

불완전 비용 리스트를 가진 대규모 수송문제의 배정-교환 알고리즘

이 상 운*

The Assignment-Swap Algorithm for Large-scale Transportation Problem with Incomplete Cost Lists

Sang-Un Lee *

요 약

본 논문은 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 운송 문제의 최적 해를 $O(mn)$ 수행 복잡도로 구하는 배정-교환 알고리즘을 제안한다. 완전 비용 리스트를 가진 운송 문제의 해는 일반적으로 TSM을 적용한다. 그러나 대규모 운송 문제에 대해 TSM을 적용하는데 문제가 있으며, 특히 불완전 비용 리스트를 가진 경우에는 TSM으로 풀기에는 더욱 더 어려움이 가중된다. 따라서, 실무분야 전문가들은 상용화된 선형계획법 패키지를 단순히 활용한다. 제안된 알고리즘은 첫 번째로, 운송비용 오름차순으로 운송량을 배정하는 전략을 수행하였다. 이 결과 공급 여유량을 가진 지역으로 부터 요구량을 충족시키지 못하는 지역에 배정량을 조정하였다. 두 번째로, 2-opt와 1-opt의 교환 최적화 전략을 수행하여 최적 해를 구하였다. 제안된 방법을 31×15 불완전 비용 행렬 문제에 적용한 결과, 배정-교환 방법이 상용 선형계획법 패키지인 LINGO의 해를 보다 개선하는 효과를 보였다.

▶ Keywords : 수송문제, TSM, 선형계획법, 배정, 교환

Abstract

This paper suggests assignment-swap algorithm with time complexity $O(mn)$ to obtain the optimal solution for large-scale of transportation problem (TP) with incomplete cost lists. Generally, the TP with complete cost lists can be solved with TSM (Transportation Simplex Method). But, we can't be solved for large-scale of TP with TSM. Especially, It is hard to solve for large-scale TP with incomplete cost lists using TSM. Therefore, experts simply using commercial linear programming package. Firstly, the proposed algorithm applies assignment strategy of transportation quantity to ascending order of transportation cost. Then, we reassign from surplus of supply to shortage of demand. Secondly, we perform the 2-opt and 1-opt swap optimization to obtain the optimal solution. Upon application to 31×15 incomplete cost matrix problem, the proposed

• 제1저자 : 이상운

• 투고일 : 2015. 04. 18. 심사일 : 2015. 05. 01. 게재확정일 : 2015. 05. 15.

* 강릉원주대학교 멀티미디어공학과 (Dept. of Multimedia Eng., Gangneung-Wonju National University)

assignment-swap algorithm more improves the solution than LINGO of commercial linear programming.

- ▶ Keywords : Transportation problem, Transportation simplex method, Linear programming, Assignment, Swap optimization

I. 서 론

운송 문제는 다수의 공급지 ($S_i, i=1,2,\dots,m$)와 수요지 ($D_j, j=1,2,\dots,n$)가 존재하며, 공급량 s_i 와 요구량 d_j , 공급지에서 수요지로의 운송 단위당 소요 비용 c_{ij} 이 다른 경우, 공급량과 요구량을 모두 만족하도록 운송량 x_{ij} 를 할당하였을 때 최소의 운송비용 합 $z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$ 를 구한다[1-3].

운송 문제는 $\sum s_i = \sum d_i$ 인 경우 균형 (balanced) 운송 문제, $\sum s_i \neq \sum d_i$ 이면 불균형 (unbalanced) 운송 문제라 한다[3].

운송 문제는 일반적으로 한 공급지에서 모든 수요지로 도달 가능한 경로를 가진 완전 비용 리스트 (complete cost list)인 경우를 취급한다. 그러나 철도나 송수관 운송의 경우 특정 지역에만 도달할 수 있는 불완전 비용 리스트 (incomplete cost list)를 가지는 경우가 대부분이다. 본 논문에서는 불완전 비용 리스트를 가진 운송 문제의 해를 구하는데 초점을 맞춘다.

완전 비용 리스트를 가진 운송 문제를 해결하는 가장 일반적인 방법으로 TSM (transportation simplex method)을 적용한다. TSM은 3단계를 수행한다[4,5]. 1단계에는 불균형 운송 문제인 경우 운송비용이 0인 가상의 행이나 열을 추가하여 균형 운송 문제로 변환시킨다. 2단계에는 NCM (northwest corner method), LCM (least-cost method)과 VAM (Vogel's approximation method) 등을 이용하여 z 값이 가장 작은 초기 해를 구한다. 3단계에서는 MODI (modified distribution method)나 SSM (stepping-stone method)을 적용하여 최적 해를 얻었는지 검증하고 비용이 감소되도록 운송량을 재조정한다[4,5].

