차량이 선회반경 25m로 급조향하도록 하였다. 그 결과 차량은 충분한 원심력을 가지고 구심력과의 균형을 깨고 요마크를 생성하였다. 차량은 Chevrolet Cavalier와 Jeep Cherokee로 하였으며, 타이어는 PC-Crash의 선형 모델로 설정하였다.

시뮬레이션으로 생성한 요마크를 측정할시, Fig. 2(a)에 보여지는 호(arc)에서 현(chord)의 길이( $c$ ) 측정은 용이하나 중앙종거(middle ordinate) 길이( $h$ )를 측정하는데는 상당한 어려움이 따른다. 따라서 시뮬레이션을 통해 생성된 요마크를 비트맵으로 저장한 뒤 이를 벡터이미지로 변환하여 캐드(cad) 프로그램에서 현과 중앙종거 길이를 자동으로 측정하였다.

Fig. 2(b)에서처럼 요마크 측정 시, 차량 외측의 전륜과 후륜이 갈라지는 곳을 중심으로 반지름 20m인 원을 생성하고 원의 중심으로부터 원과 외측 전륜의 궤적이 만나는 점까지를 현의 길이로 측정하였다. 그리고 현의 중점으로부터 수직방향으로 요마크를 교차하는 지점까지의 길이를 중앙종거로 측정하였다. Fig. 2(b)는 요마크의 현의 길이와 중앙종거 길이를 측정하는 모습을 보여준다. 실제 사고 현장에서 요마크를 측정하는 방식처럼, 생성한 요마크 곡률반경은 측정된 현과 중앙종거 길이를 식 (3)에 대입하여 계산한다.<sup>12)</sup>

$$r = \frac{c^2}{8h} + \frac{h}{2} \tag{3}$$

Fig. 3은 Amirault 등<sup>19)</sup>이 수행한 연구에서 선정한 21건의 실차 시험 결과와 시뮬레이션으로 생성한 요마크 측정 결과를, 식 (2)의 임계속도식으로 계산한 임계속도를 비교한 것이다. case 1-12까지는 등속이며, case 13-18은 제동단계를 점차 증가시킨 것이고, case 19-21은 ABS가 작동한 상황이다. 실험과 시뮬레이션 결과에서 모든 case에 걸쳐 임계속도 차이는 최대 4km/h로 비교적 잘 일치함을 볼 수 있다. Fig. 4는 실차 테스트와 시뮬레이션에서 추정하는 임계속도와 실제 차량 속도와의 %오차를 보여주고 있다. 또한, 실차 테스트와 시뮬레이션 결과는 모두 요마크에 관한 기존 실험 결과들과 동일한 특성을 보이고 있다. 즉, 제동단계가 증가할수록 임계속도식은 실제속도를 과대 추정하며 그리고 ABS시스템

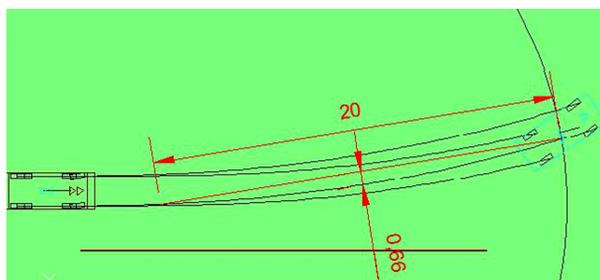
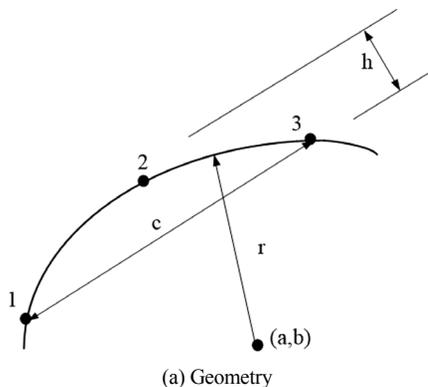


Fig. 2 Geometry and measurement of yaw mark

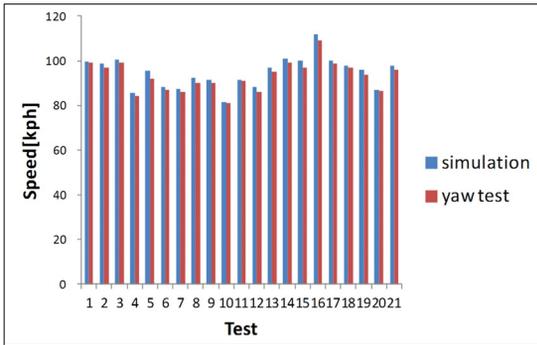


Fig. 3 Yaw simulation and test results: critical speed

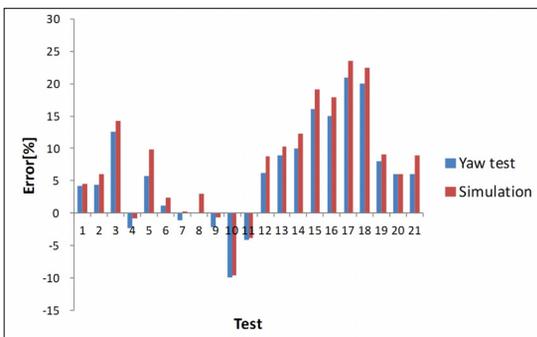


Fig. 4 Yaw simulation and test results: critical speed % error

을 작동시킬 경우에는 작동시키지 않는 경우보다 파소 추정(실제속도의 보다 정확한 추정)함을 볼 수 있다.

