

말뚝선단의 위치가 터널근접 시공에 의한 말뚝의 거동에 미치는 영향에 대한 연구

이철주^{1*} · 전영진²

¹정회원, 강원대학교 토목공학과 교수

²비회원, 강원대학교 토목공학과 대학원 석사과정

A study on the effect of the locations of pile tips on the behaviour of piles to adjacent tunnelling

Cheol-Ju, Lee^{1*}, Young Jin, Jeon²

¹Department of Civil Engineering, Kangwon National University

²Department of Civil Engineering, Kangwon National University

ABSTRACT: In the current work, a series of three-dimensional (3D) finite element analyses have been performed to study the effects of the locations of pile tips on the behaviour of single piles to adjacent tunnelling. In the numerical modelling, several key issues, such as tunnelling-induced pile head settlements, axial pile forces, interface shear stresses and apparent factors of safety have been studied. When the pile tips are inside the influence zone which considers the relative pile tip location with respect to the tunnel position, tunnelling-induced pile head settlements are larger than those computed from the greenfield condition. However, when the pile tips were outside the influence zone, an opposite trend was observed. When the pile tips were inside the influence zone, tunnelling-induced tensile pile forces developed; however, when the pile tips were outside the influence zone, tunnelling-induced compressive pile forces were mobilised, associated with larger settlements of the surrounding soil than the pile settlements. It has been shown that the increases in the tunnelling-induced pile head settlements have resulted in reductions of the apparent factor of safety by about 50% when the pile tips are inside the influence zone, therefore severely affecting the serviceability of piles. The pile behaviour, when considering the location of pile tips with regards to the influence zone, has been analysed in great detail by taking the tunnelling-induced pile head settlements, axial pile force and apparent factor of safety into account.

Keywords: Three-dimensional (3D) numerical modelling and analysis, Piles, Soil-structure interaction, Tunnelling

초 록: 본 연구에서는 3차원 유한요소해석을 실시하여 말뚝의 하부에서 실시된 터널시공으로 인한 말뚝의 거동을 말뚝선단의 상대위치를 고려하여 분석하였다. 수치해석에서는 순수하게 터널굴착으로 인해 유발된 (tunnelling-induced) 말뚝침하, 축력분포, 전단응력 및 겹보기안전율의 변화를 심도 있게 고찰하였다. 말뚝의 선단이 터널굴착에 대한 말뚝선단의 위치를 고려한 영향권 내부에 존재하는 경우 말뚝의 침하는 Greenfield 조건의 최대침하와 인근지반의 침하를 초과하는데 비해, 횡방향 이격거리가 증가하여 영향권 외부에 있는 경우 말뚝의 침하는 그 반대의 경향을 보였다. 말뚝선단이 영향권 내부에 존재하는 경우 tunnelling-induced 인장력이 발생하지만, 말뚝선단이 영향권의 외부에 존재할 경우 말뚝침하를 초과하는 인근지반의 침하로 인해 압축력이 발생하는 것으로 분석되었다. 터널굴착으로 인한 말뚝침하의 증가로 말뚝의 겹보기안전율(apparent factor of safety)은 말뚝선단이 영향권 내부에 존재할 경우 1.0 미만으로 감소하는 것으로 나타나 말뚝의 사용성에 심각한 문제가 발생할 수 있는 것으로 나타났다. 본 연구를 통해 분석한 말뚝선단의 위치에 대한 영향권 내부 및 외부에서의 말뚝의 거동을 말뚝의 침하, 축력 및 겹보기안전율에 대해 심도 있게 고찰하였다.

주요어: 3차원 수치해석 및 분석, 말뚝, 구조물-지반상호 거동, 터널시공

***Corresponding author:** Cheol-Ju, Lee

E-mail: cj32@kangwon.ac.kr

Received January 9, 2015; **Revised** February 11, 2015;

Accepted February 12, 2015

1. 서론

최근 도심지에서 신설터널이 기존재하는 구조물의 기초에 근접하여 시공되는 경우가 자주 발생하는데, 터널굴착에 의한 지반침하로 인해 말뚝에 변위(침하 혹은 횡방향 변형)가 발생하고 및 축력의 분포가 변하게 된다. 국내에서도 이러한 상황은 도심지에서 실시되는 터널의 설계 및 시공시 자주 발생하고 있는 실정이다(Korea Rail Network Authority, 2014). 이러한 상황에 대해 그동안 많은 연구가 수행되어 왔으며, 대부분의 연구는 말뚝의 측면 혹은 말뚝하부에서 수행되는 터널굴착에 의한 말뚝의 거동과 관련되어 있다(Lee, 2012a). 일반적으로 말뚝의 하부에서 터널굴착을 실시하는 경우 말뚝의 측면에서 실시하는 경우에 비해 말뚝의 기능에 더 유해한 영향이 발생한다고 알려져 있다(Jacobsz, 2002; Lee, 2012a). Lee and Ng (2005), Pang (2006), Lee (2008), Lee and Hwang (2011), Lee (2012a, 2012b, 2012c), Liu et al. (2014) 및 Ng and Lu (2014)는 수치해석을 실시했으며, Jacobsz (2002), Marshall (2009), Cho et al. (2010), Ng et al. (2013), Ng et al. (2014) 및 Williamson (2014)은 실내모형실험이나 원심모형실험을 통한 연구를 수행하였다. 이러한 연구에 의하면 터널굴착에 따른 말뚝-인접지반 사이에서의 전단응력전이(shear transfer)로 인해 말뚝의 축력분포가 변하고, 터널에

대한 말뚝의 상대위치에 따라 침하 혹은 횡방향 변형이 발생하는 것으로 보고되었다. 이에 비해 현장실측을 통한 연구는 상대적으로 제한적인데 Selemetas (2005), Pang (2006), Liu et al. (2014), Williamson (2014) 및 Mair and Williamson (2014)은 터널굴착으로 인한 인접말뚝의 거동을 현장실측을 통해 연구한 바 있다. Selemetas (2005)는 단독말뚝의 하부에서 실시된 터널굴착으로 인한 말뚝의 거동을 보고하였고, Pang (2006)은 싱가포르에서 시공된 지하철공사로 인한 인접말뚝의 거동을 보고하였다. Williamson (2014)는 현장실측을 통해 단독말뚝 및 기초판으로 연결된 군말뚝의 하부에서 수행된 터널굴착으로 인한 말뚝의 거동을 분석하였다.

기존 연구에 의하면 터널굴착에 의한 말뚝의 거동은 말뚝선단의 위치에 대한 터널의 위치에 가장 큰 영향을 받는 것으로 보고된 바 있다(Jacobsz, 2002). Attewell et al. (1986), Jacobsz (2002), Kaalberg et al. (2005), Selemetas (2005) 및 Cho (2012)는 기존에 존재하는 말뚝의 인근으로 터널굴착이 수행될 때 그에 대한 영향권을 연구하였다. Attewell et al. (1986)은 터널굴착에 의한 영향권을 Fig. 1과 같이 제시하였다. Jacobsz (2002)는 건조한 모래를 이용한 원심모형실험을 통하여 터널굴착에 의한 말뚝의 침하 영향권을 제안하였다. Kaalberg et al. (2005) 및 Selemetas (2005)는 점토층에서 실시된 비배수 조건의 터널굴착에 의

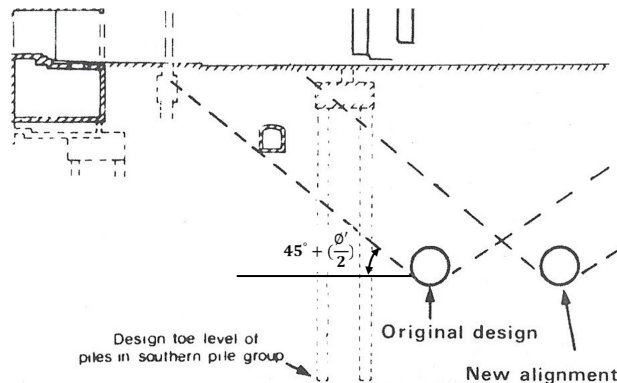


Fig. 1. Pile tip influence zone on existing piled foundations (Attewell et al, 1986)

한 말뚝의 영향범위를 지표면의 침하와 말뚝의 침하 크기를 고려하여 3가지 영역으로 나누어 제안하였다. Cho (2012)는 실내모형실험을 통하여 터널과 말뚝의 이격에 따른 터널과 말뚝의 상호작용에 대한 연구를 수행하였는데, 말뚝기초가 터널 라이닝으로부터 횡 및 수직방향으로 0.5D(D: 터널직경)이상 이격되면 상호영향이 작게 나타난다고 보고하였다. 한편 Devriendt and Williamson (2011)는 터널굴착으로 유발된(tunnelling-induced) 말뚝의 침하를 경험적으로 평가하는 두 가지 방법을 제시하였다(2/3 Depth approach 및 Neutral axis approach).

