

## 차원을 주제로 한 기하탐구프로그램을 통한 초등수학영재학생들의 창의성1)

최 성 태 (한국교원대학교 대학원)  
이 광 호 (한국교원대학교)†

본 연구는 초등수학영재 학생들의 창의성이 신장될 것으로 기대되는 프로그램을 투여했을 때 나타나는 창의적 사고력과 창의적 태도 변화를 분석해 봄으로써 개발된 프로그램이 학생들의 창의성에 끼치는 영향을 알아보는 데 그 목적이 있다. 프로그램은 소설<플랫랜드>의 시사점을 바탕으로 '차원'을 주제로 한 12차시의 기하탐구활동으로 구성되었다. 연구문제 해결을 위하여 창의성을 인지적인 영역인 창의적 사고력과 정의적인 영역인 창의적 태도, 두 영역으로 나누어 사전검사와 사후검사를 비교하였다. 그 결과 두 영역 모두 유의미한 변화가 나타나 본 연구에서 개발한 프로그램이 창의성 신장에 영향을 주었음을 알 수 있었다.

### I. 서 론

21세기 정보화 사회의 학생들은 날 때부터 첨단기와 뗄 수 없는 관계를 지니고 그 문명을 누리며 그 속에서 살아가고 있다. 탈산업화 사회의 두드러진 지표는 다품종 소량생산의 추구이며 이는 우리 생활 주변에서도 어렵지 않게 찾아 볼 수 있다. 다양성의 시대에 창의성은 교육에서 달성해야 할 가장 중요한 요소 가운데 하나로 주목받고 있다. 창의성은 특히 수학 교육에서도 중요한 요소의 하나로, 2009 개정 수학과 교육과정에서는 개정의 기본방침으로 창의성 함양을 강조하고 있다(교육과학기술부, 2011).

수학 창의성은 인간의 잠재적인 능력을 설명하기 위한 개념으로서 눈에 보이는 실체가 있는 것이 아니므로 그 정의를 내리는 일이 결코 쉽지 않다. 곧, 수학 창의성에 대해 학자들 간에 합의된 정의를 찾기가 어

려우며, 그 결과 학자들마다 서로 다른 관점에서 수학 창의성을 보고, 각기 다른 관점에서 연구가 진행되고 있다(하수현, 이광호, 성장근, 2013). 수학 창의성 개발을 위한 연구에서 성장근, 박성선(2012)은 수학 창의성을 영역 일반적 관점과 영역-특수적 관점으로 나누어 고찰하였다. 영역 일반적 접근은 일반창의성에서 이야기하는 확산적 사고라는 요인 즉, 유창성, 융통성, 독창성, 정교성이 수학, 과학, 언어, 예술 등의 영역에서 일관되게 영향을 준다는 관점이다. 이 경우 수학교육에서 창의성을 신장시키기 위해서는 확산적 사고를 신장시키면 된다고 주장한다.

창의적인 사람은 새로움, 신비, 추상적, 복잡한 것에 대한 매력을 느끼며 상상적이고 새로운 가설을 설정하는 특성을 갖는다(Gary A. Davis외, 2011). 아리스토텔레스는 그의 저서 천체론에서 "입체는 완전하며 3차원을 넘는 차원은 존재하지 않는다고 하였다. 하지만 플라톤은 "우리가 보고 있는 세계는 '그림자'일지도 모른다고 하였으며 푸앵카레는 유클리드의 정의를 역이용하여 "단면이 0차원이 되는 것을 1차원이라 하며, 단면이 1차원이 되는 것을 2차원, 단면이 2차원이 되는 것을 3차원이므로 이와 같이 단면이 3차원이 되는 것을 4차원(초입체)"이라 하였다. 1999년에 '제 5의 차원이 존재한다'고 발표한 하버드 대학교수인 리사 랜델은 Newton highlight와의 인터뷰를 통해 그녀가 고등학교 시절 수학캠프에 참가했을 때 2차원의 세계를 다룬 영화 <플랫랜드>를 통해 잉여 차원에 대해 상상할 수 있었다고 하였다. 또한 차원이 더 존재해도 무방하다고 생각하는 것이 어떻게 논리적인지를 이해하는 데 유용한 수단이 되었다고 이야기 하고 있다(강금희, Newton Press, 2009). <플랫랜드>의 원작은 Edwin Abbott(1838~1926)의 소설이다. 이 내용은 현재까지 널리 읽히고 있는 고전으로 이에 영감을 받은 사람들로 인해 많은 과학소설과 영화, 다큐멘터리가 제작되