### 3. 제동과 임계속도계산

본 연구에서는 제동에 따른 임계속도 추정의 불확실성을 살펴보기 위해 제동단계를 감속속도 0g, 0.15g, 0.36g, 0.5g로 변화를 주면서 시뮬레이션을 수행하였다. 차량의 선회시 초기속도는 80 ~ 100km/h 범위 내에서 5km/h 간격으로 각각 변화시켰으며, 노면 마찰계수는 0.8, 도로 구배는 0 그리고 선회시 핸들 조작시간을 0.03초로 설정하였다. 차량은 축거 2.7m, 전후 윤거 1.47/1.46m, 앞축에서 무게중심까지 길이 1.35m인 소나타 차량으로 하였다.

Table 1은 시뮬레이션 결과를 정리한 것인데, 선회시 여러 제동 상황에서 차량의 실제속도와 임계속도식에 의한 계산속도 그리고 %오차를 각각 보여주고 있다. Fig. 5에는 이러한 제동 상황에서 비제동시의 요마크와 비교하고 있는데, 제동단계가 증가할수록 요마크의 초기 곡률반경이 대체로 증가하면

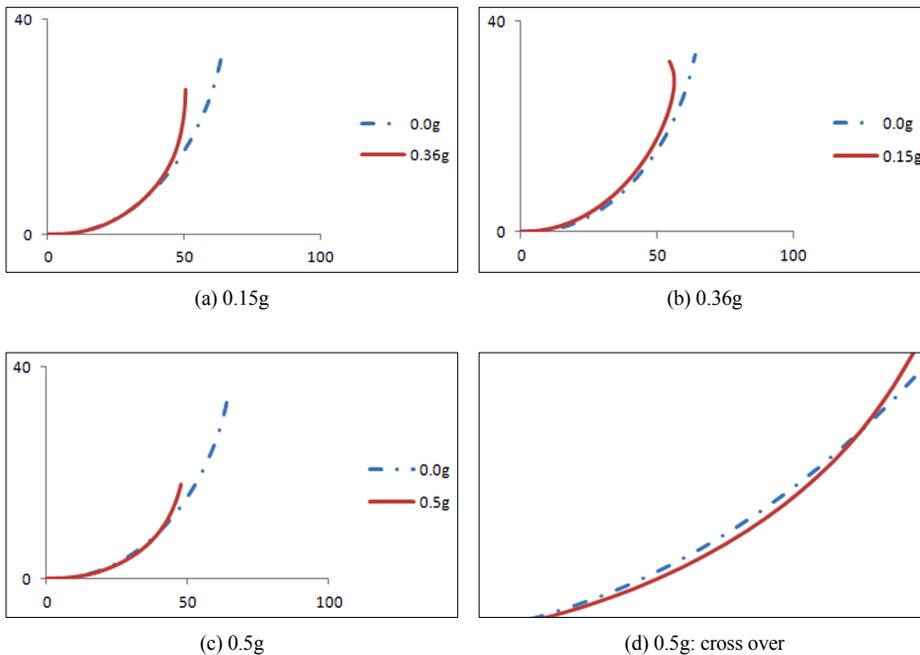


Fig. 5 Yaw mark trajectories for various brake levels

Table 1 Simulation results for braking

initial speed[kph]	Brake	C[m]	H[m]	R(m)	CSF[kph]	V[kph]	error[%]
80	0.0g	18	0.73	55.8	75.4	79.4	-5.1
	0.15g	18	0.77	53.0	73.4	77.5	-5.2
	0.36g	18	0.71	57.4	76.4	75.5	1.2
	0.5g	18	0.59	68.9	83.7	76.1	10.1
	0.5g&ABS	18	0.48	84.6	92.8	79.5	6.0
	0.5g!	25	1.45	55.9	75.4	76.1	-0.8
85	0.0g	18	0.62	65.6	81.7	84.5	-3.3
	0.15g	18	0.66	61.7	79.2	82.7	-4.2
	0.36g	18	0.55	73.9	86.7	80.8	7.4
	0.5g	18	0.5	81.3	90.9	81.1	12.1
	0.5g&ABS	18	0.49	82.9	91.8	84.6	8.0
	0.5g!	30	1.770	64.0	80.7	81.1	-0.5
90	0.0g	18	0.51	79.7	90.0	89.5	0.5
	0.15g	18	0.53	76.7	88.3	87.8	0.6
	0.36g	18	0.51	79.7	90.0	86.0	4.7
	0.5g	18	0.41	99.0	100.3	86.3	16.3
	0.5g&ABS	18	0.46	88.3	94.8	89.4	6.0
	0.5g!	36	2.200	72.9	86.1	86.3	-0.2
95	0.0g	18	0.5	81.3	90.9	94.6	-3.9
	0.15g	18	0.51	79.7	90.0	92.9	-3.1
	0.36g	18	0.44	92.3	96.9	91.4	6.0
	0.5g	18	0.36	112.7	107.1	91.9	16.5
	0.5g&ABS	18	0.4	101.5	101.6	94.6	7.0
	0.5g!	42	2.700	81.5	91.0	91.9	-0.9
100	0.0g	18	0.39	104.0	102.9	99.6	3.3
	0.15g	18	0.46	88.3	94.8	98.0	-3.3
	0.36g	18	0.34	119.3	110.2	96.4	14.3
	0.5g	18	0.27	150.1	123.6	97.1	27.2
	0.5g&ABS	18	0.38	106.8	104.2	99.6	7.0
	0.5g!	48.9	3.34	91.1	96.2	97.1	-0.9