기존 연구에서는 터널굴착으로 인한 말뚝의 영향권 분석시 주로 점토 혹은 건조모래 지반에 근입된 말뚝에 대해 단순하게 말뚝의 침하량만을 고려했으며, 영향권에 대해 아직까지는 명확하게 규명되지 못하고

있는 실정이다. 이에 본 연구에서는 터널의 위치에 대한 말뚝선단의 상대위치가 터널근접 시공에 의한 말뚝에 미치는 영향을 심도 있게 고찰하기 위해 3차원 유한요소해석을 실시하였다. 풍화토 지반에 시공된 말뚝의 영향권을 풍화암에서 실시되는 터널굴착으로 인한 tunnelling-induced 말뚝의 침하는 물론이고 말뚝의 축력 및 전단응력 그리고 겉보기안전율(apparent pile capacity) 등에 대해 상세히 고찰하였다.

2. 수치해석

2.1 유한요소해석의 경계조건

본 연구에서는 3차원 유한요소해석 프로그램인 Plaxis 3D (Plaxis, 2011)를 이용하여 터널의 굴착을

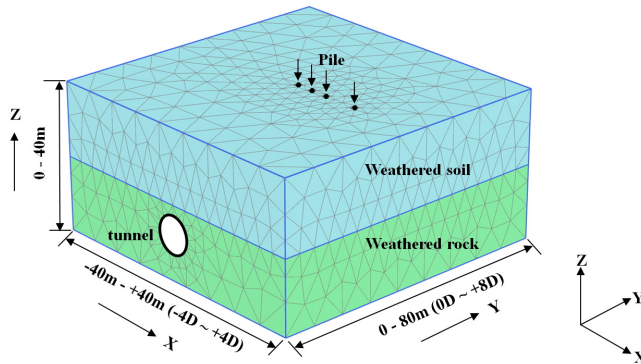


Fig. 2a. 3D finite element mesh used in the analyses (D: tunnel diameter)

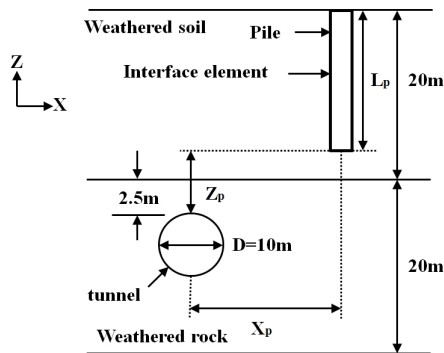


Fig. 2b. Sectional view of analysis geometry

모사하여 터널에 대한 말뚝선단의 이격거리에 따른 말뚝의 거동을 분석하였다. Fig. 2a는 해석에서 적용된 유한요소해석 mesh를 보여주고 있고, Fig. 2b는 해석 단면도를 보여주고 있다. 해석에서 가정한 터널의 직경(D)은 10 m이며, 터널 중심부는 지표면으로부터 27.5 m 하부에 위치하고 있다. 지표면에서 20 m 하부까지 풍화토층이 존재하며, 그 하부는 풍화암으로 구성된 것으로 가정하였다. 본 연구에서는 터널에 대한 말뚝선단의 상대위치에 대한 영향을 분석하기 위해 다양한 말뚝선단의 상대위치(수직 및 횡방향 이격거리)에 대한 해석을 수행하였다. 말뚝의 직경(d)은 0.5 m이며, 그 길이(L_p)는 12.5-20 m이며 이는 Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D 및 1.0D에 대응된다. 한편 터널의 중심으로부터 말뚝의 중심을 횡방향으로(X-축) 0-20 m 이격시켜 해석을 수행하였다(X_p=0D, 0.5D, 1D 및 2D). 즉 본 연구에서는 총 16개 조건의 말뚝선단의 상대위치에 대한 경우를 분석하였다.

2.2 구성모델 및 물성치

터널의 굴착을 모사하기 위하여 탄-소성해석을 실시하였으며 특히 말뚝-지반 경계면에는 plastic yielding (소성항복)이 발생하는 경우 slip(미끄러짐)의 발생을 허용하는 interface element(경계요소)를 적용하였다. 특히 말뚝선단과 풍화암 사이에도 경계요소를 지정하여 인장응력이 풍화암과 말뚝선단 사이에서의 부착강도를 초과할 경우 선단과 풍화암이 서로 분리될 수

있도록 하였다. 터널막장면의 슛크리트 라이닝은 변위, 축력 및 휨모멘트를 용이하게 분석할 수 있도록 plate element를 사용하였다. Table 1은 수치해석에서 적용한 풍화토, 풍화암, 말뚝 및 슛크리트의 일반적인 물성치를 정리하였다(Lee, 2014). 말뚝 및 슛크리트에는 isotropic elastic model(등방탄성모델)이 적용되었고, 풍화토 및 풍화암에는 non-associated flow rule(비관련 흐름 법칙)과 Mohr-Coulomb의 failure criterion(파괴기준)을 따르는 탄소성 모델을 적용하였다. 말뚝의 시공에 의한 말뚝주면-풍화토 및 말뚝선단-풍화암 경계면에서의 강도감소를 고려하기 위하여 전단강도 상수(c'_{int}, ϕ'_{int})는 강도감소계수(strength reduction factor) R_{int} (0.7)를 식 (1), (2)를 통해 적용되었다(Plaxis, 2011).

$$c'_{int} = R_{int} \times c'_{soil} \tag{1}$$

$$\tan(\phi'_{int}) = R_{int} \times \tan(\phi'_{soil}) \tag{2}$$

여기서 c'_{soil}은 풍화토/풍화암의 점착력, ϕ'_{soil}은 풍화토/풍화암의 내부마찰각이다.

2.3 수치해석절차

수치해석에서는 말뚝의 시공에 의한 근입효과 및 이로 인한 지반의 응력변화는 포함시키지 않았다. 따라서 본 연구에서 가정한 말뚝은 현장타설말뚝의 거

Table 1. Material parameters adopted in the numerical analyses

material	model	γ _t (kN/m ³)	K _o	ν	E' (MPa)	c' (kPa)	ϕ' (°)
weathered soil	Mohr-Coulomb	20	0.50	0.35	50	20	30
weathered rock		22	0.70	0.30	100	50	35
tunnel lining	Elastic	25	-	0.20	5,000(S#) 15,000(H#)	-	-
pile		25	0.01	0.20	30,000	-	-

Note: γ_t (unit weight of material), K_o (lateral earth pressure coefficient at rest), ν (poisson's ratio), E' (Young's modulus), c' (cohesion), ϕ' (internal friction angle), Note#: S (soft shotcrete), H (hard shotcrete)

동과 유사하다고 가정할 수 있다. 터널의 굴착은 종방향(Y)에 대하여 0D에서 8D (0 m~+80 m)구간 사이에서 실시되었다(Fig. 2a). 초기 평형단계 도달 이후 터널굴착 이전 말뚝두부에는 별도의 해석을 통해서 결정한 설계하중 P_a 을 작용시켰다($L_p=20$ m [$Z_p=0.25D$], 902.5 kN; $L_p=17.5$ m [$Z_p=0.5D$], 723.5 kN; $L_p=15.0$ m [$Z_p=0.75D$], 545 kN; $L_p=12.5$ m [$Z_p=1.0D$], 447.0 kN, 3.1장에서 설명). 터널의 굴착은 각 단계별로 1 m씩 실시되는 것으로 가정하여 총 80단계에 걸쳐서 실시되었다. 터널굴착 단계가 종료된 이후 굴착면에는 두께 200 mm의 슛크리트를 타설하였는데 터널굴착 직후에는 연성 슛크리트로 가정하여 5,000 MPa의 탄성계수를 적용하였으며, 다음 굴착단계에서 이를 강성 슛크리트의 물성치로 변환하여 15,000 MPa의 탄성계수를 가지는 것으로 가정하였다. 해석 결과의 분석을 위하여 임의의 심도에서 말뚝의 축력 P 는 $P = \sigma_{zz,avg} \times A_p$ 식으로 산정하였다, 여기서 $\sigma_{zz,avg}$ 는 특정심도에서 말뚝 수직응력의 값을 평균한 것이고, A_p 는 말뚝의 단면적이다. 한편 말뚝-풍화토 경계면에서의 전단응력은 임의의 심도에서의 값을 평균하여 산정했다.