1) 본 논문은 저자의 석사학위 논문을 바탕으로 편집 되었음.  
\*접수일(2015년 3월 18일) 심사(수정)일(1차: 2015년 4월 15일,  
2차: 2015년 4월 29일), 게재확정일(2015년 4월 30일)  
\*ZDM분류 : D43  
\*MSC2000분류 : 97D40  
\*주제어 : 차원, 기하, 초등수학영재, 창의성  
† 교신저자 : paransol@knue.ac.kr

었다. 우리가 인식하는 3차원의 현상을 2차원적 개념으로는 이해하기가 어렵다. 이러한 관계를 파악하고 4차원의 존재에 대해 가정하며, 상상해 볼 수 있게 하는 활동을 통해 학생들의 창의력을 이끌어 낼 수 있을 것이다 (고호관, 2010 ; 박경미, 2013; 김상미, 2014).

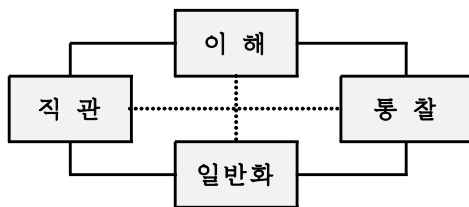
이에 본 연구에서는 다음과 같이 연구문제를 설정하여 프로그램을 개발하고 이를 적용한 뒤 초등수학영재 학생들의 창의성의 변화를 알아보고자 한다.

1. 차원을 주제로 한 기하프로그램 적용을 통한 초등수학영재 학생들의 창의적 사고력의 변화는 어떠한가?
2. 차원을 주제로 한 기하프로그램 적용을 통한 초등수학영재 학생들의 창의적 태도의 변화는 어떠한가?

## II. 이론적 배경

### 1. 수학 창의성

수학 창의성에 대해 Tall(1991)은 이해, 직관, 통찰력, 일반화의 4가지 요소의 상호작용에 의해 일어난다고 보았다.



[그림 1] 수학 창의성의 요소와 상호작용(Tall, 1991)  
 [Fig. 1] The elements of mathematical creativity and interaction(Tall, 1991)

이강섭, 황동주, 서종진(2003)은 일반 창의성을 문제 상황에 적절한 새롭고 독창적인 산출물을 만들어 내는 능력이라고 정의하였으며 수학 창의성을 수학적 문제 상황에서 고정된 사고방식을 탈피하여 다양한 산출물을 내는 과정이며 능력이라고 정의하여 그 정의의 속성에서 밀접한 관계를 갖고 있다고 보았다. 이에 대해 TTCT(Torrance Tests of Creative Thinking)도형검사를 통한 일반창의성과 수학창의성 검사를 37명의 학생에게 실시한 결과 창의성의 하위요소인 유창성과 융

통성의 총점에서 상관관계가 있었음을 밝히고 있으며 수학 교수학습에서 민감성, 유창성, 융통성, 정교성, 독창성, 상상력 등과 같은 창의성 요인을 개발하여 수학 창의성을 활성화 시키는 방안을 찾을 것을 제안하고 있다. 창의력을 논의함에 있어서 과거의 경험과 지식이라는 요인을 간과해서는 안 되며 이는 인간의 행동에 있어 새로운 접근이나 새로운 아이디어들이 기존의 지식들을 바탕으로 새롭게 얻어진다는 것을 고려해야 한다(현종익, 2005).