서, Fig. 5(c)의 0.5g 제동에 이르게 되면 비제동보다 오히려 초기 곡률반경이 더 크게 됨을 볼 수 있다. Fig. 5(d)는 5(c)에서 제동(0.5g)과 비제동(0g) 상황에서의 이동궤적(요마크)이 교차(crossover)하는 부분을 확대한 그림이다. 선회 거동의 초기에는, 급제동하는 차량의 요마크 곡률 반경은 제동하지 않는 차량의 요마크 곡률반경보다 일시적으로 증가하게 된다. 이는 타이어에 작용하는 종방향 힘(제동력)의 큰 폭의 순간적인 증가로 인해 타이어 횡방향 힘(코너링력)이 감소하기 때문이다. 그러나, 선회 운동하는 차량을 제동하게 되면 속도가 감소하게 되며, 식 (1a)에서 보는 것처럼 도로구배가 0일 때 횡 가속도 ( $a_y = v^2/r$ )는 일정하게 유지되므로 결국 곡률반경은 이내 감소하여야 한다. 따라서, 급제동과 비제동 두 상황에서의 선회 궤적은 서로 교차하게 됨을 알 수 있다.

요마크 개시점으로부터 교차점 이전 구간의 곡률

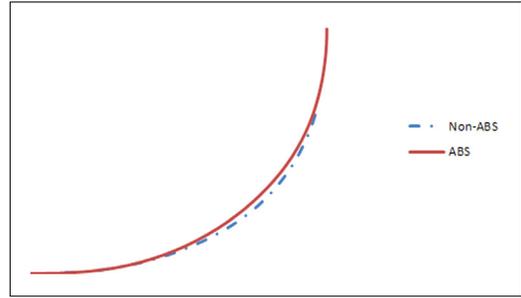


Fig. 6 Yaw mark trajectory for ABS

반경을 측정하면 과도한 제동으로 인한 과장된 길이가 되므로 임계속도식은 차량 속도를 과대 추정하게 한다. 반면 교차점 이후까지의 긴 구간을 측정하게 되면 임계속도식은 속도를 과소 추정한다. 따라서, 임계속도식은 요마크 개시점으로부터 교차점까지 구간을 측정할 때, 차량 속도를 비교적 정확히 추정(Table 1: brake 0.5g!)하게 된다. 그리고 차량의 초기 선회속도가 높을수록 교차점까지의 구간 길이가 길어지므로, 요마크 현의 길이를 가능한 길게 하여 측정하는 것이 바람직할 것이다.

ABS 작동 여부에 따른 요마크 특성을 알아보기 위해 제동단계 0.5g에서 ABS 차량의 요마크 생성 시뮬레이션을 수행하였다. Fig. 6은 ABS 차량과 비ABS 차량의 이동궤적을 나타낸다. 이 때, ABS 차량이 더 작은 곡률 반경으로 선회함을 알 수 있다. 그러므로 임계속도식은 ABS 차량에 대해서는 비ABS 차량보다는 상대적으로 작은 속도로 추정하게 되며 결국은 더 정확한 추정을 가능하게 한다. 즉, 선회 중 제동하는 차량의 요마크 측정을 통한 임계속도 추정이 ABS 차량에서는 더욱 유효하다고 할 수 있다. 또한, Table 1에서 보는 것처럼 비ABS 차량과는 달리 ABS 차량에서 초기속도는 임계속도식 추정 오차에 영향을 끼치지 않는다.

식 (2)로 표현되는 임계속도식은 차량의 크기나 형상 등을 무시하는 질점으로 고려하므로, 차량의 크기로 인한 임계속도 추정의 불확실성을 살펴보았다. 소형 차량으로는 윤거 1.41m, 축거 2.3m, 중량 800kg인 기아 프라이드, 중형 차량으로 윤거 1.54m, 축거 2.62m, 중량 1400kg인 현대 소나타를 그리고 대형 차량으로는 윤거 1.64m, 축거 2.68m, 중량 2700kg인 트럭으로 하여 모두 15차례의 시뮬레이션

