

과구동 자기부상 무전원 트레이의 부상제어 전략 및 자세제어 알고리즘

Control Strategy and Algorithm for Levitation of Over-actuated Passive Maglev Tray System

안창선^{1,✉}
Changsun Ahn^{1,✉}

¹ 부산대학교 기계공학부 (School of Mechanical Engineering, Pusan National University)
✉ Corresponding author: sunahn@pusan.ac.kr, Tel: +82-51-510-2979

Manuscript received: 2015.1.5. / Revised: 2015.5.11. / Accepted: 2015.5.12.

This paper presents a strategy and an algorithm for levitation control of an over-actuated passive maglev tray system. The passive maglev tray system has more actuators than its degrees of freedom. The actuators of the system are switching when the tray travels longitudinally. Furthermore, the levitation forces of the actuators are non-homogeneous because the actuation devices are not in the moving platform. These characteristics make a limit in using conventional control approaches for levitation. For smooth actuator switching, the actuator force generation should be dependent on longitudinal positions of the tray. To enable constant pose tracking, this research introduces a control strategy and a control algorithm based on integral controllers on virtual variables. The states of the tray are estimated using a Kalman filter and fed to the proposed controller. The performances of the proposed control strategy and the algorithm are validated through tests.

KEYWORDS: Maglev (자기부상), Over-actuated (과구동), Levitation control (부상제어), Actuator switching (작동기 전환), Kalman filter (칼만필터)

1. 서론

자기부상 기술은 부상력을 비접촉식으로 전달하여 물체를 부상시킬 수 있다는 장점으로 인하여 여러 분야에서 응용되고 있다. 마찰력이 힘의 전달 과정에 관여하지 않기 때문에 최대 전달력이 접촉면의 특성에 기인하지 않고, 마모에 의한 기계적 파손 및 분진 발생의 염려가 없다. 이 기술은 주로 자기부상열차, 자기베어링, 정밀 나노 스

테이지 등에 쓰이고 있다.¹⁻³

자기부상 기술의 저분진 특성과 비접촉 특성은 영상장치 제조분야에서도 이점으로 작용한다. 최근 영상장치 제조분야에서 제조공정의 정밀도가 수십 나노미터 정도로 높아지면서, 생산 과정의 분진 관리에 대한 요구가 엄격해지고 있다. 이에 따라 무분진, 진공 상태에서의 공정 및 이송을 가능하게 하는 기술에 대한 요구가 증가하고 있다. 베어링을 기반으로 하는 이송기술과는 달리, 비접

축적으로 힘을 전달하는 자기부상기술은 이런 요구조건에 대응하기 유리하다. 또한 자기부상 기술은 부상체에 아무런 전기 공급이나 전자장치의 설치없이 부상체를 부상 및 이동시킬 수도 있다. 이런 특징은 낮은 전압에서도 스파크가 발생할 수 있는 진공 상태에서 작동 시 이점이 된다.

다만, 위와 같은 요구조건을 만족시키기 위해 부상, 안내, 추진을 위한 작동기들이 모두 부상체 외부에 장착되는 무전원(passive)방식으로 시스템이 설계되어야 한다. 이런 방식으로 설계된 부상 시스템의 개념도가 Fig. 1에 나타나 있다. 이 구조에서는 부상체가 수평방향으로 움직이면서 다수의 부상 작동기를 거쳐간다. 부상체는 부상을 위하여 다수의 작동기에 의하여 지지되는 과구동 시스템이다. 각 작동기는 부상체 위에 있을 때만 작동하므로, 부상체의 수평방향 움직임에 따라 작동기가 수시로 동작 또는 비동작 상태로 바뀐다. 또한 작동기가 간헐적으로 설치되어 있어 수평방향 부상력 분포가 연속적이지 않다. 이런 특성으로 인해 부상체가 수평 방향으로 움직일 때 높이 및 자세의 유지가 어렵다.

이처럼 무전원 자기부상 시스템의 작동 조건은 작동기가 부상체에 부착된 자기부상열차와 다르기 때문에 새로운 부상체에 전략과 부상 알고리즘이 필요하다. 기존의 많은 선행 연구들에서는 자기부상 시스템의 부상제어를 위해 비선형제어기, 강건제어기, 모델기반 적응제어기 등 다양한 제어를 제안하였다.^{4,6} 이러한 제어기들은 작동기 전환이 없거나 또는 전환이 있더라도 작동기가 연속적으로 위치하고 있어 수평이동 시에도 작동기의 힘이 균일하게 존재하는 시스템에 대하여 제안된 것이었다. 따라서 위 방법들을 무전원 자기부상 시스템에 적용하는 것은 어렵다.

이 논문에서는 과구동이면서 수평운동 시에 부상력이 불연속적으로 존재하는 시스템에서 부상체의 높이 및 자세의 유지를 위한 부상 제어 전략 및 알고리즘을 개발하고 검증하였다.

