

## 論文

J. of The Korean Society for Aeronautical and Space Sciences 43(6), 497-506(2015)

DOI:http://dx.doi.org/10.5139/JKSAS.2015.43.6.497

ISSN 1225-1348(print), 2287-6871(online)

## 이동표적 타격을 위하여 물리적 구속조건을 고려한 충돌각 제어 복합 유도법칙

박봉균\*, 김태훈\*\*, 김윤환\*, 권혁훈\*

### Composite Guidance Law for Impact Angle Control Against Moving Targets Under Physical Constraints

Bong-Gyun Park\*, Tae-Hun Kim\*\*, Youn-Hwan Kim\* and Hyuck-Hoon Kwon\*

LIG Nex1\*, Agency for Defense Development\*\*

#### ABSTRACT

A composite guidance law for impact angle control against nonstationary nonmaneuvering targets is proposed. The proposed law is based on the characteristics of proportional navigation and generates two kinds of guidance commands during the homing phase. The first command is to keep the desired look angle, and the second is to attack the target with impact angle constraint. The switch of guidance phases occurs when the specific light-of-sight(LOS) angle determined from the engagement information is satisfied. The calculation method of the maximum achievable impact angle is also proposed to design easily the desired impact angle within the missile capability. Numerical simulations are performed to investigate the performance and characteristics of the proposed law.

#### 초 록

본 논문은 기동이 없는 이동표적에 대하여 탐색기의 FOV(field-of-view) 및 기동가속도 제한 내에서 충돌각 제어를 위한 복합 유도법칙을 제안한다. 제안하는 유도법칙은 비례 항법(proportional navigation)의 특성을 이용하는 것으로 총 두 단계의 유도 명령을 생성하게 된다. 첫 번째 유도명령은 초기 유도단계에서 표적에 대한 지향각(look angle)을 일정하게 유지하게 하고, 특정한 시선각 조건을 만족하면 두 번째 비례 항법 유도로 전환하여 원하는 충돌각으로 표적을 타격하게 된다. 충돌각 설정을 용이하게 하기 위하여 제한된 유도탄의 성능 조건을 가지고 달성 가능한 최대 충돌각 계산방법을 제시한다. 수치 시뮬레이션을 통해 설계된 유도법칙의 성능 및 실제 유도탄 환경에 대한 적용가능성을 분석한다.

**Key Words** : Impact Angle Control(충돌각 제어), Composite Guidance Law(복합 유도법칙), Proportional Navigation(비례 항법), Seeker Field-of-View(탐색기 FOV)

† Received : November 24, 2014    Revised : May 10, 2015    Accepted : May 11, 2015

\* Corresponding author, E-mail : bgpark0615@gmail.com

## I. 서론

충돌각 제어는 최근 대전차 유도탄의 탄두 효과를 극대화 하거나 함대함 유도탄의 생존성 향상을 위하여 많이 요구되고 있고, 이러한 이유로 현재까지 많은 연구가 진행되고 있다 [1-10]. 참고문헌 [1-5]에서는 최적 제어이론을 기반으로 비행 에너지를 최소화하면서 충돌각 구속조건을 만족하는 유도법칙을 제안하였다. 참고문헌 [6]에서는 비례 항법에 시변 편향항(time-varying bias)을 포함하여 충돌각 제어를 한다. 참고문헌 [7-9]에서는 총 두 가지 호밍 단계로 구분하여 유도명령을 생성한다. 참고문헌 [7]에서는 초기 유도단계에서 비례 항법에 고정된 편향항을 포함하여 유도가 이루어지고, 편향항의 적분값이 비행 경로각과 항법 이득에 의해 결정된 특정한 값을 만족하면 비례 항법으로 전환하는 방법이다. 참고문헌 [8-9]에서는 비례 항법 이득과 충돌각과의 관계를 이용하여 표적이 정지 또는 기동이 없는 이동표적에 대하여  $-180^\circ$ 부터  $0^\circ$ 까지 충돌각 구속조건을 만족하는 복합 유도법칙을 제안하였다.

충돌각 제어를 할 경우 탄두 효과를 극대화 하거나 생존성을 향상시킬 수 있는 장점이 있지만, 비행 궤적을 크게 성형시키기 때문에 탐색기를 장착한 유도탄의 경우 FOV(field-of-view)에서 표적을 놓쳐 임무를 실패할 확률이 커질 수 있다는 단점이 있다. 기존에 연구된 내용은 대부분 정지된 표적 또는 천천히 이동하는 표적에 대하여 충돌각 구속조건을 만족시키는 부분에만 집중이 되어있고, 탐색기의 FOV 제한을 고려한 연구는 많이 이루어지지 않고 있다.

참고문헌 [10]에서는 정지된 표적에 대하여 탐색기의 FOV와 가속도 제한을 고려하여 충돌각 제어를 위한 복합 유도법칙을 제안하였는데, 이동표적에 적용할 경우 정확한 충돌각 제어가 어려운 단점이 있다. 따라서 본 논문에서는 참고문헌 [10]에서 제안한 내용을 확장하여 기동이 없는 이동표적에 대해 탐색기의 FOV 제한 조건을 유지하면서 원하는 충돌각으로 표적을 타격할 수 있는 복합 유도법칙을 제안한다. 제안된 유도법칙은 총 두 단계의 유도명령으로 구성되며, 초기 유도단계에서는 탐색기의 지향각을 원하는 값으로 일정하게 유지하고, 교전 정보로부터 계산된 시선각 조건을 만족시키면 비례 항법 유도로 전환하여 원하는 충돌각으로 표적을 타격하게 된다. 과도하게 큰 충돌각을 설정할 경우 탐색기의 FOV 뿐만 아니라 제한된 가속도 포화가 발생할

수 있어 유도 종말 시점에서 거리 오차 및 충돌각 오차를 크게 발생시킬 수 있다. 따라서 원하는 충돌각을 용이하게 설정하기 위하여 제한된 유도탄 성능 내에서 달성 가능한 최대 충돌각 계산방법을 제안한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서 문제정의 및 비례 항법 이득과 충돌각과의 관계를 기술한다. III장에서는 이동표적에 대한 복합 유도법칙을 제안하고, 달성 가능한 최대 충돌각 계산방법에 대해서 다룬다. IV장에서는 수치 시뮬레이션을 통해 제안된 유도법칙에 대한 성능검증을 수행하고, 마지막 V장에서는 결론을 정리한다.