Table 2 Simulation results for vehicle size

vehicle	c[m]	h[m]	R(m)	CSF[km/h]	V[km/h]	fractional error[%]	resultant friction
pride	18	0.43	94.40	97.99	89.54	1.09	10.40
	18	0.56	72.60	85.93	89.48	0.96	10.64
	18	0.47	86.41	93.75	89.43	1.05	10.30
	18	0.55	73.91	86.70	89.54	0.97	10.46
	18	0.53	76.68	88.31	89.54	0.99	10.08
sonata	18	0.56	72.60	85.93	89.51	0.96	10.64
	18	0.52	78.14	89.15	89.35	1.00	10.50
	18	0.58	70.12	84.45	89.12	0.95	10.93
	18	0.56	72.60	85.93	89.51	0.96	10.64
	18	0.53	76.68	88.31	89.51	0.99	10.08
truck	18	0.51	79.67	90.02	89.39	1.01	10.10
	18	0.57	71.34	85.18	89.37	0.95	10.80
	18	0.51	79.67	90.02	89.42	1.01	10.10
	18	0.54	75.27	87.50	89.39	0.98	10.24
	18	0.56	72.60	85.93	89.51	0.96	10.64

을 수행하여 그 결과를 Table 2에 요약하였다. 임계 속도식에 의한 추정속도의 오차는 차량 사이즈에 따른 차이를 보여주지 않고 있음을 확인할 수 있다. 따라서, 요마크 측정을 통한 차량의 선회 속도 추정에 있어 차량의 사이즈에 따른 별도의 고려는 불필요하다고 할 수 있다.

#### 4. 속도추정 불확실성 해석

임계속도식의 계산 결과가 가지는 불확실성은 식에 포함된 각종 계수들의 불확실성의 함수이다. 임계속도식은 마찰계수와 도로구배, 그리고 곡률반경(현과 중앙중거)과 같은 계수들을 포함하고 있으며, 이들은 노면상에서 직접 측정해야 하는 값들로 필연적으로 오차가 있다. 우선, 임계속도식에 의한 속도 추정의 불확실성을 정량화하기 위해 포함된 계수들의 민감도(sensitivity)를 분석한다.

식 (3)에서처럼 요마크의 곡률반경은 대개 현과 중앙중거 길이로부터 계산하므로 곡률반경의 불확실성은 식 (4)와 (5)로 나타난다.

$$\delta r = \frac{\partial r}{\partial c} \Big|_{C,H} \delta c + \frac{\partial r}{\partial h} \Big|_{C,H} \delta h \quad (4)$$

$$\text{where } \frac{\partial r}{\partial c} = \frac{c}{4h}, \quad \frac{\partial r}{\partial h} = \frac{1}{2} - \frac{c^2}{8h^2} \quad (5)$$

그리고, 임계속도식에 포함되는 각 계수들에 대한 속도의 민감도는 식 (2)와 (5)로부터 식 (6)과 같

이 구할 수 있다.

$$\frac{\partial v}{\partial c} = \frac{vc}{8rh} \quad (6a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial h} = \frac{v}{4r} \left(1 - \frac{c^2}{4h^2}\right) \quad (6b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial f} = \frac{gr}{2v(1-2fe)} \quad (6c)$$

$$\frac{\partial v}{\partial e} = \frac{v(1-fe)}{2(f+e)(1-2fe)} \quad (6d)$$

따라서, 임계속도식으로 계산되는 차량 속도가지는 일반불확실성(general uncertainty)  $\delta v_g$ 은 식 (7)로 나타낸다.

$$\delta v_g = \frac{\partial v}{\partial c} \delta c + \frac{\partial v}{\partial h} \delta h + \frac{\partial v}{\partial f} \delta f + \frac{\partial v}{\partial e} \delta e \quad (7a)$$

where  $h = H, c = C, f = F, e = E$

$$\delta v_g = \frac{V}{4R} \left(1 - \frac{C^2}{4H^2}\right) \delta h + \frac{VC}{8RH} \delta c + \frac{V(1-FE)}{2(F+E)(1-2FE)} (\delta f + \delta e) \quad (7b)$$

한편, 사실적인 추정으로서 더 널리 사용되는 제곱평균 불확실성(mean square uncertainty)은 식 (8)로 나타난다.

$$\delta v_m = \sqrt{\left(\frac{\partial v}{\partial c}\right)^2 \delta c^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial h}\right)^2 \delta h^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial f}\right)^2 \delta f^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial e}\right)^2 \delta e^2} \quad (8a)$$

where  $h = H, c = C, f = F, e = E$

$$\delta v_m = \frac{V}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{4R} \left(1 - \frac{C^2}{4H^2}\right)\right)^2 \delta h^2 + \frac{C^2}{16R^2 H^2} \delta c^2 + \left[\frac{1-FE}{(F+E)(1-2FE)}\right]^2 (\delta f^2 + \delta e^2)} \quad (8b)$$

