

Tutorial

RF 기술 튜토리얼 : 발진기의 동작원리와 위상잡음

이 문 규  
서울시립대학교  
전자전기컴퓨터공학부

I. 들어가며

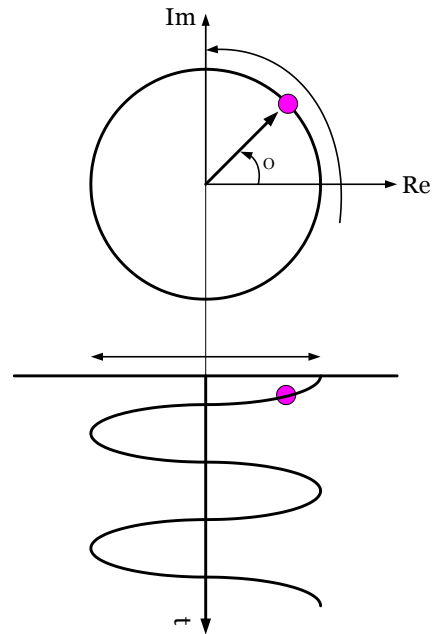
본 원고는 RF 발진기 동작원리를 이해하고 우수한 위상잡음을 갖는 발진기를 설계하기 위해 습득해야할 주요 개념을 전달하고자 한다. 이해를 높이기 위해 논문적인 양식을 탈피하고, 튜토리얼 형식으로 자유롭게 작성하였다. RF 분야에 대한 이론적인 이해가 깊지 않은 독자들을 대상으로 기술한다.

이번에 다루는 내용은 발진기 스펙에서 독자들의 관심이 많은 ‘위상잡음’에 대한 이야기와 트랜지스터 발진기의 구조에 관한 것이다. 기본적인 내용이지만, 발진기의 개념 이해는 향후 더 복잡한 발진기를 설계하거나, 이해하는데 있어서 초석이 될 것으로 생각된다.

II. 위상잡음이란?

발진기의 위상잡음을 다루기에 앞서 위상(位相, phase)이라는 개념을 살펴보는 것이 좋을 것 같다. 위상은 전기전자 분야에서 자주 듣는 이야기이기도 하지만, 허수(imaginary) 개념을 포함하고 있어 그리 단순한 개념은 아니다. 아래 [그림 1]은 복소수와 실수와의 관계를 표현하고 있다. 복소 평면에서 한 점이 원운동을 하는 있는 경우, 우리가 관측할 수 있는 파형은 그의 그림자인 한 축을 관측할 뿐이다. 즉, 복소 평면에서 한 점이 원운동( $e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t$ )을 하는 경우, 시간영역에서 관측되는 파형은 정현파( $\cos\omega t$ ) 신호다.

이제 본론으로 들어가서 ‘위상잡음’에 대해 살펴보자. 발진기는 DC 바이어스가 인가된 상태에서 RF 입력 없이 출력으로 정현파 신호를 생성한다. 시간영역에서 정현파(디지털 클럭인 경우는 구형파) 신호의 위상이 임의(random)로 변화



[그림 1] 복소공간에서 원운동과 실측에서 관측 파형

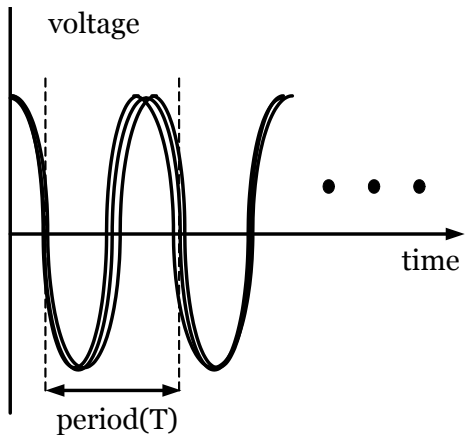
는 현상을 위상잡음(디지털에서는 jitter)이라 한다. [그림 2] (a)는 실측에서 위상잡음이 존재하는 정현파 신호를 중첩한 것을 보여주고 있다. 우리가 오실로스코프로 파형을 관측하면 인가되는 신호의 주기를 자동으로 동기하여 보여주는데, 이때 위상잡음이 있는 경우 파형이 좌우로 흔들리는 현상을 생각하면 될 것 같다. 여기에서 파형의 위상의 변화는 시간 축에서 0을 지나는 위치의 변동으로 잘 표현된다. 0을 지나는 순간이 시간 변화분이 가장 빠르기 때문에 관측의 정확도가 높다. 이처럼 발진파형에서 원치 않는 위상의 변화는 발진기에서 늘 나타나기 마련이다. 이를 주파수 영역으로 관

측하면 [그림 2] (b)와 같다. 여기서 중심전력의 위치는 시간 영역에서 주기( $T$ )의 역수( $1/T$ )가 된다. 시간영역에서 위상 변화는 주파수 영역에서 전력스펙트럼밀도(power spectral density)로 표현된다. 가장 이상적인(ideal) 전력밀도는 단일 주파수에서만 표현되는 것이다.

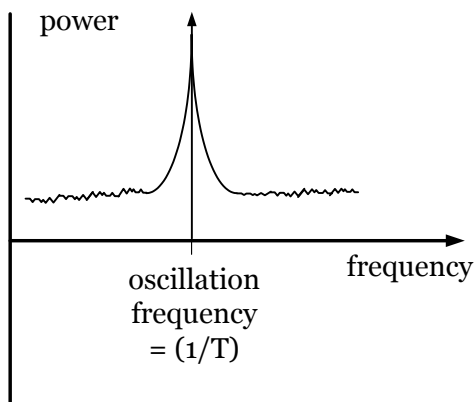
위상잡음  $\phi_n(t)$ 가 존재하는 파형은 아래와 같이 수식으로 표현할 수 있다.

$$y(t) = A(t)\cos[\omega_c t + \phi_n(t)] \tag{1}$$

여기서  $A(t)$ 는 진폭이 고정되지 않는 것을 표현한 것이다. 후에 설명하겠지만, 발진파형에서는 외부 인가 잡음에



(a) 시간영역



(b) 주파수 영역

[그림 2] 위상잡음이 존재하는 파형

의해 진폭에 영향을 주는 경우, 짧은 시간동안만 진폭이 불안정하고 원래의 진폭인  $A_0$ 로 회귀하는 성질을 갖는다. 진폭이 변하지 않고 위상잡음  $\phi_n(t)$ 가 캐리어 위상  $\omega_c t$ 보다 매우 작은 경우, 코사인(cosine) 전개식에 의해 다음 식으로 근사화된다.