모든 수요지로 도달이 불가능한 경로를 다수 포함하고 있는 대규모의 불완전 비용 리스트를 가진 운송 문제에 대해서는 TSM을 적용하는데 문제가 있어 대부분은 선형계획법을 전산화한 상용 패키지를 단순히 활용한다. 그러나 상용화된 선형계획법 패키지가 최적 해를 얻는지 검증할 방법이 없다.

본 논문은 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 운송 문제의 최적 해를 $O(mn)$ 의 다항시간으로 구하는 배정-교환 알고리즘을 제시하고, 상용 선형계획법 패키지인 LINGO로 얻은 최소 운송비용 합 (z)을 보다 감소시킬 수 있음을 보인다.

2장에서는 일반적인 운송 문제의 최적 해를 찾는 TSM과 상용화된 선형계획법 패키지를 고찰한다. 3장에서는 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 운송문제의 최적 해를 찾는 배정-교환 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 제안된 알고리즘을 실제 데이터에 적용하고 최적 해의 성능을 검증하고자 한다.

II. 관련 연구와 연구 배경

일반적으로, 완전 비용 리스트를 가진 운송 문제는 m 개의 공급지에서 서로 다른 공급량 $s_i, i=1,2,\dots,m$ 를, n 개의 수요지에서 서로 다른 요구량 $d_j, j=1,2,\dots,n$ 를 갖고 있다. 또한, 공급지에서 수요지로 운송에 소요되는 운송비용 단가 c_{ij} 가 존재한다. 이 경우, 주어진 공급량과 요구량에 대해 $\min \{\sum s_i, \sum d_j\}$ 를 만족시키도록 운송에 필요한 최소 비용의 합 z 를 찾는 문제로, 각 공급지에서 수요지로 운송될 양을 x_{ij} 라 하면, 식 (1)의 최적 해를 찾는다. 여기서 한 가지 제약 사항은 모든 x_{ij} 는 양의 정수 값만을 갖아야만 한다[3].

$$z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \quad (1)$$

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i \text{ for } i=1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq d_j \text{ for } j=1,2,\dots,n$$

$$c_{ij} > 0 \text{ for all } i,j$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ for all } i,j$$

완전 리스트를 가진 운송 문제의 최적 해를 찾는 TSM은 그림 1과 같이 3단계 과정을 수행한다[5].

완전 비용 리스트를 가진 운송문제에 적용되는 TSM은 m, n 이 대규모인 경우 적용에 어려움이 있다. 또한, 대규모

운송 문제가 불완전 비용 리스트를 가졌다면 TSM을 적용하는 어려움은 기하급수적으로 증가한다. 이러한 문제점을 해결하고자, 실무분야에서는 단순히 상용화된 선형계획법 패키지 (linear programming package)를 단순히 적용하는 전략을 택하고 있는 실정이다.

- 1단계 :** 균형운송문제인지 확인하고 운송표를 만든다. 불균형운송문제이면 가공급지나 가수요지를 도입하여 균형운송문제로 만든다.
- 2단계 :** 초기 해를 구한다. 초기 해를 구하는 기본적인 방법으로 NCM, 발견적 기법으로 LCM과 VAM이 있다.
- 3단계 :** 최적 해인지 검토하여 아니면 해를 개선한다. 해의 검토와 개선 방법은 디딤돌법 (SSM) 또는 수정배분법 (MODI)이 있다.

그림 1. TSM
Fig. 1. Transportation Simplex Method

표 1은 대한민국의 2030년 이후 수소 운송용 파이프라인 설치계획이다. 여기서 비용 c_{ij} 는 파이프라인의 길이 (Km)로 표현되었다. 수소 운송 시스템은 공급지가 31개, 수요지가 15개이며, 제주도를 제외한 총 공급량은 2,450.00, 수요량은 2,371.46이며, 단위는 1,000톤이다.

그림 2는 표 1에 대해 상용화된 선형계획법 패키지인 LINGO를 적용해 운송량을 배정한 결과이다(6,7). 여기서는 LINGO 프로그램 처리 용량 제약으로 인해, 전체 데이터를

북부와 남부권역으로 분할하여 해를 구하였다.

표 1의 불완전 비용 리스트를 가진 운송문제는 모든 d_j 를 만족하도록 s_i 를 배정하지 못하는 문제점으로 인해, 식 (1) 대신 식 (2)를 만족하는 z 를 찾는다.

$$z = \min \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \tag{2}$$

s. t.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq s_i \text{ for } i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq d_j \text{ for } j = 1, 2, \dots, n$$

$$\exists, c_{ij} = 0 | c_{ij} > 0 \text{ for all } i, j$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ for all } i, j$$

식 (2)의 조건 $\exists, c_{ij} = 0 | c_{ij} > 0$ 는 공급지 S_i 에서 수요지 D_j 로 도달 가능한 경로가 존재하거나 존재 하지 않을 수도 있음을 의미한다. 만약 경로가 존재하면 운송단위 비용 $c_{ij} > 0$ 이 존재하며, 경로가 존재하지 않으면 운송문제에서는 일반적으로 큰 비용인 "M"으로 표기한다. 그러나 본 논문에서는 편의상 표기하지 않는다.

