

## 다양한 규모매개변수를 이용한 비정상성 Gumbel 모형의 비교 연구

### Comparison Study on the Various Forms of Scale Parameter for the Nonstationary Gumbel Model

장 한 진\* / 김 수 영\*\* / 허 준 행\*\*\*

Jang, Hanjin / Kim, Sooyoung / Heo, Jun-Haeng

#### Abstract

Most nonstationary frequency models are defined as the probability models containing the time-dependent parameters. For frequency analysis of annual maximum rainfall data, the Gumbel distribution is generally recommended in Korea. For the nonstationary Gumbel models, the time-dependent location and scale parameters are defined as linear and exponential relationship, respectively. The exponentially time-varying scale parameter of nonstationary Gumbel model is generally used because the scale parameter should be positive. However, the exponential form of scale parameter occasionally provides overestimated quantiles. In this study, various forms of time-varying scale parameters such as exponential, linear, and logarithmic forms were proposed and compared. The parameters were estimated based on the method of maximum likelihood. To compare the accuracy of each scale parameter, Monte Carlo simulation was performed for various conditions. Additionally, nonstationary frequency analysis was conducted for the sites which have more than 30 years data with a trend in rainfall data. As a result, nonstationary Gumbel model with exponentially time-varying scale parameter generally has the smallest root mean square error comparing with another forms.

**Keywords** : nonstationary Gumbel model, scale parameter, Monte Carlo simulation

#### 요 지

비정상성 빈도해석을 위해 개발된 비정상성 확률분포 모형들은 대부분 매개변수에 시간항을 포함하는 형태로 정의된다. 이 중에서도 우리나라에 널리 사용되고 있는 Gumbel 모형에 대해 살펴보면, 비정상성 Gumbel 모형의 위치 및 규모매개변수는 시간에 대해 선형(linear) 및 지수(exponential) 함수의 관계를 보이는 형태로 가정한다. 규모매개변수의 지수함수의 형태는 음(-)의 값이 추정되는 것을 방지하기 위해 제안되어 널리 사용되고 있으나 이로 인해 확률수문량이 과다산정되는 문제가 발생하기도 한다. 본 연구에서는 이러한 문제를 해결하기 위해 비정상성 Gumbel 모형의 규모매개변수의 다양한 형태를 비교하고자 한다. 이를 위해 비정상성 Gumbel 모형의 규모매개변수를 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정하여 비교하였다. 각 모형의 매개변수의 추정은 최우도법을 적용하였고 규모매개변수의 형태별 정확도 비교를 위해 모의실험을 수행하였으며, 실제 자료에 대한 적용으로 자료기간 30년 이상을 보유하면서 경향성을 가지는 강우량 자료들을 대상으로 비정상성 빈도해석을 수행하였다. 그 결과, 지수함수 형태를 가정한 규모매개변수를 가지는 비정상성 Gumbel 모형이 가장 작은 오차를 가지는 것으로 분석되었다.

**핵심용어** : 비정상성 Gumbel 모형, 규모매개변수, 모의실험

\* 연세대학교 대학원 토목환경공학과 석사과정 (e-mail: ilovehanjin@yonsei.ac.kr)

Graduate Student, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul 120-749, Korea

\*\* 연세대학교 대학원 토목환경공학과 박사후연구원, 공학박사 (e-mail: sykim79@yonsei.ac.kr)

Post-Doctoral Fellow, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul 120-749, Korea

\*\*\* 교신저자, 연세대학교 사회환경공학부 토목환경공학과 교수, 공학박사 (e-mail: jhheo@yonsei.ac.kr, Tel: 82-2-2123-2805)

Corresponding Author, Professor, School of Civil and Environmental Engineering, Yonsei Univ., Seoul 120-749, Korea

## 1. 서 론

전 세계적으로 기후변화와 그에 따른 영향에 대한 관심이 커짐에 따라 다양한 연구가 진행되고 있다(Jain and Lall, 2001; Kharin and Zwiers, 2005; Griffis and Stedinger, 2007; Parey et al., 2007). 기후변화는 과거에는 발생하지 않았던 기간에 강수가 발생하거나 단기간에 집중되어 강우강도가 증가하는 등의 기상이변 현상이 원

인인 것으로 알려져 있다. 그러나 기존의 빈도해석은 시간의 변화에 따라 자료의 통계적 특성이 변하지 않는다는 정상성(stationarity)을 기본 가정으로 수행되기 때문에 극한 사상에 경향성이 있는 경우 적용하기에는 한계가 있다. 시간에 따라 통계적 특성이 변하는 비정상성 극한 수문사상에 대한 새로운 빈도해석 방법이 요구됨에 따라 많은 연구가 진행되고 있다. Table 1에 정리한 국내외 각 연구에서 적용된 비정상성 확률분포형과 각 매개변수의 형

Table 1. Comparison of Parameter Forms of Nonstationary Models

Researcher	Nonstationary Model	Form of Location Parameter	Form of Scale Parameter	Form of Shape Parameter
Coles (2001)	GEV(1,1,0)	Linear	Exponential	Constant
He et al. (2006)	Gumbel(1,0)	Linear	Constant	-
	Gumbel(0,1)	Constant	Logistic	-
	Gumbel(1,1)	Linear	Logistic	-
	LP3(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
	LP3(0,1,0)	Constant	Logistic	Constant
Leclerc et al. (2007)	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
		Quadratic		
El Adlouni et al. (2007)	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
	GEV(2,0,0)	Quadratic	Constant	
	GEV(1,1,0)	Linear	Exponential	
Hundecha et al. (2008)	Gumbel(1,1)	Polynomial	Logarithm	-
Kwon et al. (2008)	Gumbel(1,0)	Linear	Constant	-
Kwon et al. (2009)	Gumbel(1,1)	Not defined in paper	Not defined in paper	-
Lee et al. (2010a)	Gumbel(1,1)	Not defined in paper	Not defined in paper	-
Lee et al. (2010b)	Gumbel(1,1)	Linear	Linear	-
Lee et al. (2010c)	GEV(1,1,0)	Polynomial	Polynomial	Constant
Gilroy and McCuen (2011)	GEV(1,1,0)	Exponential	Exponential	Constant
Kwon et al. (2011a)	Gumbel(1,1)	Logarithm	Logarithm	-
Kwon et al. (2011b)	Gumbel(1,1)	Not defined in paper	Not defined in paper	-
Goo (2012)	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
	GEV(0,1,0)	Constant	Exponential	
Cooley (2013)	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
Katz (2013)	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
	GEV(1,1,0)		Exponential	
Shin et al. (2013)	GEV(1,1,1)	Exponential	Exponential	Quadratic
Kim (2013)	Gumbel(1,0)	Linear	Constant	-
	Gumbel(0,1)	Constant	Exponential	
	Gumbel(1,1)	Linear	Exponential	
	GEV(1,0,0)	Linear	Constant	Constant
	GEV(0,1,0)	Constant	Exponential	Constant
	GEV(0,0,1)	Constant	Constant	Linear
	GEV(1,1,0)	Linear	Exponential	Constant
GEV(1,1,1)	Linear	Exponential	Linear	
GEV(2,0,0)	Quadratic	Constant	Constant	
Shin et al. (2014)	Gumbel(1,0)	Linear	Constant	-

태에 관하여 살펴보면 Gumbel, GEV 및 LP3 (Log-Pearson III) 모형을 대상으로 각 매개변수에 시간을 고려하여 비정상성 빈도해석을 수행하는 연구가 진행되고 있으며 위치매개변수에 시간을 고려한 경우의 매개변수 형태를 분석한 결과 총 26개 중 선형함수 18개(68%), 이차함수 3개(12%), 지수함수와 다항함수 각 2개(8%), 로그함수 1개(4%)로 가정하였음을 확인하였다. 규모매개변수에 시간을 고려한 경우 총 18개 중 지수함수 11개(60%), 로지스틱함수 3개(15%), 로그함수 2개(10%), 선형함수와 다항함수 각 1개(5%)로 가정한 형태의 규모매개변수를 이용하여 비정상성 빈도해석을 수행하는 것으로 분석되었다. 위치 및 규모매개변수에 시간을 고려하나 매개변수 형태에 관해 정의되지 않는 연구는 'Not defined in paper'로 명하여 매개변수 형태별 갯수 산정에서 제외하였다.