## II. 비례 항법 유도의 특성

본 장에서는 지대지 교전 시나리오에 대하여 유도탄과 표적과의 운동 모델을 유도한다. 또한 이동표적에 대하여 호밍 유도 시 비례 항법 유도를 적용했을 경우 비례 항법 이득과 충돌각과의 관계를 기술한다[9].

### 2.1 문제정의

Figure 1에 도시된 것 같이 2차원 평면에 대한 지대지(surface-to-surface) 교전 기하학을 고려하자. 여기서  $V_M$ 은 유도탄의 속도,  $\sigma$ 는 지향각,  $a_M$ 은 유도탄 속도에 수직한 가속도를 나타낸다. 표적과의 상대거리는  $r$ 로 정의되고,  $\lambda$ 는 시선각,  $\gamma_M$ 과  $\gamma_T$ 는 비행 경로각과 충돌각을 나타낸다. 또한,  $V_T$ 와  $\gamma_T$ 는 표적의 속도와 비행 경로각을 나타낸다. 유도탄은 일정한 속도를 가지고, 표적은 기동 가속도가 없으면서 일정한 속도를 가지는 질점으로 가정하자. 이때 유도탄과 표적을 시간지연이 없는 시스템으로 근사화하면, 아래와 같이 극 좌표계(polar coordinate system)에 대한 비선형 운동 모델을 유도할 수 있다.

$$\dot{r} = V_T \cos(\gamma_T - \lambda) - V_M \cos(\gamma_M - \lambda) \quad (1)$$

$$r \dot{\lambda} = V_T \sin(\gamma_T - \lambda) - V_M \sin(\gamma_M - \lambda) \quad (2)$$

$$\sigma = \gamma_M - \lambda \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}_M = \frac{a_M}{V_M} \quad (4)$$

여기서 받음각이 작다고 가정하면, 동체 축 기준의 지향각과 속도 벡터 기준의 리드각(lead angle)은 동일하다고 가정할 수 있어, 식 (3)을 탐색기의 지향각 관계식으로 정의할 수 있다.

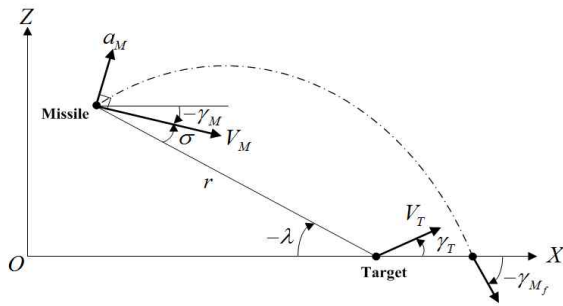


Fig. 1. Homing guidance geometry

2.2 비례 항법 이득과 충돌각과의 관계

이동표적을 타격하기 위해서 식 (2)는 아래와 같은 조건을 만족해야한다.

$$V_M \sin(\gamma_{M_f} - \lambda_f) = V_T \sin(\gamma_T - \lambda_f) \quad (5)$$

식 (5)를 타격 시점에서의 시선각  $\lambda_f$ 에 대해서 표현하면

$$\lambda_f = \tan^{-1} \left( \frac{\sin \gamma_{M_f} - \eta \sin \gamma_T}{\cos \gamma_{M_f} - \eta \cos \gamma_T} \right) \quad (6)$$

와 같고, 여기서  $\eta = V_T/V_M$ 이다. 호밍 유도 시 비례 항법을 이용하여 표적을 타격한다고 가정하면

$$\dot{\gamma}_M = N \dot{\lambda} \quad (7)$$

와 같은 관계를 만족하고, 여기서  $N$ 은 비례 항법 이득을 나타낸다. 식 (7)을 적분을 하면

$$N = \frac{\gamma_{M_f} - \gamma_{M_0}}{\lambda_f - \lambda_0} \quad (8)$$

와 같이 정리할 수 있다. 식 (6)과 식 (8)을 이용하면

$$N = (\gamma_{M_f} - \gamma_{M_0}) / \left[ \tan^{-1} \left( \frac{\sin \gamma_{M_f} - \eta \sin \gamma_T}{\cos \gamma_{M_f} - \eta \cos \gamma_T} \right) - \lambda_0 \right] \quad (9)$$

와 같이 비례 항법 이득  $N$ 과 충돌각  $\gamma_{M_f}$ 의 관계식을 표현할 수 있다. 종말 시점에서 가속도가 발산하지 않고, 제한된 값을 가지기 위한 조건은 다음과 같다[11].

$$N > 2(1 + \eta) \quad (10)$$

지대지 교전 기하학 조건을 고려했을 때, 전차와 같은 표적의 경우 유도탄의 속도와 비교하여 작기 때문에  $\eta \leq 1/3$ 이라고 하면, 식 (10)은

$$N \geq 3 > 2(1 + \eta) \quad (11)$$

와 같이 표현할 수 있다.

만일  $\gamma_T = 0, 180^\circ$ 이라고 하면, 식 (9)는 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\frac{\sin \gamma_{M_f}}{\cos \gamma_{M_f} \mp \eta} = \tan \left( \frac{\gamma_{M_f} - \gamma_{M_0}}{N} + \lambda_0 \right) \quad (12)$$

여기서 식 (12)의 좌변 분자의  $-\eta$ 는  $\gamma_T = 0$ 인 경우이고,  $+\eta$ 는  $\gamma_T = 180^\circ$ 일 때이다. 또한  $N \rightarrow \infty$ 라고 하고, 식 (12)를  $\gamma_{M_f}$ 에 대해 표현하면

$$\gamma_{M_f} = \lambda_0 + \sin^{-1}(\mp \eta \sin \lambda_0) \quad (13)$$

와 같다. 식 (11)에 의해  $N=3$ 일 때 식 (12)의 해를  $\gamma_{M_f} = \gamma_{M_f}^*$ 라고 하면, Fig. 2와 같이 비례 항법 유도만을 이용하여 호밍 유도 시 가질 수 있는 충돌각의 범위는 아래와 같다.

$$\gamma_{M_f} \in [\gamma_{M_f}^*, \lambda_0 + \sin^{-1}(\mp \eta \sin \lambda_0)] \quad (14)$$

여기서 식 (13)은 비선형 식으로서  $\gamma_{M_f}^*$ 에 대한 해석적인 해를 구하기가 어렵지만, 수치적 기법인 Newton-Raphson 방법에 의해 쉽게 계산할