LINGO를 이용하여 운송량을 구한 그림 2에서, 북부권

표 1. 수소 운송 파이프라인 설치계획
Table 1. The Plan of hydrogen transportation pipeline

c_{ij} / x_{ij}	수요지 (D)															s_i
	서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산	경남	
김포	-	-	17.31	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
인천1	35.18	11.35	33.24	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200
인천2	25.14	20.96	85.20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
시흥1	30.32	-	8.80	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200
시흥2	46.52	-	51.90	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
안산1	40.52	27.80	20.88	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200
안산2	38.35	-	38.21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
평택	-	-	15.30	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
오산	-	-	25.83	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
충천	-	-	-	3.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
홍천	-	-	120.37	33.60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
횡성	-	-	77.21	17.60	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
보령	-	-	-	-	96.12	142.00	42.05	-	-	-	-	-	-	-	-	100
태안	134.70	-	-	-	146.50	-	13.22	-	-	-	-	-	-	-	-	50
서산	-	-	94.83	-	-	146.60	60.43	-	-	-	-	-	-	-	-	50
당진	101.28	-	71.70	-	-	95.53	39.74	-	-	-	-	-	-	-	-	200
충주	-	-	-	-	-	39.81	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50
군산	-	-	-	-	-	-	-	24.22	-	-	-	-	-	-	-	50
부안	-	-	-	-	-	-	-	32.40	58.80	-	-	-	-	-	-	50
여수	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00	-	-	-	-	-	-	50
순천	-	-	-	-	-	-	-	81.57	75.10	28.35	-	-	-	-	62.11	10
목포	-	-	-	-	-	-	-	66.72	27.58	-	-	-	-	-	-	50
구미	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51.77	13.48	-	-	-	-	50
경주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.52	14.24	-	-	-	-	100
울산1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	82.93	57.19	5.52	61.30	-	200
울산2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.15	-	-	-	50
포항1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	84.86	3.79	-	-	-	50
포항2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.42	56.90	-	-	-	50
김해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.90	-	13.47	50
진해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15.23	50
통영	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	46.11	50
d_j	419.33	134.03	576.47	41.71	79.30	85.44	122.04	71.26	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	

		서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	공급용량 (s_i)	실제 공급량
북부권	인천1	35.18/32.38	11.35/112.1	33.24/55.51	-	-	-	-	200	200
	시흥1	30.32/154.13	-	8.80/45.87	-	-	-	-	200	200
	안산1	40.52/97.14	27.80/1.27	20.88/101.59	-	-	-	-	200	200
	평택	-	-	15.30/50	-	-	-	-	50	50
	시흥2	46.52/32.05	-	51.90/17.95	-	-	-	-	50	50
	김포	-	-	17.31/50	-	-	-	-	50	50
	인천2	25.14/25.30	20.96/20.65	85.20/3.96	-	-	-	-	50	50
	안산2	38.35/28.74	-	38.21/21.26	-	-	-	-	50	50
	오산	-	-	25.83/50	-	-	-	-	50	50
	홍천	-	-	120.37/32.13	33.60/17.87	-	-	-	50	50
	횡성	-	-	77.21/41.13	17.60/8.87	-	-	-	50	50
	춘천	-	-	-	3.00/14.97	-	-	-	50	14.97
	당진	101.28/32.21	-	71.70/84.08	-	-	95.53/28.51	39.74/55.2	200	200
	보령	-	-	-	-	96.12/67.43	142.00/3.37	42.05/29.2	100	100
	태안	134.70/17.29	-	-	-	146.50/11.87	-	13.22/14.19	50	43.35
	충주	-	-	-	-	-	39.81/50	-	50	50
서산	-	-	94.83/22.99	-	-	146.60/3.56	60.43/23.45	50	50	
수요량 (d_j)	419.33	134.03	576.47	41.71	79.3	85.44	122.04		1458.32	