각 연구들을 대상으로 적용된 비정상성 확률분포형과 각 매개변수의 형태에 관한 분석을 통해 확률수문량을 산정하는데 지수함수적 관계를 가지는 규모매개변수가 사용되고 있는 것을 알 수 있다. 지수함수 형태를 가지는 규모매개변수는 항상 양(+)이어야 하는 매개변수의 조건을 만족시키기 위해 널리 사용되고 있다(Coles, 2001). 그러나 시간에 따라 기울기가 급격하게 증가하여 확률수문량이 과다산정되는 경우가 발생하기도 한다. 그 예로 Fig. 1에 나타난 인천 지점의 시간  $t$ 에 따른 각 지속시간별 확률수문량을 살펴보면 지속시간 48시간에 대한  $t=90$ 일 때의 확률수문량은 약 1,160 mm인 반면  $t=120$ 일 때의 확률수문량은 약 2,300 mm로 두 배에 달하는 수문량이 산정됨을 확인할 수 있다. 인천의 경우 유역면적 25km<sup>2</sup>에 대한 지속시간 48시간의 가능최대강수량은 약 1,160mm로 이와 비교했을 때 비정상성 모형에 의해 산정된 확률수문량이 과다산정될 가능성이 크다는 것을 알 수 있다. 따라서 본 연구에서는 비정상성 Gumbel 모형을 대상으로 규모매

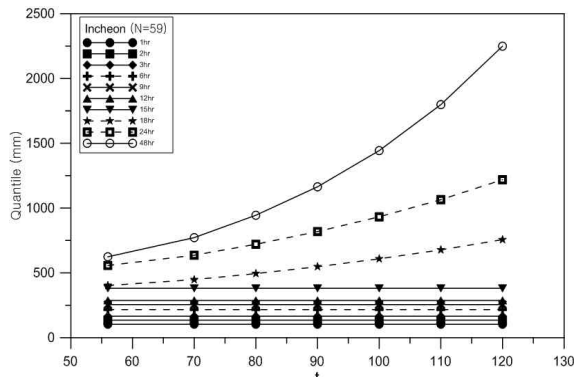


Fig. 1. Estimated Rainfall Quantiles based on the Exponential Form of Scale Parameter

개변수의 적절한 형태에 대해 연구하고자 한다. 이를 위해 규모매개변수의 형태를 시간을 고려한 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정하고 다양한 조건 하의 모의실험을 수행하였으며, 실제 자료에 대한 적용을 위해 자료기간 30년 이상을 보유하면서 경향성을 가지는 연최대 강우량 자료들을 대상으로 비정상성 빈도해석을 수행하였다.

## 2. 비정상성 Gumbel 모형의 매개변수 유도

### 2.1 비정상성 Gumbel 모형

본 연구에서는 '한국 확률강우량도 작성'(Ministry of Contruction and Transportation, 2000)에서 우리나라 강우 빈도해석에 적용하도록 추천되고 있는 Gumbel 분포형을 사용하였다. Gumbel 분포형의 확률밀도함수와 누적분포함수는 Eqs. (1) and (2)와 같이 나타낼 수 있다(Gumbel, 1958).

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-\frac{x-\varepsilon}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)\right] \quad (1)$$

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\varepsilon}{\alpha}\right)\right] \quad (2)$$

여기서,  $x$ 의 범위는  $-\infty < x < \infty$ 이며,  $\varepsilon$ 은 위치매개변수,  $\alpha(>0)$ 는 규모매개변수를 의미한다.

기존의 빈도해석은 시간의 변화에 따라 자료의 통계적 특성이 변화하지 않는다는 정상성을 가정하여 수행되나 실제 관측되는 수문자료 중 일부에서는 수문자료의 통계적 특성이 시간에 따라 변화하기 때문에 비정상성을 고려할 수 있는 새로운 빈도분석 방법이 요구된다.

Gumbel 분포형을 대상으로 비정상성을 고려하기 위해서는 시간항  $t$ 를 각각 위치매개변수와 규모매개변수에 적용할 수 있으며, 시간항  $t$ 를 위치매개변수에 적용한 모형은 NS-GUM(1,0), 규모매개변수에 적용한 모형은 NS-GUM(0,1), 위치와 규모매개변수 모두에 적용한 모형은 NS-GUM(1,1)으로 나타낼 수 있다. 본 연구에서는 규모매개변수의 적절한 형태에 대해 알 수 있는 NS-GUM(0,1) 모형만을 이용하여 연구를 수행하였다. 시간항  $t$ 를 고려한 NS-GUM(0,1)의 확률밀도함수와 누적분포함수는 각각 Eqs. (3) and (4)와 같다.

$$f(x) = \frac{1}{\alpha(t)} \exp\left[-\frac{x-\varepsilon}{\alpha(t)} - \exp\left(-\frac{x-\varepsilon}{\alpha(t)}\right)\right] \quad (3)$$

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\varepsilon}{\alpha(t)}\right)\right] \quad (4)$$

## 2.2 비정상성 Gumbel 모형의 매개변수

### 2.2.1 매개변수 형태

본 연구에서는 비정상성 Gumbel 모형을 대상으로 규모매개변수의 적절한 형태에 대해 연구하고자 규모매개변수를 각각 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정하였으며, 각각의 규모매개변수 형태와 누가분포함수를 정리하면 Table 2와 같다.

### 2.2.2 최우도법을 이용한 각 형태별 매개변수 유도

본 연구에서는 비정상성 Gumbel 모형의 매개변수 추정법으로 최우도법을 사용하였다. 최우도법은 추출된 표본자료가 나올 수 있는 확률이 최대가 되도록 매개변수를 추정하는 방법으로 일반적으로 계산의 편리성을 고려하여 Eq. (5)의 대수우도함수를 사용한다(NERC, 1975).

$$LL(x;\varepsilon,\alpha) = -N \ln(\alpha) - \sum_{i=1}^N y_i - \sum_{i=1}^N e^{-y_i} \quad (5)$$

여기서, N은 자료길이,  $\varepsilon$ 은 위치매개변수,  $\alpha$ 는 규모매개변수,  $y_i = (x_i - \varepsilon)/\alpha$ 을 나타낸다. 최우도법은 Eq. (5)를  $\varepsilon$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ 에 대하여 각각 미분하고, 그 값이 0에 수렴하는  $\varepsilon$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ 을 구하는 방법으로 그 절차가 매우 복잡하다. 따라서 보다 효율적인 매개변수 추정을 위하여 Newton-Raphson 기법을 적용하였다.

비정상성 Gumbel 모형에서 규모매개변수가 지수함수 형태를 가지는 경우 대수우도함수에서  $y$ 식의 규모매개변수  $\alpha$ 는  $\exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)$ 로 나타낼 수 있으며, 이때  $y$ 는 Eq. (6)과 같고, 이 모형을 NS-GUM(0,1)EXP로 나타내었다.

$$y_i = \frac{x_i - \varepsilon}{\exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)} \quad (6)$$

Eq. (6)을 적용한 NS-GUM(0,1)EXP 모형의 대수우도

함수는 Eq. (7)로 나타낼 수 있으며, 각각의 매개변수  $\varepsilon$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ 에 대하여 편미분하였다.

$$LL_{0EXP} = - \sum_{i=1}^N (\alpha_0 + \alpha_1 t) - \sum_{i=1}^N \frac{x - \varepsilon}{\exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)} - \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right) \quad (7)$$

이 모형에서 information matrix는 Eq. (8)과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \varepsilon_i \\ \Delta \alpha_{0i} \\ \Delta \alpha_{1i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon^2} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_0} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_1} \\ -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0 \partial \varepsilon} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0^2} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_1} \\ -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1 \partial \varepsilon} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1 \partial \alpha_0} & -\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial LL_{01}}{\partial \varepsilon} \\ \frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_0} \\ \frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_1} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Eqs. (9)~(11)은 위의 대수우도함수를 각 매개변수별로 1차 편미분한 결과식이다.