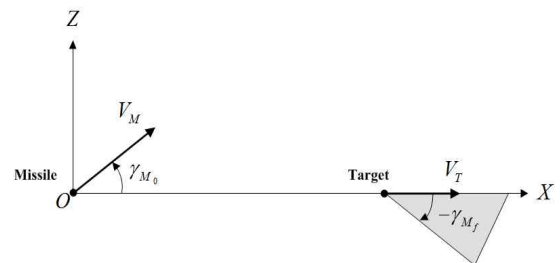


Fig. 2. Region of achievable impact angles

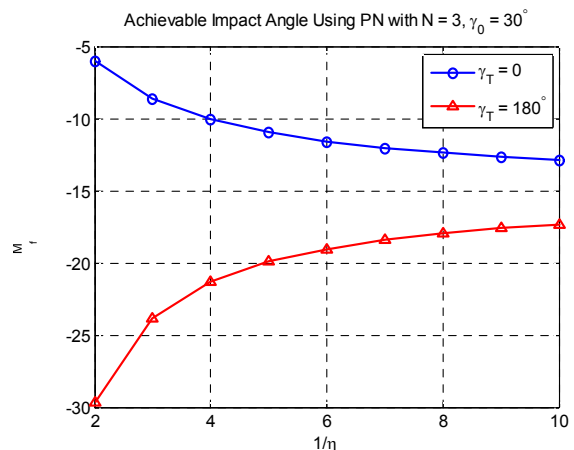


Fig. 3. Achievable impact angles using PN with N = 3

수 있다. 따라서, 만일  $N = 3$ ,  $\gamma_{M_0} = 30^\circ$ ,  $\gamma_T = 0$ ,  $180^\circ$ 일 때 Fig. 3과 같은 결과를 얻을 수 있고, 이때  $\gamma_{M_f}^*$ 은 후퇴하는 표적( $\gamma_T = 0$ )보다 전진하는 표적( $\gamma_T = 180^\circ$ )의 경우 더 큰 충돌각을 달성할 수 있고,  $V_M$ 이  $V_T$ 보다 훨씬 크거나 또는  $V_T = 0$ 일 경우 충돌각은  $\gamma_{M_0}/2$ 가 되는 것을 예측할 수 있다.

### III. 이동표적에 대한 복합 유도법칙

본 장에서는 앞서 기술한 비례 항법 이득과 충돌각의 관계를 이용해서 이동표적에 대하여 탐색기의 FOV 내에서 원하는 충돌각으로 타격하기 위한 복합 유도법칙을 제안한다. 또한, 유도탄의 제한된 성능 조건을 통하여 달성 가능한 최대 충돌각을 계산하는 방법에 대해서 기술한다.

#### 3.1 유도법칙 제안

본 논문에서 제안하는 복합 유도법칙은 비례 항법의 특성을 이용한 것으로 유도 개념은 Fig. 4와 같다. 초기 유도 시 원하는 지향각을 일정하게 유지하면서 비행을 하다가, 특정한 시선각 조건에서 비례 항법 유도로 전환하여 식 (9)의 비례 항법 특성에 의해 충돌각 제어가 가능하도록 한다.

먼저 초기 유도 단계를 위한 지향각 제어 유도법칙에 대해서 기술한다. 비례 항법 이득이  $N = 1$ 일 경우 추적 유도법칙(pursuit guidance law)으로 지향각이 일정하게 유지되면서 표적으로 비행하게 된다[10]. 추적 유도법칙만 이용하여 원하는 지향각으로 제어를 할 경우 교전 초기 또는 비행 중 지향각에 대한 오차가 생기면 이에 대한 보정을 할 수가 없다. 따라서 초기 유도 단계에서 원하는 지향각 제어를 위하여 아래와 같이  $N = 1$ 을 가지는 비례 항법 항에 지향각 오차에 비례 이득을 곱한 항을 추가하여 유도법칙을 설계한다.

$$a_{IM} = V_M \dot{\lambda} + K(\sigma_d - \sigma) \quad (15)$$

여기서 아래 첨자  $IM$ 은 초기 유도단계를 의미하고,  $\sigma_d$ 는 원하는 지향각,  $K$ 는  $\sigma \rightarrow \sigma_d$ 를 위한 비례 이득을 각각 나타낸다.

다음으로 식 (15)의 지향각 제어 유도 후 충돌각 제어를 위한 비례항법 유도로의 전환 조건은 식 (8)을 통해서 유도할 수 있다. 먼저 식 (8)을 초기 시선각  $\lambda_0$ 에 대해서 나타내면

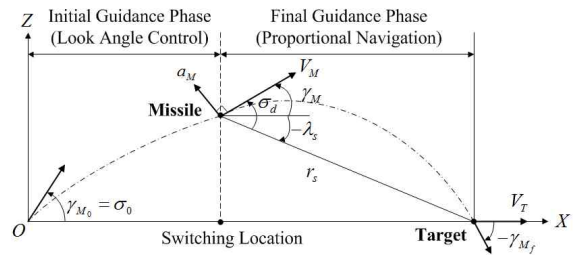


Fig. 4. Composite guidance logic in a surface-to-surface engagement

$$\lambda_0 = \lambda_f - \frac{\gamma_{M_f} - \gamma_{M_0}}{N} \quad (16)$$

와 같고, 식 (16)에서 초기 값을 유도 전환 시점에서의 값으로 하고 식 (3)의 관계식을 이용하면,

$$\lambda_s = \left( \lambda_f - \frac{\gamma_{M_f} - \sigma_s}{N} \right) \left( \frac{N}{N-1} \right) \quad (17)$$

와 같이 표현된다. 여기서 아래 첨자  $s$ 는 유도전환 시점을 의미한다. 초기 유도 단계에서 지향각은  $\sigma_d$ 로 일정하게 유지되고, 타격 시점에서의 시선각인 식 (6)을 이용하면, 식 (17)을 다음과 같이 유도전환 조건식으로 정리할 수 있다.

$$\lambda_s = \left[ \tan^{-1} \left( \frac{\sin \gamma_{M_f} - \eta \sin \gamma_T}{\cos \gamma_{M_f} - \eta \cos \gamma_T} \right) - \frac{\gamma_{M_f} - \sigma_d}{N} \right] \left( \frac{N}{N-1} \right) \quad (18)$$

마지막으로 지향각 제어 유도 후 식 (18)의 조건을 만족 시키는 순간 비례 항법 유도

$$a_{FIN} = NV \dot{\lambda} \quad \text{with } N \geq 3 \quad (19)$$

으로 전환되어 표적까지 비행하게 된다. 여기서 아래 첨자  $FIN$ 는 종말 유도단계를 나타낸다. 따라서 식 (15), (17), (18)을 통해 이동표적을 원하는 충돌각으로 타격할 수 있고, 또한 원하는 지향각  $\sigma_d$ 를 탐색기의 FOV 제한 이내로 설정하면 표적을 계속 lock-on 상태로 호밍 유도가 이루어지게 할 수 있다.