#### 4.1 제동단계와 임계속도 불확실성

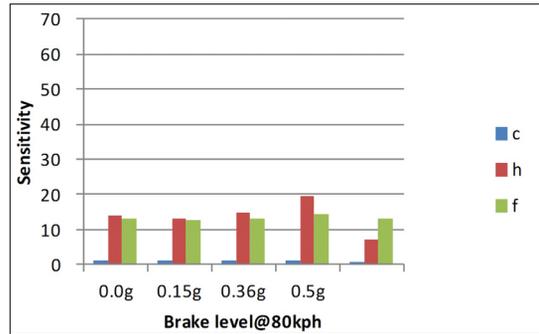
시뮬레이션을 통하여 구현한 요마크를 측정하는 경우에는, 노면 마찰계수는 지정하는 값이고 또한 캐드 프로그램에서 길이의 정밀한 측정이 가능하므로 측정 오차가 거의 없다. 따라서, 교통사고에서 임계속도식을 통한 속도 추정의 불확실성을 분석하기 위하여 노면상의 요마크를 반복 측정하여 불확실성

Table 3 Sensitivity and uncertainty for brake levels

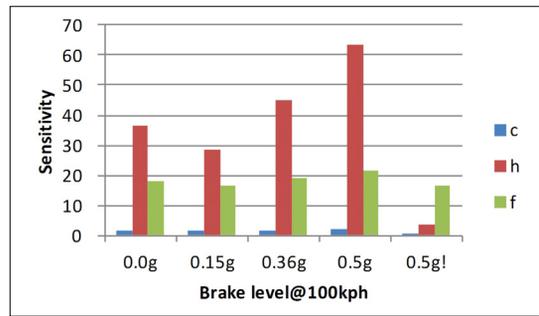
V[kph]	Brake	H[m]	R(m)	CSF[kph]	V[kph]	sensitivity			uncertainty[kph]
						c	h	f	general/mean sq
80	0.0g	0.7	55.8	75.4	79.44	1.2	14.2	13.1	6.39/4.87
	0.15g	0.8	53.0	73.4	77.47	1.1	13.1	12.7	6.22/4.75
	0.36g	0.7	57.4	76.4	75.54	1.2	14.8	13.3	6.48/4.94
	0.5g	0.6	68.9	83.7	76.05	1.3	19.5	14.5	7.11/5.42
	0.5g!	1.5	55.9	75.4	76.05	0.8	7.0	13.1	6.38/4.87
85	0.0g	0.6	65.6	81.7	84.53	1.3	18.1	14.2	6.93/5.28
	0.15g	0.7	61.7	79.2	82.67	1.2	16.5	13.8	6.72/5.12
	0.36g	0.6	73.9	86.7	80.76	1.3	21.7	15.1	7.36/5.61
	0.5g	0.5	81.3	90.9	81.07	1.4	25.1	15.8	7.72/5.88
	0.5g!	1.7	64.0	80.7	81.07	0.7	6.2	14.0	5.93/5.10
90	0.0g	0.5	79.7	90.0	89.54	1.4	24.4	15.6	7.63/5.82
	0.15g	0.5	76.7	88.3	87.77	1.4	23.0	15.3	7.46/5.71
	0.36g	0.5	79.7	90.0	85.98	1.4	24.4	15.6	7.63/5.82
	0.5g	0.4	99.0	100.3	86.3	1.6	33.9	17.4	8.69/6.51
	0.5g!	2.2	72.9	86.1	86.3	0.7	5.3	15.0	6.17/5.42
95	0.0g	0.5	81.3	90.9	94.56	1.4	25.1	15.8	7.72/5.88
	0.15g	0.5	79.7	90.0	92.88	1.4	24.4	15.6	7.63/5.82
	0.36g	0.4	92.3	96.9	91.41	1.5	30.4	16.8	8.33/6.28
	0.5g	0.4	112.7	107.1	91.87	1.7	41.2	18.6	9.41/6.97
	0.5g!	2.7	81.5	91.0	91.87	0.6	4.5	15.8	6.39/5.72
100	0.0g	0.4	104.0	102.9	99.57	1.6	36.5	17.9	8.95/6.68
	0.15g	0.5	88.3	94.8	97.96	1.5	28.5	16.5	8.11/6.14
	0.36g	0.3	119.3	110.2	96.38	1.7	44.9	19.1	9.75/7.18
	0.5g	0.3	150.1	123.6	97.13	1.9	63.5	21.5	11.29/8.12
	0.5g!	3.3	91.1	96.2	97.13	0.5	3.9	16.7	6.64/6.04

을 조사한 자료<sup>16,17,19)</sup>를 통해 오차 범위를 적절하게 가정하였다. 현과 중앙중거 길이의 경우에는 오차 범위를 통상 측정값의  $\pm 1.5\%$  그리고, 타이어와 노면 마찰계수는  $0.8 \pm 0.1$ 로 하였다. 초기 속도를 바꿔가며 여러 제동단계에서 시뮬레이션을 수행하여, 각 계수들의 민감도와 불확실성들을 구하여 Table 3에 요약하였다.