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \varepsilon} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C'} - \sum_{i=1}^N \exp\left[\frac{A'}{C'} - B'\right] \quad (9)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_0} = -N - \sum_{i=1}^N \frac{A'}{C'} + \sum_{i=1}^N (A') \exp\left[\frac{A'}{C'} - B'\right] \quad (10)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_1} = -\sum_{i=1}^N t - \sum_{i=1}^N \frac{tA'}{C'} + \sum_{i=1}^N t(A') \exp\left[\frac{A'}{C'} - B'\right] \quad (11)$$

여기서,  $A' = \varepsilon - x$ ,  $B' = \alpha_0 + \alpha_1 t$ ,  $C' = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)$ 이며, 2차 편미분 항은 Appendix A에 수록하였다.

규모매개변수가 선형 형태를 가지는 비정상성 Gumbel 모형의 경우 우도함수에서  $y$ 식의 규모매개변수  $\alpha$ 는  $\alpha_0 + \alpha_1 t$ 로 나타낼 수 있으며, 이때  $y$ 는 Eq. (12)와 같고, 이 모형을 NS-GUM(0,1)LIN로 나타내었다.

$$y_i = \frac{x_i - \varepsilon}{\alpha_0 + \alpha_1 t} \quad (12)$$

NS-GUM(0,1)LIN 모형의 대수우도함수는 Eq. (13)과 같다.

$$LL_{0LIN} = - \sum_{i=1}^N \ln(\alpha_0 + \alpha_1 t) - \sum_{i=1}^N \frac{x - \varepsilon}{\alpha_0 + \alpha_1 t} - \sum_{i=1}^N \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\alpha_0 + \alpha_1 t}\right) \quad (13)$$

Eqs. (14)~(16)은 위의 대수우도함수를 각 매개변수별

Table 2. Nonstationary Gumbel Models with Time-varying Location and Scale Parameters

Model	Location Parameter	Scale Parameter	Cumulative Distribution Function (CDF)
NS-GUM(0,1)EXP	$\varepsilon$	$\alpha = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)$	$F(x) = \exp\left[-\exp\left(\frac{x - \varepsilon}{\exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right)\right]$
NS-GUM(0,1)LIN	$\varepsilon$	$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 t$	$F(x) = \exp\left[-\exp\left(\frac{x - \varepsilon}{\alpha_0 + \alpha_1 t}\right)\right]$
NS-GUM(0,1)LOG	$\varepsilon$	$\alpha = \ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)$	$F(x) = \exp\left[-\exp\left(\frac{x - \varepsilon}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right)\right]$

로 편미분한 결과식이다.

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \varepsilon} = \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'} - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'} C'' \quad (14)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_0} = - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''} - \sum_{t=1}^N \frac{A''}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{A''}{B'^2} C'' \quad (15)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_1} = - \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''} - \sum_{t=1}^N \frac{tA''}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{tA''}{B'^2} C'' \quad (16)$$

여기서,  $A'' = \varepsilon - x$ ,  $B'' = \alpha_0 + \alpha_1 t$ ,  $C'' = \exp\left(\frac{\varepsilon - x}{\alpha_0 + \alpha_1 t}\right) = \exp\left(\frac{A''}{B''}\right)$ 이며, 2차 편미분 항은 Appendix B에 수록하였다.

비정상성 Gumbel 모형에서 규모매개변수가 로그 형태를 가지는 경우 우도함수에서  $y$ 식의 규모매개변수  $\alpha$ 는  $\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)$ 로 나타낼 수 있으며, 이때  $y$ 는 Eq. (17)과 같고, 이 모형을 NS-GUM(0,1)LOG로 나타내었다.

$$y_i = \frac{x_i - \varepsilon}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)} \quad (17)$$

Eq. (17)을 적용한 NS-GUM(0,1)LOG 모형의 대수우도함수는 Eq. (18)와 같이 나타낼 수 있으며 각각의 매개변수  $\varepsilon$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ 에 대하여 편미분 한 결과식은 Appendix C에 수록하였다.

$$LL_{01LOG} = - \sum_{t=1}^N \ln(\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)) - \sum_{t=1}^N \frac{x - \varepsilon}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)} - \sum_{t=1}^N \exp\left(-\frac{x - \varepsilon}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right) \quad (18)$$

Eqs. (19)~(21)은 위의 대수우도함수를 각 매개변수별로 편미분한 결과식이다.

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \varepsilon} = \sum_{t=1}^N \frac{1}{C'''} - \sum_{t=1}^N \frac{1}{C'''} D''' \quad (19)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_0} = - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''} \frac{1}{C'''} - \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''} \frac{1}{C''^2} D''' \quad (20)$$

$$\frac{\partial LL_{01}}{\partial \alpha_1} = - \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''} \frac{1}{C'''} - \sum_{t=1}^N \frac{tA'''}{B''} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{tA'''}{B''} \frac{1}{C''^2} D''' \quad (21)$$

여기서,  $A''' = \varepsilon - x$ ,  $B'' = \alpha_0 + \alpha_1 t$ ,  $C''' = \ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)$ ,  $D''' = \exp\left(\frac{\varepsilon - x}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right) = \exp\left(\frac{B'''}{C'''}\right)$ 이며, 2차 편미분 항은

Appendix C에 수록하였다.

### 3. 비교 및 검토

본 연구에서는 비정상성 Gumbel 모형을 대상으로 규모매개변수의 형태별 정확도를 비교하였다. 이를 위해 규모매개변수를 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정하여 Monte Carlo 모의실험을 통해 각 모형에 대한 자료를 발생시켰

다. 이때,  $\alpha_1$ 의 기울기는 형태간 비슷한 범위의  $\alpha$ 를 가지도록 지수함수 형태의 경우  $-0.015, -0.010, -0.005, +0.005, +0.010, +0.015$ 를 가정하였으며, 선형함수의 경우  $+0.01, +0.015, +0.02, +0.03, +0.04, +0.05$ , 로그함수는  $+1, +2, +3, +4, +5, +6$ 으로 가정하였다. 발생시킨 표본크기는 30, 50, 70, 100, 150이며, 발생된 자료에 최우도법을 적용하여 다시 규모매개변수를 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정한 NS-GUM(0,1)EXP, NS-GUM(0,1)LIN, NS-GUM(0,1)LOG 모형에 대한 매개변수를 추정하였다. 또한, 각각의 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형을 기준으로 본 연구에서 제안한 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형 간의 평균제곱근오차 (root mean square error, RMSE)를 비교하였다.