		광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산	경남	공급용량 (s_i)	실제 공급량
남부권	순천	81.57/50.92	75.10/2.41	28.35/36.45	-	-	-	-	62.11/10.22	100	100
	목포	66.72/20.34	-	27.58/29.66	-	-	-	-	-	50	50
	군산	-	24.22/50	-	-	-	-	-	-	50	50
	무안	-	32.40/46.61	58.80/5.39	-	-	-	-	-	50	50
	여수	-	-	3.00/15.14	-	-	-	-	-	50	15.14
	경주	-	-	-	73.52/70.24	14.24/29.76	-	-	-	100	100
	포항1	-	-	-	84.86/19.55	3.79/30.45	-	-	-	50	50
	구미	-	-	-	51.77/14.90	13.48/35.1	-	-	-	50	50
	포항2	-	-	-	77.42/32.14	56.90/17.86	-	-	-	50	50
	울산1	-	-	-	-	82.93/8.85	57.19/107.48	5.52/59.45	61.30/24.22	200	200
	김해	-	-	-	-	-	9.90/5.24	-	13.47/44.76	50	50
	진해	-	-	-	-	-	-	-	15.23/50	50	50
	통영	-	-	-	-	-	-	-	46.11/50	50	50
	울산2	-	-	-	-	-	58.15/48	-	-	50	48.00
	수요량 (d_j)	71.36	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	960	913.14

그림 2. LINGO를 적용한 수소 운송 시스템의 해
Fig 2. Solution of hydrogen transportation system with LINGO

$z_1 = 64,699.19$, 남부권 $z_2 = 38,471.52$ 로, $z = z_1 + z_2 = 103,170.70$ Ton/Km 이다.

III. 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 운송문제의 최적 알고리즘

본 장에서는 상용화된 선형계획법 패키지인 LINGO의 해를 개선하기 위하여 주어진 문제를 분할하지 않고, 한 번에 처리하며, 수행 복잡도 $O(mn)$ 을 가진 배정-교환 방법을 제안하고자 한다.

본 장에서 제안하는 방법은 Step 1에서 비용 으뜸차순으로 요구량을 충족시키도록 공급량을 배정한다. 불완전 비용 리스트를 가진 운송 문제의 경우 \forall_j, d_j 를 만족하도록 배정을 하지 못하는 경우가 발생한다. 이를 위해 요구량 미충족 지역이 발생하면 공급 여유량을 가진 지역으로부터 배정량을 조정하는 과정을 수행하는 전략을 적용하였다. Step 2에서는 2-opt의 교환 최적화 전략을 수행하였다. 이 전략은 $c_{11}/x_{11} > 0, c_{22}/x_{22} > 0, \beta = \min\{x_{11}, x_{22}\}$ 와 $c_{12}/x_{12}, c_{21}/x_{21}$ 에 대해 $(c_{11} + c_{22}) > (c_{12} + c_{21})$ 인 경우, $x_{11} = x_{11} - \beta, x_{22} = x_{22} - \beta, x_{12} = x_{12} + \beta, x_{21} = x_{21} + \beta$ 의 2-opt 교환으로 수행된다. Step 2의 마지막에서 만약, s_i 의 공급 여유량 r_i 가

있는 c_{ij} 의 열에서 $c'_{ij}/x'_{ij} > 0, c'_{ij} > c_{ij}$ 가 존재하면 $\gamma = \min\{x'_{ij}, r_i\}$ 에 대해 $x'_{ij} = x'_{ij} - \gamma, x_{ij} = x_{ij} + \gamma$ 로 배정량을 조정하였다.

제안된 방법은 불완전 비용 리스트를 가진 운송 문제의 최적해를 $O(mn)$ 수행 복잡도로 찾을 수 있는 ASA (배정-교환 알고리즘: assignment-swap algorithm)라 하자. ASA는 그림 3과 같다.

```

Step 1. 초기 배정
 $c_{ij}$  으뜸차순 정렬
for  $k = 1$  to  $mn$ 
    if  $\min\{s_i, d_j\} > 0$  then  $\alpha = \min\{s_i, d_j\}$ 
         $x_{ij} \leftarrow \alpha, s_i = s_i - \alpha, d_j = d_j - \alpha$ 
    else skip
    end
     $k = k + 1$ 
end
만약, 요구량 미 충족 지역이 발생하면, 공급 여유량을 가진 지역으로부터 배정량을 조정한다.
Step 2. 배정량 조정 : 2-opt 최적화
 $x_{ij} > 0, \max\{c_{ij} = c_{11}, x_{22} > 0, c_{22}, c_{12}, c_{21}\}, \beta = \min\{x_{11}, x_{22}\}$ 에 대해
if  $(c_{11} + c_{22}) > (c_{12} + c_{21})$  then
     $x_{11} = x_{11} - \beta, x_{12} = x_{12} + \beta, x_{22} = x_{22} - \beta, x_{21} = x_{21} + \beta$ 
end
이 과정은 교환 최적화 대상이 존재하지 않을 때까지 반복 수행한다.
공급 여유량  $r_i$ 를 가진 공급지  $S_i$ 에 대한 수요지  $D_j$ 의  $c_{ij}$ 의 열에서  $c'_{ij} > c_{ij}, \gamma = \min\{x'_{ij}, r_i\}$ 이면,  $x'_{ij} = x'_{ij} - \gamma, x_{ij} = x_{ij} + \gamma$ 의 1-opt 수행으로 배정량을 조정한다.
    
```

그림 3. 배정-교환 알고리즘
Fig. 3. Assignment-swap algorithm

IV. 실험 및 결과 분석

템에 대해 제안된 ASA를 적용한 결과는 그림 4에 제시되어 있다.