Table 3과 Fig. 7에서 보는 것처럼, 임계속도식은 중앙중거와 마찰계수의 민감도가 상대적으로 크며 특히, 차량의 초기 속도와 제동단계가 증가할수록 중앙중거의 민감도가 현저하게 증가한다. 또한, 현의 길이와 마찰계수의 경우, 초기 선회속도와 제동단계의 변화는 민감도에 거의 영향을 주지 않지만 중앙중거의 길이는 일부구간을 제외하고는 초기 속도 혹은 제동단계가 증가할수록 민감도가 대개 증가함을 볼 수 있다. 그런데 3장에서 서술한 것처럼, 요마크 개시점으로부터 제동(0.5g)과 비제동(0.0g)의 교차점(crossover)까지의 구간을 측정(0.5g!)하는 경우에는 다른 양상을 보인다. 전반적으로 계수들의 민감도가 감소하지만, 특히 중앙중거 길이의 민

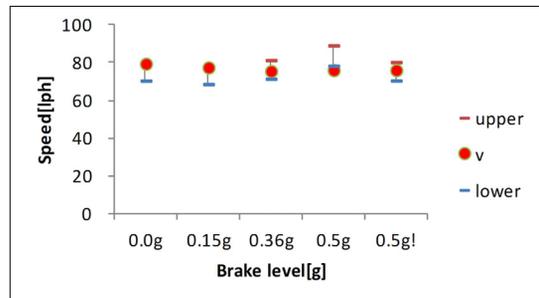


(a) 80 kph

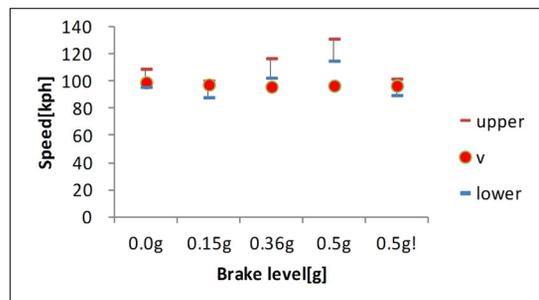


(b) 100 kph

Fig. 7 Parameter sensitivity of critical speed for braking



(a) 80 kph



(b) 100 kph

Fig. 8 Mean square uncertainty for critical speed

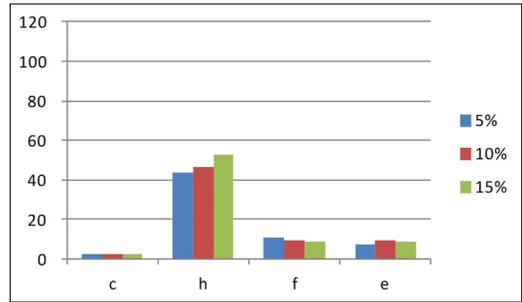
감도는 현저히 감소함을 볼 수 있다. 따라서, 임계속도식은 중앙종거 길이에 대한 민감도가 상대적으로 크므로 측정에 특히 주의를 필요로 하나, 요마크 개시점으로부터 교차점까지의 구간으로 측정할 때는 모든 계수들의 민감도가 현저히 감소하므로 요마크 측정이 용이할 수 있다.

한편, Table 3에 임계속도식으로 추정되는 차량 선회속도에 대한 제공평균 불확실성을 그리고 일부에 대한 그래프를 Fig. 8에 나타내었다. 마찰계수, 현과 중앙종거 길이와 같은 계수 불확실성(parametric uncertainty)에 더불어 모델링 불확실성(modeling uncertainty)으로 고려할 수 있는 초기속도 그리고 제동단계의 변화에 따른 추이도 살펴보았다. 초기속도가 높을수록 또 선회중 제동단계가 클수록 임계속도 추정값의 불확실성이 증가할 뿐만 아니라 부정확해지는 경향을 볼 수 있다. 요마크 개시점으로부터 제동(0.5g)과 비제동(0.0g)의 교차점까지의 구간을 측정(0.5g!)하는 경우에는 모든 초기속도에서 불확실성도 감소할 뿐만 아니라 정확도가 변함없이 높다. Table 3에 서처럼, 일반 불확실성도 동일한 경향을 보인다.

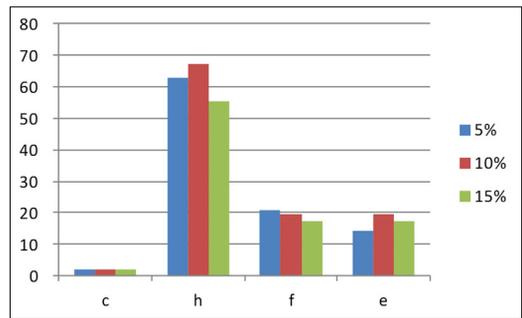
#### 4.2 도로 횡구배와 차량크기

5 ~ 15%의 도로구배 변화에 따른 임계속도식의 계수 민감도와 불확실성을 분석하였다. 노면 구배 오차 범위는 측정값의  $\pm 10\%$ 로 하였다. 차량 초기속도는 60 ~ 120km/h 범위 내에서 20km/h 간격으로 각각 변화시켜 시뮬레이션을 수행하였다.