NS-GUM(0,1)EXP 모형을 기준으로 재현기간 100년에 대한 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형 간의 평균제곱근오차를 Fig. 2에 나타내었다. NS-GUM(0,1)EXP 모형의 경우  $\alpha_1 = 0.005$ 를 제외한 모든 범위에서 가장 작은 평균제곱근오차가 산정되었다.  $-0.015 \leq \alpha_1 \leq -0.005$  범위 내에서 표본크기가 증가함에 따라 평균제곱근오차가 작아지는 것을 확인하였다. 그러나  $+0.005 \leq \alpha_1 \leq +0.015$  범위에서의 평균제곱근오차는 표본크기에 따라 작아졌다가 표본크기 100 또는 150 이상에서 다시 커지는 것을 볼 수 있는데 이는 규모매개변수가 지수함수적 관계를 가지는 형태로 표본크기 및  $\alpha_1$ 에 따라 발생 오차 또한 커지기 때문으로 판단된다. NS-GUM(0,1)LIN 모형의 경우  $\alpha_1$ 이 음( $-0.015 \leq \alpha_1 \leq -0.005$ )인 범위에서 표본크기에 따라 증감의 변동폭이 큰 평균제곱근오차를 보였는데 이는 상대적으로 NS-GUM(0,1)EXP, LOG에 비해 표본크기에 따라 추정되어 나오는 갯수가 적고, 음(-)의 값을 가지는  $\alpha_1$ 에서는 매우 불안정하게 추정되었음을 의미한다. 그 예로  $\alpha_1 = -0.015$ 일 때 NS-GUM(0,1)EXP의 모든 표본크기에 대해 추정된 개수는 각각 10,000개인 반면, NS-GUM(0,1)LIN의 각 표본크기에 대한 추정 개수는 1,820, 266, 35, 62, 36개로 상대적으로 적은 갯수가 추정되었다. 또한, NS-GUM(0,1)LIN의 평균제곱근오차가 모든 범위에서 가장 크게 산정되었다. NS-GUM(0,1)LOG 모형의 경우 NS-GUM(0,1)EXP에 이어 두 번째로 작은 평균제곱근오차가 산정되었다.  $-0.015 \leq \alpha_1 \leq +0.015$  범위 내에서 표본크기가 증가할수록 평균제곱근오차가 커짐을 관측하였으며,  $\alpha_1 = +0.015$ 의 표본크기 150에서는 추정이 되지 않았다.

Fig. 3은 NS-GUM(0,1)LIN 모형을 기준으로 재현기간 100년에 대한 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형 간의 평균제곱근오차를 나타낸 결과이다. NS-GUM(0,1)LIN 모형의 경우  $\alpha_1$  및 표본크기가 증가할수록 평균제곱근오

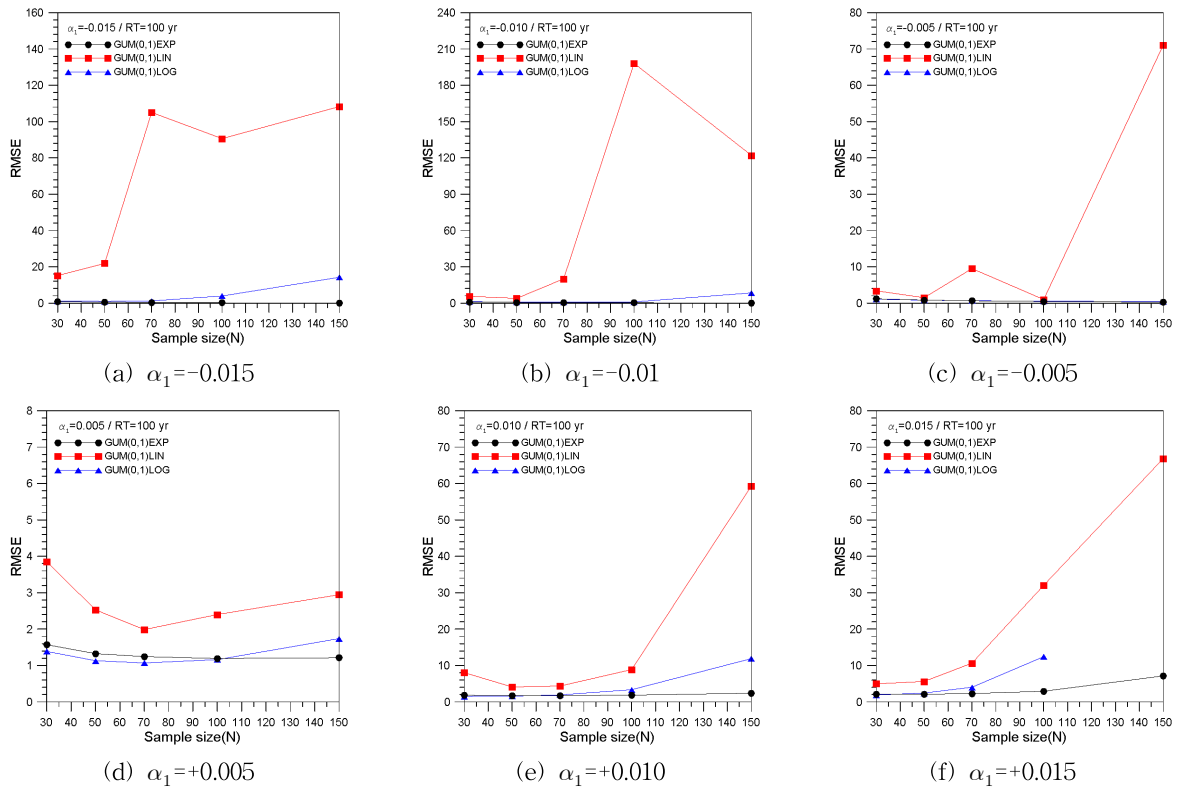


Fig. 2. Comparison of RMSEs based on Data Sets Generated by Scale Parameters of Exponential Form

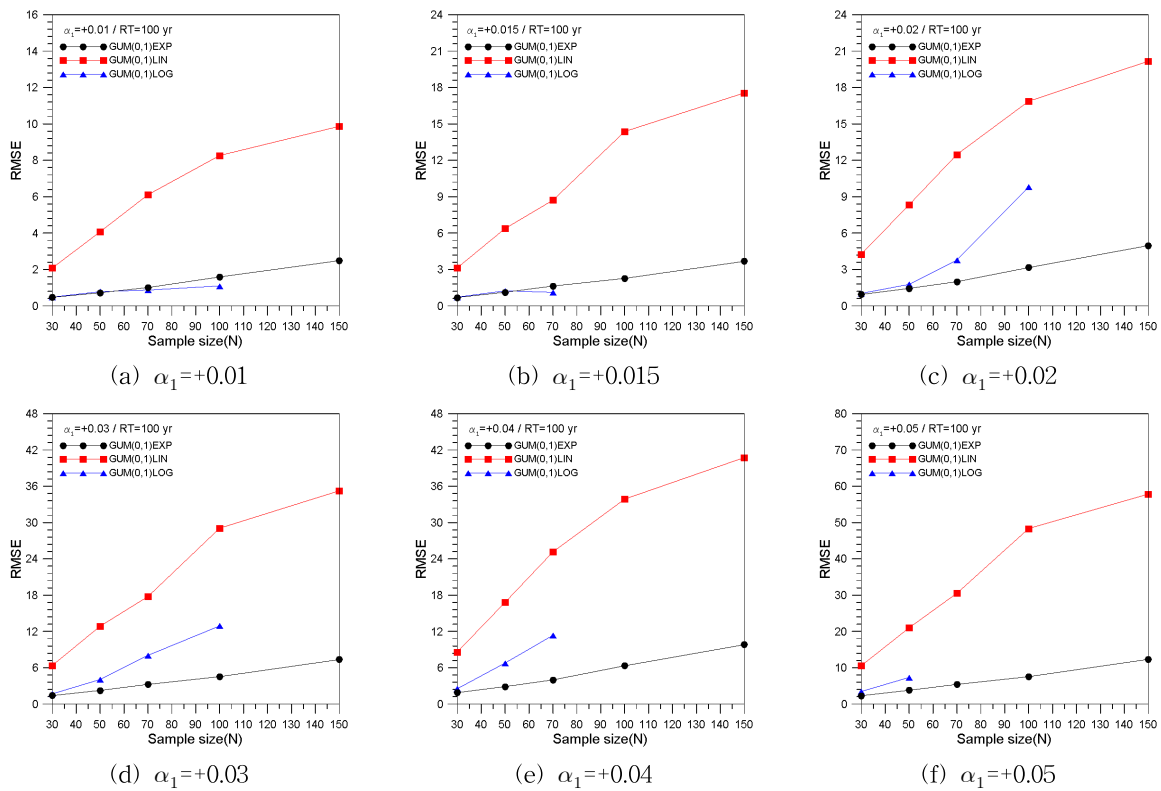


Fig. 3. Comparison of RMSEs based on Data Sets Generated by Scale Parameters of Linear Form