본 논문에서 제안한 복합 유도법칙을 정리하면 다음과 같다.

$$a_M = \begin{cases} V_M \dot{\lambda} + K(\sigma_d - \sigma) & \text{if } |\lambda| < |\lambda_s| \\ NV_M \dot{\lambda} & \text{if } |\lambda| \geq |\lambda_s| \end{cases} \quad (20)$$

만일 유도탄의 속도가 일정하지 않고, 시간에 따라 변하게 되면 식 (8)과 식 (18)은 유도 명령 갱신 주기마다 계산 되어져야 하고, 제안된 유도법칙 식

(20)은 다음과 같이 수정해서 사용해야 한다.

$$a_M = \begin{cases} V_M \dot{\lambda} + K(\sigma_d - \sigma) & \text{if } |\lambda| < |\lambda_s| \\ \left(\frac{\gamma_{M_f} - \gamma_M}{\lambda_f - \lambda}\right) V_M \dot{\lambda} & \text{if } |\lambda| \geq |\lambda_s|, \left(\frac{\gamma_{M_f} - \gamma_M}{\lambda_f - \lambda}\right) > 2(1 + \eta) \\ 2(1 + \eta) V_M \dot{\lambda} & \text{if } |\lambda| \geq |\lambda_s|, \left(\frac{\gamma_{M_f} - \gamma_M}{\lambda_f - \lambda}\right) \leq 2(1 + \eta) \end{cases} \quad (21)$$

여기서 식 (21)의 세 번째 유도명령은 식 (11)의 조건으로부터 유도단계 전환 후 종말 시점에서 가속도 명령이 발산하지 않게 하기 위한 것이다.

### 3.2 지향각 제어 유도법칙 이득 설정

표적 타격 시 충돌각을 크게 하기 위해서는 초기 유도단계에서 지향각을 크게 설정하여 고도를 상승시키는 것이 효율적이다. 지향각을 빠르게 원하는 값으로 수렴하기 위하여 식 (15)의 유도법칙에서 비례 이득  $K$ 를 너무 크게 설정하면, 초반에 큰 기동가속도가 발생하기 때문에 적절한 이득 값 설정이 필요하다.

제한된 유도탄의 성능에서 지향각 제어 유도법칙의 이득설정을 위하여, 먼저  $\sigma_0 = \sigma_d \neq 0$ ,  $\gamma_T = 0$ ,  $180^\circ$ 로 가정하자. 그리고, 탐색기의 김발각 또는 FOV의 물리적 제한조건을 고려하여  $|\sigma_d| < 90^\circ$ 라고 가정하자. 식 (2)를 식 (1)로 나누면 상대 거리  $r$ 에 대한 시선각  $\lambda$ 의 미분방정식은

$$\frac{d\lambda}{dr} = -\frac{\tan\sigma_d}{r} \frac{\xi_1 \sin\lambda \pm 1}{\xi_2 \cos\lambda \mp 1} \quad (22)$$

와 같고, 여기서  $\xi_1 = \eta / \sin\sigma_d$ ,  $\xi_2 = \eta / \cos\sigma_d$ 이다. 식 (22)의 해는 다음과 같다.

$$r = r_0 (1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda))^{-\tan\sigma_d} \left( e^{\int_0^\lambda \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda)} d\lambda} \right)^{1/\tan\sigma_d} \quad (23)$$

여기서  $\int_0^\lambda \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda)} d\lambda$ 의 적분은  $\xi_1$  조건에 따라 다음과 같이 계산된다.

I)  $\xi_1^2 < 1$  일 경우

$$\int_0^\lambda \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda)} d\lambda = \pm \frac{2}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \left[ \tan^{-1} \left( \frac{\tan\left(\pm \frac{1}{2}\lambda\right) + \xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \right) - \tan^{-1} \frac{\xi_1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \right] \quad (24)$$

II)  $\xi_1^2 > 1$  일 경우

$$\int_0^\lambda \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda)} d\lambda = \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \xi_1^2}} \ln \left[ \frac{\tan\left(\pm \frac{1}{2}\lambda\right) (\xi_1 + \sqrt{\xi_1^2 - 1}) + 1}{\tan\left(\pm \frac{1}{2}\lambda\right) (\xi_1 - \sqrt{\xi_1^2 - 1}) + 1} \right] \quad (25)$$

III)  $\xi_1 = 1$  일 경우

$$\int_0^\lambda \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm\lambda)} d\lambda = \pm \left[ 1 - \tan\left(\frac{\pi}{4} \mp \frac{\lambda}{2}\right) \right] \quad (26)$$

그리고 유도 전환 시까지 시선각의 변화가 작다고 가정하면 식 (1)의 해는

$$r \approx r_0 - (V_M \cos\sigma_d \mp V_T) t \quad (27)$$

와 같다. 따라서 식 (23)-(27)을 이용하면, 유도 전환 시점까지의 비행시간  $t_s$ 를 다음과 같이 근사적으로 계산할 수 있다.

$$t_s \approx \frac{r_0 - r_s}{V_M \cos\sigma_d \mp V_T} \quad (28)$$

식 (28)에서 계산된  $t_s$ 는 지향각 제어 유도법칙의 이득 설정 시 하한 경계(lower bound)에 사용된다.

식 (3)에 대한 미분방정식을 표현하면

$$\dot{\sigma} = \dot{\gamma}_M - \dot{\lambda} = \frac{a_M}{V_M} - \dot{\lambda} \quad (29)$$

와 같다. 식 (15)를 식 (29)에 대입하여 정리하면,

$$\dot{\sigma} = \frac{K}{V_M} (\sigma_d - \sigma) \quad (30)$$

와 같고, 식 (30)의 해는 다음과 같다.

$$\sigma(t) = \sigma_d (1 - e^{-t/\tau}) \quad (31)$$

여기서  $\tau = V_M / K$ 이고, 이 값이 작을수록  $\sigma \rightarrow \sigma_d$ 로 빨리 수렴한다. 만일  $t = 5\tau$ 이면,  $\sigma = 0.99\sigma_d$ 이다. 즉, 제한된 복합 유도법칙을 적용하기 위해서는 유도전환 시점에서의 시간이  $t_s \geq 5V_M / K$ 의 조건을 만족해야한다.