표 1의 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 수소 운송 시스템

c_{ij}/x_{ij}	수요지 (D)														s_i	r_i	
	서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산			경남
검표	-	-	17.31/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0
인천1	35.18/39.50	11.35/134.03	33.24/ 26.47	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
인천2	25.14/50.00	20.96/ 0.00	85.20/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
시흥1	30.32/ 0.00	-	8.80/200.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
시흥2	46.52/50.00	-	51.90/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
안산1	40.52/ 0.00	27.80/ 0.00	20.88/200.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
안산2	38.35/50.00	-	38.21/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
평택	-	-	15.30/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
오산	-	-	25.83/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
충천	-	-	-	3.00/41.71	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	8.29
홍천	-	-	120.37/ 0.00	33.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	50.00
횡성	-	-	77.21/ 0.00	17.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	50.00
보령	-	-	-	-	96.12/79.30	142.00/ 0.00	42.05/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	100	20.70
태안	134.70/ 0.00	-	-	-	146.50/ 0.00	-	13.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
서산	-	-	94.83/ 0.00	-	146.60/ 0.00	60.43/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	50.00
당진	101.28/92.52	-	71.70/ 0.00	-	-	95.53/35.44	39.74/72.04	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
증주	-	-	-	-	-	39.81/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
공산	-	-	-	-	-	-	-	24.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
부안	-	-	-	-	-	-	-	32.40/49.02	58.80/ 0.00	-	-	-	-	-	-	50	0.98
여수	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00/50.00	-	-	-	-	-	-	50	0.00
승현	-	-	-	-	-	-	-	81.57/50.63	75.10/ 0.00	28.35/ 0.00	-	-	-	62.11/49.37	100	0.00	
목포	-	-	-	-	-	-	-	66.72/15.36	-	27.58/34.64	-	-	-	-	50	0.00	
구미	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51.77/ 0.00	13.48/50.00	-	-	-	-	50	0.00
경주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.52/77.98	14.24/22.02	-	-	-	-	100	0.00
울산1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	82.93/ 0.00	57.19/110.72	5.52/59.45	61.30/29.83	200	0.00		
울산2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.15/ 0.00	-	-	50	50.00		
포항1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	84.86/ 0.00	3.79/50.00	-	-	50	0.00		
포항2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.42/50.00	56.90/ 0.00	-	-	50	0.00		
김해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.90/ 50.00	-	13.47/ 0.00	50	0.00		
진해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15.23/50.00	50	0.00		
통영	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	46.11/50.00	50	0.00		
d_j	419.33	134.03	576.47	41.71	79.30	85.44	122.04	71.26	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	2371.46/2450.00	
r_j	137.31	0	0	0	0	0	0	5.27	0	0	8.85	0	0	0	0	2371.46/2450.00	

(a) Initial assignment of hydrogen transportation system

c_{ij}/x_{ij}	수요지 (D)														s_i	r_i	
	서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산			경남
검표	-	-	17.31/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
인천1	35.18/ 39.50	11.35/134.03	33.24/ 26.47	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
인천2	25.14/ 50.00	20.96/ 0.00	85.20/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
시흥1	30.32/137.31	-	8.80/ 62.69	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
시흥2	46.52/ 50.00	-	51.90/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
안산1	40.52/ 0.00	27.80/ 0.00	20.88/200.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
안산2	38.35/ 50.00	-	38.21/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
평택	-	-	15.30/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
오산	-	-	25.83/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
충천	-	-	-	3.00/41.71	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	8.29
홍천	-	-	120.37/50.00	33.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
횡성	-	-	77.21/50.00	17.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
보령	-	-	-	-	96.12/79.30	142.00/ 0.00	42.05/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	100	20.70
태안	134.70/ 0.00	-	-	-	146.50/ 0.00	-	13.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
서산	-	-	94.83/37.31	-	146.60/ 0.00	60.43/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	12.89
당진	101.28/ 92.52	-	71.70/ 0.00	-	-	95.53/35.44	39.74/72.04	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00
증주	-	-	-	-	-	39.81/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
공산	-	-	-	-	-	-	-	24.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00
부안	-	-	-	-	-	-	-	32.40/49.02	58.80/ 0.00	-	-	-	-	-	-	50	0.98
여수	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00/50.00	-	-	-	-	-	-	50	0.00
승현	-	-	-	-	-	-	-	81.57/50.63	75.10/ 0.00	28.35/ 5.27	-	-	-	-	62.11/44.10	100	0.00
목포	-	-	-	-	-	-	-	66.72/20.63	-	27.58/29.37	-	-	-	-	-	50	0.00
구미	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51.77/ 8.85	13.48/41.15	-	-	-	-	50	0.00
경주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.52/77.98	14.24/22.02	-	-	-	-	100	0.00
울산1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	82.93/ 8.85	57.19/96.60	5.52/59.45	61.30/35.10	200	0.00		
울산2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.15/14.12	-	-	50	35.88		
포항1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	84.86/ 0.00	3.79/50.00	-	-	50	0.00		
포항2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.42/50.00	56.90/ 0.00	-	-	50	0.00		
김해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.90/50.00	-	13.47/ 0.00	50	0.00		
진해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15.23/50.00	50	0.00		
통영	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	46.11/50.00	50	0.00		
d_j	419.33	134.03	576.47	41.71	79.30	85.44	122.04	71.26	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	2371.46/2450.00	
r_j	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2371.46/2450.00	