2. 과구동 자기부상 무전원 트레이의 부상 시스템

2.1 구조

자기부상 트레이는 Fig. 1에서 보이는 것처럼 다수의 작동기가 고정 구조물에 설치되어 있고, 이 작동기가 생성하는 흡인력이 금속으로 이루어

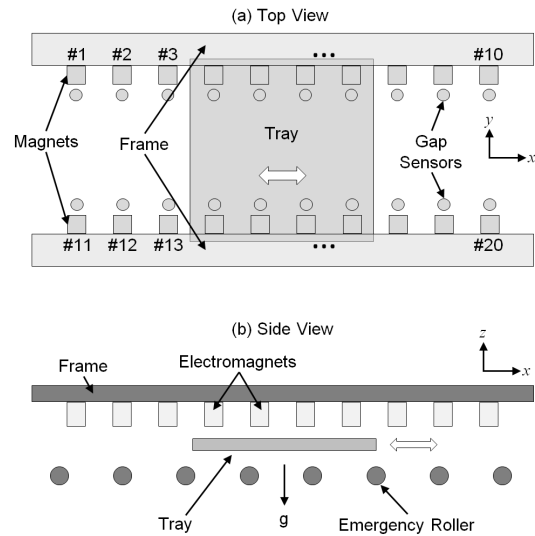


Fig. 1 Conceptual diagram of the levitation system of the passive maglev tray

진 부상체를 부양하도록 설계되어 있다. 부상체는 전원공급 및 기타 어느 전자장치들이 필요없는 무전원 구조이며, 모든 전원 및 전력 전자 장치들은 고정 구조물에 설치되어 있다. 부상체는 크기가 1 m x 1 m이며, 어느 위치에서든지 8개의 부상전자석에 의하여 부상하게 된다. 부상전자석은 수직방향 힘만 생성시킬 수 있으며, 이 방향 힘으로는 부상체를 z방향으로의 운동(부상), x축을 중심으로 한 회전운동(롤 운동), y축을 중심으로 한 회전운동(피치 운동), 총 3자유도의 운동을 제어할 수 있다. 따라서 주어진 자기부상 무전원 트레이의 부상 시스템은 총 8개의 작동기들이 3자유도의 운동을 제어하는 과구동 시스템이다.

2.2 부상력 발생 특성

자기부상 기술의 가장 대표적인 적용사례는 자기부상열차이다. 일반적인 자기부상열차의 부상 시스템은 부상전자석이 부상체 즉 차체에 부착되어 있고, 무한한 길이의 금속 대향면이 레일 측에 부착되는 형태로 설계된다. 이 구조에서는 부상전자석이 열차에 붙어서 이동하며 열차가 종방향으로 이동하더라도 모든 부상전자석에 대하여 대향면은 항상 균일하게 존재한다. 따라서 하나의 부상전자석이 감당해야 하는 부상체의 정적하중이 부상체의 종방향 운동과는 거의 무관하다. 이런 경우 자기부상 시스템의 부상 제어는 아래 식 (1)

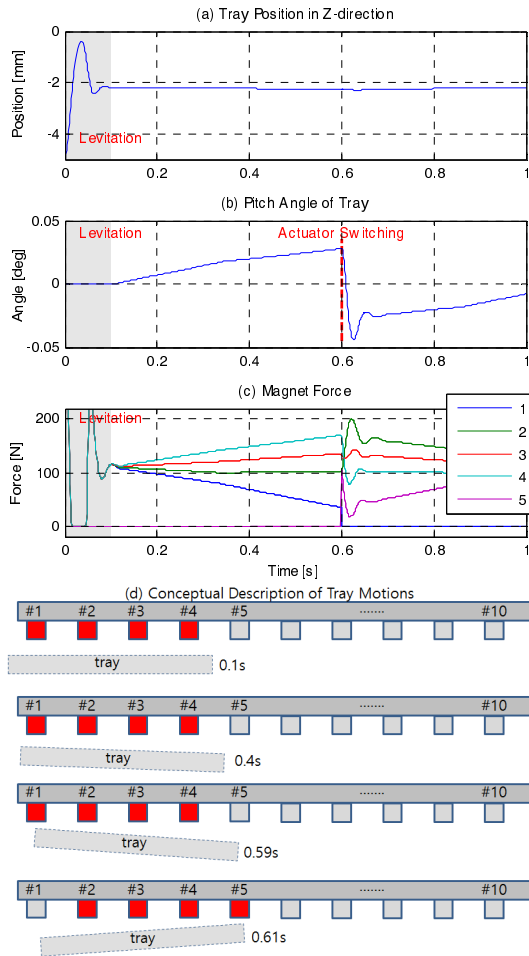


Fig. 2 Simulation results with a conventional PD controller

과 같은 PD제어기를 기반으로 설계된다.

$$\begin{aligned}
 i_k &= K_p \times e_k + K_d \times \dot{e}_k, \\
 e_k &= gap_k - gap_{ref}.
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

위 식에서 e_k 는 위치 오차, gap_k 는 k 번째 전자석에서 대향면까지의 거리, gap_{ref} 는 기준거리, K_p 는 비례이득, K_d 는 미분이득, i_k 는 k 번째 전자석에 흐르는 전류를 의미한다. 자기부상열차에서는 모든 부상전자석에 대하여 동일한 제어 알고리즘을 적용하고, 적분제어를 사용을 배제하여 분산제어 효과를 얻는다.

하지만 이 논문에서 고려하는 시스템은 자기부상열차와는 달리 Fig. 1에 보이는 것처럼, 전자석은

고정단에 위치하고 대향면이 부상체에 부착되어 있으므로, 특정 전자석이 감당해야 하는 부상체의 정적하중이 부상체의 종방향 위치에 따라서 달라진다. Fig. 2는 식 (1)의 제어 알고리즘을 모든 부상 전자석에 적용하여 시뮬레이션 한 결과를 보여준다. 그 결과 그 그래프에서 볼 수 있듯이 트레이가 종방향으로 이동하면서 피치각의 변화가 생겼다. 또한 작동기 전환되는 과정(1번 작동기가 꺼지고, 5번 작동기가 켜지는 과정)에서 부상체에 요동이 발생하였다. 자기부상 무전원 트레이의 사용 목적상 외란 및 내부 상태변화에 따라 트레이의 수직 위치 및 피치각의 변화를 억제 또는 제어할 수 있어야 한다. 하지만, 식 (1)의 제어 알고리즘에서는 이에 대한 고려가 없다. 이론적으로는 적분항을 추가하여 이런 변화에 대하여 대응할 수 있다. 하지만, 과구동 시스템에서 센서 바이어스 및 센서 설치 오차가 있는 경우에는, 개별 제어기의 적분항에 의해 제어 출력끼리 서로 상충하여 시스템이 불안해질 수 있다.

위의 시뮬레이션에 나타난 것처럼 자기부상 무전원 트레이의 경우 크게 세 가지의 문제점이 있다. 첫째, 부상체의 종방향 위치에 따라서 부상체에 작용하는 부상력의 분포가 균일하지 않아 트레이의 피치 운동이 발생할 수 있다. 둘째, 부상체가 종방향으로 이동하면서 작동기들이 꺼지거나 켜져야 하는데, 이 과정 중에 급격한 부상력의 변화로 인해 요동이 발생할 수 있다. 셋째, 정밀한 자세제어를 위한 적분항을 개별 제어기에 배치할 수 없다.