시뮬레이션 결과의 일부를 Fig. 9의 그래프로 나타내었는데, 도로구배 변화는 계수 민감도에 영향을 거의 주지 못하였다. 차량의 속도가 높아지게 되면 현의 길이를 제외한 모든 계수들(중앙종거 길이, 도로구배, 마찰계수)의 민감도가 증가하는 것을 볼 수 있다. 그런데, 평지에서와는 달리 차량 속도의 증가에 따라서 구배 민감도와 더불어 마찰계수의 민감도도 증가하였다. 그리고, 차량 선회속도에 대한 제공평균 불확실성 일부에 대한 그래프를 Fig. 10에 나타내었다. 도로 구배/차량 속도의 변화나 구배 불확실성이 임계속도식의 계산의 불확실성이나 정확도에 거의 영향을 끼치지 않는 것으로 확인하였다.

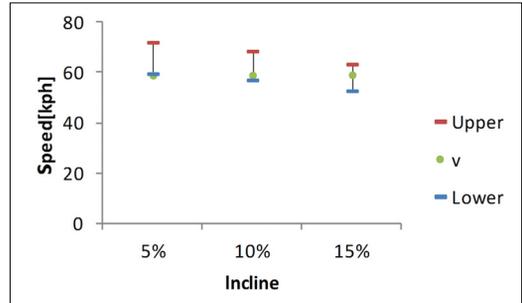


(a) 60 kph

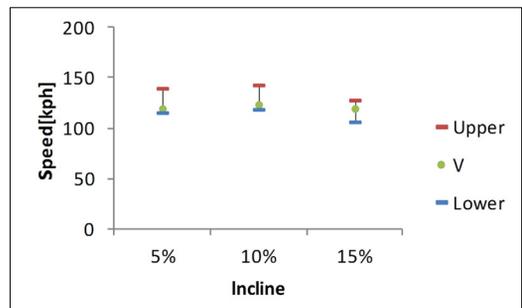


(b) 120 kph

Fig. 9 Parameter sensitivity of critical speed for road grade



(a) 60 kph



(b) 120 kph

Fig. 10 Mean square uncertainty of critical speed for road grade

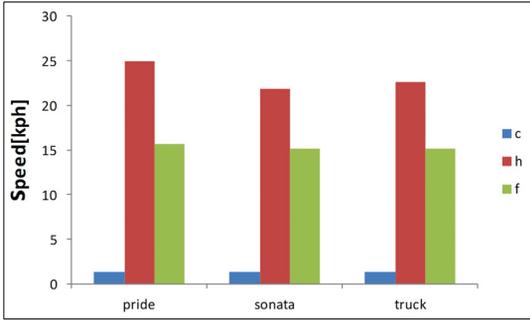


Fig. 11 Parameter sensitivity for vehicle size

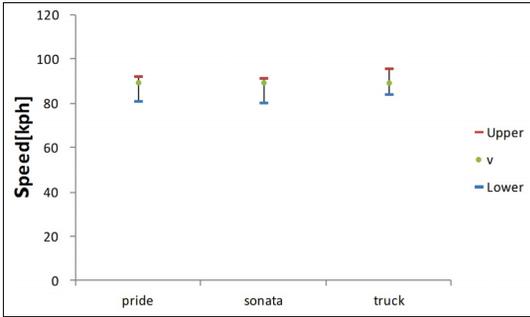


Fig. 12 Mean square uncertainty for vehicle size

시뮬레이션 결과에 따르면, 일반 불확실성도 동일한 경향을 보였다. 그러나, 횡구배를 고려하지 않은 임계속도식을 사용하는 경우에는 구배가 증가할수록 차량 속도를 과소 추정하게 되므로 주의하여야 한다.

본 연구에서는 제동단계와 더불어 또 하나의 모델링 불확실성으로 고려할 수 있는 차량의 크기에 따른 계수 민감도와 불확실성도 분석하였다. Fig. 11은 3종류의 차량 크기에 따른 각 계수의 민감도를 보여주고 있는데, 차량별로 모든 계수들의 민감도 차이가 미미하게 나타난다. 또한, 임계속도식에 대한 제공평균 불확실성(Fig. 12)을 보면, 차량 크기에 따른 불확실성의 크기나 정확도의 차이 또한 거의 없는 것으로 고려할 수 있다.

### 5. 결론

질점으로 고려하는 차량에 작용하는 마찰력과 원심력의 관계로부터 단순하게 구성된 임계속도식의 계수 민감도와 선회중 제동단계와 차량 크기에 따른 계수 민감도와 불확실성을 분석하였다. 우선, 실

차 시험에서는 수행하기 불가능한, 여러 계수들의 다양한 변화에 따른 요마크 변화와 임계속도계산의 불확실성 등의 분석을 위하여 상용프로그램으로 시뮬레이션을 수행하여 요마크를 구현하였으며, 캐드 프로그램을 활용하여 길이를 자동으로 측정하였다. 그리고 시뮬레이션 분석은 기존 실차 요마크 시험 결과와 비교하여 신뢰도를 검증하였다.

선회중 제동단계를 변화시켜가며 분석하여, 임계속도식이 차량 속도를 비교적 정확히 추정하는 구간(요마크 개시점으로부터 비제동 궤적과의 교차점까지)을 특정하였다. 선회 중 제동하는 차량의 요마크 측정을 통한 임계속도 추정이 ABS 차량에서는 비ABS 차량보다 더욱 정확하였으며, 비ABS 차량과는 달리 ABS 차량에서 초기속도는 임계속도식 추정 오차에 영향을 끼치지 않음을 확인하였다. 또한, 요마크 측정을 통한 차량의 선회 속도 추정에 있어 차량의 사이즈에 따른 별도의 고려는 불필요하였다.