3. 해석결과 분석

3.1 말뚝의 설계지지력 결정

Fig. 3은 말뚝의 설계지지력을 결정하기 위하여 실시한 말뚝재하시험 모사를 통하여 산정된 말뚝의 하중-침하관계를 보여주고 있다. 해석은 $X_p=0D$ 의 위치에서 말뚝의 길이를 변화시켜서 $Z_p=0.25D$ ($L_p=20$ m), $0.5D$ ($L_p=17.5$ m), $0.75D$ ($L_p=15.0$ m) 및 $1D$ ($L_p=12.5$ m)에 실시되었으며 터널굴착은 포함되지 않았다. 말뚝하중재하시험을 모사하기 위하여 말뚝두부에 단계별로 압축력을 증가시켰다. Fig. 3은 $Z_p=0.25D$ ($L_p=20$ m)인 경우의 하중-침하관계를 보여주는데 말뚝두부의 하중이 1,800 kN 부근에 도달할 때까지는 하중과 침하

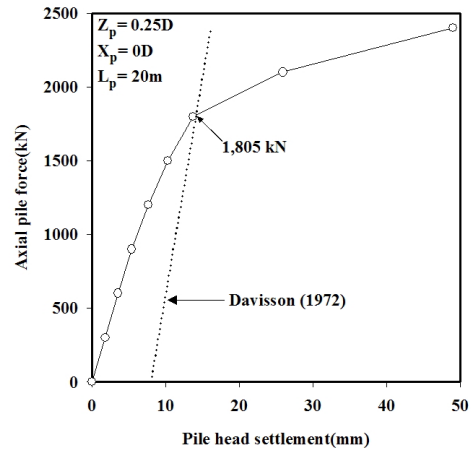


Fig. 3. Relation of axial pile force and pile head settlement

사이에 거의 선형에 가까운 관계를 나타내고 있다. 그러나 이를 초과하는 하중이 작용할 경우 말뚝에 급격한 침하가 발생하고 있다. 하중-침하 관계로부터 말뚝의 설계지지력을 결정하기 위하여 국내에서 일반적으로 널리 사용되는 Davisson (1972)의 방법을 적용하여 Fig. 3에 나타나 있듯이 말뚝의 극한지지력을 1,805 kN으로 산정하였다. 여기에 안전율 2.0을 적용하여 말뚝의 설계지지력(P_a)을 902.5 kN으로 결정하였으며, ($1,805/2.0=902.5$ kN), 이때 발생한 말뚝두부의 침하량(δ_i)은 5.4 mm이다. 유사하게 Z_p 가 0.5D, 0.75D 및 1D인 말뚝의 경우 P_a 는 각각 723.5 kN ($\delta_i=4.7$ mm), 545 kN ($\delta_i=3.8$ mm) 및 447.0 kN ($\delta_i=3.6$ mm)로 평가 되었다. 터널 굴착으로 인한 기존재하는 말뚝의 거동을 분석하기 위해 해석초기 이와 같이 결정된 말뚝의 설계지지력을 말뚝두부에 작용시켜 사용 중인 말뚝의 거동을 모사한 이후, 터널의 단계별 굴착을 진행시켰다.

3.2 말뚝 및 지반 침하

Fig. 4a는 말뚝의 선단이 터널크라운의 바로 위에 존재하는 경우($X_p=0D$)에 대해 다양한 수직이격거리 ($Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$)에 대한 해석을 통해

산정된 터널굴착 단계별 정규화된 말뚝두부의 침하 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 분포를 보여주고 있다. 여기서 $\delta_{p,net}$ 는 순수하게 터널굴착에 의해서 발생한 터널굴착 단계별 말뚝두부의 침하(tunnelling-induced pile head settlement)를 나타내며, $\delta_{gr,max}$ 는 지중에 말뚝이 존재하지 않는 Greenfield 해석조건에서 터널굴착에 의해 발생한 말뚝중심의 위치에서 발생한 지표면의 최대침하를 의미한다. Fig. 4a는 정규화된 침하 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 가 터널의 굴착이 진행 될수록 점차 증가하고 있음을 보여주고 있다. 터널굴착 종료 후 말뚝의 수직이격거리가 증가할수록 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 는 점차 감소하여 각각 1.52, 1.28, 1.19 및 1.12로 분석되었다. 특히 $Z_p=0.25D$ 인 경우 $\delta_{p,net}$ 는 Greenfield 조건의 지표면 침하와 비교하여 약 50% 더 큰 것으로 분석된다. 이는 터널굴착으로 인한 지반침하가 지표면으로 갈수록 감소하기 때문으로 판단된다. 말뚝두부의 침하가 증가하는 경향을 분석한 결과 각 터널굴착 단계에서 침하가 가장 크게 발생하는 경우는 터널이 말뚝선단의 직하부를 통과하는 $Y/D=3.9-4.0$ 부근인 것으로 나타났다. 터널의 굴착이 말뚝을 중심으로 종방향으로 $\pm 0.3D$ 의 구간에서 진행 중일 때 전체 침하량의 약 29%가 발생하였으며, 말뚝을 중심으로 $\pm 1D$ 이내에서 진행될 때 전체 침하량의 약 64%가 발생하였다. 따라서 터널굴착에 의해 말뚝의 침하가 주로 발생하는 범위는 말뚝의 중심에서 종방향으로 $\pm 1D$ 이내 정도라고 할 수 있다. 한편 터널굴착 완료 후 터널 라이닝에서의 모멘트는 Greenfield 해석조건은 물론 본 연구에서 고려한 모든 해석조건에서 터널크라운에서의 침하가 거의 일정하여 최대모멘트 역시 매우 유사한 값을 보여 특별한 고려가 필요하지 않는 것으로 나타났다.

Fig. 4b는 일정한 수직이격거리에 대해 말뚝의 횡방향 이격거리가 변하는 경우의($Z_p=0.25D$ 이고 $X_p=0D$, $0.5D$, $1D$ 및 $2D$) 해석을 통해 산정된 터널굴착 단계별 정규화된 tunnelling-induced 말뚝두부의 침하 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 분포를 보여주고 있다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우 $\delta_{p,net}$ 는 Greenfield 조건의 최대침하량을 초과하여 δ

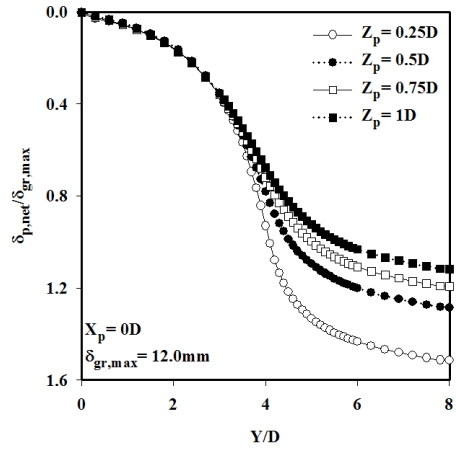


Fig. 4a. Pile head settlements by staged tunnelling ($X_p = 0D$)

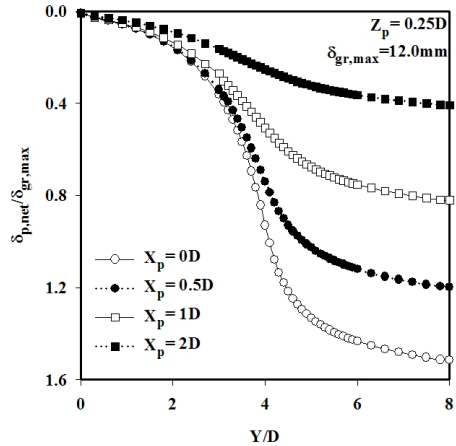


Fig. 4b. Pile head settlements by staged tunnelling ($Z_p = 0.25D$)