만일  $\sigma_0 \neq \sigma_d$ ,  $\sigma_d = \sigma_{\max}$ 이면, 발사 시점에서 음의 값을 가지는 시선 각속도는 작은 값을 가지고, 양의 값을 가지는 지향각 오차항은 상대

적으로 큰 값을 가지면서 식(31)에 의해 0으로 수렴하게 된다. 따라서 초기 유도단계에서의 최대 가속도 명령은 발사시점에서 다음과 같이 생성된다.

$$a_{IM,max} = -\frac{V_M^2 \sin \sigma_0}{r_0} + K(\sigma_d - \sigma_0) \quad (32)$$

따라서 유도탄의 최대 기동 가속도 제한  $a_{max}$  내에서 초기 유도단계의 가속도 명령을 생성시키기 위한 지향각 제어 유도법칙의 비례 이득은 다음과 같이 설정해야 한다.

$$\frac{5 V_M}{t_s} \leq K \leq \frac{a_{max} r_0 + V_M^2 \sin \sigma_0}{r_0 (\sigma_d - \sigma_0)} \quad (33)$$

만일

$$\frac{5 V_M}{t_s} > \frac{a_{max} r_0 + V_M^2 \sin \sigma_0}{r_0 (\sigma_d - \sigma_0)} \quad (34)$$

이면, 식 (33)의 조건을 만족시키기 위하여  $\sigma_0$ 를 초기 설정 값보다  $\sigma_d$ 이내에서 좀 더 크게 설정해야 한다.

### 3.3 달성 가능한 최대 충돌각 계산

지향각 제어 유도법칙을 사용하는 초기 유도 단계에서 지향각 오차항이 0으로 수렴한 후 가속도 명령 크기의 최대는 식 (2)를 이용하여 아래와 같이 유도단계 전환 시점에 생성된다.

$$a_{IN,min} = -\frac{V_M^2 (\sin \sigma_d \pm \eta \sin \lambda_s)}{r_s} \quad (35)$$

참고문헌 [12]에서 기동이 없는 이동표적을 타격하는 유도탄의 가속도 명령은

$$V_M > \sqrt{2} V_T \quad (36)$$

$$N > 2 + \left( 2 V_T / \sqrt{V_M^2 - V_T^2} \right) > 2 + 2(V_T / V_M) \quad (37)$$

의 조건을 만족시키면 0으로 균일(uniform)하게 수렴하는 것을 증명하였다. 즉, 종말 유도단계에서  $\eta \leq 1/3$ 이고,  $N \geq 3$ 인 비례 항법 유도를 할 경우 가속도 명령 크기의 최대는 다음과 같이 유도단계 전환 시점에서 생성된다.

$$a_{FIN,min} = -N \frac{V_M^2 (\sin \sigma_d \pm \eta \sin \lambda_s)}{r_s} \quad (38)$$

따라서 항상  $|a_{IN,min}| < |a_{FIN,min}|$ 이기 때문에 식 (18), (23), (38)을 이용하여  $a_{max}$ 에 대해서 표현하면

$$\begin{aligned} a_{max} &= |a_{FIN,min}| \\ &= \frac{NV_M^2 [\sin \sigma_d \pm \eta \sin \lambda_s (\gamma_{M_f})]}{\frac{r_0}{[1 + \xi_1 \sin(\pm \lambda_s)(\gamma_{M_f})]} \left[ e^{\int_0^{\lambda_s(\gamma_{M_f})} \frac{1}{1 + \xi_1 \sin(\pm \lambda_s)(\gamma_{M_f})} d\lambda} \right]^{1/\tan \sigma_d}} \end{aligned} \quad (39)$$

와 같다. 여기서  $\lambda_s(\gamma_{M_f})$ 는  $\gamma_{M_f}$ 에 대한 함수를 의미한다. 식 (39)의 우변 항을  $\Gamma$ 라고 정의하면, 다음과 같이 새로운 방정식을 정의할 수 있다.

$$f(\gamma_{M_f}, a_{max}, N, \xi_1, V_M, \sigma_d, r_0) = a_{max} - \Gamma = 0 \quad (40)$$

즉, 식 (40)을 만족하는  $\gamma_{M_f}$ 가 달성 가능한 최대 충돌각  $\gamma_{M_f,max}$ 이 된다. 그러나 식 (40)의 경우 매우 복잡한 비선형 방정식이 때문에  $\gamma_{M_f,max}$ 에 대해서 해석적인 해를 구하기 어렵지만, Newton-Raphson 방법 등의 수치기법을 통해서 해를 쉽게 구할 수 있다.

## IV. 수치 시뮬레이션

제한된 복합 유도법칙의 성능분석을 위해 총 두 가지의 수치 시뮬레이션을 수행하였다. 첫 번째는 복합 유도법칙의 기본적인 특성을 알아보고, 참고문헌[9]에서 제시한 유도법칙과의 성능비교를 수행하였다. 두 번째는 좀 더 실제적인 유도탄에 대한 적용가능성 분석을 위해 기본적인 공력특성을 반영하여 속도변화를 고려한 운동 모델에 대해서 시뮬레이션을 수행하였다.

### 4.1 성능비교

수치 시뮬레이션을 수행하기 위하여 초기 표적과의 상대거리는  $r_0 = 4000m$ , 유도탄 속도는  $V_M = 250m/s$ , 초기 발사각은  $\gamma_{M_0} = \sigma_0 = 30^\circ$ , 비례 항법 이득  $N=3$ 이다. 기동 가속도 제한은  $a_{M,max} = 80m/s^2$ , 탐색기의 FOV 제한은  $\sigma_{max} = 45^\circ$ 로 원하는 지향각  $\sigma_d$ 와 동일하게 설정하였다. 표적의 속도는  $V_T = 50m/s$ , 전진 및 후퇴 시나리오 적용을 위해 비행 경로각을  $\gamma_T = 0^\circ, 180^\circ$ 로 각각 설정하였다. 제한된 성능 내에서 식 (33)과 식 (40)을 통해 계산된 지향각 제어 유도법칙의 비례 이득 및 충돌각은  $K=330$ ,  $\gamma_{M_f,max} = -70^\circ$ 이다.