3. 부상력 제어기 설계

앞 장에서 논의하였던 세 가지 문제점은 해당 시스템이 특이한 구조를 가지고 있으며, 개별 작동기의 측정 정보만을 기반으로 부상력의 생성 및 분배가 이루어지기 때문에 발생한다. 시스템의 구조는 변경하기 어려우므로 부상력 생성 및 분배 방법을 변경하여 대응하여야 한다. 앞서 논의했던 문제점들 중 첫 번째와 두 번째 문제점에 대응하기 위해서는 각 작동기 위치별로 부상력을 적절히 분배하여 부상체가 기울어지지 않도록 하여야 하며, 부상체가 x 방향으로 이동할 때 작동기 전환이 부드럽게 이루어져야 한다. 이를 위해 요구되는 부상력 생성 특성은 크게 네 가지이다. 첫째, 부상 전자석이 발생하는 힘은 부상체의 x 방향 위치에 기반한다 (위치에 대한 함수). 둘째, 급격한 부상력

의 변화를 방지하기 위하여 부상전자석이 발생하는 힘은 부상체의 끝단으로 갈수록 줄어드는 형태가 되어야 한다 (연속 함수). 셋째, 부상체 위치에 관계없이 부상력의 총 힘의 합은 부상체의 중량과 같아야 한다 (힘 평형). 넷째, 부상체의 위치에 관계없이 모멘트의 합은 0을 유지하여야 한다 (모멘트 평형). 본 절에서는 이를 만족하는 부상력을 생성할 수 있는 제어기 설계에 대하여 논한다.

3.1 위치기반 부상력 생성 제어기 구조

위치에 기반한 부상력 생성 개념은 부상체의 x 방향 위치에 따라서 각 작동기가 생성하는 부상력이 달라진다는 것이다. 이를 구현하기 위하여 제안하는 제어기는 식 (2)와 같이 ‘부상력 생성’과 ‘위치 안정화’ 제어를 구분하여 설계되었다.

$$\begin{aligned} i_k &= i_{bias}(x_{cg}, k) + K_p \times e_k + K_d \times \dot{e}_k, \\ e_k &= gap_k - gap_{ref}. \end{aligned} \quad (2)$$

여기에서 i_{bias} 는 부상력 생성을 위한 바이어스 전류이며, 이는 부상체의 x 방향 위치(x_{cg})와 작동기의 설치위치(k)의 함수로 표현된다. 이 바이어스 전류로 생성된 부상력의 총 합은 부상체의 중량과 같도록 설계한다. 뒷 부분의 PD제어기는 위치 안정화를 위한 전류값을 생성한다. 즉 PD제어기의 제어계인은 위치 안정화만을 목적으로 조정가능하고, 앞선 논문에서 본 시스템의 제어계인 선정에 대하여 논의한 바 있다.⁷ 부상력 생성과 안정화의 기능을 분리함으로써, 제어기 설계 및 변수 조정의 자유도를 높였다.

위의 제어기에 의해 생성된 전류는 부상전자석을 통하여 부상력을 생성한다. 일반적으로 전자석의 흡인력은 아래의 식 (3)처럼 전류의 제곱에 비례하고 거리 제곱에 반비례한다.⁸

$$f_k = K_{mag} \left(\frac{i_k}{z_{mag} - z_k} \right)^2 = K_{mag} \left(\frac{i_k}{gap_k} \right)^2. \quad (3)$$

여기에서 f_k 는 k 번째 전자석의 부상력, K_{mag} 는 전자석 상수, z_{mag} 는 전자석 높이, z_k 는 k 번째 전자석에서의 대향면의 높이를 의미한다.

만약 바이어스 전류에 의한 부상력과 부상체 중량이 균형을 이루고 있다면, 안정화를 위한 제어 전류는 평균이 0인 신호가 될 것이고, 이때 발생하는 부상력의 대부분은 바이어스 전류에 의해

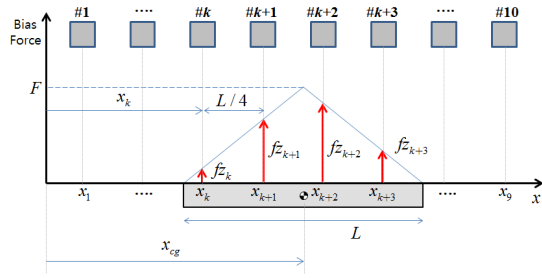


Fig. 3 Proposed nominal force generation function

서 결정된다. 즉 위와 같은 조건의 정상상태에서 바이어스 전류에 의해서 발생하는 명목 부상력 f_{n_k} 는 다음과 같이 계산된다.

$$f_{n_k} = K_{mag} \left(\frac{i_{bias}(x_{cg}, k)}{gap_{ref}} \right)^2. \quad (4)$$

또한, 명목 부상력이 주어질 경우 필요한 명목 전류 즉 바이어스 전류는 식 (4)로부터 다음과 같이 정리된다.

$$i_{bias}(x_{cg}, k) = gap_{ref} \sqrt{f_{n_k} / K_{mag}}. \quad (5)$$

3.2 위치기반 부상력 생성 제어기 설계

앞서 언급한 부상력 생성에 관한 네 가지 요구 특성을 수학적으로 표현하면 다음과 같다. 부상력 생성 함수는 부상체의 위치 x_{cg} 에 대한 함수이며, k 번째 작동기가 부상체 끝 단에 위치할 때, 즉 $|x_k - x_{cg}| = L/2$ 일 때, 연속이어야 한다. 또한 다음 두 식과 같이 힘과 모멘트의 평형 조건을 만족하여야 한다.

$$2 \sum_{i=0}^3 f_{z_{k+i}} = mg \quad (6)$$

$$2 \sum_{i=0}^3 f_{z_{k+i}} \cdot (x_{k+i} - x_{cg}) = 0 \quad (7)$$

위 식들에서 f_{z_k} 는 k 번째 전자석의 기본 부상력, x_k 는 k 번째 전자석의 위치, m 은 부상체의 질량, g 는 중력가속도를 의미한다. Fig. 3은 각 변수의 의미와 좌표계 정의를 보여준다. 주어진 구조에서 작동기들이 좌우 양쪽에 대칭적으로 위치하므로 이들이 발생하는 부상력과 피치방향모멘트는 각각 두 배로 계산되었다.