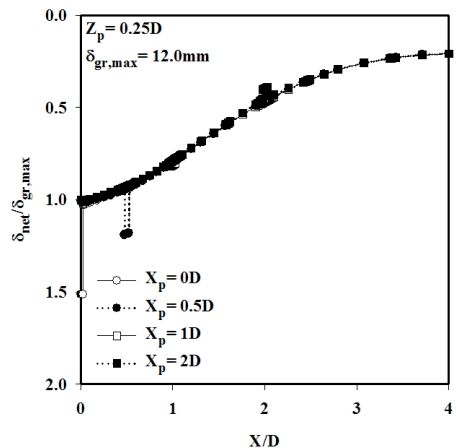


Fig. 4c. Settlements of ground surface and pile head ($Z_p = 0.25D$)

$\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 은 각각 1.52, 1.20인데 비해, $X_p=1D$ 및 $2D$ 의 경우는 Greenfield 조건의 최대침하량이 $\delta_{p,net}$ 을 초과하여 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 은 각각 0.82 및 0.41 이다. 즉 말뚝의 횡방향 이격거리가 증가할수록 침하량이 감소하며 그 경향이 말뚝선단이 터널크라운 바로 위에 존재하는 경우와 상이하기 때문에 tunnelling-induced 축력분포도 상이할 것으로 추론할 수 있다.

Fig. 4c는 말뚝의 선단의 수직이격거리가 일정하고 ($Z_p=0.25D$) 횡방향 이격거리가 변하는 경우($X_p=0D, 0.5D, 1D$ 및 $2D$) 터널굴착 종료 후 정규화된 tunnelling-induced 말뚝 및 지표면 침하 $\delta_{net}/\delta_{gr,max}$ 의 횡방향분포를 보여주고 있다, 여기서 δ_{net} 은 터널 굴착 종료 후 말뚝두부 혹은 지표면의 침하를 의미한다. 말뚝의 침하는 터널로부터 횡방향 이격거리가 증가할수록 Gaussian 침하형태를 가지며 점진적으로 감소하는 것을 확인 할 수 있다. $X_p=0-1D$ 에서는 말뚝의 침하가 지표면 침하를 초과하는데 비해, 이 범위를 초과하면 말뚝의 침하가 지표면의 침하보다 미소하게 작게 발생하며 이런 경향은 특히 $X_p=2D$ 인 경우 명확하게 나타나 있다. 즉 $X_p=1D$ 를 기준으로 말뚝두부의 침하량과 인근지표면의 침하량의 상호관계는 변하는 것으로 분석되며, $X_p=1D$ 를 초과하는 범위에서는 말뚝과 인근지반에서의 침하량의 크기가 서로 유사하므로 말뚝-인접지반의 경계면에서의 전단강도의 극히 일부만이 발현될 것으로 판단된다.

Fig. 5는 본 연구에서 가정한 모든 말뚝선단의 상대 위치에 따른 터널굴착 종료 후 정규화된 tunnelling-induced 말뚝두부의 침하 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 분포를 보여주고 있다. 말뚝두부의 침하는 $X_p=0D$ 와 $0.5D$ 인 경우 터널 크라운에서의 수직이격거리가 감소할수록(말뚝의 길이가 증가할수록) 크게 발생하는데 비해, $X_p=1D$ 와 $2D$ 인 경우 침하량의 크기가 거의 유사하긴 하지만 그 반대의 경향이 나타나서 수직이격거리가 증가할수록(말뚝의 길이가 감소할수록) 말뚝두부의 침하가 약간 더 증가하는 형태를 보이고 있다. 즉 말뚝의 선단이 터널크라운 바로 위에 존재하는 경우 말뚝의 침하는

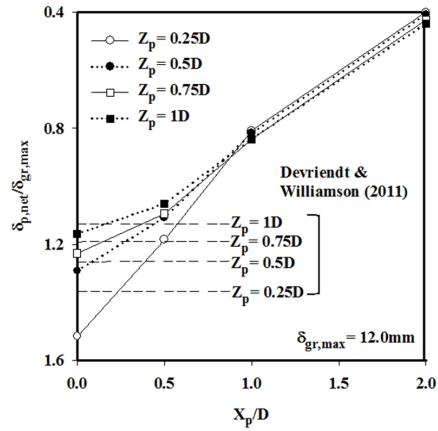


Fig. 5. Pile head settlements for various pile tip locations

말뚝선단의 수직이격거리 및 횡이격거리의 영향을 동시에 받는데 비해, 말뚝선단이 터널크라운의 측면에 존재하는 경우 수직이격거리의 영향은 횡방향 이격거리에 비해서는 그 영향이 상대적으로 미미한 것으로 볼 수 있다. 앞서 언급한 Devriendt and Williamson (2011)이 제안한 경험적인 말뚝두부의 침하평가법인 2/3 depth approach에 의하면 $Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$ 인 경우 $\delta_{p,net}/\delta_{gr,max}$ 의 값은 Fig. 5에 실선으로 표시되어 있는 것과 같이 각각 1.36, 1.26, 1.19 및 1.13으로 평가된다. 이 크기는 $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우는 대략 유사하다고 할 수 있으나, $X_p=1D$ 및 $2D$ 인 경우에는 매우 과다평가 되기 때문에 2/3 depth approach는 말뚝의 선단이 터널크라운 바로 위에 존재하는 경우에만 제한적으로 적용이 가능하다고 결론지을 수 있다. 말뚝의 침하에 비하여 터널굴착에 의한 말뚝의 종방향 및 횡방향 변위는 그리 크지 않으므로, 말뚝에 작용하는 모멘트 역시 무시할 정도인 것으로 분석되었다.

3.3 겉보기 안전율(apparent factor of safety)

Fig. 6a는 터널굴착으로 인한 겉보기안전율(apparent factor of safety)의 감소를 Fig. 3에서 언급한 말뚝의

하중-침하 관계를 이용하여 말뚝이 터널중심의 바로 위에 존재하는 경우($X_p=0D$) 다양한 수직이격거리 ($Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1D$)에 대해 보여주고 있다. 예를 들어 $X_p=0D$ 이고 $Z_p=0.25D$ 인 말뚝의 경우 터널 굴착 종료 후 말뚝의 최종침하량(설계하중에 의한 침하 + tunnelling-induced 침하)은 23.2 mm로 분석되었다. 따라서 Lee and Ng (2005)이 적용한 방식을 이용하여 Fig. 6a의 하중-침하 관계를 분석하면 터널 굴착으로 인해 유발되는 겹보기 말뚝하중의 크기를 하중-침하관계를 이용하면 약 2,033 kN로 산정할 수 있다. 따라서 겹보기안전율(apparent factor of safety)은 약 0.88로 크게 감소되는 것으로 평가된다($FS=$

1,805/2,033(설계지지력/겹보기하중)=0.88). 유사한 방식으로 다른 해석 조건에 대해 Fig. 6a와 같이 겹보기안전율을 산정하면 $Z_p=0.5D, 0.75D$ 및 $1D$ 에 대해 각각 0.91, 0.86 및 0.91로 평가된다. 즉 터널굴착으로 유발되는 말뚝의 침하로 인해 말뚝의 사용성이 크게 저하될 수 있는 것을 알 수 있다.

Fig. 6b는 일정한 말뚝선단의 수직이격거리($Z_p=0.25D$)에 대해 횡방향 이격거리의 변화에 따른($X_p=0D, 0.5D, 1D$ 및 $2D$) 말뚝의 겹보기안전율의 변화를 보여준다. 말뚝의 횡방향 이격거리가 증가할수록 겹보기안전율이 증가하지만, 말뚝의 침하가 주변지반의 지표면 침하보다 작은 $X_p=2D$ 인 경우에서도 안전율이 1.22로 비교적 크게 감소되는 것을 주목할 필요가 있다.