$$y(t) \approx A_0 \cos \omega_c t - A_0 \phi_n(t) \sin \omega_c t \tag{2}$$

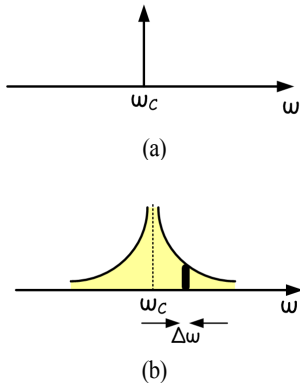
여기서 첫 번째 항은 원래의 캐리어를 표현한 것이다. 식의 두 번째 항에서  $\phi_n(t)$ 는 직교 캐리어인  $\sin \omega_c t$ 와 곱해져서  $\omega_c$  근처로 양측대역(Double Side Band: DSB) 변조된다. 즉, 저주파의 위상잡음  $\phi_n(t)$ 의 영향은 주파수 스펙트럼에서 캐리어 주파수( $\omega_c$ ) 근처로 상향변환(up-conversion)된다.

따라서 정현파 신호에 느리게 변하는 기저대역의 위상잡음이 인가되면, 그 스펙트럼은 [그림 3] (b)와 같이 캐리어 주파수 근처로 상향변환(up-conversion)된 스펙트럼으로 나타난다.

위상잡음 측정과 계산

위상잡음은 스펙트럼 분석기(spectrum analyzer)나 위상잡음 전용 장비인 위상잡음메터(phase noise meter)에 의해 측정된다. 위상잡음 측정 시 유의해야 할 점은 스펙트럼 분석기 내의 시스템 대역폭이라 할 수 있는 분해대역폭(Resolution Band-Width: RBW)의 설정이다. 위상잡음은 RBW에 비례하여 스펙트럼에 인가되므로 나중에 이를 1 Hz로 환산하여 계산해야 한다. RBW를 통해 인가되는 신호는 장비 내부에 있는 전력검출기를 통해 측정된다. 이때 전력검출기의 신호는 시간에 따라 임의로 변동을 가질 수 있기 때문에 저역통과 필터로 안정화하여 읽는다. 이 저역통과필터의 대역폭을 VBW(Video Bandwidth)라 부르는데, 측정 전력을 일정시간 평균하여 표시함으로써 측정 파형을 부드럽게 한다. 이때 VBW는 측정시간의 반비례한다.

위상잡음의 단위는 dBc/Hz로 표시한다. 여기서, dBc는 캐리어에 대한 dB(dB with respect to carrier)를 의미한다. 위상잡음은  $\omega_c$ 에 대해 오프셋(offset)  $\Delta\omega$ 에서 측정된 후 1 Hz로 정규화하여 잡음 전력을 계산한다. 수치 예로, 캐리어 전력이 5 dBm이고 1 MHz의 오프셋에서 RBW=1 kHz로 측정된 잡음 전력이 -65 dBm이면, 위상 잡음은  $-65 \text{ dBm} - 5 \text{ dBm} - 30 \text{ dB} = -100 \text{ dBc/Hz @1 MHz}$ 이다.

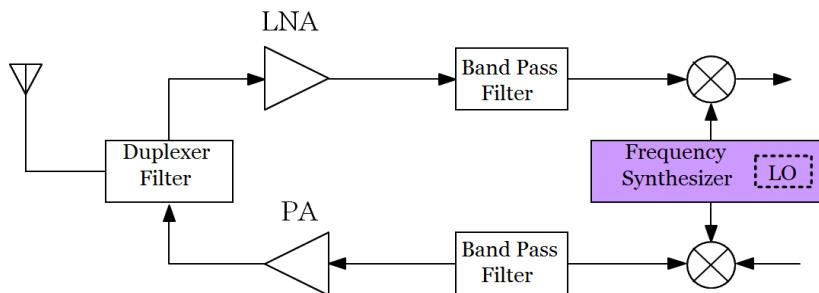


[그림 3] 이상적인 발진기와 실제 발진기의 출력 스펙트럼

## II. RF 시스템에서 위상잡음의 영향

RF 시스템에서 위상 잡음의 영향을 이해하기 위해, [그림 4]와 같은 일반적인 트랜시버를 생각해 보자. 여기서, 국부발진기(Local Oscillator: LO)는 송신과 수신 경로에서 믹서를 구동하는 신호를 발생시킨다. 만일 LO 출력에 위상잡음이 존재하면, 하향변환과 상향변환된 신호의 위상은 오염된다. 여기서는 위상잡음이 시스템에 미치는 영향으로 가장 잘 알려진 ‘상호혼합(reciprocal mixing)’에 대해 간략히 살펴본다.

[그림 5]에서, 이상적인 상황은 원하는 RF 신호와 LO 신호가 믹서를 통해 혼합되어 RF에서 복조 성질을 그대로 유지한 채로 중간주파수(Intermediate Frequency: IF)로 하향변환된다. 하지만 실제 상황에서는 원하는 RF 신호의 인접 채널에 큰 간섭파(interferer)가 존재할 수 있고, LO는 위상잡음을 가지고 있다. 원하는 RF 신호와 간섭파가 LO와 혼합되면, 하향변환된 대역은 LO의 위상잡음에 의해 겹치는 스펙트럼 영역이 존재한다. 즉, 간섭파의 꼬리(tail) 부분으로 인해 원하



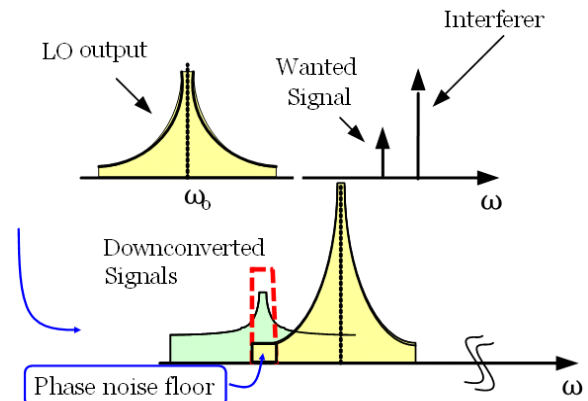
[그림 4] 일반적인 RF 송수신 구조

는 신호는 큰 잡음으로 오염된다. [그림 5]에서 ‘phase noise floor’로 표시한 영역(면적)은 S/N(신호대잡음비)을 계산할 때 잡음(noise)으로 더해진다. 이 효과를 ‘상호(reciprocal) 혼합’이라 한다.