성능비교를 위하여 참고문헌 [9]에서 제안한 복합 유도법칙을 이용하였다. 참고문헌 [9]는 본 논문에서 제안한 유도법칙과 유사하게 비례 항법

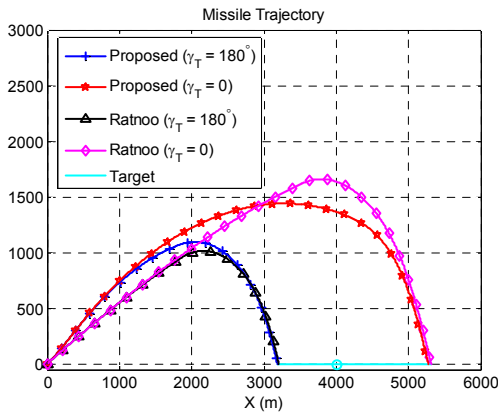


Fig. 5. Missile trajectories (Case 1)

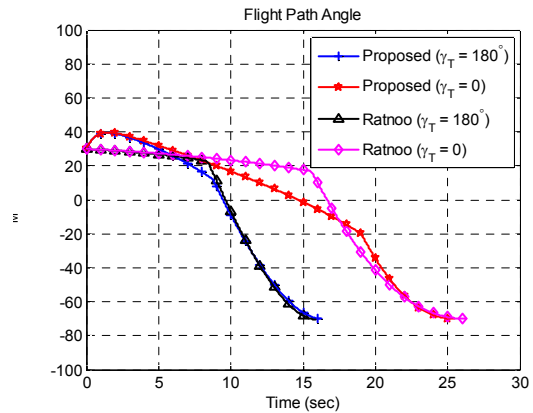


Fig. 7. Flight path angles (Case 1)

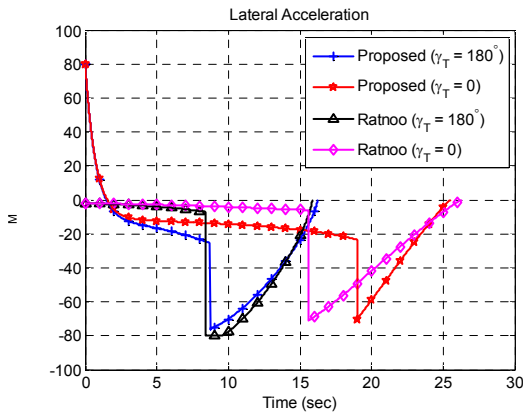


Fig. 6. Lateral acceleration (Case 1)

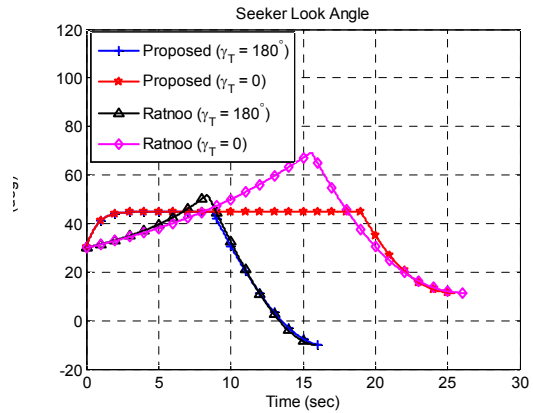


Fig. 8. Seeker look angles (Case 1)

특성을 이용한 것으로 기동이 없는 지상 이동 표적에 대하여 -180°부터 0까지 충돌각 제어가 가능하다. 이 유도법칙을 요약하면 다음과 같다.

$$a_{Ratnoo} = \begin{cases} \frac{3\gamma_{M_0}}{2\pi} V_M \dot{\lambda} & \text{if } \frac{\gamma_f - \gamma}{\lambda_f - \lambda} < N \\ NV_M \dot{\lambda} & \text{if } \frac{\gamma_f - \gamma}{\lambda_f - \lambda} \geq N \end{cases} \quad (41)$$

여기서 아래 첨자 Ratnoo는 참고문헌 [9]에서 제안한 유도법칙을 의미한다.

Figure 5~8은 수치 시뮬레이션을 통한 성능 비교 결과로서, 비행 궤적, 횡방향 가속도(lateral acceleration), 비행 경로각, 지향각을 각각 나타낸다. Fig. 5의 비행 궤적 결과로부터 전진 및 후퇴하는 표적에 대해서 모두 정확히 표적을 타격하는 것을 알 수 있다. Fig. 6의 가속도 결과에서 제안한 유도법칙의 경우는 모두 제한된 가속도 크기 80 m/s<sup>2</sup> 이내에서 유도가 이루어지지만, Ratnoo의 경우 전진하는 표적에 대해서 유도 전환 시점에 가속도 포화가 이루어지는 것을 알 수

있다. 이로 인해 Fig. 7에서와 같이 충돌각 오차가 약 0.5° 정도 발생을 하였고, 제안한 유도법칙의 경우는 전진 및 후퇴 모두 오차가 거의 없이 원하는 충돌각을 만족하였다. Fig. 8에서 지향각의 경우 제안한 유도법칙은 탐색기의 FOV 경계 내에 표적이 위치하면서 비행을 하게 되지만, Ratnoo의 경우 표적이 탐색기 FOV 범위를 벗어나는 것을 알 수 있고, 호밍 유도를 하는 실제 비행 상황이라면 표적 타격 임무에 실패할 수 있을 것이다. 위의 결과들로부터 제안한 복합 유도법칙은 이동하는 표적에 대해서 탐색기의 FOV와 기동 가속도 제한이 있어도 원하는 충돌각으로 표적을 정확히 타격하는 것을 알 수 있다.