Fig. 7은 모든 해석조건에 대한 겹보기안전율의 변화를 보여준다. 겹보기안전율은 수직이격거리가 일정한 경우 $X_p=0D$ 인 조건에서 가장 낮은 것으로 분석되었으며, 횡방향 이격거리가 증가할수록 겹보기안전율도 같이 증가하는 경향을 보인다. 한편 일정한 횡방향 이격거리에서는 겹보기안전율의 크기가 수직이격거리 및 횡방향 이격거리에 동시 영향을 받는 것이 관찰된다. 즉 $X_p=2D$ 이고 $Z_p=0D$ 및 $0.5D$ 일 때, $X_p=2D$ 이고 $Z_p=1D$ 및 $2D$ 인 경우에 비해 상대적으로 큰 겹보기안전율이 산정되는데, 이는 말뚝의 선단이 영

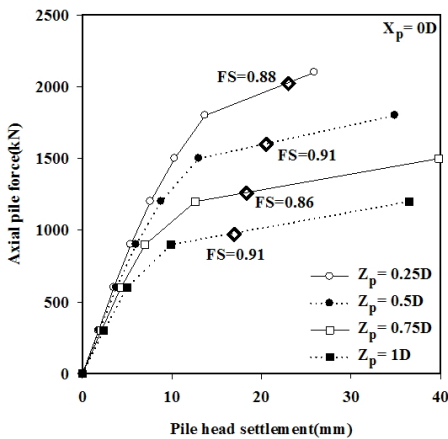


Fig. 6a. Apparent factors of safety ($X_p=0D$)

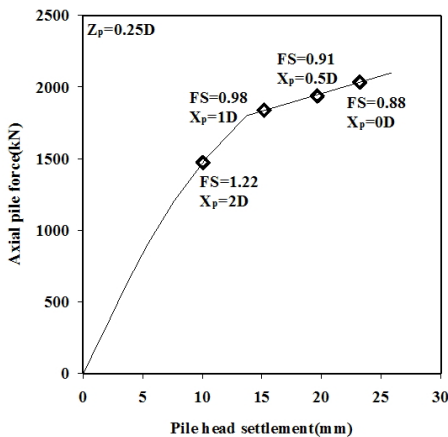


Fig. 6b. Apparent factors of safety ($Z_p=0.25D$)

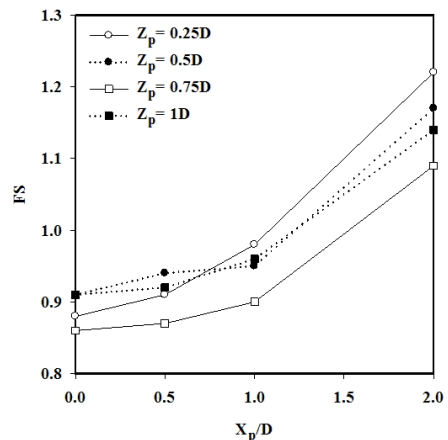


Fig. 7. Apparent factors of safety for various pile tip locations

향권 외부에 존재하기 때문에 판단된다. $X_p=0D-1D$ 범위에서는 모든 경우 겉보기안전율이 1.0 미만으로 산정되며, $X_p=2D$ 인 경우에는 1.14-1.22의 범위를 보인다.

3.4 말뚝의 축력 분포

Fig. 8a는 수치해석을 통해 산정된 횡방향 이격거리가 일정한 조건에서($X_p=0D$) 다양한 말뚝선단의 수직 이격거리($Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$)에 대해 정규화된 말뚝의 축력(P/P_a) 분포를 말뚝의 정규화된

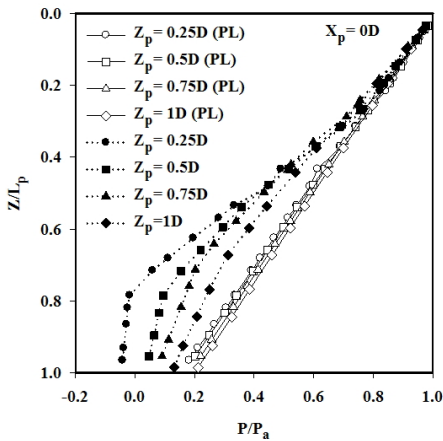


Fig. 8a. Distributions of normalised axial pile forces with depth (PL: pile loading)

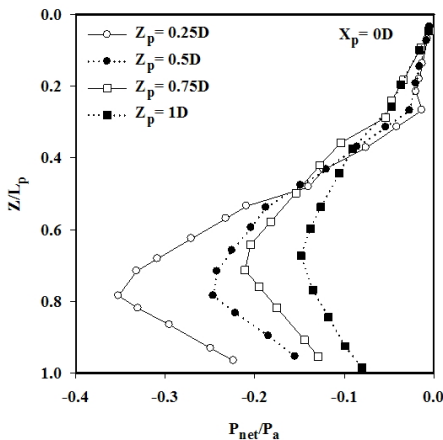


Fig. 8b. Distributions of normalised tunnelling-induced axial forces with depth

심도(Z/L_p)에 대해 보여주고 있다, 여기서 P 는 임의의 심도에서의 말뚝의 축력, P_a 는 터널굴착 이전에 말뚝에 작용된 설계하중이다. Fig. 8a는 터널굴착 이전 말뚝에 작용한 설계하중에 의한 축력분포 및 터널굴착이 종료된 후의 축력분포를 동시에 보여준다. 말뚝에 작용한 설계하중에 의한 정규화된 말뚝 축력의 분포는 대체로 유사하며 말뚝 선단 인근에서 약 $0.2P/P_a$ 의 축력이 발생하고 있다. 이에 비해 터널굴착이 종료된 후 모든 해석조건에 대해 말뚝의 축력은 주면마찰력으로 증가로 인해 감소했으며, 이러한 경향은 말뚝선단의 수직이격거리가 짧을수록 두드러지는 경향을 보인다. 특히 $Z_p=0.25D$ 인 경우 $Z/L_p=0.8-1.0$ 인근에서 인장력이 발생하는 것을 관찰할 수 있다(최대 $-0.04P/P_a$). 그러나 이는 말뚝재료의 허용인장강도에 비해서는 매우 작은 값이므로 이로 인해 말뚝에 구조적인 문제가 발생할 가능성은 거의 없다고 판단된다(Lee, 2012a).

Fig. 8b는 터널굴착에 의한 말뚝의 축력변화를 명확하게 규명하기 위하여 일정한 말뚝의 횡방향 이격거리($X_p=0D$)에서 다양한 수직이격거리($Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$)에 대한 정규화된 tunnelling-induced 말뚝의 축력(P_{net}/P_a)을 말뚝의 정규화된 심도(Z/L_p)에 대해 보여주고 있다, 여기서 P_{net} 는 순수하게 터널의 굴착에 의해서 발생한 말뚝의 축력(tunnelling-induced axial pile force)이다. 모든 경우 터널굴착에 의해 말뚝에 인장력이 발생하는 것을 확인 할 수 있는데, 이는 기존의 연구와 같이 터널굴착에 의해 말뚝에 인장력이 발생하는 것을 의미한다(Selemetas, 2005; Devriendt and Williamson, 2011; Lee, 2012a; Williamson, 2014). 또한 말뚝의 수직이격거리가 증가할수록 인장력의 크기가 점차 감소하는 것을 볼 수 있다. 터널굴착이 종료된 경우 $P_{net,max}/P_a$ 는 $Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$ 인 경우 각각 0.35, 0.25, 0.21 및 0.15으로 산정된다, 여기서 $P_{net,max}$ 는 말뚝의 최대 인장력이다. 한편 $Z_p=0.25D$ 및 $0.5D$ 말뚝의 경우 말뚝의 두부로부터 약 $Z/L_p=0.8$ 까지는 인장력이 증가하며 그 아래에서는 인장력이 점차 감소하는 분포를 보인다. 한편

$Z_p=0.75D$ 및 $1D$ 인 경우 약 $Z/L_p=0.7$ 까지 인장력이 증가하며 그 아래로 감소하는 경향을 보이고 있다. 즉 수직이격거리가 증가할수록 최대인장력이 발생하는 위치가 약간 위로 상승하는 것을 알 수 있다.