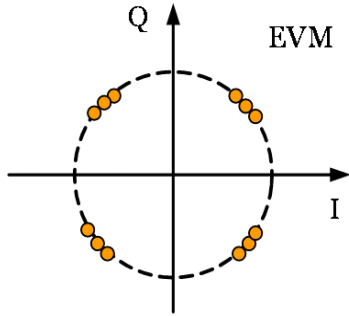
RF 송수신 시스템에서 위상잡음의 영향은 다양하다. 송신 경로에서 LO 위상잡음에 의해 위상변조 신호의 정상(constellation)의 위상 편차가 발생하는데, 이로 인한 EVM(Error Vector Magnitude) 증가한다(그림 6). 또한 송신 변조시 LO의 위상잡음은 스펙트럼의 확산을 야기하여 수신경로에서 원하는 RF 신호의 수신을 방해하기도 한다.

## II. 발진기 모델과 발진 원리

몇 년 전 서울 광진구의 테크노마트 건물이 흔들리는 뉴스가 연일 방송된 적이 있었다. 후에 건물 진동의 원인을 밝히기 위해 12층의 헬스장에서 23여 명이 2.7 Hz의 진동에 맞



[그림 5] RF 송수신기에서 상호혼합(reciprocal mixing)

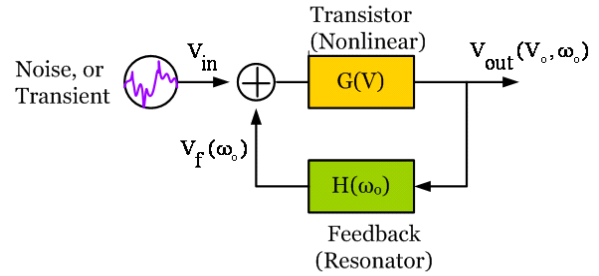


[그림 6] QPSK 변복조에서 LO의 위상잡음에 의한 정상(constellation)의 위상 편이

취 뛰었더니 지상 39층의 건물이 흔들리는 현상이 발생하였다고 한다. 헬스장에서 23여 명이 만드는 이 작은 에너지가 엄청난 건물의 진동을 만들 수 있는 것은 ‘공진(共振, resonance)’ 현상에 의한 것이다. 이와 유사한 현상으로 가장 잘 알려진 사건은 1940년 미국 워싱턴주의 타코마 현수교(Tacoma Narrows bridge) 붕괴 사고다. 현수교의 고유 진동 주파수인 0.2 Hz로 다리에 불던 바람(wind)에 그 육중한 다리가 무너져 내린 것이다. 혹시 관심 있는 독자들은 Youtube 동영상을 참조하기 바란다(타코마 현수교 붕괴 영상: <https://www.youtube.com/watch?v=j-zczJXSxw>).

이러한 공진 현상은 일상에서 매우 흔한 일이다. 그네를 고유 주파수에 맞춰 주기적으로 밀어주면 그네의 진폭은 점점 커진다. 스프링에 연결된 추의 출렁임, 기타 악기 줄의 진동, 소리의 전달, 심지어 색깔의 구분도 진동(주파수, 파장)과 관련이 있다. 공학뿐만 아니라, 음악, 미술이 온통 진동과 공진 현상인 셈이다. 공학적인 비유로 문학도 작가와 독자 간의 마음의 공감 즉 ‘공진현상’이라고 볼 수 있지 않을까?

공진 현상을 이용하여 전기적인 정현파를 만드는 부품이 발진기다. 발진기는 ‘공진부(resonator part)’와 ‘증폭부’로 구성된다(그림 7). 공진부는 회로의 고유 진동 주파수를 결정하는 역할을 하고, 증폭부는 공진부에 에너지를 공급하는 역할을 한다. 모든 공진부는 손실을 가지고 있는데, 증폭부가 공급하는 에너지가 이 손실을 보상하여 발진 동안에는 에너지 손실과 공급이 균형을 유지한다. 증폭부가 2-단자로 구성된 경우, 공진부는 증폭부의 출력과 입력을 연결하게 되어 피드백 구조가 된다. 이때 증폭부는 인가 진폭(전압  $V$ )만의



[그림 7] 발진기의 구조

함수이고, 공진기는 주파수( $\omega$ )만의 함수로 구성된다고 가정한다. 실제 상황에서 증폭부도 주파수에 영향을 줄 수 있는 커패시터나 인덕터로 구성되지만, 순수한 증폭부(예를 들어 전압 제어 전류원, VCCS)를 제외한 나머지 부분을 공진부로 흡수하여 생각한다.

발진기는 정궤환(positive feedback, 양의 피드백) 회로로 볼 수 있다. 출력을 안정화 시키는 부궤환(negative feedback)과 달리, 정궤환은 출력에서 피드백되는 신호가 입력신호에 더해져 점점 더 큰 신호로 변하게 된다. [그림 7]의 폐루프(closed loop) 전달함수는 다음과 같다.

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{G(V)}{1 - G(V)H(\omega)} \quad (3)$$

이때 전달함수의 분모인  $1 - G(A)H(\omega)$ 가 0이 되는 식을 바르크하우젠 발진 조건(Barkhausen criterion)이라 부른다. 즉,

$$1 - G(V_o)H(\omega_o) = 0 \quad (4)$$

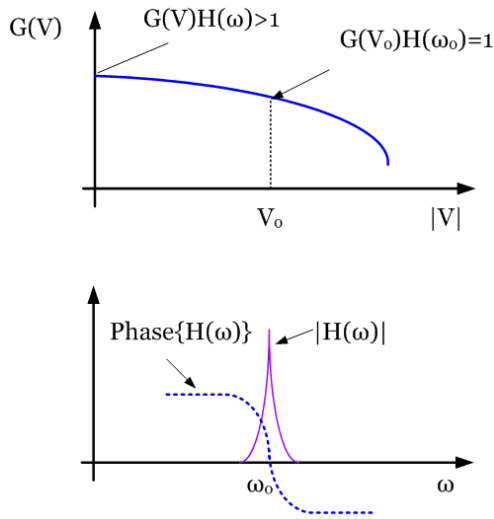
여기서, 바르크하우젠 조건을 만족하는 주파수와 진폭을  $\omega_o$ 와  $V_o$ 로 표시하였다. 이 값들은 정상상태(steady state)에서의 발진 조건이 된다.