#### 4.2 속도변화를 고려한 유도탄 모델 적용

두 번째 수치 시뮬레이션은 좀 더 현실적인 환경과 유도탄 모델에 대해 제안한 유도법칙의 성능을 확인하기 위한 것이다. 기동 가속도 제한은  $a_{M,max} = 100m/s^2$ 으로 하였고, 속도 변화가 있을 경우 식 (21)을 적용해야 하는데, 이때 기본적으로 설정한 비례 항법 이득 3이기 때문에 표적

과 유도탄이 근접할 때 항법 이득이 급격히 증가할 수 있는 경우를 제한하기 위하여 최대 항법 이득 변화 값을 3으로 제한하였다. 기타 초기조건은 첫 번째 시뮬레이션 조건과 동일하다. 유도탄의 모델은 참고문헌 [13]을 활용하였고, 특히 공력 모델의 경우 최대 속도는 약  $290m/s$ , 타격 시 속도는 약  $160m/s$  정도 되도록 수정하여 사용하였다. 실제 교전 환경에서는 중력  $g$ 가 유도탄에 작용하기 때문에 유도 명령 생성 시  $g\cos\gamma_M$  항을 보상해 주어야 한다. 속도 프로파일로부터 평균 속도는  $200m/s$  로 정의하고, 이 값을 통해  $K=400$ 와  $\gamma_{M_f, \max}$ 의 경계값을 설정하였다. 식 (40)로부터 계산된 값은  $\gamma_{M_f, \max} = -110^\circ$ 이지만, 가속도 포화가 생겼을 경우 제안한 유도법칙의 특성을 확인하기 위하여  $\gamma_{M_f} = -60^\circ, -90^\circ, -120^\circ$ 로 각각 설정하여 시뮬레이션을 수행하였다.

Figure 9~14는 두 번째 수치 시뮬레이션에 대한 결과로서 비행 궤적, 속도 프로파일, 횡방향 가속도, 비행 경로각, 지향각, 항법 이득 변화를 각각 나타낸다. Fig. 9로부터 유도단계 전환되기 전까지 동일한 궤적으로 비행을 하고, 유도 전환 시점 이후 모든 경우 표적을 정확히 타격하는 것을 알 수 있다. Fig. 10은 속도 프로파일로서 2.5 sec까지 boost 단계 끝나고, 항력에 의해 속도가 점점 줄어드는 것을 알 수 있다. Fig. 11에서 계산된  $\gamma_{M_f, \max}$ 보다 작은 경우는 가속도 포화가 일어나지 않지만,  $\gamma_{M_f} = -120^\circ$ 의 경우는  $\gamma_{M_f, \max}$ 보다 큰 값을 가지기 때문에 유도전환 단계에 가속도 포화가 발생하게 된다. 그러나 Fig. 12에서와 같이 표적 타격 시점에서 충돌각에 대한 오차는 거의 없는 것을 확인할 수 있는데, 이는 식 (21)과 같이 종말 단계에서 비례 항법 유도명령 생성 시  $N$ 을 유도명령 갱신주기에 맞게 계속적으로 계산을 해주면서 충돌각 오차를 보상해주기 때문이다. 그러나 가속도 포화가 클 경우에는 거리 오차 및 충돌각 오차가 모두 크게 발생할 수 있기 때문에 안정적으로 계산된  $\gamma_{M_f, \max}$  이내로  $\gamma_{M_f}$ 를 설정할 필요가 있다. Fig. 13은 지향각 결과로서 유도탄의 속도가 변화가 생기더라도 탐색기 FOV내에 표적이 머물면서 유도가 이루어지는 것을 알 수 있다. Fig. 14는 항법 이득 변화를 나타내고, 이때 유도단계 전환 시점 이전의 결과는  $(\gamma_{M_f} - \gamma_M) / (\lambda_f - \lambda)$ 의 계산된 값을 나타낸다. 초기 지향각 제어 유도법칙의 경우 항법 이득 1을 사용하다가 전환 시점에서는 3을 가지고, 속도 변화에 의한 충돌각 오차를 보상해주기 위하여

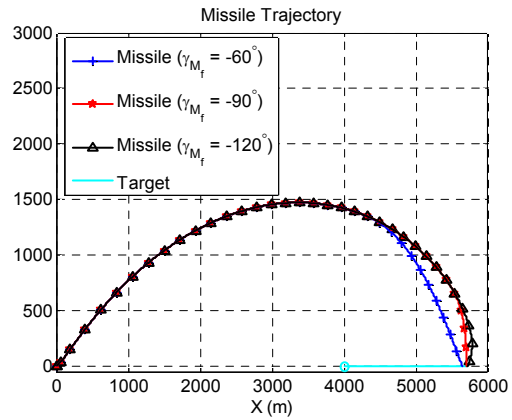


Fig. 9. Missile trajectories (Case 2)

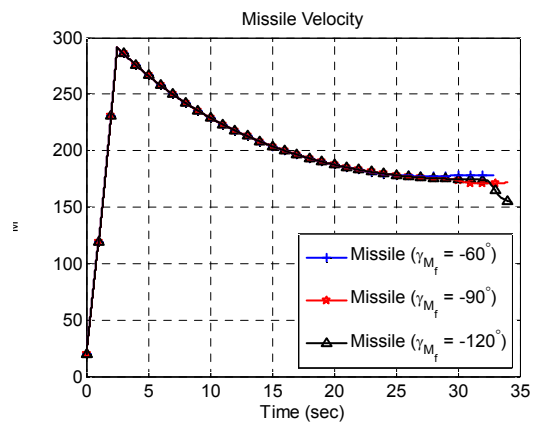


Fig. 10. Missile velocity profiles (Case 2)

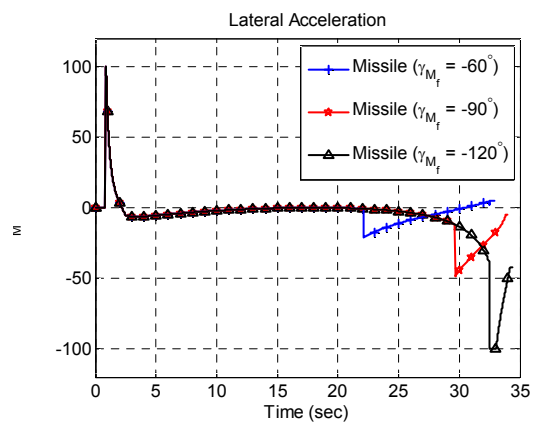


Fig. 11. Lateral acceleration (Case 2)

항법 이득이 변화는 것을 알 수 있다. 표적과의 타격시점 근처에 항법 이득 최소값  $2(1+\eta)=, 2.56 (@\gamma_{M_f} = -60^\circ), 2.58 (@\gamma_{M_f} = -90^\circ), 2.65 (@\gamma_{M_f} = -120^\circ)$ 을 가지는데, 짧은 시간동안 그 값을 유지하기 때문에 충돌각 오차가 거의 발생하지 않게 된다. 그러나 만일 항법 이득 최소값