Fig. 9a는 일정한 수직이격거리($Z_p=0.25D$)에 대해서 말뚝선단의 횡방향 이격거리를 $X_p=0D, 0.5D, 1D$ 및 $2D$ 으로 변화시켜서 산정된 조건에서 정규화된 말뚝의 축력(P/P_a)의 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L_p)에 대하여 보여주고 있다. 앞의 경우와 유사하게 설계하중 작용하에서 주변마찰력의 발현으로 인해 말뚝축력은 말뚝의 심도가 증가할수록 점진적으로

감소하고 있고 약 80%의 설계하중이 주변마찰력에 의해 지지되어 말뚝선단에서 약 20%의 하중이 발생함을 알 수 있다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 의 경우 터널굴착 종료 후 축력이 감소된 것에 비해, 말뚝의 횡방향 이격거리가 증가된 $X_p=1D$ 및 $X_p=2D$ 인 경우는 축력이 약간 증가한 형태의 분포를 보이는데 이는 터널굴착으로 인해 주변마찰력이 증가한 $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우에 비해 오히려 주변마찰력이 약간 감소되었다는 점을 보여준다.

Fig. 9b는 순수하게 터널굴착에 의해 유발된(tunnelling-induced) 정규화된 말뚝의 축력(P_{net}/P_a)을 일정한 수직이격거리 $Z_p=0.25D$ 에 대해 다양한 횡방향 이격거리($X_p=0D, 0.5D, 1D$ 및 $2D$)에 대해 정규화된 말뚝의 심도(Z/L_p)에 대하여 보여주고 있다. 말뚝선단이 $X_p=1D$ 및 $X_p=2D$ 의 위치에 존재하는 경우 각각 $0.05P_{net}/P_a$ 및 $0.1P_{net}/P_a$ 의 크기를 가진 압축력 형태의 tunnelling-induced 축력이 발생하는데 이는 $X_p=0D$ 및 $X_p=0.5D$ 와는 상이하며, 앞서 언급한 바와 같이 말뚝의 침하에 비해 주변지반의 침하가 더 크게 발생하여 말뚝에 부마찰과 유사한 형태의 하향의 전단응력이 발생하기 때문으로 판단된다(Lee, 2012a).

Fig. 10은 터널굴착에 의한 말뚝의 축력변화를 명확하게 규명하기 위하여 tunnelling-induced 말뚝의 정규

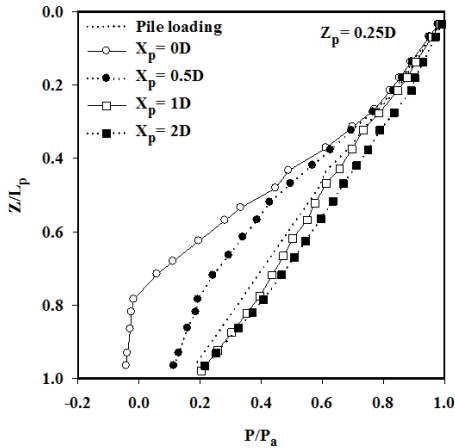


Fig. 9a. Distributions of normalised axial pile forces with depth

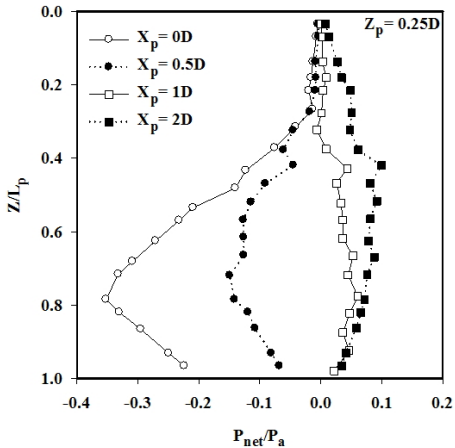


Fig. 9b. Distributions of normalised tunnelling-induced axial forces with depth

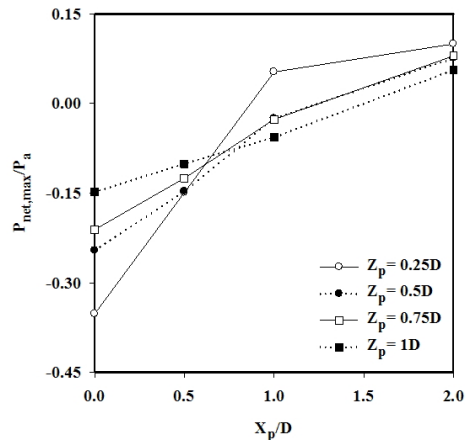


Fig. 10. Maximum axial forces of the piles for various pile tip locations

회된 최대축력($P_{net,max}/P_a$)을 모든 해석조건에 대해 보여주고 있다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우 모든 말뚝에는 인장력이 발생하는데 비해 $X_p=1D$ 인 경우 수직이격거리가 작은 경우에는 압축력이, 큰 경우는 인장력이 발생하였다. 한편 $X_p=2D$ 인 경우 모든 말뚝에서 압축력이 발생하였다. 이러한 경향은 말뚝선단의 상대위치에 따라 말뚝과 인접지반에서의 상대변위의 분포가 상이하여 발생한 것으로 3.5장에서 이를 보다 상세히 설명하였다.

3.5 경계면에서의 전단응력

Fig. 11a는 말뚝선단의 횡방향 이격거리가 일정한 조건에서($X_p=0D$)에서 수직이격거리가 $Z_p=0.25D$, $0.5D$, $0.75D$ 및 $1.0D$ 인 경우 말뚝-인접지반 경계면에서의 전단응력의 분포를 정규화된 말뚝의 심도(Z/L_p)에 대해 보여 주고 있다. Fig. 11a는 설계하중 작용에 의한 전단응력 및 터널굴착 종료 후의 전단응력의 분포를 같이 보여주고 있다. 설계하중 작용하에서 전단응력의 분포는 대체로 유사하지만 말뚝이 긴 경우 약간 더 큰 전단응력이 발생하는 것을 관찰할 수 있다. 한편 터널굴착이 완료된 후 $Z_p=0.25D$ 말뚝의 경우 약 $Z/L_p=0.5$ 심도까지 전단응력이 증가하는데 비해, 그 아래에서는 전단응력이 점진적으로 감소하여 (-) 값으로 변하는 것을 확인 할 수 있다. 한편 $Z_p=0.5D$, $0.75D$ 및 $1D$ 인 경우도 유사하게 터널굴착 종료 후 전단응력이 각각 $Z/L_p=0.38$, 0.34 및 0.33 심도까지 증가하다가 점진적으로 감소하는 경향을 보인다. 이러한 사실로 부터 말뚝두부에서 특정심도까지 전단강도가 완전히 발현하고, 그 아래에서 전단강도의 일부만이 발현됨을 알 수 있다. 전단응력의 부호가 (+)에서 (-)으로 바뀌는 지점(약 $Z/L_p=0.9$)이 존재하는데 이는 전단응력의 작용방향이 상향에서 하향으로 변했음을 의미한다(Lee, 2012a).

Fig. 11b는 tunnelling-induced 전단응력의 분포를 일정한 횡방향 이격거리($X_p=0D$)에서 다양한 말뚝선

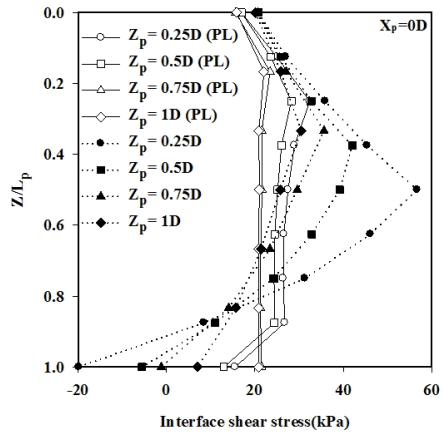


Fig. 11a. Distributions of interface shear stress with depth (PL: pile loading)