제동단계와 관련한 임계속도식의 계수 민감도 분석 결과에서, 중앙중거 길이에 대한 민감도가 상대적으로 크므로 측정에 특히 주의를 필요로 하나, 요마크 개시점으로부터 교차점까지의 최적 구간으로 측정할 때는 모든 계수들의 민감도가 현저히 감소하므로 다소 용이한 요마크 측정이 가능할 수 있다. 본 연구에서는 마찰계수, 현과 중앙중거 길이와 같은 계수 불확실성에 더불어 모델링 불확실성으로 고려할 수 있는 초기속도 그리고 제동단계의 변화에 따른 추이도 살펴보았다.

한편, 도로구배 변화는 계수 민감도에 영향을 거의 주지 못하였다. 도로 구배/차량 속도의 변화나 구배 불확실성이 임계속도식의 계산의 불확실성이나 정확도에는 거의 영향을 끼치지 않는 것으로 확인하였다. 또한, 경사길에서 차량 크기별로 모든 계수들의 민감도 차이가 미미하게 나타난다. 또한, 임계속도식에 대한 제공평균 불확실성을 보면, 차량 크기에 따른 불확실성의 크기나 정확도의 차이 또한 거의 없는 것으로 고려할 수 있다.

### 후 기

이 논문은 2013년도 정부(교육부)의 재원으로 한

국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(NRF-2013R1A1A4A01007748).

### References

- 1) R. M. Brach, "An Analytical Assessment of the Critical Speed Formula," SAE 970957, 1997.
- 2) C. Dickerson, M. S. Arndt and G. Mowry, "Evaluation of Vehicle Velocity Predictions Using the Critical Speed Formula," SAE 950137, 1995.
- 3) W. C. Fischer, "Challenging the Critical Speed Formula in Light of the Daubert Decision," SAE 2005-01-3141, 2005.
- 4) S. Richardson, T. Orton, N. Josevski, W. P. Pok, A. Sandvik and C. Jones, "A Critique of Critical Speed Yaw Mark Research," SAE 2012-01-0600, 2012.
- 5) N. Sledge and K. Marshek, "Formulas for Estimating Vehicle Critical Speed from Yaw Marks - A Review," SAE 971147, 1997.
- 6) J. Daily, "Analysis of Critical Speed Yaw Scuffs Using Spiral Curves," SAE 2012-01-0606, 2012.
- 7) O. Masory, S. Delmas, B. Wright and W. Bartlett, "Validation of the Circular Trajectory Assumption in Critical Speed," SAE 2005-01-1189, 2005.
- 8) G. A. Davis, "Sample-based Estimation of Vehicle Speeds from Yaw Marks: Bayesian Implementation Using Markov Chain Monte Carlo Simulation," SAE 2014-01-0467, 2014.
- 9) R. M. Brach and R. M. Brach, "Tire Models for Vehicle Dynamic Simulation and Accident Reconstruction," SAE 2009-01-0102, 2009.
- 10) R. Brach and M. Brach, "The Tire-force Ellipse (Friction Ellipse) and Tire Characteristics," SAE 2011-01-0094, 2011.
- 11) J. W. Cannon, "A Study of Errors in Yaw-based Speed Estimates due to Effective Braking," SAE 2003-01-0888, 2003.
- 12) G. Beauchamp, D. Hessel, N. A. Rose and S. J. Fen, "Determining Vehicle Steering and Braking from Yaw Mark Striations," SAE Int. J. Passeng. Cars - Mech. Syst., Vol.2, No.1, pp.291-307, 2009.
- 13) N. Carter, G. Beauchamp and N. A. Rose, "Comparison of Calculated Speeds for a Yawing and Braking Vehicle to Full-scale Vehicle Tests," SAE 2012-01-0620, 2012.
- 14) W. E. Cliff, J. M. Lawrence, B. E. Heinrichs and T. R. Fricker, "Yaw Testing of an Instrumented Vehicle with and without Braking," SAE 2004-01-1187, 2004.
- 15) R. F. Lambourn, "Braking and Cornering Effects with and without Anti-lock Brakes," SAE 940723, 1994.
- 16) W. Bartlett, W. Wright, O. Masory, R. Brach, A. Baxter, B. Schmidt, F. Navin and T. Stanard, "Evaluating the Uncertainty in Various Measurement Tasks Common to Accident Reconstruction," SAE 2002-01-0546, 2002.
- 17) I. Han and S. Park, "Uncertainty of Measurements in the Analysis of Vehicle Accidents," Journal of Korea Society of Transportation, Vol.28, No.3, pp.119-130, 2010.
- 18) W. Wach, "Uncertainty in Calculations Using Lambourn's Critical Speed Procedure," SAE 2013-01-0779, 2013.
- 19) G. Amirault and S. MacInnis, "Variability of Yaw Calculations from Field Testing," SAE 2009-01-0103, 2009.