위 연속성과 평형 조건을 만족하는 x_{cg} 에 대한 fz_k 의 함수는 무수히 많을 것이나, Fig. 3에 나타낸 것처럼 삼각형 형태의 부상력 생성 함수를 선정하였다. 이 함수의 수학적 표현은 아래 식 (8)과 같다.

$$fz_k = \begin{cases} F \times \left(1 + \frac{x_k - x_{cg}}{L/2}\right) & \text{if } -\frac{L}{2} \leq x_k - x_{cg} < 0 \\ F \times \left(1 - \frac{x_k - x_{cg}}{L/2}\right) & \text{if } 0 \leq x_k - x_{cg} < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

이 식에서 F 는 설계자가 결정할 값이며, 이 식은 $|x_k - x_{cg}| = L/2$ 일때 연속인 함수이다. 식 (8)을 (6)과 (7)에 대입해보면 아래와 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^3 fz_{k+i} &= F \left(1 + \frac{x_k - x_{cg}}{L/2}\right) + F \left(1 + \frac{(x_k + L/4) - x_{cg}}{L/2}\right) \\ &\quad + F \left(1 - \frac{(x_k + 2L/4) - x_{cg}}{L/2}\right) \\ &\quad + F \left(1 - \frac{(x_k + 3L/4) - x_{cg}}{L/2}\right) \\ &= 2F \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^3 fz_{k+i} \cdot (x_{k+i} - x_{cg}) &= \sum_{i=0}^3 fz_{k+i} \cdot \left(x_k + \frac{L}{4}i - x_{cg}\right) \\ &= (x_k - x_{cg}) \sum_{i=0}^3 fz_{k+i} + \sum_{i=0}^3 fz_{k+i} \cdot \frac{L}{4}i \\ &= 2F(x_k - x_{cg}) + F \left(1 + \frac{(x_k + \frac{L}{4}) - x_{cg}}{\frac{L}{2}}\right) \frac{L}{4} \\ &\quad + F \left(1 - \frac{(x_k + \frac{2L}{4}) - x_{cg}}{\frac{L}{2}}\right) \frac{2L}{4} + F \left(1 - \frac{(x_k + \frac{3L}{4}) - x_{cg}}{\frac{L}{2}}\right) \frac{3L}{4} \\ &= (x_k - x_{cg}) \cdot 2F + \frac{FL}{4} \left\{6 - 6 - \frac{8}{L}(x_k - x_{cg})\right\} \\ &= 0 \end{aligned} \quad (10)$$

즉 힘 평형 조건은 $F=mg/4$ 일때 만족하고, 모멘트 평형 조건은 F 에 관계없이 성립한다.

식 (8)을 이용하여 각 전자석에서 필요한 기본 부상력(fz_k)을 계산하고, 이 값을 명목 부상력($fn_k = fz_k$)으로 활용할 수 있다. 이렇게 구해진 명목 부상력을 값을 식 (5)를 통하여 바이어스 전류로 전환

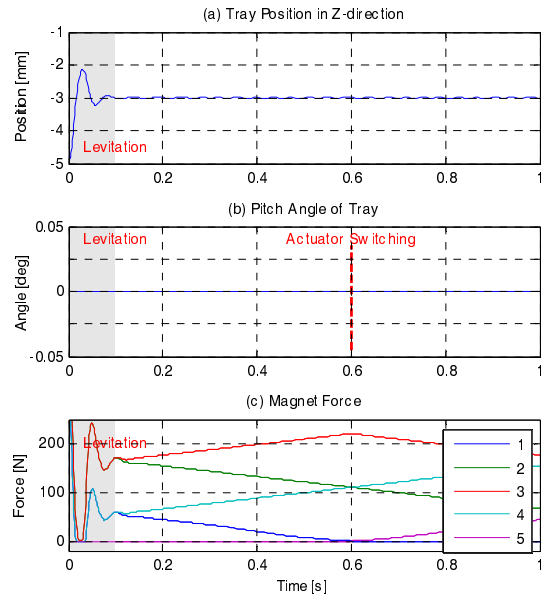


Fig. 4 Simulation results with the proposed levitation controller

한 후, 식 (2)의 제어기에 대입하면 부상체의 위치 변화에 따른 기울어짐과 작동기 전환시의 급격한 부상력 변화를 방지할 수 있다. 즉 식 (8)의 단순한 계산식을 통하여 각 작동기에 적절한 부상력을 생성 및 분배 할 수 있게 되었다.

설계된 제어기를 시뮬레이션으로 검증하면 Fig. 4와 같이 나타난다. 결과를 살펴보면, 부상 높이와 피치각의 변화가 Fig. 2와 비교하여 상당히 줄어들었다. 또한 각 부상전자석의 부상력의 변화가 부드럽고 연속적임을 알 수 있다. 단, 시뮬레이션에서는 외란이 있을 시 정밀한 위치 및 자세제어를 위한 제어 성분이 고려되지 않고 있다. 이에 대한 대책을 다음 장에서 소개하겠다.