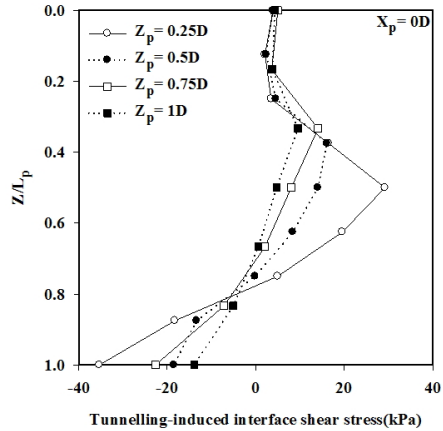


Fig. 11b. Distributions of tunnelling-induced interface shear stress with depth

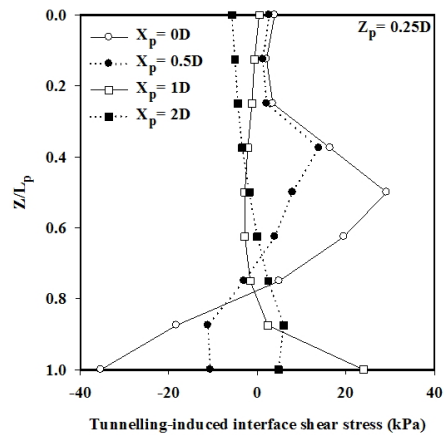


Fig. 11c. Distributions of tunnelling-induced interface shear stress with depth

단의 수직이격거리($Z_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$)에 대해 보여주고 있다. 모든 경우 $Z/L_p=0.25$ 부근까지는 매우 작은 전단응력만이 발생하였다. $Z_p=0.25D$ 인 경우 지표에서 $Z/L_p=0.25$ 지점까지 매우 작은 전단응력만이 발생하고 있으나 $Z/L_p=0.5$ 지점까지는 전단응력이 점차 증가하여 최대전단응력이 발생하며, 그 아래로는 감소하여 말뚝의 선단에서는 (-)값을 가진다. 유사하게 $Z_p=0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$ 인 경우도 말뚝 상부에서 전단응력이 약간 증가하다가 그 이후 점차 감소하고 말뚝 선단 인근에서는 (-)값을 가진다. 이러한 전단응력의 터널굴착에 의한 지반 및 터널의 침하, 이에 따른 상대변위의 발생에 의한 것으로 판단된다. 전단응력이 전이되지 않는 중립면(neutral plane) 인근에서는 매우 작은 전단응력이 발생하는데 이는 중립면 부근에서 상대변위의 크기가 작아 전단강도의 일부만이 발현되기 때문으로 분석된다(Lee, 2012a). 즉 말뚝의 상부에서는 상향의 전단응력이 발생하며, 선단인근에서는 하향의 전단응력이 발생하는데 이러한 상이한 전단응력 성분의 조합으로 인해 말뚝에는 앞서 언급한 바와 같이 인장력이 발생하는 것으로 추론된다.

Fig. 11c는 일정한 수직이격거리 $Z_p=0.25D$ 를 가지는 말뚝에 대해 다양한 횡방향 이격거리($X_p=0.25D, 0.5D, 0.75D$ 및 $1.0D$)에 대해 tunnelling-induced 전단응력의 분포를 보여주고 있다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우 말뚝의 상부에서는 상향의 전단응력이 발생하며, 선단인근에서는 하향의 전단응력이 발생한다. 그러나 $X_p=1D$ 및 $2D$ 인 경우 이와는 반대의 경향을 보여서 말뚝의 상부에서는 작은 크기의 하향의 전단응력이 선단 인근에서는 상대적으로 큰 상향의 전단응력이 발생한다. 즉 이는 말뚝의 상부에서는 앞서 언급한 바와 같이 지반의 침하가 말뚝의 침하를 약간 초과하며, 반대로 선단 인근에서는 말뚝의 침하가 지반의 침하를 상대적으로 크게 초과하기 때문인 것으로 분석할 수 있다(Lee, 2012b). 이러한 결과로 $X_p=1D$ 및 $2D$ 인 경우 말뚝에는 Fig. 9b와 같이 tunnelling-induced

압축력이 발생하는 것은 바로 상향과 하향의 전단응력 성분의 조합에 의한 것으로 판단된다.

3.6 터널굴착의 영향권

본 연구에서는 tunnelling-induced 말뚝의 침하, 축력 및 겉보기안전율을 검토하기 위하여 Attewell et al. (1986)의 터널굴착에 따른 말뚝선단의 영향권을 적용하였다. Fig. 12a는 터널 굴착 종료 후 tunnelling-induced 말뚝두부의 침하($\delta_{p,net}$)를 Greenfield 조건에서 지표면 최대침하($\delta_{gr,max}$)와 비교하여 터널굴착에 의한 영향권과 나타낸 것이다. 여기서 각각의 점은 각 해석조건별 말뚝선단의 위치를 의미한다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 인 경우 말뚝의 침하는 지표면 최대침하($\delta_{gr,max}$)를 초과한다. 그러나 $X_p=1D$ 및 $2D$ 에서는 말뚝의 침하가 지표면 최대침하($\delta_{gr,max}$)보다 작게 발생하였다. 즉 말뚝선단의 횡방향 이격거리가 증가할수록 Greenfield 조건의 지표면 최대침하보다 작은 말뚝의 침하가 발생하였다.

Fig. 12b는 tunnelling-induced 말뚝의 최대 축력을 영향권에 대해 비교하여 보여주고 있다. $X_p=0D$ 및 $0.5D$ 의 위치에서 말뚝에는 인장력이 발생하고, $X_p=1D$ 의 경우 수직이격거리에 따라 인장력 혹은 압축력이 발생하는 것으로 분석되었다. 특히 $Z_p=0.5D$ 및 $0.75D$ 의 경우 말뚝의 상부에는 압축력이 말뚝하부에는 인장력이 발생하는 것으로 나타났는데, 이에 터널-말뚝-지반 사이의 복잡한 상호거동에 기인된 것으로 분석되며, 추가 연구가 필요할 것으로 판단된다. 영향권을 벗어난 $X_p=2D$ 위치의 모든 말뚝에서는 압축력이 발생하였다.

Fig. 12c는 말뚝의 겉보기안전율을 영향권과 비교하여 보여주고 있다. 앞서 설명한 것과 마찬가지로 말뚝전체로 보았을 때 말뚝의 겉보기안전율은 터널로부터 말뚝의 횡방향 이격거리가 증가할수록 상대적으로 증가하는 것을 알 수 있다. 말뚝선단이 터널크라운 바로 위에 존재하는 경우 말뚝의 겉보기안전율이

가장 크게 감소하며 $X_p=0-1D$ 인 경우 겉보기안전율이 1.0 미만으로 감소한다. 그러나 $X_p=2D$ 인 경우라도 안전율이 1.0을 약간 상회하는 것으로 분석되었다. 터널굴착으로 인한 말뚝침하의 증가로 말뚝의 겉보기 안전율(apparent factor of safety)은 설계하중 선정시

사용된 안전율(FS) 2를 기준으로 하여 비교하였을 때, 말뚝선단이 영향권 내부에 존재할 경우 겉보기 안전율이 평균 약 55% 감소하였으며, 영향권 외부에 존재하는 경우 평균 약 44% 감소하는 것으로 분석되었다. 따라서 터널굴착으로 인한 말뚝두부의 침하로 인해 말뚝의 사용성은 크게 저하될 수 있음을 알 수 있다. 또한, 말뚝선단이 영향권의 외부에 존재하는 경우라도 터널굴착으로 인해 말뚝의 안정성이 저하될 수 있으므로 이를 충분히 고려해야 된다고 판단된다.