### 2. 창의성의 측정

개방형 문제는 수학에서 다루는 대부분의 문제가 정답이 하나이며 이 점이 학생들의 다양한 사고를 저해할 소지가 있는데 이러한 단점을 보완할 수 있는 긍정적인 측면이 있다. 또한 수준별 수업을 하기에도 용이하며 학생들의 고차원적인 사고를 평가할 수 있고 학생들이 내용을 제대로 알고 있는지에 대한 정밀한 정보를 얻을 수 있다는 장점이 있다(권오남 외, 2005). 김부윤, 이지성(2005)은 수학 창의성을 측정하기 위한 문제 분석을 통해 학습자가 수학적 지식을 갖지 않은 상태에서 융통성, 독창성을 드러내는 답을 구할 수 없다고 하였으며 창의성의 하위 요인인 유창성, 융통성, 독창성의 측정을 위해 개방형 문항이 필요하고 문제해결 전략이나 방법에서도 측정 가능할 것이라고 보고 있다.

Leikin(2009)은 수학 창의성을 유창성, 융통성, 독창성으로 나누어 측정하는 모델을 제안하였으며, 실험을 통해 이 모델은 수학적 창의성을 측정하기 위한 효과적인 도구가 됨을 보였다. 아래와 같은 방법으로 개별 응답에 가치를 부여하여 점수화 하는 것은 단순히 요소들의 합계로 창의성을 평가하는 방법의 한계(김부윤, 이지성, 2005)를 극복할 수 있는 방안으로도 적절하다.

하나의 개방형 문항에 따른 여러 응답에 대해 [표 1]과 같이 응답한 한 개당 부여될 수 있는 점수는 융통성과 독창성에 따라 100, 10, 1, 0.1, 0.01점이며, 각 응답별 점수를 모두 더한 후 응답의 총 개수인 유창성 점수를 곱해 창의성 점수를 얻게 된다.

[표 1] Leikin(2009)의 수학 창의성 측정 방법  
 [Table 1] The methods of Leikin's mathematical creativity measurement

창의성		
유창성	융통성	독창성
n	$Flx_1 = 10$ 첫 번째 해결	$Or_i = 10$ $P < 15\%$
	$Flx_i = 10$ 다른 그룹의 전략으로부터 나온 해결	$Or_i = 1$ $15\% \leq P < 40\%$
	$Flx_i = 1$ 유사한 전략이지만 다른 표상을 사용	$Or_i = 0.1$ $P \geq 40\%$
	$Flx_i = 0.1$ 같은 전략과 같은 표상을 사용	
$Cr = n \left( \sum_{i=1}^n Flx_i \times Or_i \right)$		

창의성의 사회 성격적 접근을 살펴보면 비인지적요인과 창의성 사이의 관계가 있음을 알 수 있으며(김판수, 2008), 확산성, 논리성, 적극성, 집중성, 지속성, 독자성, 수렴성, 정밀성의 7개의 요인으로 구성된 창의적 태도 검사(CAS: Creative Attitude Scale)를 우리나라 학생들에게 적합한 형태로 재구성한 CAS-K (Creative Attitude Scale-Korea)를 창의적 태도의 검사에 활용할 수 있다(박문정, 김판수, 2011).

### 3. 수학영재교육프로그램

수학영재성이란 선천적으로 타고난 소질과 적성 및 후천적으로 학습한 수학에 대한 기초 지식을 배경으로 수학적 과제를 창의적으로 수행해 낼 수 있는 잠재적 가능성을 말한다(박종률, 2012). 유윤재(2007)는 수학영재프로그램이 가져야 할 차별성으로 문제가 먼저 제시되고 이에 따른 해결책을 찾고 그러한 해결 방법을 체계화 한 이론의 구축을 정점으로 관련 지식들이 구조화 되는 문제 기반 중심의 프로그램으로 조직 되어야 할 필요성을 언급하고 있다.

창의력 개발 프로그램에 대한 연구로 활동매체, 내용, 방법이라는 세 가지 배경을 통한 접근을 강조한 송인섭, 정미경(2002)은 수학의 구체적 조작물들의 조작활동, 수학의 방법에 관련된 사고, 수학적 개념, 원