4. 자세제어기 설계

부상 시스템의 작동기가 영향을 미치는 운동은 Fig. 5가 보여주는 바와 같이 수직방향, 피치방향, 롤방향 운동이다. 각 방향에 대하여 고정된 값만을 유지하면 되지만, 외란 및 부상체의 무게변동 등에 대처하기 위해서 각 방향의 운동을 능동적으로 제어하여야 한다. 작동기 개수와 자유도가 같은 시스템의 경우 개별 제어기에 적분항을 추가하면 외란 및 내부 변화에 대응 가능하나, 앞서 설

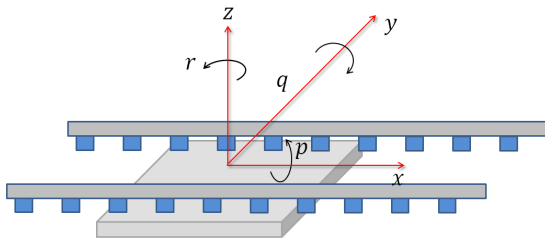


Fig. 5 Coordinate of passive maglev tray system

명했듯이 본 시스템은 과구동 시스템이므로 이와 같은 방법이 불가능하다. 이에 대한 대안으로 개별 제어기에 적분항을 추가하지 않고 가상의 입력에 적분항을 추가하였다.

4.1 부상 높이 제어

무게 증가나 외란으로 인한 수직방향의 위치변화에 대응하기 위해서는 식 (8)에서 F 를 조절하면 된다. 정상상태에서 F 는 부상체 무게의 1/4에 해당되는 힘으로 $mg/4$ 이다. 하지만 부상체의 수직위치가 원하는 값과 다를 경우 F 를 가상의 제어입력으로 하여 다음과 같은 제어기를 설계하였다.

$$F = \frac{mg}{4} + k_{I,z} \int (z_{cg,ref} - z_{cg}) dt. \quad (11)$$

즉, 부상체의 무게중심의 높이(z_{cg})가 기준높이($z_{cg,ref}$)와 다를 경우 적분항이 F 를 조절하여 높이가 변하도록 하였다. 식 (10)에 나타난 것처럼 모멘트 균형은 F 의 값에 무관하므로 이 제어기로 인해 피치 및 롤 운동 방향에 영향은 없다.

4.2 피치 각도 제어

피치 운동을 제어하기 위하여 식 (12)와 같이 추가적인 부상력 f_{q_k} 를 도입하였다.

$$f_{q_k} = \begin{cases} F_q \times \left(2 + \frac{x_k - x_{cg}}{L/4} \right) & \text{if } -\frac{L}{2} \leq x_k - x_{cg} < -\frac{L}{4} \\ F_q \times \left(-\frac{x_k - x_{cg}}{L/4} \right) & \text{if } -\frac{L}{4} \leq x_k - x_{cg} < \frac{L}{4} \\ F_q \times \left(\frac{x_k - x_{cg}}{L/4} - 2 \right) & \text{if } \frac{L}{4} \leq x_k - x_{cg} < \frac{L}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

이 값은 명목 부상력 계산 시 $fn_k = fz_k + fq_k$ 형태로 기본 부상력에 추가적으로 더해지는 값이다.

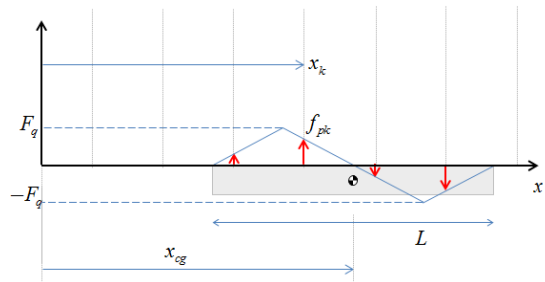


Fig. 6 Force generation function for pitching moment

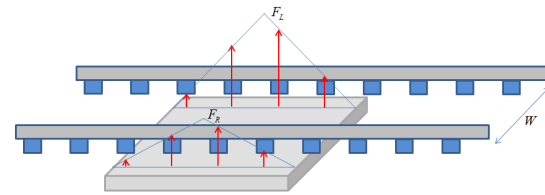


Fig. 7 Force generation function for roll moment

이 추가적인 힘은 트레이의 위치에 관계없이 총합은 0이므로 전체 부상력에 영향을 주지 않고 피치 방향 모멘트만 생성하며, 이 모멘트는 항상 $F_q L$ 을 유지한다. 또한 이 힘은 Fig. 6에 보이는 것처럼 연속적으로 변한다.

피치각은 f_{q_k} 식의 F_q 값을 가상의 제어입력으로 하는 아래와 같은 적분제어를 통하여 제어할 수 있다.

$$F_q = k_{I,q} \int (q_{ref} - q) dt. \quad (13)$$

여기에서 q_{ref} 는 목표 피치각이며 일반적으로 0도이다. q 는 부상체의 현재 피치각이다.

4.3 롤 각도 제어

롤 각도 제어의 경우도 같은 전략을 이용한다. 만약 식 (8)을 이용하여 작동기의 부상력을 생성할 때 진행 방향을 기준으로 왼쪽의 작동기들과 오른쪽의 작동기들에 대하여 F 를 다르게 입력하면, 롤 방향 모멘트가 생성된다. 좌우의 부상력을 Fig. 7과 같이 달리 하여 롤 운동을 제어한다.

만약 진행방향을 기준으로 왼쪽 전자석들에 대한 F 와 오른쪽 작동기들에 대한 F 를 아래 식과 같이 결정하면,

$$\begin{aligned} F_L &= (1 + \alpha)F, & \text{for left magnets} \\ F_R &= (1 - \alpha)F, & \text{for right magnets} \end{aligned} \quad (14)$$

부상력의 총합에는 영향을 주지 않고 롤방향 모멘트만 생성한다. 이 롤 모멘트는 트레이의 위치에 관계없이 항상 $2\alpha FW$ 를 유지한다. 이 α 를 가상의 제어 입력으로 하여 아래와 같은 적분제어기를 통하여 롤각 제어를 한다.

$$\alpha = k_{I,p} \int (p_{ref} - p) dt. \quad (15)$$

여기에서 p_{ref} 는 목표 롤각이며 일반적으로 0도이다. p 는 부상체의 현재 롤각이다.