차가 커짐을 관측하였으며,  $+0.01 \leq \alpha_1 \leq +0.05$ 인 모든 범위에서 가장 큰 평균제곱근오차가 산정되었다. NS-GUM(0,1)LOG 모형의 경우  $+0.01 \leq \alpha_1 \leq +0.015$  범위 내에서 가장 작은 평균제곱근오차가 산정되었으나 표본 크기 100 또는 150 이상에서는 추정이 되지 않았다. 또한  $+0.02 \leq \alpha_1 \leq +0.05$  범위에서는 NS-GUM(0,1) EXP에 이어 두 번째로 작은 평균제곱근오차를 나타내었으나 마찬가지로 일정 표본 크기 이상에서는 추정이 되지 않았다. NS-GUM(0,1)EXP 모형의 경우 모든 범위에 걸쳐 표본 크기가 증가함에 따라 평균제곱근오차가 점진적으로 커지는 것을 확인하였으며,  $+0.02 \leq \alpha_1 \leq +0.07$  범위 내에서 가장 작은 평균제곱근오차가 산정되었다.

NS-GUM(0,1)LOG 모형을 기준으로 재현기간 100년에 대한 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형 간의 평균제곱근오차를 Fig. 4에 나타내었다. NS-GUM(0,1)LOG 모형의 경우  $+1 \leq \alpha_1 \leq +6$  모든 범위에서 가장 큰 평균제곱근오차를 보였으며,  $+2 \leq \alpha_1 \leq +6$  범위에서는 표본 크기가 증가함에 따라 평균제곱근오차가 작아지는 것을 확인하였다. 그러나  $\alpha_1 = +1$ 에서는 표본 크기에 따라 평균제곱근오차가 점진적으로 증가하거나 다시 감소하는 것을 볼 수 있는데 이는 발생시키는  $\alpha_1$ 의 크기가 변함에 따

라 로그함수 형태로 가정한 규모매개변수의 부호가 음(-)에서 양(+)으로 변하기 때문으로 판단된다. NS-GUM(0,1)EXP 모형의 경우  $+1 \leq \alpha_1 \leq +6$  모든 범위에서 가장 작은 평균제곱근오차가 산정되었고, 표본 크기가 증가함에 따라 평균제곱근오차가 작아지는 것을 확인하였다. NS-GUM(0,1)LIN 모형의 경우 NS-GUM(0,1)EXP, LIN 모형을 기준으로 한 NS-GUM(0,1)LIN 모형의 평균제곱근오차와 달리  $+1 \leq \alpha_1 \leq +6$  범위 내에서 표본 크기가 증가함에 따라 평균제곱근오차가 작아지는 것을 Fig. 5를 통해 확인할 수 있는데 이는 NS-GUM(0,1)EXP, LIN를 기준으로 발생시킨 발생자료의 분산은  $t$ 가 증가할수록 커지는데 반해 NS-GUM(0,1)LOG를 기준으로 한 발생자료의 분산은 증감없이 비교적 일정하기 때문으로 판단된다. 또한 NS-GUM(0,1)LIN이 NS-GUM(0,1)EXP에 이어 두 번째로 작은 평균제곱근오차가 산정되었다.

위의 결과로 미루어보아 본 연구에서 제시한 NSGUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형 중 지수함수적 관계를 가지는 NS-GUM(0,1)EXP 모형이 가장 오차가 작은 것으로 나타났다. 그러나 지수함수 형태를 가지는 규모매개변수는 기울기가 급격하게 증가하는 형태로 시간이나 표본 크기에 따라 오차가 커지는 오류를 포함하기 때문에 확률수분

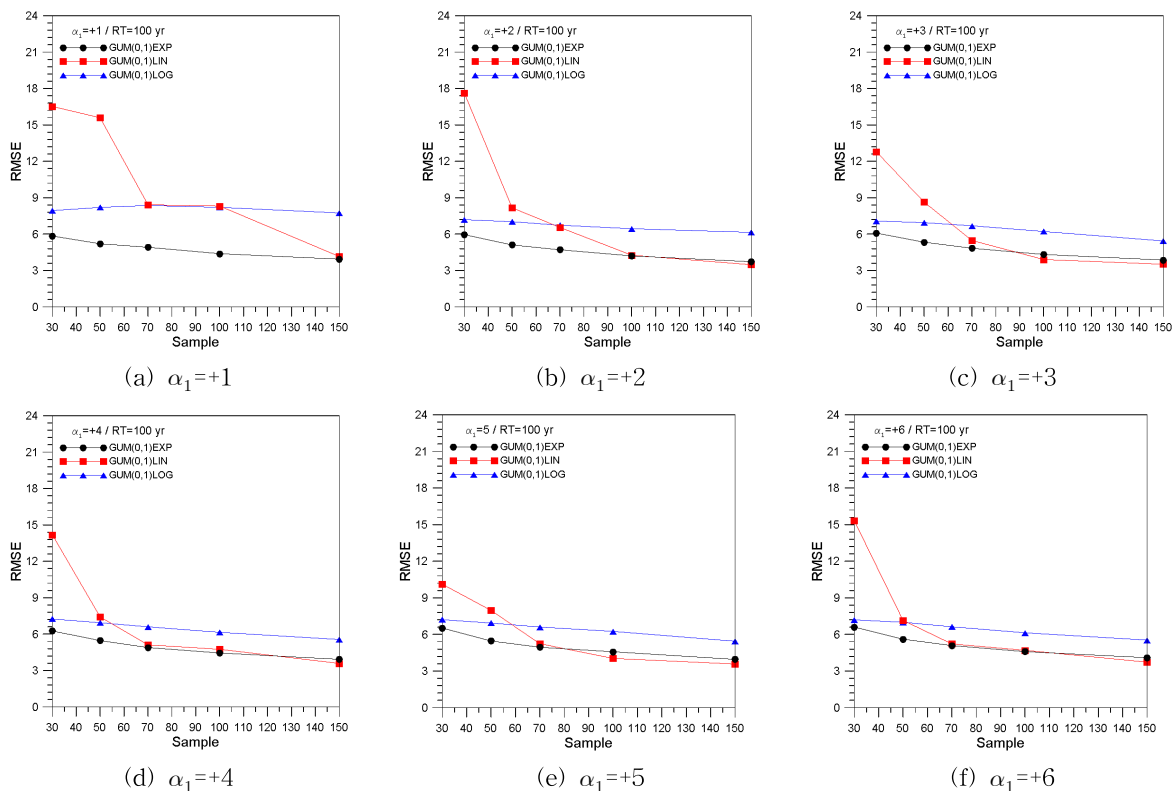


Fig. 4. Comparison of RMSEs based on Data Sets Generated by Scale Parameters of Logarithmic Form

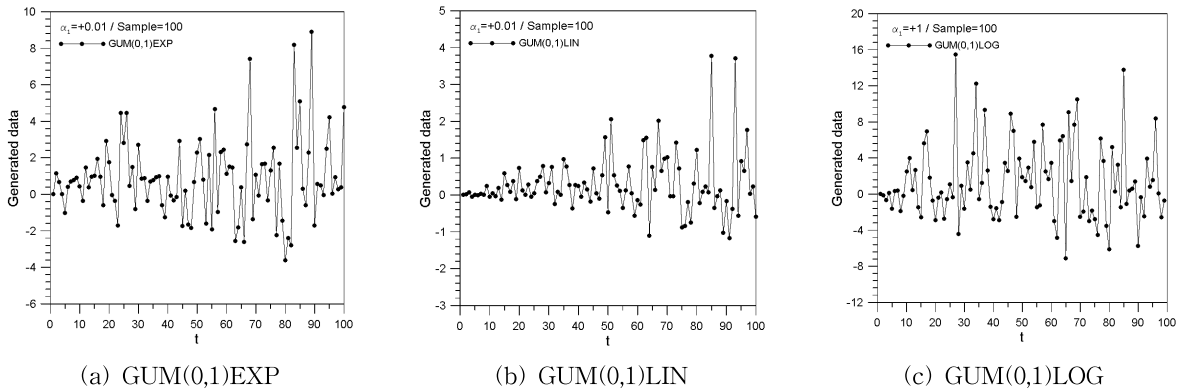


Fig. 5. Comparison of Generated Data on Each Model

량이 과다산정되는 경우가 발생할 수도 있다. 이러한 오류를 해결하기 위하여 규모매개변수의 형태에 관한 추가적인 연구가 이루어져야 할 것으로 판단된다.