리, 법칙, 내용의 세 가지 상호작용을 통해서 수학 창의성을 개발할 수 있다고 주장한다. 지적호기심이 큰 영재들은 구체물의 조작에 의한 지적 자극을 일반학생들보다 더 즐기는 편이어서 영재들의 지적 호기심을 불러일으키고 문제해결 전략을 키워주는 논리적 사고력과 창의력 신장에 구체물 조작활동의 효과가 크다는 것이다. 영재교육 프로그램 운영을 주제로 한 연구 중 최성이(2010)는 영재교육프로그램의 참신성과 프로그램 평가 틀의 필요성을 언급하고 있다. 영재교육프로그램 개발은 영재교육목표에 부합하면서도 그 대상자의 흥미와 수준에 적합하여야 한다는 것이며 다양한 소재와 주제를 발굴해야 한다는 것이다. 또한 개발된 영재프로그램이 준거에 맞게 개발 되었는지, 영재교육 대상자의 특성을 충분히 고려하였으며 그들의 수학적 능력 향상에 도움을 주었는지를 평가하는 과정이 마련되어야 함을 강조하고 있지만 후속연구들 중 프로그램에 대한 평가를 체계적으로 시도한 사례는 찾아보기 힘들다.

이러한 연구들은 프로그램 구성의 바탕이 되는 주제의 필요성과 활동 단계에서의 폭넓은 조작활동의 효과를 확인 시켜준다. 또한 ‘차원’이라는 주제는 활발한 조작활동을 촉진할 수 있는 동기를 부여할 수 있으며 이 주제가 초등수학영재학생에게 적용되었을 때 학생들의 독창적인 반응을 기대할 수 있을 것이라는 가능성을 엿볼 수 있었다. 나아가 프로그램의 적용 전과 후를 창의적 사고력과 창의적 태도라는 두 가지 관점에서 비교해봄으로써 프로그램에 대한 평가를 면밀히 하고자 하였다.

## III. 연구방법 및 절차

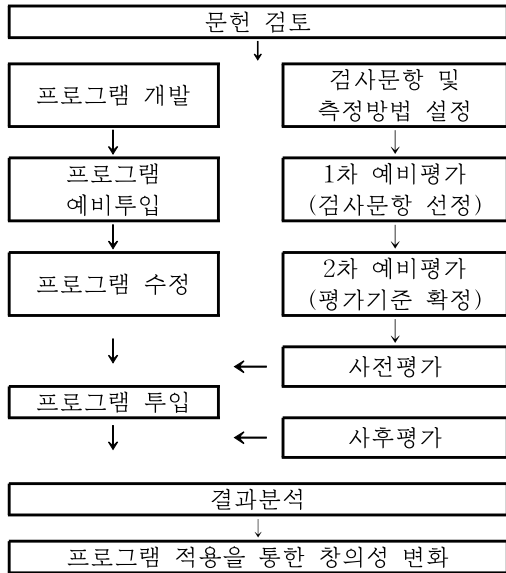
### 1. 연구 대상

본 연구의 차원을 주제로 하며 다양한 교구를 통한 기하조작활동을 담고 있다. 따라서 여러 교구의 조작경험이 있고 차원이라는 개념에 대한 탐구가 순조로울 것으로 판단되는 S시 교육청 영재교육원 6학년 학생 20명을 대상으로 하였다.

### 2. 연구 절차

본 연구는 초등수학영재의 창의성 신장을 위한 프

로그래밍 개발과 그 효과성의 확인에 목적을 두고 있다. 이를 위해 프로그램 구성과 평가 방안 마련이 선행되어야 했으며 다음과 같은 절차로 연구를 수행하였다.



[그림 2] 연구절차  
[Fig. 2] Research process

3. 검사 도구

가. 창의적 사고력 검사

연구문제 ‘가’ 중 창의적 사고력을 알아보기 위한 검사지로 김원석(2011)의 검사지를 재구성하여 사전, 사후 동형검사로 활용한 이주용, 최재호(2013)의 검사지를 활용하였다. 검사지에 쓰인 세 문항의 내용은 다음과 같다.