(b) Adjust of assignment to satisfy of d_j

c_{ij}/x_{ij}	수요지 (D)																s_i	r_i
	서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산	경남			
김포	-	-	17.31/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
인천1	35.18/ 65.97	11.35/134.03	33.24/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
인천2	25.14/ 50.00	20.96/ 0.00	85.20/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
시흥1	30.32/ 3.36	-	8.80/196.64	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
시흥2	46.52/ 50.00	-	51.90/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
안산1	40.52/200.00	27.80/ 0.00	20.88/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
안산2	38.35/ 50.00	-	38.21/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
평택	-	-	15.30/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
오산	-	-	25.83/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	8.28	
증현	-	-	-	3.00/41.71	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
용현	-	-	120.37/ 50.00	33.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
원성	-	-	77.21/ 50.00	17.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	100	20.70	
보령	-	-	-	-	96.12/79.30	142.00/ 0.00	42.05/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
태안	134.70/ 0.00	-	-	-	146.50/ 0.00	-	-	13.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	50	12.69	
서산	-	-	94.83/ 0.00	-	-	146.60/ 0.00	60.43/37.31	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
당진	101.28/ 0.00	-	71.70/129.83	-	-	95.53/35.44	39.74/34.73	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
충주	-	-	-	-	-	39.81/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
공산	-	-	-	-	-	-	-	-	24.22/50.00	-	-	-	-	-	-	50	0.98	
보안	-	-	-	-	-	-	-	-	32.40/49.02	58.80/ 0.00	-	-	-	-	-	50	0.00	
여수	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00/50.00	-	-	-	-	-	100	0.00	
승현	-	-	-	-	-	-	-	81.57/21.26	75.10/ 0.00	28.35/34.64	-	-	-	62.11/44.10	50	0.00		
목포	-	-	-	-	-	-	-	66.72/50.00	-	27.58/ 0.00	-	-	-	-	-	50	0.00	
구미	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51.77/50.00	13.48/ 0.00	-	-	-	100	0.00	
경주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.52/36.83	14.24/63.17	-	-	-	200	0.00	
울산1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	82.93/ 8.85	57.19/96.60	5.52/59.45	61.30/35.10	50	35.88		
울산2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.15/14.12	-	-	-	50	0.00	
포항1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	84.86/ 0.00	3.79/50.00	-	-	-	50	0.00	
포항2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.42/50.00	56.90/ 0.00	-	-	-	50	0.00	
김해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.90/50.00	-	13.47/ 0.00	50	0.00		
진해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15.23/50.00	50	0.00		
통영	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	46.11/50.00	50(0)	0.00		
d_j	419.33	134.03	578.47	41.71	79.30	85.44	122.04	71.26	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	2371.46/2450.00		