#### 4. 적용

앞서 수행한 모의실험을 통하여 비정상성 Gumbel 모형을 대상으로 한 규모매개변수의 형태별 정확도를 비교하였으며, 실제 자료에 대한 적용을 위해 국내 62개 지점을 대상으로 비정상성 빈도해석을 수행하였다.

##### 4.1 경향성 분석

본 연구에서는 우리나라 기상청 산하 관측 지점 중 관측기간이 30년 이상이 되는 62개 지점을 대상으로 비정상성을 고려한 NS-GUM(0,1) 모형을 이용하여 빈도해석을 수행하였다. 먼저 62개 지점 중 자료의 경향성 존재 여부를 판별하기 위하여 지속시간 1, 2, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 48시간의 연최대 강우자료에 대해서 규모매개변수의 경향성 분석을 실시하였다. Gumbel 분포의 연최대강우량 평균(mean of annual maximum rainfall, MAMR)과 매개변수에 대한 변화를 관찰하기 위해 초기 20년을 시작으로 1년씩 강우자료를 누적시키는 방법을 이용하였으며, Table 3은 남원 지점의 자료기간에 따른 연최대강우량 평균과 최우도법으로 추정된 Gumbel 분포의 매개변수를 보여주고 있다. 경향성 검정 방법으로는 Mann-Kendall test를 이용하였고 유의수준 5%에 대하여 수행하였다. 경향성 분석 결과 62개 지점 중 21개 지점에서 경향성이 존재하는 것을 확인하였으며 그 결과를 Table 4에 나타내었다.

##### 4.2 적용 결과

우리나라 기상청 산하 관측 지점 중 관측기간이 30년

Table 3. Mean of Annual Maximum Rainfall and Estimated Parameters at Namwon Station

No.	Data Period	Mean (mm)	Location Parameter	Scale Parameter
1	1972-1991	134.51	118.04	29.39
2	1972-1992	133.84	117.81	28.61
3	1972-1993	133.55	117.93	28.02
4	1972-1994	130.51	113.39	31.77
5	1972-1995	128.92	111.90	31.14
6	1972-1996	129.23	112.48	30.91
7	1972-1997	130.47	113.63	31.31
8	1972-1998	131.10	114.41	31.32
9	1972-1999	129.70	113.04	30.84
10	1972-2000	129.87	113.46	30.58
11	1972-2001	130.77	114.36	30.82
12	1972-2002	132.05	115.44	31.31
13	1972-2003	131.80	115.47	30.87
14	1972-2004	134.69	117.12	32.40
15	1972-2005	133.27	115.59	32.24
16	1972-2006	132.42	114.93	31.69
17	1972-2007	133.02	115.60	31.78
18	1972-2008	131.61	113.98	31.86
19	1972-2009	132.42	114.76	32.12
20	1972-2010	133.55	115.69	32.60
21	1972-2011	134.54	116.55	32.98
22	1972-2012	134.08	116.31	32.51
23	1972-2013	136.50	117.70	33.87

이상인 지속시간 1, 2, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 48시간 연최대 강우자료에 대하여 규모매개변수에 경향성이 나타나는 것으로 판단된 지점 중 4개 이상의 지속시간에서 경향



Table 4. Results of Trend Analysis for the GUM(0,1) Model

Name	Duration(hr)									
	1	2	3	6	9	12	15	18	24	48
Daegwallyeong	×	○	×	×	×	×	×	×	×	×
Daejeon	×	×	×	○	○	○	×	×	×	×
Gunsan	×	×	×	×	×	○	○	×	×	×
Jeonju	×	×	×	×	○	○	×	×	×	×
Ulsan	○	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Tongyeong	×	×	×	×	×	×	×	○	○	○
Mokpo	×	×	×	×	×	×	×	×	○	×
Jeju	×	○	×	×	×	×	×	×	×	×
Jinju	○	×	×	○	○	○	×	×	×	○
Cheonan	×	○	○	×	×	×	×	×	×	×
Buyeo	×	×	×	○	×	×	×	×	×	×
Buan	○	○	○	×	×	×	×	×	×	×
Jeongeup	○	×	×	×	×	×	×	×	×	×
Namwon	×	×	×	×	×	×	×	×	○	×
Jangheung	×	×	×	×	×	×	○	×	○	○
Haenam	×	×	×	×	×	×	○	○	○	○
Goheung	×	×	×	×	×	○	○	○	×	○
Yeongdeok	○	×	×	○	○	○	○	○	×	×
Uiseong	×	○	○	○	○	○	×	×	×	×
Yeongcheon	○	×	○	○	×	○	×	○	×	×
Miryang	×	○	○	×	×	×	×	×	×	○

○ : trend, × : no trend

성을 보이는 6개 지점에 대해 NS-GUM(0,1) 모형을 이용하여 비정상성 빈도해석을 수행하였다.

Table 5는 적용 대상으로 선정된 진주, 해남, 고흥, 영덕, 의성, 영천 지점에 대하여 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형의 지속시간별 매개변수 추정 결과를 나타낸 표이며 위치매개변수( $\epsilon$ )와 규모매개변수( $\alpha_0, \alpha_1$ ) 모두 추정되었을 경우 ○, 어느 하나 이상이라도 추정되지 않았을 경우 ×로 나타내었다. 각 모형의 지속시간별 매개변수 추정 결과 NS-GUM(0,1)EXP 모형의 경우 지속시간 1, 2, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 24, 48시간 모두에서 매개변수가 추정되었으며 NS-GUM(0,1)LIN 모형의 경우 해남, 고흥, 영덕 지점의 일부 지속시간에서는 매개변수 추정이 되지 않았으나 그 외 모든 구간에서 매개변수가 추정됨을 확인하였다. NS-GUM(0,1)LOG 모형의 경우 진주, 의성, 영천 지점의 일부 지속시간을 제외한 대부분의 지점별 지속시간에서 매개변수가 추정되지 않았다. 선정된 지점 및 지속

시간에 대한 NS-GUM(0,1)LOG 모형에서 매개변수가 추정되지 않는 경우가 발생하는 이유는 위치매개변수는 비교적 안정적으로 추정되는 반면 규모매개변수가 발산하여 추정되지 않았기 때문이며, 이는 앞서 수행한 모의실험에서 NS-GUM(0,1)LOG 모형이 일정 표본크기 이상에서는 추정이 되지 않는 결과를 근거할 수 있는 자료라 판단된다. NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형에 대한 위치매개변수와 규모매개변수가 모두 추정되는 지점의 지속시간 중 하나인 영천지점의 지속시간 1시간을 대상으로 재현기간에 따른 각 모형의 확률강우량을 Table 6에 나타내었다. 재현기간 10, 30, 50, 70, 100, 200년에 따른 각 모형의 확률강우량 산정 결과 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG 모형의 순으로 확률강우량이 작게 산정되었으며, 앞서 규모매개변수의 형태별 정확도를 판단하기 위해 수행한 모의실험의 결과와 같이 NS-GUM(0,1)EXP 모형이 적용성이 큰 것을 확인하였다.