5. 위치 및 자세 추정기 설계

앞 장에서 제시한 높이, 피치각, 롤각 제어기를 사용하기 위해서는 측정값이 필요하다. 그러나, 본 시스템에서 측정되는 값은 각 작동기 위치에서 전자석과 대향면 간의 거리정보 뿐이다. 본 논문에서는 시스템의 동역학적 방정식과 측정 정보를 이용하여 높이, 피치각, 롤각을 추정하였다. 필요한 값들을 추정하기 위하여 Kalman filter를 이용하였다.

5.1 칼만필터 (Kalman Filter)

칼만필터는 선형시스템상에서 신호에 잡음이 존재하는 경우 최적 상태 추정을 제공하는 신호처리 방법론이다.⁹ 공정 잡음과 측정 잡음이 존재하는 선형시스템의 이산시간 모델은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} X_s &= F_s X_{s-1} + B_s u_{s-1} + w_{s-1}, \\ Y_s &= H_s X_s + v_s. \end{aligned} \quad (16)$$

여기에서 F_s, B_s, H_s 는 각각 시스템의 천이, 입력, 측정에 관한 행렬이고, s 는 시간 간격 지수이고, w_s 와 v_s 는 각각 공정잡음과 측정잡음을 나타낸다. 이 두 잡음은 평균이 0인 Gaussian잡음이며 공분산은 각각 Q_s 와 R_s 이다. 이 식을 기반으로 칼만필터를 통한 상태 추정은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \hat{X}_{s|s-1} &= F \hat{X}_{s-1|s-1} + B u_{s-1}, \\ P_{s|s-1} &= F_{s-1} P_{s-1|s-1} F_{s-1}^T + Q_{s-1}, \\ \tilde{Y}_s &= Y_s - H \hat{X}_{s|s-1}, \\ K_s &= P_{s|s-1} H_s^T (H_s P_{s|s-1} H_s^T + R_s)^{-1}, \\ \hat{X}_{s|s} &= \hat{X}_{s|s-1} + K_s \tilde{Y}_s, \\ P_{s|s} &= (I - K_s H_s) P_{s|s-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

5.2 시스템의 운동방정식

부상체, 즉 트레이의 운동방정식은 피치각과 롤각의 변화가 작다는 가정 하에 유도한다. 피치각, 롤각, 피치각속도, 그리고 롤각속도등이 작을 경우 부상체의 수직방향, 피치방향, 롤방향의 운동방정식은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \ddot{z}_{cg} &= \frac{1}{m} \sum f_k - \frac{g}{m}, \\ \ddot{p} &= \frac{1}{I_{xx}} \sum f_k \cdot dy_k, \\ \ddot{q} &= -\frac{1}{I_{yy}} \sum f_k \cdot dx_k, \end{aligned} \quad (18)$$

이 식에서 f_k 는 식 (3)에 표현된 전자석의 흡인력이다. 또한 dx_k 와 dy_k 는 무게 중심으로부터 각 작동기들의 위치까지의 x, y 방향으로의 거리를 의미하며 아래와 같이 계산된다.

$$dx_k = x_k - x_{cg}, \quad dy_k = y_k - y_{cg}. \quad (19)$$

5.3 운동방정식 선형화

주어진 시스템에서 측정값인 각 작동기 위치에서 대향면의 높이 z_k 의 변화값은, 피치각과 롤각의 변화가 작을 때 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$\delta z_k = z_k - z_0 = \delta z_{cg} + \delta p \cdot dy_k - \delta q \cdot dx_k \quad (20)$$

또한 전자석의 부상력 생성 함수인 식 (3)을 정상상태, 즉 $z_k = z_0 = z_{mag} - z_{ref}$, $i_k = i_{k0} = i_{bias}(x_{cg}, k)$ 일 때에 대하여 선형화하면 다음과 같다.

$$\delta f_k = a_k \delta z_k + b_k \delta i_k. \quad (21)$$

여기에서 각 변수는 아래와 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} \delta f_k &= f_k - f_{k0}, \quad \delta i_k = i_k - i_{k0}, \\ a_k &= \frac{2K_{mag} (i_{k0})^2}{(z_{mag} - z_0)^3} \delta z_k, \quad b_k = \frac{2K_{mag} i_{k0}}{(z_{mag} - z_0)^2} \delta i_k. \end{aligned} \quad (22)$$

식 (21)을 식 (18)에 대입하여 정리하면,

$$\begin{aligned} \delta \ddot{z}_{cg} &= C_{11} \delta z_{cg} + C_{12} \delta p + C_{13} \delta q + \frac{1}{m} \sum b_k \cdot \delta i_k, \\ \delta \ddot{p} &= C_{21} \delta z_{cg} + C_{22} \delta p + C_{23} \delta q + \frac{1}{I_{xx}} \sum b_k \cdot dy_k \cdot \delta i_k, \\ \delta \ddot{q} &= C_{31} \delta z_{cg} + C_{32} \delta p + C_{33} \delta q - \frac{1}{I_{yy}} \sum b_k \cdot dx_k \cdot \delta i_k \end{aligned} \quad (23)$$

이고, 각 방정식의 계수는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 C_{11} &= \frac{1}{m} \sum a_k, \quad C_{12} = \frac{1}{m} \sum (a_k \cdot dy_k), \\
 C_{13} &= -\frac{1}{m} \sum (a_k \cdot dx_k), \quad C_{21} = \frac{1}{I_{xx}} \sum (a_k \cdot dy_k), \\
 C_{22} &= \frac{1}{I_{xx}} \sum (a_k \cdot (dy_k)^2), \quad C_{23} = \frac{1}{I_{xx}} \sum (a_k \cdot dx_k \cdot dy_k), \quad (24) \\
 C_{31} &= -\frac{1}{I_{yy}} \sum (a_k \cdot dx_k), \quad C_{32} = -\frac{1}{I_{yy}} \sum (a_k \cdot dx_k \cdot dy_k), \\
 C_{33} &= \frac{1}{I_{yy}} \sum (a_k \cdot (dx_k)^2).
 \end{aligned}$$