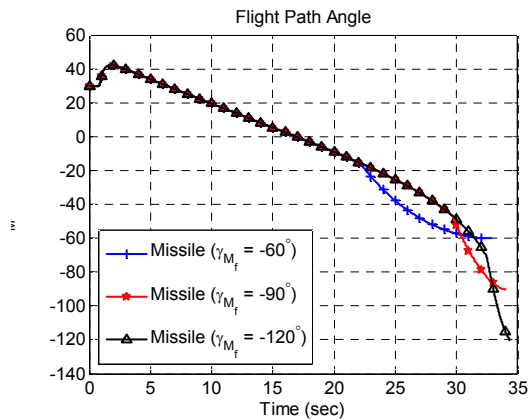


Fig. 12. Flight path angles (Case 2)

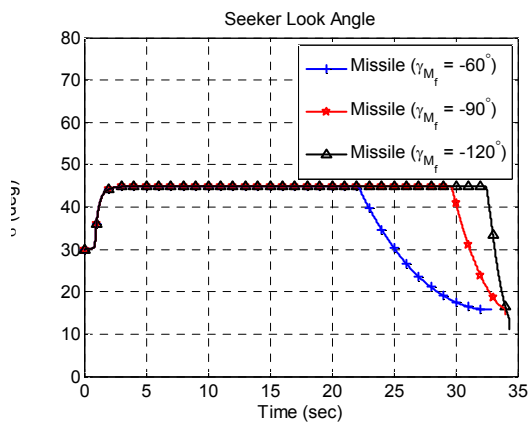


Fig. 13. Seeker look angles (Case 2)

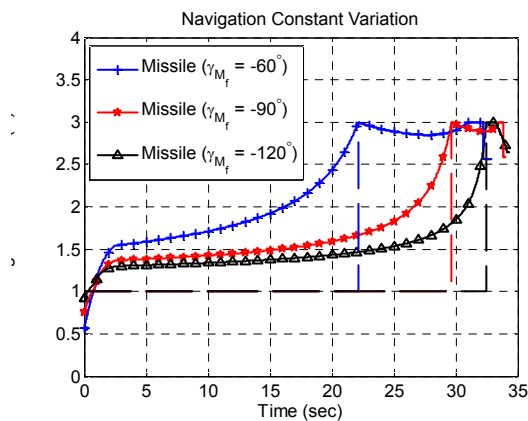


Fig. 14. Navigation Constant Variation (Case 2)

을 길게 가져간다면, 가속도명령은 발산하지 않지만 충돌각 오차가 발생할 수 있을 것으로 예측할 수 있다. 이 결과를 통해 제안된 유도법칙은 현실적인 환경 및 유도탄 모델에 적용하여도 만족할 만한 성능을 달성하는 것을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 비례 항법 특성을 기반으로 기동이 없는 이동표적에 대하여 충돌각 제어를 위한 복합 유도법칙을 제안하였다. 제안된 유도법칙은 초기 유도 단계와 종말 유도 단계에 대해 총 두 가지의 유도명령을 생성시킨다. 첫 번째 유도단계에서는 탐색기의 지향각을 일정하게 유지시키기 위한 유도명령을 생성시키고, 두 번째는 교전 정보를 통해 계산된 시선각 조건을 만족시켰을 때 비례 항법 유도명령을 생성시킨다. 제안된 유도법칙의 특징으로는 이동표적에 대해 충돌각을 제어를 할 경우 비행 궤적이 크게 성형되지만, 탐색기의 FOV 제한을 고려하여 표적 타격 시점까지 lock-on 상태를 계속 유지할 뿐만 아니라 가속도 제한을 고려하여 호밍 유도 시 가속도 포화에 의한 거리 오차 및 충돌각 오차가 발생하지 않도록 한다. 일정한 속도를 가지는 모델과 실제 교전환경을 고려하여 기본적인 공력특성을 가지면서 속도 변화가 있는 모델을 이용한 수치시뮬레이션을 통해 제안된 유도법칙의 성능검증을 수행하였고, 무시할 수 있을 정도의 거리 오차 및 충돌각 오차가 발생하였다.

## References

- 1) T. L. Song and H. Cho, "Impact angle control for planar engagements," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 35, No. 4, 1999, pp. 1439-1444.
- 2) C. K. Ryoo, H. Cho, and M. J. Tahk, "Optimal guidance laws with terminal impact angle constraint," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 28, No. 4, 2005, pp. 724-732.
- 3) A. Ratnoo and D. Ghose, "State-Dependent Riccati-Equation-Based Guidance Law for Impact-Angle-Constrained Trajectories," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 32, No. 1, 2009, pp. 320-325.
- 4) Y. I. Lee, C. K. Ryoo, and E. Kim, "Optimal guidance with constrains on impact angle and terminal acceleration," *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conf.*, Austing, TX, 2003.
- 5) C. K. Ryoo, H. Cho, and M. J. Tahk, "Time-to-go weighted optimal guidance with impact angle constraints," *IEEE Transactions on*

*Control and System Technology*, Vol. 14, No. 3, 2006, pp. 483-492.

6) B. S. Kim, J. G. Lee and H. S. Han, "Biased PNG law for impact with angular constraint," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 34, No. 1, 1998, pp. 277-288.

7) K. S. Erer and O. Merttopçuoğlu, "Indirect impact-angle-control against stationary targets using biased pure proportional navigation," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 35, No. 2, 2012, pp. 700-703.

8) A. Ratnoo and D. Ghose, "Impact angle constrained interception of stationary targets," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 31, No. 6, 2008, pp. 1816-1821.

9) A. Ratnoo and D. Ghose, "Impact angle constrained guidance against nonstationary nonmaneuvering targets," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 33, No. 1, 2010, pp.

269-275.

10) B. G. Park, T. H. Kim, M. J. Tahk, and Y. H. Kim, "Composite Guidance Law for Impact Angle Control of Passive Homing Missiles," *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Science*, Vol. 42, No. 1, pp.20-28, 2014.

11) M. Guelman, "A Qualitative Study of Proportional Navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-7, No. 4, 1971, pp. 637-643.

12) M. Guelman, "Proportional Navigation with a Maneuvering Target," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. AES-8, No. 3, 1972, pp. 364-371.

13) P. E. Kee, L. Dong, and C. J. Siong, "Near optimal midcourse guidance law for flight vehicle," *Proceedings of 36th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, AIAA 98-0583, 1998.