**Table 5. Estimated Parameters of NS-GUM(0,1) Model for Selected Sites**

Site	Jinju	Haenam	Goheung	Yeongdeok	Uiseong	Yengcheon
Duration(hr)	1					
NS-GUM(0,1)EXP	○			○		○
NS-GUM(0,1)LIN	○			○		○
NS-GUM(0,1)LOG	○			×		○
Duration(hr)	2					
NS-GUM(0,1)EXP					○	
NS-GUM(0,1)LIN					○	
NS-GUM(0,1)LOG					×	
Duration(hr)	3					
NS-GUM(0,1)EXP					○	○
NS-GUM(0,1)LIN					○	○
NS-GUM(0,1)LOG					○	×
Duration(hr)	6					
NS-GUM(0,1)EXP	○			○	○	○
NS-GUM(0,1)LIN	○			×	○	○
NS-GUM(0,1)LOG	×			×	○	×
Duration(hr)	9					
NS-GUM(0,1)EXP	○			○	○	
NS-GUM(0,1)LIN	○			×	○	
NS-GUM(0,1)LOG	×			×	○	
Duration(hr)	12					
NS-GUM(0,1)EXP	○		○	○	○	○
NS-GUM(0,1)LIN	○		○	×	○	○
NS-GUM(0,1)LOG	×		×	×	×	×
Duration(hr)	15					
NS-GUM(0,1)EXP		○	○	○		
NS-GUM(0,1)LIN		×	○	○		
NS-GUM(0,1)LOG		×	×	×		
Duration(hr)	18					
NS-GUM(0,1)EXP		○	○	○		○
NS-GUM(0,1)LIN		×	×	○		○
NS-GUM(0,1)LOG		×	×	×		○
Duration(hr)	24					
NS-GUM(0,1)EXP		○				
NS-GUM(0,1)LIN		×				
NS-GUM(0,1)LOG		×				
Duration(hr)	48					
NS-GUM(0,1)EXP	○	○	○			
NS-GUM(0,1)LIN	○	×	○			
NS-GUM(0,1)LOG	×	×	×			

○ : parameters were estimated, × : parameters were not estimated

Table 6. Estimated Rainfall Quantiles for NS-GUM(0,1) Models

Site	Model	Return Period (year)					
		10	30	50	70	100	200
Yengcheon	NS-GUM(0,1)EXP	41.4	48.9	52.4	54.6	57.0	61.7
	NS-GUM(0,1)LIN	41.5	49.1	52.5	54.8	57.2	61.9
	NS-GUM(0,1)LOG	41.9	49.7	53.3	55.6	58.1	62.9

### 5. 결 론

본 연구에서는 비정상성 Gumbel 모형을 대상으로 규모매개변수의 형태를 시간에 대해 지수함수, 선형, 로그 형태로 가정하고, 본 연구에서 제안한 각각의 NS-GUM(0,1) EXP, LIN, LOG 모형을 기준으로 평균제곱근오차를 산정하여 정확도를 비교하였으며, 실제 자료에 대한 적용을 위해 국내 62개 지점을 대상으로 빈도해석을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 도출하였다.

- 1) NS-GUM(0,1)EXP 모형을 기준으로 진행한 모의실험에서 NS-GUM(0,1)EXP, LOG, LIN 순으로 평균제곱근오차가 작게 산정되었다. 그러나 규모매개변수가 지수함수적 관계를 가지는 형태는 표본크기에 따라 발생 오차가 커지는 오류를 포함하고 있는 것으로 나타났다.
- 2) NS-GUM(0,1)LIN 모형을 기준으로 산정한 평균제곱근오차에서 NS-GUM(0,1)EXP 모형이 모든 표본크기에 걸쳐 가장 작은 평균제곱근오차가 산정되었으며, 이어 NS-GUM(0,1)LOG, LIN 순으로 정확도가 높게 나타났다. 또한 일정 표본크기 이상에서는 NS-GUM(0,1)LOG 모형의 추정이 이루어지지 않았는데, 실제 자료 적용에서도 유사한 결과를 확인하였다.
- 3) NS-GUM(0,1)LOG 모형을 기준으로 진행한 모의실험에서 NS-GUM(0,1)EXP, LIN, LOG의 순으로 평균제곱근오차가 작게 산정되었으며, 실제 자료를 적용한 결과 많은 경우 매개변수 추정이 이루어지지 않았다.
- 4) 본 연구에서 제시한 각 모형을 기준으로 규모매개변수 형태의 정확도를 비교한 결과, 규모매개변수가 지수함수적 관계를 가지는 NS-GUM(0,1)EXP 모형이 가장 좋은 결과를 보였다. 그러나 지수함수적 관계를 가지는 규모매개변수를 사용하였을 때 표본크기에 따라 오차가 커지거나 이로 인해 확률수문량이 과다산정되는 경우가 발생할 수 있으므로, 규모매개변수의 형태에 관한 추가적인 연구가 이루어져야 할 것으로 판단된다.

### 감사의 글

본 연구는 소방방재청 자연재해저감기술개발사업단(자연피해예측및저감연구개발사업)의 지원으로 수행 한 ‘3차원 BIM 기술을 활용한 수방시설의 능동형 재난관리체계 구축’ [NEMA-12-자연-57]과제의 성과입니다.

### References

Coles, S. (2001). *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. Springer, London.

Cooley, D. (2013). “Return Periods and Return Levels Under Climate Change.” In: *Extremes in a Changing Climate*, Edited by AghaKouchak, A., Easterling, D., Hsu, K., Schubert, S., and Sorooshian, S., Chapter 4, Springer, London.

El Adlouni, S., Ouarda, T.B.M.J., Zhang, X., Roy R., and Bobée, B. (2007). “Generalized maximum likelihood estimators for the nonstationary generalized extreme value model.” *Water Resources Research*, Vol. 43, W03410.

Gilroy, K.L., and McCuen, R.H. (2011). “A nonstationary flood frequency analysis method to adjust for future climate change and urbanization.” *Journal of Hydrology*, Vol. 414-415, pp. 40-48.

Goo, Y.J. (2011). *Parameter Estimation of GEV Distribution Considering the Non-stationarity*, MS Thesis, Yonsei University.

Griffis, V.W., and Stedinger, J.R. (2007). “Incorporating climate changes and variability into Bulletin 17B LP3 model.” *World Environmental and Water Resources Congress 2007*, Tampa, Florida.

Gumbel, E.J. (1958). *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York.