(c) 2-opt swap optimization

c_{ij}/x_{ij}	수요지 (D)																s_i	r_i
	서울	인천	경기	강원	대전	충북	충남	광주	전북	전남	대구	경북	부산	울산	경남			
김포	-	-	17.31/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
인천1	35.18/ 65.97	11.35/134.03	33.24/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
인천2	25.14/ 50.00	20.96/ 0.00	85.20/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
시흥1	30.32/ 3.36	-	8.80/196.64	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
시흥2	46.52/ 50.00	-	51.90/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
안산1	40.52/200.00	27.80/ 0.00	20.88/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
안산2	38.35/ 50.00	-	38.21/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
평택	-	-	15.30/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
오산	-	-	25.83/ 50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
증현	-	-	-	3.00/41.71	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	8.28	
용현	-	-	120.37/ 50.00	33.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
원성	-	-	77.21/ 50.00	17.60/ 0.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
보령	-	-	-	-	96.12/79.30	142.00/ 0.00	42.05/20.70	-	-	-	-	-	-	-	-	100	0.00	
태안	134.70/ 0.00	-	-	-	146.50/ 0.00	-	-	13.22/50.00	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
서산	-	-	94.83/ 0.00	-	-	146.60/ 0.00	60.43/16.61	-	-	-	-	-	-	-	-	50	33.39	
당진	101.28/ 0.00	-	71.70/129.83	-	-	95.53/35.44	39.74/34.73	-	-	-	-	-	-	-	-	200	0.00	
충주	-	-	-	-	-	39.81/50.00	-	-	-	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
공산	-	-	-	-	-	-	-	-	24.22/50.00	-	-	-	-	-	-	50	0.00	
보안	-	-	-	-	-	-	-	-	32.40/49.02	58.80/ 0.00	-	-	-	-	-	50	0.98	
여수	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3.00/50.00	-	-	-	-	-	50	0.00	
승현	-	-	-	-	-	-	-	81.57/21.26	75.10/ 0.00	28.35/34.64	-	-	-	62.11/44.10	100	0.00		
목포	-	-	-	-	-	-	-	66.72/50.00	-	27.58/ 0.00	-	-	-	-	-	50	0.00	
구미	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	51.77/50.00	13.48/ 0.00	-	-	-	50	0.00	
경주	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	73.52/36.83	14.24/63.17	-	-	-	100	0.00	
울산1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	82.93/ 8.85	57.19/96.60	5.52/59.45	61.30/35.10	200	0.00		
울산2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	58.15/14.12	-	-	-	50	35.88	
포항1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	84.86/ 0.00	3.79/50.00	-	-	-	50	0.00	
포항2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	77.42/50.00	56.90/ 0.00	-	-	-	50	0.00	
김해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	9.90/50.00	-	13.47/ 0.00	50	0.00		
진해	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15.23/50.00	50	0.00		
통영	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	46.11/50.00	50	0.00		
d_j	419.33	134.03	578.47	41.71	79.30	85.44	122.04	71.26	99.02	84.64	136.83	122.02	160.72	59.45	179.20	2371.46/2450.00		

(d) Result of adjust for surplus of supply

그림 4. ASA를 적용한 수소 운송 시스템의 해
Fig 4. Solution of hydrogen transportation system with ASA

그림 4의 (a)는 표 1의 데이터에 대해 c_{ij} 오름차순으로 $x_{ij} \leftarrow \min\{s_i, d_j\}$ 를 배정한 결과이다. (a)의 c_{ij} 오름차순 배정 결과 표 2와 같이 수요 부족분은 3개 지역에서, 공급 여유분은 6개 공급지에서 발생하였다.

그림 4의 (b) 결과에 대해 Step 2의 2-opt 교환 최적화를 표 3과 같이 7회 수행하였으며, 결과는 그림 4의 (c)에 제시되어 있다.

표 2. 초기 배정의 수요와 공급 불일치 현황
Table 2. The inconsistency of demand and supply of initial assignment

수요 부족분		공급 여유분	
지역	부족량	지역	여유량
서울	137.31	홍천	50.00
광주	5.27	횡성	50.00
대구	8.85	보령	20.70
		서산	50.00
		부안	0.98
		울산2	50.00
계	151.43	계	229.97

표 3. 2-opt 교환 최적화
Table 3. 2-opt swap optimization

순번	c_{11}/x_{11} ($x_{11} = x_{11} - \alpha$)	c_{12}/x_{12} ($x_{12} = x_{12} + \alpha$)	c_{22}/x_{22} ($x_{22} = x_{22} - \alpha$)	c_{21}/x_{21} ($x_{21} = x_{21} + \alpha$)	조정량 $\min\{x_{11}, x_{22}\}$
1	(-)	(-)	(-)	(-)	29.37
	81.57/50.63	28.35/ 5.27	27.58/29.37	66.72/20.63	
2	81.57/21.26	28.35/34.64	27.58/ 0.00	66.72/50.00	41.15
	(-)	(-)	(-)	(-)	
3	(1-)	(1-)	(1-)	(1-)	26.47
	33.24/26.47	35.18/39.50	30.32/137.31	8.8/62.19	
4	33.24/ 0.00	35.18/65.97	30.32/110.84	8.8/89.16	110.84
	(1-)	(1-)	(1-)	(1-)	
5	30.32/110.84	8.80/ 89.16	20.88/200.00	40.52/ 0.00	92.52
	30.32/ 0.00	8.80/200.00	20.88/ 89.16	40.52/110.84	
6	(-)	(-)	(1-)	(1-)	89.16
	101.28/92.52	71.70/ 0.00	8.80/200.00	30.32/ 0.00	
7	(1-)	(1-)	(1-)	(1-)	37.31
	30.32/92.52	8.80/107.48	20.88/89.16	40.52/110.84	
8	30.32/ 3.36	8.80/196.64	20.88/ 0.00	40.52/200.00	37.31
	(-)	(-)	(-)	(-)	
9	94.83/37.31	60.43/ 0.00	39.74/72.04	71.70/ 92.52	37.31
	94.83/ 0.00	60.43/37.31	39.74/34.73	71.70/129.83	

그림 4의 (c) 2-opt 최적화 결과에 대해 마지막으로 공급 여유량을 가진 c_{ij} 의 열에서 $c'_{ij} > c_{ij}, x'_{ij} > 0$ 인 c'_{ij} 가 존재하는 경우 1-opt 교환 최적화로 표 4와 같이 조정하였다.