바르크하우젠 조건에서 발진기는 매우 작은 잡음 수준의 입력에 대해서도 출력이 존재하는 상황이 된다. 즉, 발진기는 증폭관점으로 보면 이득이  $\infty$ 가 되는 증폭기가 되는 셈이다.

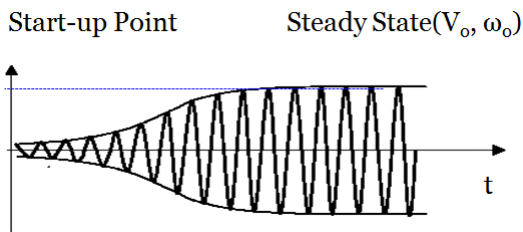
실제 회로를 구성하는 증폭기의 전달함수는 비선형적인 이득 포화(saturation) 곡선을 갖는다. 즉, 진폭이 소신호일 때

와는 달리 신호가 커지면서 이득은 점점 작아지는 포화 현상이 나타난다. [그림 8]에서 증폭부의 이득은 증폭부에 인가되는 전압이 작은 경우, 정상상태에 비해 이득이 크게 되므로 초기 발진 조건은  $1 - G(V)H(\omega) > 0$ 가 된다.

따라서 발진 파형은 [그림 9]와 같이 발진 초기에는 루프 이득( $G(V)H(\omega)$ )이 1보다 크기 때문에, 루프 내의 신호는 점점 커지게 된다. 루프 내의 신호가 점점 커지게 되면서 증폭부의 이득  $G(V)$ 는 이득포화 현상에 의해 그 값이 점점 작아져서 정상상태인  $G(V_0)H(\omega_0) = 1$ 인 상태에 도달한다. 발진기의 초기 발진 조건은 발진기의 초기 설계에 유용하게 이용할 수 있고, 정상상태에서 발진 조건은 상용 설계 툴을 이용하여 하모닉 밸런스(Harmonic Balance)나 과도응답(transient response) 해석과 같이 비선형 방정식을 풀어야 구할 수 있다.



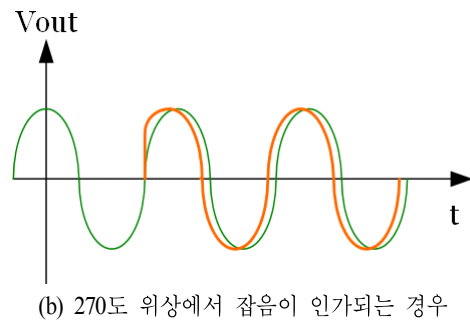
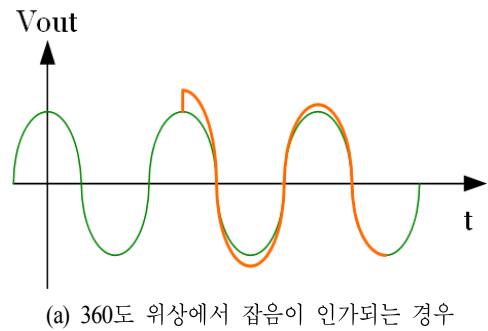
[그림 8] 증폭부의 비선형 특성과 공진부의 위상변화



[그림 9] 발진시작에서 정상상태에 이르는 파형 변화

#### IV. 발진기의 잡음이 대부분 위상잡음인 이유는?

신호에 외부 잡음이 인가되면 잡음에 의해 신호는 왜곡이 된다. 왜곡된 신호가 원래 신호의 진폭을 변화시키는 것을 ‘진폭잡음(amplitude noise)’, 신호의 위상을 변화시키는 것을 ‘위상잡음(phase noise)’라 각각 부른다. 임의의 잡음 파형은 산탄적인 파형 즉, 임펄스 형태의 중첩으로 표현할 수 있다. 각 임펄스 잡음에 대해 발진 시스템의 반응은 잡음이 인가되는 위상에 따라 그 영향이 달라진다. [그림 10]을 살펴보자. [그림 10] (a)는 정현파 신호의 위상이 360도가 되는 순간에 잡음이 인가되는 것이다. 이때는 원 정현파 신호에 대해 순수한 진폭잡음으로 표현된다. [그림 10] (b)는 원 정현파 신호의 위상이 270도 즉 0을 지날 때 임펄스 잡음이 인가된 경우이다. 이 경우는 0을 지나는 지점이 달라져서 위상잡음으로 인가 잡음의 영향이 나타난다. 이처럼 임펄스 잡음은 정현파의 위상에 따라 그 신호에 미치는 영향은 다르게 나타난다. 임의의 임펄스 잡음은 말 그대로 랜덤이므로, 확률적으로 진폭잡음과 위상잡음으로 같은 비율로 표현될 것이다.