이를 상태방정식으로 표현하면 상태변수는 트레이의 높이, 높이 변화율, 피치각, 피치각속도, 롤각, 롤각속도이다. 측정값은 각 작동기에서의 높이 변화값이며, 측정함수는 식 (20)으로 표현된다. 식 (20)과 (23)을 기반으로 상태방정식을 유도하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \dot{X} &= AX + Bu, \\
 Y &= CX.
 \end{aligned} \quad (25)$$

이 상태방정식의 상태변수 벡터 및 상태방정식의 행렬들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 X &= [\delta z_{cg}, \delta \dot{z}_{cg}, \delta p, \delta \dot{p}, \delta q, \delta \dot{q}]^T, \\
 Y &= [\dots \delta z_k \dots]^T, \quad u = [\dots \delta i_k \dots]^T, \\
 A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{11} & 0 & C_{11} & 0 & C_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ C_{11} & 0 & C_{11} & 0 & C_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ C_{11} & 0 & C_{11} & 0 & C_{11} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \dots & 0 & \dots \\ \dots & b_k/m & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & b_k \cdot dy_k / I_{xx} & \dots \\ \dots & 0 & \dots \\ \dots & b_k \cdot dx_k / I_{yy} & \dots \end{bmatrix}, \\
 C &= \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & dy_k & 0 & -dx_k & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

식 (25)는 각 작동기에 공급하는 전류의 값을 입력값으로, 자세와 위치의 값을 상태변수로, 각 작동기 위치에서 공급의 변화를 출력값으로 하는 상태방정식이다.

Kalman filter를 설계하기 위하여 식 (25)를 매시간 이산화 하여 F_s, B_s, H_s 를 구하고 식 (17)에 대입하여 상태변수를 추정한다.

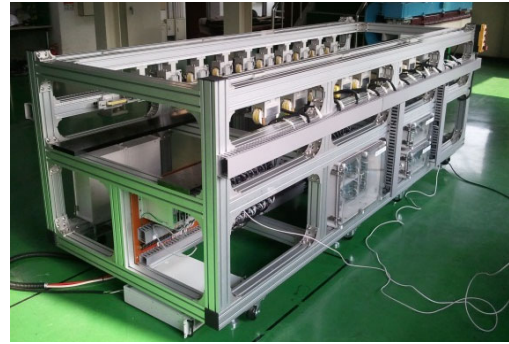


Fig. 8 Test bench of the passive maglev tray system

Table 1 System parameters

symbol	value	note
x_1	-0.375 m	#1 magnet position
x_2	-0.125 m	#2 magnet position
x_2	0.125 m	#3 magnet position
:	:	:
x_{10}	1.875 m	#10 magnet position
L	1.0 m	Tray length
W	1.0 m	Tray width
m	60 kg	Tray mass
K_{mag}	0.41×10^{-3}	Magnet constant

6. 실험적 검증

6.1 실험 장치 및 실험 조건

제안한 부상력제어 알고리즘과 자세제어 알고리즘을 검증하기 위하여 Fig. 8과 같은 실험장치를 제작하였다. 제어 알고리즘의 구현을 위한 실험 장치의 변수값들은 Table 1에 기술하였다.

6.2 부상력제어 알고리즘 검증

식 (2), (5), (8)과 $fn_k = \hat{f}z_k$ 조건을 이용한 부상력 생성 및 분배 알고리즘을 검증하기 위하여 부상체를 부상시킨 후 x 방향으로 이동시키면서 센서값 및 제어 출력값을 측정하였다. 두 번의 작동기 전환이 일어나도록 약 0.5m 거리를 움직였다. 실험 결과를 Fig. 9에 제시하였다. 약 5.4초와 약 7.2초에 총 두 번의 작동기 전환이 일어났다. 첫 번째 전환은 1번 작동기가 꺼지고 5번 작동기가 켜지는 경우이고, 두 번째 전환은 2번 작동기가 꺼지고 6번 작동기가 켜지는 경우이다. 요구 명목 부상력은(Required Nominal Force) 부상체의 x 방향 위치에 따라 계산된 값을 나타내고 있다. 전자석에 공급

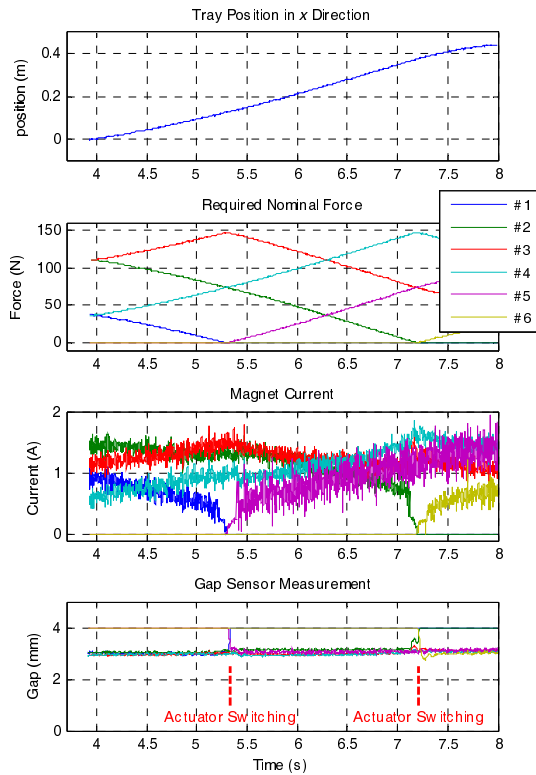


Fig. 9 Test result of levitation force generation and distribution during actuator switching

하는 전류는, 부상력 생성을 위한 명목 힘에 대한 전류값과 위치 안정화 제어를 위한 전류의 합이다. 작동기가 전환될 때 전류값의 변동폭이 줄어드는 것은 작동기 전환시의 잡음이 섞인 x방향 위치값으로 인한 안정화 제어기의 빈번한 켜짐과 꺼짐을 방지하기 위해 dead zone을 생성하였기 때문이다.

본 실험은 부상체가 x방향으로 움직이면서 작동기 전환이 일어나는 과정 중에, 제안한 제어 전력과 알고리즘으로 인해 부상력의 급격한 변화가 일어나지 않았고, 공극이 일정하게 유지된다는 것을 보여준다.