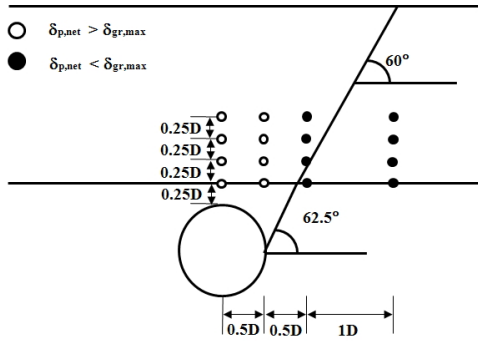


Fig. 12a. Tunnelling-induced settlements with pile tip influence zone

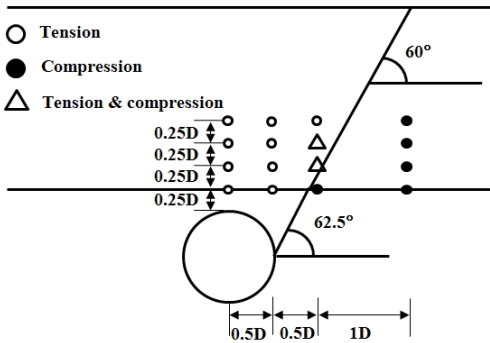


Fig. 12b. Tunnelling-induced axial forces with pile tip influence zone

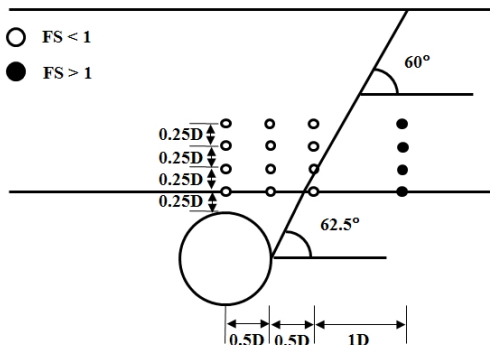


Fig. 12c. Tunnelling-induced apparent factor of safety with pile tip influence zone

4. 요약 및 결론

본 연구에서는 말뚝선단의 상대위치가 터널근접 시공에 의한 말뚝에 미치는 영향을 3차원 유한요소해석을 실시하여 분석하였다. 말뚝선단의 상대위치에 따른 순수하게 터널굴착에 의해 유발된(tunnelling-induced) 말뚝의 침하, 터널굴착으로 발생한 말뚝의 축력, 겉보기안전율 및 말뚝-인접지반에서의 전단응력에 대하여 상세히 고찰하였고 이를 통해 다음과 같은 결론을 도출하였다.

1. Tunnelling-induced 말뚝 두부의 침하는 말뚝선단이 풍화암에 지지되어 있는 경우 Greenfield 조건의 지표면 침하와 비교하여 최대 약 50% 더 큰 것으로 분석되었다. 또한 말뚝의 길이가 감소할수록 말뚝의 침하 역시 감소하는 것으로 나타났다. 말뚝을 중심으로 $\pm 1D$ 이내에서 전체 침하량의 약 64%가 발생하였다.
2. Tunnelling-induced 말뚝두부의 침하는 $X_p=0.5D$ 까지는 터널에서 말뚝선단까지의 수직이격거리가 감소할수록 크게 발생하는데 비해, $X_p=0.5D$ 이후 구간에서는 그 반대의 경향으로 수직이격거리가 증가할수록 증가하는 것으로 나타났다.
3. 터널굴착으로 인한 영향권을 기준으로 말뚝의 거동은 서로 상이한 양상을 보였다. 말뚝 선단이 지반 침하 영향권 내부에 존재하는 경우 대부분의 말뚝에는 말뚝선단이 영향권 외부에 존재하는 경우에

비해 더 큰 침하가 발생하였다. Tunnelling-induced 말뚝의 축력분포는 영향권을 기준으로 확인한 차이를 보였는데, 영향권 내부에서는 인장력, 외부에서는 압축력이 발생하였다. 이러한 현상은 각각의 경우 말뚝의 상부 및 하부에서 말뚝과 인접지반의 경계면에서의 tunnelling-induced 전단응력의 작용방향이 서로 반대이기 때문에 발생한 것으로 분석되었다.

4. 터널굴착으로 인한 말뚝의 겉보기안전율 변화를 분석한 결과 전체적으로 말뚝의 사용성이 크게 저하될 수 있는 것으로 나타났다. 겉보기안전율은 말뚝선단이 영향권 내부에 존재하는 경우 1.0보다 작게 감소되었으며, 말뚝선단이 터널에 대해 횡방향으로 어느 정도 이격되어 영향권 외부에 존재하더라도 약 1.14-1.22로 감소되는 것으로 나타났다. 이는 말뚝의 선단이 터널굴착 영향권의 외부에 존재하더라도 그 가능성이 크게 저하될 수 있음을 보여준다. 따라서 향후 터널과 말뚝의 거동에 대한 연구가 지속적으로 수행될 필요가 있을 것으로 판단된다.

감사의 글

2013년도 강원대학교 학술연구조성비로 연구하였음(과제번호 : 120131408)

References

1. Attewell, P.B., Yeates, J., Selby, A.R. (1986), "Soil movements induced by tunnelling and their effects on pipelines and structures", Blackie, Glasgow.
2. Cho, I.H., Nam, C.H., Lee, A.G., Choi, G.M., Lee, S.D. (2010), "Behavior of the tunnel due to distance during adjacent tunnelling in the existing deep foundation", Conference of the Korean Society of Civil Engineers, pp. 502-505.
3. Cho, I.H. (2012), "behavior of the tunnel constructed in the vicinity of an existing deep foundation", Master thesis, University of Ajou, pp. 57-58.
4. Davisson, M.T. (1972), "High capacity piles. proceedings of lecture series in innovations in foundation construction", ASCE, Illinois Section, pp. 81-112.
5. Devriendt, M., Williamson, M. (2011), "Validation of methods for assessing tunnelling-induced settlements on piles", Ground Engineering, March, pp. 25-30.
6. Jacobsz, S.W. (2002), "The effects of tunnelling on piled foundations", PhD thesis, University of Cambridge.
7. Kaalberg, F.J., Teunissen, E.A.H., van Tol, A.F., Bosch, J.W. (2005), "Dutch research on the impact of shield tunneling on pile foundations", Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, Proceedings of 5th International Conf. of TC 28 of the ISSMGE, pp. 123-133.
8. Korea Rail Network Authority. (2014), "A technical report on change of tunnelling method underneath an existing superstructure" (unpublished internal report)
9. Lee, C.J. (2012a), "Three-dimensional numerical analyses of the response of a single pile and pile groups to tunnelling in weak weathered rock", Tunnel Underground Space Technology, Vol. 32, pp. 132-142.
10. Lee, C.J. (2012b), "Behaviour of single piles and pile groups in service to adjacent tunnelling conducted in the lateral direction of the piles", Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 14, No. 4, pp. 337-356.
11. Lee, C.J. (2012c), "The response of a single pile and pile groups to tunnelling performed in weathered rock", Journal of the Korean Society of Civil Engineers, Vol. 32, No. 5C, pp. 199-210.
12. Lee, G.T.K., Ng, C.W.W. (2005), "The effects of advancing open face tunneling on an existing loaded pile", Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering, ASCE, Vol. 131, No. 2, pp. 193-201.
13. Lee, I.M. (2014), "Geotechnical principles of

- tunnels”, CIR, pp. 112-113.
14. Lee, Y.J. (2008), “A boundary line between shear strain formations associated with tunneling adjacent to an existing piled foundation”, Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 10, No. 3, pp. 283-293.
 15. Lee, Y.J., Hwang, J.W. (2011), “A study on degree of inclination of model pile due to tunnelling”, Journal of Korean Tunnelling and Underground Space Association, Vol. 13, No. 4. pp. 305-317.
 16. Liu, C., Zhang, Z., Regueiro, R.A. (2014), “Pile and pile group response to tunnelling using a large diameter slurry shield - Case study in Shanghai”, Computers and Geotechnics, Vol. 59, pp. 21-43.
 17. Marshall, A.M. (2009), “Tunnelling in sand and its effect on pipelines and piles”, PhD thesis, University of Cambridge.
 18. Williamson, M.G. (2014), “Tunnelling effects on bored piles in clay”, PhD thesis, University of cambridge UK.
 19. Mair, R.J., Williamson, M.G. (2014), “The influence of tunnelling and deep excavation on piled foundations”, Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground, pp. 21-30.
 20. Ng, C.W.W., Lu, H., Peng, S.Y. (2013), “Three-dimensional centrifuge modelling of twin tunnelling effects on an existing pile”, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 35, pp. 189-199.
 21. Ng, C.W.W., Lu, H. (2014), “Effects of the construction sequence of twin tunnels at different depths on an existing pile”, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 51, No. 2, pp. 173-183.
 22. Ng, C.W.W., Soomro, M.A., Hong, Y. (2014), “Three-dimensional centrifuge modelling of pile group responses to side-by-side twin tunnelling”, Tunnelling and Underground Space Technology, Vol. 43, pp. 350-361.
 23. Pang, C.H. (2006), “The effects of tunnel construction on nearby pile foundation”, PhD thesis, The National University of Singapore.
 24. Plaxis. (2011), “Plaxis 3D user’s manual”.
 25. Selemetas, D. (2005), “The response of full-scale piles and piled structures to tunnelling”, PhD thesis, University of Cambridge.