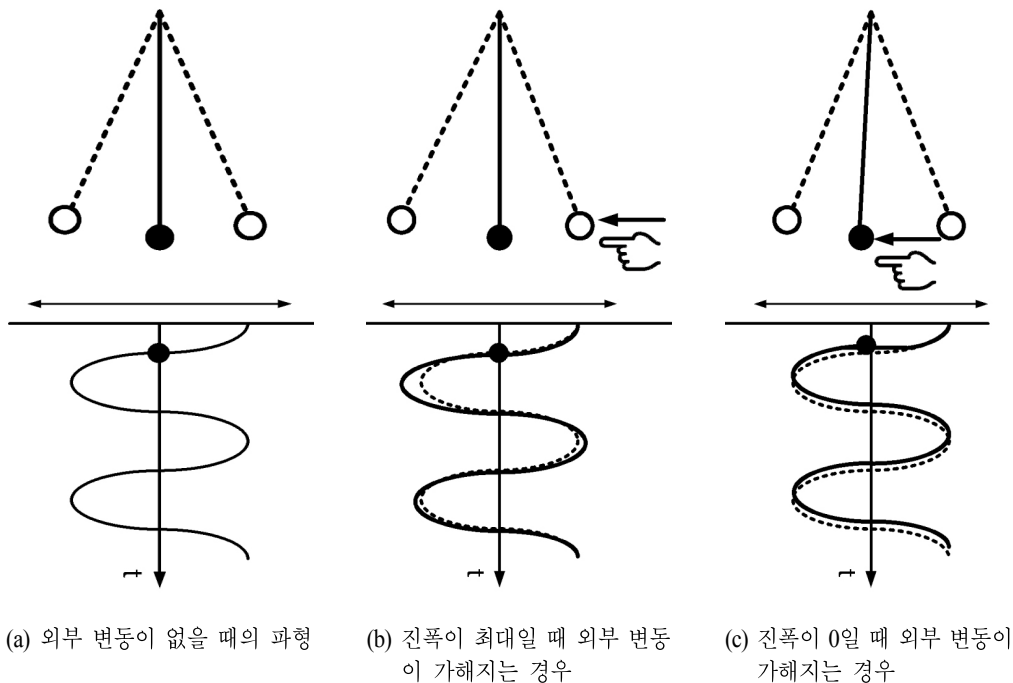
[그림 10] 정현파 신호에 잡음이 인가되는 경우 파형 변화

지금까지 정현파에서 잡음에 대한 개념을 살펴보았다. 발전기의 잡음은 거의가 ‘위상잡음’만을 이야기 한다. 독자들 중에 발전기의 잡음을 이야기할 때 혹시 ‘진폭잡음’에 관해 들어본 적이 있는가? 드물긴 하지만 믹서에서 LO의 진폭잡음을 이야기하는 경우가 있긴 하다. 하지만, 대부분의 응용분야에서 진폭잡음이라는 용어는 거의 사용되지 않는다. 이것은 발전기에서 진폭잡음이 위상잡음에 비해 상대적으로 매우 작기 때문이다. 통상 위상잡음과 진폭잡음의 차이는 30 dB 정도이므로, 위상잡음에 비해 진폭잡음은 무시할 만한 수준이라고 봐야 한다.

그럼 왜 발전기에서 진폭잡음이 작게 나타나는지에 대해 살펴보자. 전지에 의해 움직이는 시계추의 운동을 생각해 보자(그림 11). 시계추는 주기적(예를 들어 1초 간격)으로 좌우를 움직인다. 이 시계추의 위치를 시간에 따라 표시하면 정현파로 그려질 것이다. 시계추의 위치가 위상이고, 좌우의 폭은 진폭에 해당한다고 볼 수 있다. 이 시계추가 좌우로 움직이고 있을 때 임의의 시간에 손가락으로 변동을 가하면 어떻게 될까? 시계추는 외부의 변동분에 의해 처음 움직임과는 다른 궤적을 그릴 것이다. 이때 진폭과 위상이 어떻게

되는지 나누어 생각해 보자. 우선 진폭은 움직이는 방향으로 변동을 주는 경우에는 진폭이 약간 커질 것이고, 반대로 움직임의 반대방향으로 변동을 가하면 진폭은 약간 줄어들 것이다. 하지만 몇 초 간의 시간이 지나고 나면 전지에 의해 동작하는 시계추의 좌우 진폭은 원래의 상태를 회복할 것이다. 이는 시계추의 고유 진동수(크리스탈 공진기로 구동되므로 매우 정확)와 진폭으로 복귀함을 의미한다. 따라서 시계추에 변동을 가한 후, 원 상태로 복귀하는 얼마 간의 시간(예를 들어 5초 정도)에만 진폭의 변화가 발생하고, 곧 원 상태로 복귀하여 외부 변동에 의한 진폭변화는 사라진다.

이번에는 위상 문제를 생각해 보자. 외부 변동이 가해질 때 시계추의 위상은 가해진 입력에 의해 달라진다. 특히 시계추가 0을 지날 때 가해지는 변화는 시계추의 위상에 가장 심각하게 영향을 준다. 그리고 [그림 11] (c)와 같이, 한번 어긋난 위상은 복귀되는 것이 아니라, 어긋난 위상을 기준으로 하여 시계추의 운동이 진행된다. 즉, 외부의 변동에 의해 시계추의 위상은 그대로 반영되고, 원 상태로 복귀하지 않는다. 정리하면, 외부 변동에 의한 진폭 변동은 시계추가 움직이면서 몇 초 만에 사라지는 반면에, 위상오차는 누적되어



[그림 11] 좌우 진폭을 갖는 시계추에 외부 변동을 가하는 경우

남아있게 된다. 따라서 진폭잡음은 짧은 순간에만 존재하고, 위상은 사라지지 않고 누적된다. 위상잡음은 랜덤이고, 잡음에 의한 위상의 평균값은 0이 된다. 즉, 어떤 잡음은 위상을 리드하지만, 어떤 잡음은 위상을 지연시킨다. 연속잡음이 인가되면 원 신호에 대한 위상 편차는 0을 중심으로 임의로 계속해서 떨리게 된다.

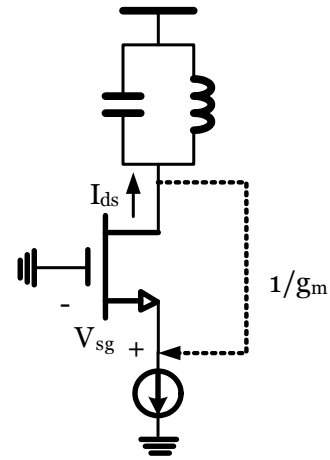
이제 전기적인 발진기로 돌아와서 발진기에서 위상잡음만 존재하는 이유를 살펴보자. [그림 7]에서 증폭부의 이득은 입력으로 인가되는 전압  $V$ 의 함수다. 이 함수는 [그림 8]과 같이 포화특성을 갖는다. 발진기가 정상상태에서 동작하고 있을 때 외부 잡음이 인가되는 상황을 상상해 보자. 외부 변동에 의해 증폭부에 인가되는 전압이 커지면(작아지면) 즉,  $V_0 + \delta v$ 의 값이 증폭부에 들어오면 이득 포화 곡선에서  $\delta v$ 에 해당하는 만큼 이득은 저하(상승)된다. 이는 외부 입력  $\delta v$ 을 상쇄하는 작용을 한다. 이러한 현상은 최종적으로  $\delta v$ 가 사라져서 원래의 인가 전압인  $V_0$ 로 복귀할 때까지 지속된다. 따라서 진폭잡음은 증폭부의 이득 포화 메커니즘에 의해 매우 짧은 순간에만 발진기에 존재한다.