He, Y., Bardossy, A., and Brommundt, J. (2006). “Nonsta-

- tionary flood frequency analysis in southern Germany.” *Proceedings of the 7th International Conference on HydroScience and Engineering*, Philadelphia, USA.
- Hundecha, Y., St-Hilaire, A., Ouarda, T.B.M.J., El Adlouni, S., and Gachon, P. (2008). “A nonstationary extreme value analysis for the assessment of changes in extreme annual wind speed over the Gulf of St. Lawrence, Canada.” *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, Vol. 47, No. 11, pp. 2745–2759.
- Jain, S., and Lall, U. (2001). “Floods in a changing climate: Does the past represent the future?” *Water Resources Research*, Vol. 37, No. 11, pp. 3193–3205.
- Katz, R.W. (2013). “Statistical Methods for Nonstationary Extremes.” In: *Extremes in a Changing Climate*, Edited by AghaKouchak, A., Easterling, D., Hsu, K., Schubert, S., and Sorooshian, S., Chapter 2, Springer, London.
- Kharin, V.V., and Zwiers, F.W. (2005). “Estimating Extremes in Transient Climate Change Simulations.” *Journal of Climate*, Vol. 18, pp. 1156–1173.
- Kim, S.Y. (2013). Nonstationary frequency analysis for the gumbel and general extreme value distribution. Ph.D. dissertation, Yonsei University, Seoul, Korea.
- Kwon, H.H., Brown, C., and Lall, U. (2008). “Climate informed flood frequency analysis and prediction in Montana using hierarchical Bayesian modeling.” *Geophysical Research Letter*, Vol. 35, L05404.
- Kwon, H.H., and Lee, J.J. (2011a). “Seasonal rainfall outlook of Nakdong River basin using nonstationary frequency analysis model and climate information.” *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 44, No. 5, pp. 339–350.
- Kwon, H.H., So, B.J., Yoon, P.Y., Kim, T.W., and Hwang, S.H. (2011b). “A comparison of nonstationary frequency analysis using successive average and moving average method.” *Journal of Korean Society of Hazard Mitigation*, Vol. 11, No. 6, pp. 269–280.
- Kwon, Y.M., Park, J.W., and Kim, T.W. (2009). “Estimation of design rainfalls considering an increasing trend in rainfall data.” *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 29, No. 2B, pp. 131–139.
- Leclerc, M., and Ouarda, T.B.M.J. (2007). “Non-stationary regional flood frequency analysis at ungauged sites.” *Journal of Hydrology*, Vol. 343, pp. 254–265.
- Lee, C.H., Ahn, J.H., and Kim, T.W. (2010a). “Evaluation of probability rainfalls estimated from non-stationary rainfall frequency analysis.” *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 43, No. 2, pp. 187–199.
- Lee, J.J., Kwon, H.H., and Kim, T.W. (2010b). “Concept of trend analysis of hydrologic extreme variables and nonstationary frequency analysis.” *Journal of the Korean Society of Civil Engineers*, Vol. 30, No. 4B, pp. 389–397.
- Lee, J.J., Kwon, H.H., and Hwang, K.N. (2010c). “Concept of seasonality analysis of hydrologic extreme variables and design rainfall estimation using nonstationary frequency analysis.” *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 43, No. 8, pp. 733–745.
- Ministry of Construction and Transportation. (2000). *1999 Water resources management technique development report, Volume 1: Rainfall quantile atlas of Korea (in Korean)*. Korea Institute of Construction Technology, Ilsan, Kyonggi-Do.
- Natural Environment Research Council (1975). *Flood Studies Report*, Vol. 1, NERC, London.
- Parey, S., Malek, F., Laurent, C., and Dacunha-Castelle, D. (2007). “Trends and climate evolution: Statistical approach for very high temperatures in France.” *Climate Change*, Vol. 81, pp. 331–352.
- Shin, J.Y., Park, T.J., and Kim, T.W. (2013). “Estimation of Future Design Rainfall in Administrative Districts Using Nonstationary GEV Model” *Journal of KOSHAM*, Vol. 13, No. 3, pp. 147–156.
- Shin, H.J., Ahn, H.J., and Heo, J.H. (2014). “A Study on the Changes of Return Period Considering Nonstationary of Rainfall Data.” *Journal of Korean Water Resources Association*, Vol. 47, No. 5, pp. 447–457.

## 부 록

Appendix A. Second Partial Derivatives of the Log-likelihood Function for NS-GUM(0,1) Model using Scale Parameter of Exponential Form

$$\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial e^2} = - \sum_{i=1}^N \exp \left[ \frac{A'}{C} - 2B \right]$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_0} &= - \sum_{t=1}^N \frac{1}{C'} + \sum_{t=1}^N (A' + C') \exp\left[\frac{A'}{C'} - 2B\right] \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_1} &= - \sum_{t=1}^N \frac{t}{C'} + \sum_{t=1}^N t(A' + C') \exp\left[\frac{A'}{C'} - 2B\right] \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0^2} &= \sum_{t=1}^N \frac{A'}{C'} - \sum_{t=1}^N A' \left(\frac{A'}{C'} + 1\right) \exp\left[\frac{A'}{C'} - B\right] \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_1} &= \sum_{t=1}^N \frac{tA'}{C'} - \sum_{t=1}^N tA' \left(\frac{A'}{C'} + 1\right) \exp\left[\frac{A'}{C'} - B\right] \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1^2} &= \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'}{C'} - \sum_{t=1}^N t^2 A' \left(\frac{A'}{C'} + 1\right) \exp\left[\frac{A'}{C'} - B\right] \end{aligned}$$

where

$$A' = \varepsilon - x$$

$$B' = \alpha_0 + \alpha_1 t$$

$$C' = \exp(\alpha_0 + \alpha_1 t)$$

Appendix B. Second Partial Derivatives of the Log-likelihood Function for NS-GUM(0,1) Model using Scale Parameter of Linear Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon^2} &= - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'^2} C'' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_0} &= - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'^2} C'' + \sum_{t=1}^N \frac{A''}{B'^3} C'' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_1} &= - \sum_{t=1}^N \frac{t}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{t}{B'^2} C'' + \sum_{t=1}^N \frac{tA''}{B'^3} C'' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0^2} &= \sum_{t=1}^N \frac{1}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{2A''}{B'^3} - \sum_{t=1}^N \frac{2A''}{B'^3} C'' - \sum_{t=1}^N \frac{A''^2}{B'^4} C'' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_1} &= \sum_{t=1}^N \frac{t}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{2tA''}{B'^3} - \sum_{t=1}^N \frac{2tA''}{B'^3} C'' - \sum_{t=1}^N \frac{tA''^2}{B'^4} C'' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1^2} &= \sum_{t=1}^N \frac{t^2}{B'^2} + \sum_{t=1}^N \frac{2t^2 A''}{B'^3} - \sum_{t=1}^N \frac{2t^2 A''}{B'^3} C'' - \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A''^2}{B'^4} C'' \end{aligned}$$

where

$$A'' = \varepsilon - x$$

$$B'' = \alpha_0 + \alpha_1 t$$

$$C'' = \exp\left(\frac{\varepsilon - x}{\alpha_0 + \alpha_1 t}\right) = \exp\left(\frac{A''}{B''}\right)$$

Appendix C. Second Partial Derivatives of the Log-likelihood Function for NS-GUM(0,1) Model using Scale Parameter of Logarithmic Form

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon^2} &= - \sum_{t=1}^N \frac{1}{C''^2} D''' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_0} &= - \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''} \frac{1}{C''^2} D''' + \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''} \frac{1}{C''^3} D''' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \varepsilon \partial \alpha_1} &= - \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''} \frac{1}{C''^2} \\ &+ \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''} \frac{1}{C''^2} D''' + \sum_{t=1}^N \frac{tA'''}{B''} \frac{1}{C''^3} D''' \\ \frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0^2} &= \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{1}{B''^2} \frac{1}{C''^2} \\ &+ \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3} \end{aligned}$$

$$- \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{A'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{A'''^2}{B''^2} \frac{1}{C''^4} D'''$$

$$\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_0 \partial \alpha_1} = \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{t}{B''^2} \frac{1}{C''^2}$$

$$+ \sum_{t=1}^N \frac{tC'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{tA'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3}$$

$$- \sum_{t=1}^N \frac{tC'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{tA'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{tA'''^2}{B''^2} \frac{1}{C''^4} D'''$$

$$\frac{\partial^2 LL_{01}}{\partial \alpha_1^2} = \sum_{t=1}^N \frac{t^2}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{t^2}{B''^2} \frac{1}{C''^2}$$

$$+ \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} + \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3}$$

$$- \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'''}{B''^2} \frac{1}{C''^2} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'''}{B''^2} \frac{2}{C''^3} D''' - \sum_{t=1}^N \frac{t^2 A'''^2}{B''^2} \frac{1}{C''^4} D'''$$

where

$$A''' = \varepsilon - x$$

$$B'' = \alpha_0 + \alpha_1 t$$

$$C'' = \ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)$$

$$D''' = \exp\left(\frac{\varepsilon - x}{\ln(\alpha_0 + \alpha_1 t)}\right) = \exp\left(\frac{B'''}{C''}\right)$$

paper number : 15-010

Received : 6 February 2015

Revised : 20 March 2015 / 24 March 2015

Accepted : 24 March 2015