6.3 자세제어 알고리즘 검증

식 (2), (5), (8), (11)-(15)와 $f\dot{m}_k = f\dot{z}_k + f\dot{q}_k$ 조건을 이용한 자세제어 알고리즘을 검증하기 위하여 Fig. 10에 보이는 것처럼 부상체에 10kg의 편심하중을 가한 후 실험을 실시하였다. 실험 방법은 편심하중이 가해진 채로 부상을 하여 정상상태에 이른 후 자세제어기를 켜고 수 초간 결과를 살펴보고, 다시

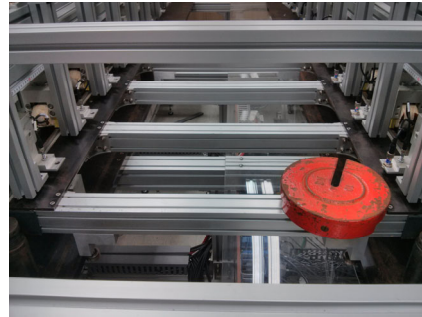


Fig. 10 External disturbance coming from unbalanced load

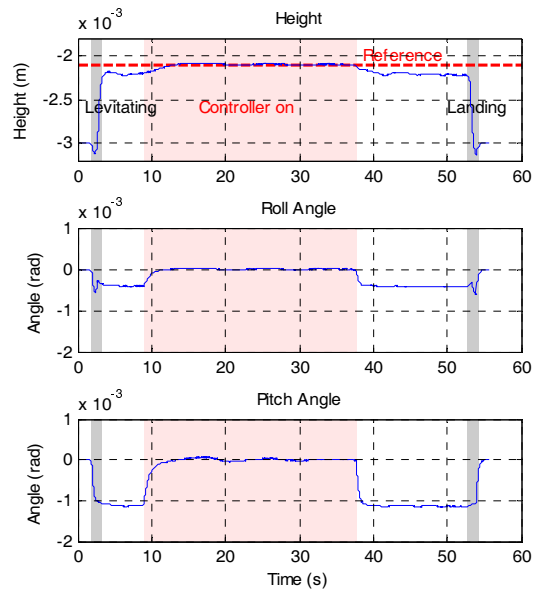


Fig. 11 Test result of the pose control algorithm

자세제어기를 끄고 정상상태에 이른 후 부상체를 착지시키면서 각종 신호들을 측정하는 것이다.

실험 결과는 Fig. 11에 나타나 있다. 2초에 부상이 시작하여 3.5초에 완료되었다. 부상이 완료되었지만 인위적으로 가해진 10kg의 편심하중으로 인하여 부상체가 롤과 피치방향으로 기울어졌다. 이후 약 9초에 자세제어기를 작동시켰으며 높이, 롤각, 피치각이 목표치에 수렴하는데 5초 정도의 시간이 소요되었다. 자세제어가 완료된 상태에서 제어기를 켜었을 때 (약 38초 순간) 부상체가 원래의 기울어진 상태로 돌아갔다. 본 실험은 외란이 존재하는 경우에도 자세제어 알고리즘으로 인해 부상체의 자세가 유지될 수 있음을 보여준다.

7. 결론

본 논문은 작동기가 수시로 전환되면서도 과구동 특성을 지닌 시스템의 제어전략에 관한 것이다. 본 논문에서 다루는 시스템은 자기부상 작동기를 기반으로 하여 부상체가 종방향으로 이동하면서 작동기가 전환되는 특성을 지녔다. 부드러운 작동기 전환을 위하여 개별 작동기의 부상력은 부상체의 위치에 대한 함수로 결정되었다. 과구동 특성 상 목표 추종을 위한 적분제어기를 모든 작동기에 적용하지 못하기 때문에, 가상의 입력에 대하여 적분제어기를 설계하였다. 또한 외란에 대응할 수 있는 자세제어기를 위해 칼만필터를 기반으로 상태 추정기를 설계하였다. 실험을 통하여 제안하는 전략과 알고리즘이 부드러운 작동기 전환과 자세 제어를 구현함을 보였다.

REFERENCES

1. Park, J., Kim, J., and Lee, J., "Robust Control of Maglev Vehicles with Multimagnets using Separate Control Techniques," *Journal of Mechanical Science and Technology*, Vol. 15, No. 9, pp. 1240-1247, 2001.
2. Seo, S.-I., Lee, M., Kim, S.-J., and Kim, N., "Robust Optimum Design of a Bearingless Rotation Motor using the Kriging Model," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, Vol. 12, No. 6, pp. 1043-1050, 2011.
3. Kim, M.-S. and Kim, J.-H., "Design of a Gain Scheduled PID Controller for the Precision Stage in Lithography," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, Vol. 12, No. 6, pp. 993-1000, 2011.
4. Kaloust, J., Ham, C., Siehling, J., Jongekryg, E., and Han, Q., "Nonlinear Robust Control Design for Levitation and Propulsion of a Maglev System," *IEEE Proceedings-Control Theory and Applications*, Vol. 151, No. 4, pp. 460-464, 2004.
5. Bittar, A. and Sales, R. M., " H_2 and H_∞ Control for MagLev Vehicles," *IEEE Control Systems*, Vol. 18, No. 4, pp. 18-25, 1998.
6. Sinha, P. K. and Pechev, A. N., "Model Reference Adaptive Control of a Maglev System with Stable Maximum Descent Criterion," *Automatica*, Vol. 35, No. 8, pp. 1457-1465, 1999.
7. Park, J.-W., Kim, C.-H., Park, D. Y., and Ahn, C., "Controller Design with High Fidelity Model for a Passive Maglev Tray System," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, Vol. 15, No. 8, pp. 1521-1528, 2014.
8. Sinha, P. K., "Electromagnetic Suspension: Dynamics and Control," Peter Peregrinus Ltd., London, 1987.
9. Grewal, M. S. and Andrews, A. P., "Kalman Filtering: Theory and Practice using MATLAB," Wiley Online Library, 2001.