이제 위상잡음을 생각해 보자. 외부 변동분  $\delta v$ 에 의해 정상상태에서 위상이 점프(jump)하는 경우, 그 위상은 새로운 기준점이 되어 새롭게 바르크하우젠 발진조건을 만족하게 된다. 즉, 위상 변화는 기준 위상의 변화로 나타나서, 발진기에서 사라지지 않고 존재하게 된다.

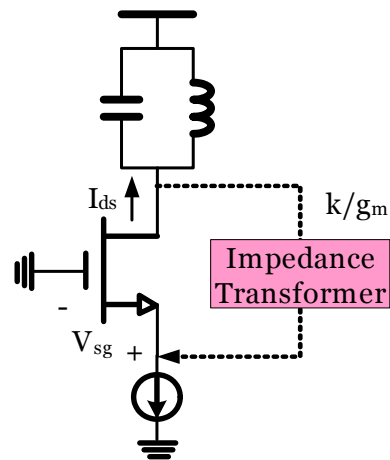
### V. 트랜지스터를 이용한 발진기의 구조

IC와 달리 개별소자를 이용한 발진기에서는 능동소자의 개수를 최소화하는 것이 필요하다. 여기서는 개별소자를 이용한 발진기의 구조 중에서 가장 널리 알려진 콜피츠(Colpitts) 구조에 대해 살펴보고자 한다<sup>[1]</sup>.

[그림 12]와 같이 인덕터와 커패시터가 병렬로 연결된 탱그 회로를 가정하자. 공진점에서 탱크의 임피던스는 실수값만 갖기 때문에 탱크회로가 공진 주파수에서 전류와 전압의 위상차는 제로(zero)가 된다. FET 증폭기 중에서 공통 게이트 증폭기는 입력과 출력의 위상이 변하지 않으므로 [그림 12]와 같이 피드백을 가하면 정궤환 조건이 되어 바르크하우젠 발진 조건을 만족시킬 수 있다. 하지만 이 경우에 한 가지 문제가 있다. 공통 게이트 증폭기의 입력단자인 소스



(a) 게이트 입력 저항으로 인한 부하효과



(b) 게이트 입력 저항에 의한 부하효과(loading effect)를 해결하는 방법

[그림 12] 공통 게이트 증폭기에서 정궤환회로

단자에서 본 저항성 부하는  $1/g_m$ 로 작은 값을 갖는다. 만일 드레인(BJT인 경우, 콜렉터) 전압이 직접적으로 소스에 연결된다면, 로딩효과(loading effect)에 의해 이 저항 값은 탱크의  $Q$  값을 크게 저하시켜 루프 이득을 1보다 작게 하여 발진이 되지 않는다. 따라서 소스 저항이 탱크와 병렬로 연결되기 전에 임피던스를 큰 값으로 변환해야 한다. 소스 임피던스를 변환하는 간단한 방법은 [그림 13] (a) 같이 트랜스포머를 공진기에 결합하여 사용하는 것이다. 권선수  $n$ 을 갖

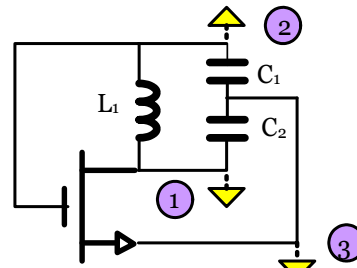
는 무손실 스텝다운(step-down) 트랜스포머를 이용하면 탱크에서 본 병렬 저항의 값은  $n^2/g_m$ 이 된다. 다른 방법으로, 수동 임피던스 변환은 커패시터 혹은 인덕터 분배기를 갖는 탱크회로를 이용하여 구현할 수 있다([그림 13] (b)와 (c)). 이 구조를 각각 콜피츠(Colpitts)와 하틀리(Hartley) 발전기라 부른다. 참고문헌 [1]의 2장을 참조하면 [그림 13] (b)의 탱크에서 등가 병렬저항은 근사적으로  $(1+C_1/C_2)^2/g_m$ 이고, [그림 13] (c)에서는  $(1+L_2/L_1)^2/g_m$ 으로 결과적으로 등가 Q값을 거의 같은 비율만큼 개선하게 된다.

콜피츠 발전기와 하틀리 발전기는 매우 간단하면서도 효과적으로 임피던스 변환을 높여 발전기의 구조로 가장 널리 이용된다. 특히 콜피츠 발전기는 임피던스 변환이 소자 Q가 높은 커패시터를 통해 이루어지므로 하이브리드로 구성되는 고주파 발전기의 대부분이 이 구조를 취하고 있다.

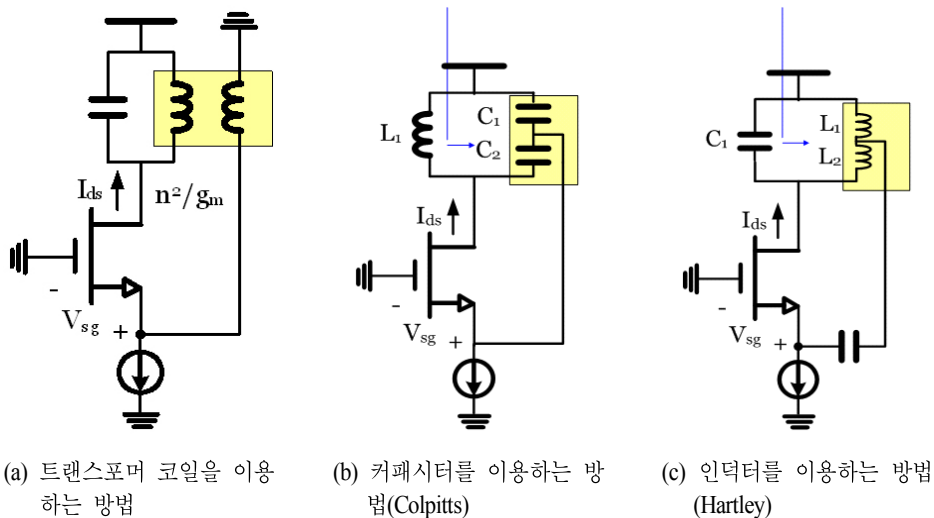
[그림 13] (b)의 콜피츠 발전기에서 흔히 RF 접지단자라고 할 수 있는 기준(reference) 전위는 상대적인 것으로 일반화된 토폴로지(topology)는 [그림 14]와 같이 다시 그릴 수 있다. 예를 들어 [그림 13] (b)에서  $L_1$ 은 소스와 RF 접지 단자 사이에 연결된 것인데, FET의 게이트가 RF 접지이므로  $L_1$ 은 FET의 소스와 게이트 단자 사이에 연결된 것으로 볼 수 있다. [그림 14]에서 (1), (2), (3)의 숫자로 표시한 노드에 RF 접지를 취하면 그 구조가 [그림 15]와 같이 표시된다.