표 4. 공급 여유량 조정
Table 4. Adjust for surplus of supply

순번	c_{11}/x_{11} ($x_{11} = x_{11} - r_2$)	r_1 ($r_1 = r_1 + r_2$)	c_{21}/x_{21} ($x_{21} = x_{21} + r_2$)	r_2 ($r_2 = r_2 - r_2$)	조정량 r_2
1	60.43/37.31	12.69	42.05/0.00	20.70	20.70
	60.43/16.61	33.39	42.05/20.70	0.00	

상용 패키지인 LINGO를 단순히 적용한 경우의 $z = 103, 170.70$ 에 비해, ASA는 $z = 93, 554.04$ 를 얻어 9,615.66을 감소됨을 확인하였다.

V. 결론

본 논문에서는 불완전 비용 리스트를 가진 대규모 운송

문제에 대해 선형계획법 상용 패키지인 LINGO를 적용하였을 경우 최적 해를 구하지 못하는 단점을 보완할 수 있는 수 행 복잡도 $O(mn)$ 알고리즘을 제안하였다.

제안된 알고리즘은 첫 번째로, 운송비용 c_{ij} 오름차순으로 운송량 x_{ij} 를 배정하는 전략을 수행하였다. 이 결과, 불완전 비용 리스트를 가진 경우 발생하는 수요량 부족분 지역의 문제를 해결하기 위해, 부족량이 발생한 D_j 에 대해 공급 여유량을 가진 S_i 에서 추가로 배정하는 방법을 택하여 초기 해를 구하였다. 다음으로, 2-opt의 교환 최적화를 수행하여 초기 해를 개선하는 결과를 얻었다. 마지막으로, 공급 여유량을 가진 c_{ij} 의 열에 대해 $c'_{ij}/x_{ij} > 0, c'_{ij} > c_{ij}$ 가 존재하는 경우 1-opt 교환 최적화를 수행하였다.

제안된 알고리즘은 초기 해를 구하는 과정과 해 개선 과정이 $O(mn)$ 으로 간단하여 전산화된 상용 패키지를 적용하지 않고도 선형계획법의 해를 개선한 최적 해를 구하는 장점을 갖고 있다.

REFERENCES

- [1] A. B. Richard "Combinatorial Matrix Classes: Encyclopedia of Mathematics and Its Applications," Cambridge University Press, 2006.
- [2] W. L. Winston, J. B. Goldberg, and M. Venkataramanan, "Introduction to Mathematical Programming: Operations Research," Vol. 1, 4th edition, Duxbury Pr, 2003.
- [3] L. Ntaimo, "Transportation and Assignment Problems," http://ie.tamu.edu/INEN420_2005/Spring/SLIDES/Chapter 7.pdf, 2005.
- [4] G. B. Dantzig, "Application of the Simplex Method to a Transportation Problem," Proceedings of Activity Analysis of Production and Allocation, pp. 359-373, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1951.
- [5] H. Arsham and A. B. Kahn, "A Refined Simplex Algorithm for the Classical Transportation Problem with Application to Parametric Analysis," Mathematical and Computer Modelling, Vol. 12, No. 8, pp. 1035-1044, 1989.

- [6] K. J. Bu, "Hydrogen Economy Age, How Supply Hydrogen?" Energy Journal, 2008.
- [7] K. J. Bu and S. M. Jo, "Systematic Approach for Hydrogen Supply Prepare for Coming of Hydrogen Economy," Korea Energy Economics Institute Issue Paper, Vol. 2, No. 5, pp. 1-20, Feb. 2008.

저자 소개



이 상 운

1983년 ~ 1987년 :
한국항공대학교 항공전자공학과 (학사)
1995년 ~ 1997년 :
경상대학교 컴퓨터학과 (석사)
1998년 ~ 2001년 :
경상대학교 컴퓨터학과 (박사)
2003.3 ~ 2015.3 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 부교수
2015.4 ~ 현 재 :
강릉원주대학교 멀티미디어공학과 정교수
관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리,
소프트웨어 개발 방법론,
소프트웨어 신뢰성,
그래프 알고리즘
e-mail : sulee@gwnu.ac.kr