[그림 15]의 구조들은 DC 바이어스 방법에 차이가 있지만, RF 관점에서 보면 동일한 구조가 된다. 이 중에서 설계자들이 가장 선호하는 구조는 (a)와 (b) 구조다. (a)와 (b) 구조의 장점은  $L_1$ 을 1단자로 한쪽을 접지하여 사용하기 때문에 인덕터에 존재하는 셉트 커패시터 기생 효과를 흡수할 수 있다. 특히 주파수가 높은 경우, (a)구조에서  $C_1$ 은 게이트와 소스 사이의 커패시터로 트랜지스터 내부의 등가 커패시터만으로 충분할 수 있다.

지금까지는 콜피츠 발전기를 피드백 모델로 설명을 했지만, 1-포트로도 해석이 가능하고, 이는 발전기의 동작원리를 파악하는데 도움이 된다. [그림 16] (a)의 회로를 생각해 보자. 여기서 트랜지스터는 능동영역에서 동작하는 것으로 가정하자. 먼저, 소신호 임피던스  $Z_{in}$ 을 구해보자. [그림 16]



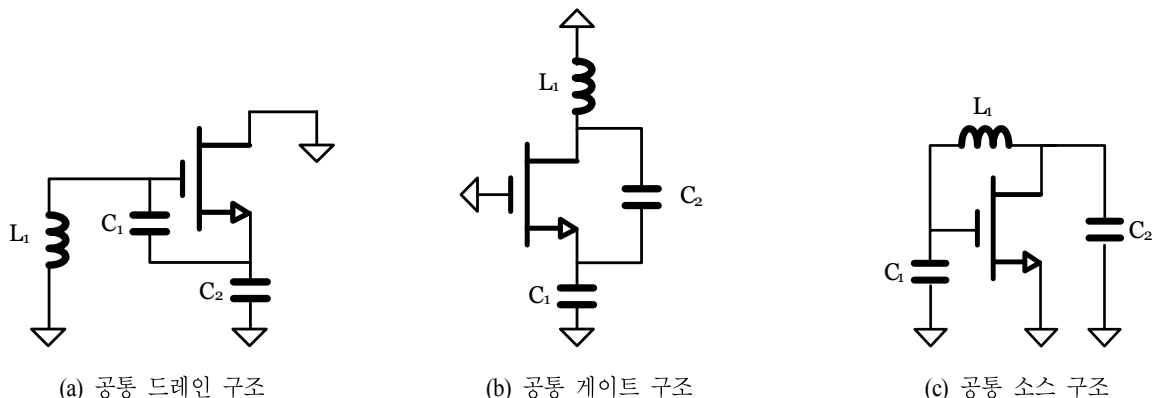
[그림 14] 콜피츠 발전기의 RF 토폴로지



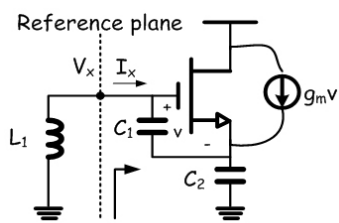
(a) 트랜스포머 코일을 이용하는 방법 (b) 커패시터를 이용하는 방법(Colpitts) (c) 인덕터를 이용하는 방법(Hartley)

[그림 13] 게이트 입력 저항에 의한 부하효과(loading effect)를 해결하는 예

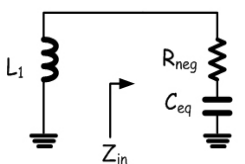




[그림 15] RF 접지 설정에 의한 콜피츠 발진기의 구조 변화



(a) 해석을 위한 기준면



(b) 직렬 공진회로로 표현한 등가 회로 모델

[그림 16] 콜피츠 발진기를  $L_1$ 에서 바라본 등가 회로 모델

(b)에 표시한 것처럼, 트랜지스터의 드레인 전류  $I_{D1}$ 과  $C_2$ 을 통해 흐르는 전류의 합을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_x = I_x \left( \frac{1}{j\omega C_1} \right) + \frac{1}{j\omega C_2} (I_x + g_m v) \quad (5)$$

여기서,  $v = I_x (1/j\omega C_1)$ 이므로, 입력 임피던스  $Z_{in}$ 은

$$Z_{in} = \frac{V_x}{I_x} = \frac{-g_m}{C_1 C_2 \omega^2} + \frac{1}{j\omega} \left\{ \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right\}. \quad (6)$$

인덕터  $L_1$ 에서 바라본 등가 임피던스의 실수값은  $-g_m / (C_1 C_2 \omega^2)$ 으로 음수를 갖는다. 이를 부정 저항(negative resistance)이라 부른다. 또한 주목할 점은 입력 임피던스의 허수부는  $C_1$ 과  $C_2$ 가 직렬로 연결된 값과 같은 값이 된다. 즉,  $C_{eq} = C_1 \perp C_2 \dots$  발진기의 공진 주파수는 정상상태에서  $\omega_r = 1/\sqrt{L_1 C_{eq}}$ 이 된다.

식 (6)을 주목하여 다시 살펴보자. 부정저항을 높이려면  $g_m$ 을 높이거나  $C_1 C_2$ 를 낮춰야 한다. 여기서  $C_1 C_2$ 를 낮추기 위해 커패시터를 낮추면  $C_{eq} = C_1 \perp C_2$ 도 함께 작아진다. 이는  $\omega_r = 1/\sqrt{L_1 C_{eq}}$  식을 생각해 보면  $L_1$ 을 높여야함을 의미한다. 고주파에서 인덕턴스  $L_1$ 을 높이는 것은 SRF(Self-Resonant frequency) 문제나 표피효과(skin effect)로 인한 손실 증가로 낮은 소자  $Q$ 값 문제와 만나게 된다. 사실 고주파에서 인덕턴스는 발진기뿐만 아니라, 필터, 전력증폭기 등 많은 곳에서 이슈가 된다.

이제 콜피츠 발진기를  $L_1$ 에서 바라본 등가모델로 해석을 해 보자. 직렬 공진 회로에 잡음이나 과도(transient) 입력인 인가되는 경우, KVL 식을 세운 다음 전류에 대해 정리하면 다음과 같이 된다<sup>[2]</sup>.

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + C i(t) = \frac{-dv(i)}{dt} \quad (7)$$

2차 미분방정식의 해는 다음과 같다.

$$i(t) = e^{\alpha t} (I_1 e^{j\omega_Q t} + I_2 e^{-j\omega_Q t}) \quad (8)$$

여기서,

$$\alpha = -R/2L, \omega_Q = \sqrt{1/LC - (R/2L)^2}$$

식 (8)에서  $e^{\alpha t}$ 는 포락선을 의미하고,  $(\cdot)$ 는 공진현상을 나타낸다. 감쇄 상수  $\alpha$ 는 루프 저항의 함수이므로  $R > 0$ ,  $R = 0$ ,  $R < 0$ 에 따라 [그림 17] (b)와 같은 응답을 갖는다. CASE-1은 감쇄상수가 존재하는 일반적인 공진기의 응답이다. 과도입력이나 잡음에 대해 공진기의 고유 진동 주파수 성분이 특정 시간 동안 존재하면서 사라진다. 종을 치면 링~하는 고유한 주파수를 내면서 점차 사라지는 그런 모드라고 생각하면 된다.

CASE-2는 감쇄상수가 0인 공진기로 손실이 없는 이상적인 공진기다. 이때 과도입력이나 잡음은 공진기 내에서 사라지지 않고 영원히 지속된다. 발진기가 이 경우에 해당된다. 발진기는 공진기에 손실이 존재하나, 증폭부에서 이 손실을 보상하여 바르크하우젠 발진 조건에서는 (RF) 손실의 총 합이 0이 된다.

CASE-3은 감쇄상수가 음이 되는 상황으로 포락선이 자연 지수적으로 증가하는 반응을 보인다.  $L_1$ 에서 증가적으로

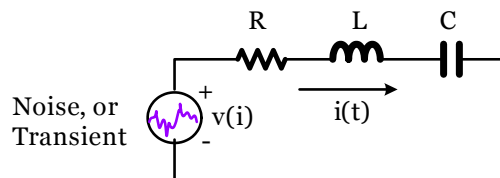
해석한 발진기의 등가 모델은 부성저항이 존재하여 CASE-3에 해당한다. 따라서 과도입력이나 잡음에 대해 초기에는 발진 신호가 자연지수적으로 성장한다. 트랜스컨덕턴스(transconductance, 전달컨덕턴스)  $g_m$ 은 인가되는 신호가 커지면 비선형적인 특성이 나타나서  $g_m$  값이 초기 값보다 작아진다. 따라서 직렬공진의 부성저항 값은 발진신호가 성장하면서 점차 작아져서 종국에 0이 된다.  $g_m$  측면에서 보면  $g_m$ 이 0이 되는 것이 아니고, 공진기를 포함한 모든 손실을 보상하여 총 저항( $R$ )이 0이 된다.

따라서 발진기는 발진이 시작할 때는 CASE-3이고, 이후 CASE-2로 바뀐다. 또한 앞서 진폭잡음이 사라지는 개념에서 설명했듯이, 발진이 안정적인 CASE-2의 상황에서 외부 잡음이 인가되면 발진기는 CASE-1 또는 CASE-3으로 잠시 옮겨갔다가 다시 CASE-2로 회귀하는 속성을 가진다.

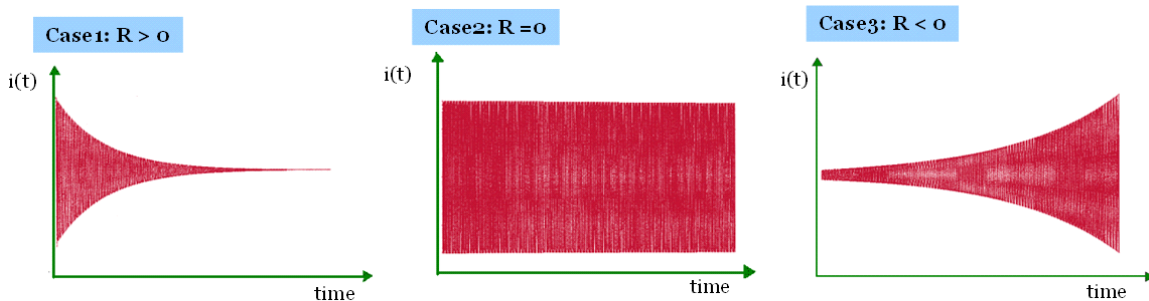
부성저항을 구현하는 고전적인 방식으로 부성 저항 다이오드인 IMPATT나 Gunn을 이용하기도 한다.

## VI. 마무리하며

본 원고에서는 발진현상에 대한 기본 개념인 공진현상과



(a) 직렬 공진회로



(b) 손실저항  $R$ 에 따른 직렬 공진회로의 반응

[그림 17] 직렬 공진회로에서 외부 인가 잡음에 대한 공진회로의 반응

위상잡음, 발진기의 회로적 구조에 대해 살펴보았다. 여기서 다룬 개념들은 발진기의 기초에 해당하지만, 이를 바탕으로 트랜지스터의  $1/f$  잡음 특성, 공진기의  $Q$ 와 위상 잡음 관계, 저주파 잡음의 상향 메커니즘 등을 공부해 나가면 발진기의 지식은 매우 확고해질 것으로 생각된다.

### 참고문헌

- [1] B. Razavi, *RF Microelectronics*, 1<sup>st</sup> ed, Prentice-Hall, 1997.
- [2] J.D. Irwin, *Basic Engineering Circuit Analysis*, 10<sup>th</sup> ed, Wiley, 2011.

≡ 필자소개 ≡

이 문 규



1992년 2월: KIASI 전기및전자공학과 (공학사)  
1994년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학석사)  
1999년 2월: 서울대학교 전자공학과 (공학박사)  
2002년 3월~현재: 서울시립대학교 전자 전기컴퓨터공학부 교수  
[주 관심분야] 마이크로파 시스템 및 부품 설계, RFIC