[표 2] 창의적 사고력 검사 문항

[Table 2] The problems of creative thinking skill test

문항	내 용	
	사전검사	사후검사
1	지오보드를 이용하여 2조각의 합동인 도형으로 등분할	지오보드를 이용하여 4조각의 도형으로 등분할

2	정사각형, 마름모, 두 정삼각형을 이웃시킨 평면도형 그리기	정사각형, 정삼각형, 두 마름모를 이웃시킨 평면도형 그리기
3	삼각기둥 외 10개의 도형을 분류하는 기준 만들기	사각기둥 외 10개의 도형을 분류하는 기준 만들기

위의 문항을 연구대상과 동일한 학년의 수학영재학생 20명에게 투여하여 사전검사의 문항별로는 각각 146, 152, 87개의 응답을, 사후검사의 문항별로는 각각 133, 160, 83개의 응답을 확보하였다. Leikin(2009)의 분석틀에서 유창성은 반응의 총 개수로, 독창성은 반응의 빈도에 따라 점수를 배정하므로 검사에서 수집된 결과물을 통해 점수를 구하게 되지만, 유효성은 범주의 영역을 어떻게 설정하는가에 따라 점수의 배정이 달라지므로 실험집단의 검사에 앞서 이를 범주화해야 할 필요가 있었다.

한 문항에 대한 여러 응답 중 어떤 기준에 근거하여 어디까지 다른 전략임을 구분할 것이며 어디까지를 같은 표상으로 볼 것인가에 대한 방안을 설정해야 했다. 이에 앞서 확보한 응답들을 분석하여 다음과 같이 범주화 하였다. 특히 1, 2, 3번 각각의 문항에 대해 사전 검사와 사후 검사에서 같은 수의 전략과 표상으로 범주화하였다. 1번 문항에 대한 사례는 아래와 같다.

[표 3] 사전 문항 1의 네 가지 전략과 그에 따른 표상  
[Table 3] Four strategies and following representations of Pre-test question 1.

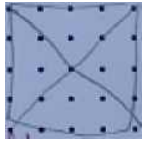


전략	A 5개 이하의 점을 이용	B 7개의 점을 이용	C 9개의 점을 이용	D 11개의 점을 이용
표상	A1 굴절 없는 직선만으로 분할	B1 직선만으로 분할	C1 직선만으로 분할	D1 직선만으로 분할
	A2 대각선( $\sqrt{2}$ ) 한 쌍을 이용한 분할	B2 대각선( $\sqrt{2}$ ) 한 쌍을 이용한 분할	C2 대각선( $\sqrt{2}$ ) 한 쌍을 이용한 분할	D2 대각선( $\sqrt{2}$ ) 한 쌍을 이용한 분할
	A3 그 밖의 대각선을 이용한 분할	B3 그 밖의 대각선을 이용한 분할	C3 그 밖의 대각선을 이용한 분할	D3 그 밖의 대각선을 이용한 분할

[표 4] 사후 문항 1의 네 가지 전략과 그에 따른 표상  
[Table 4] Four strategies and following representations of Posttest question 1.

전략	A 합동 4쌍	B 합동 2쌍 2개	C 합동 2쌍 1개	D 합동 없음
표상	A1 전체의 2등분선이 존재하며 직진 분할	B1 전체의 2등분선이 존재하며 직사각형 사용	C1 직사각형 2개 사용	D1 직사각형 2개 사용
	A2 전체의 2등분선이 존재하며 굴절 분할	B2 전체의 2등분선이 존재하며 직사각형 없음	C2 직사각형 1개 사용	D2 직사각형 1개 사용
	A3 전체의 2등분선 없음	B3 전체의 2등분선 없음	C3 직사각형 없음	D3 직사각형 없음

예를 들어 사후문항 1번의 경우 [표 5]와 같은 전략의 경우는 세 가지 표상으로 나누어 범주화 하였다.

[표 5] 사후 문항 1의 전략 A와 그에 따른 표상  
[Table 5] Strategy A and following representations of Posttest question 1.

전략	A 합동 4쌍		
표상			
	A1 전체의 2등분선이 존재하며 직진 분할	A2 전체의 2등분선이 존재하며 굴절 분할	A3 전체의 2등분선 없음

나. 창의적 태도 검사

창의적 태도를 평가하기 위해 이지성(2006)이 개발한 CAS-K(Creative Attitude Scale-Korea)는 확산성, 논리성, 적극성, 집중성, 독자성, 수렴성, 정밀성의 6개의 요인으로 구성되어 있다. 박문정, 김관수(2011)의 연구에서 이를 초등학생들에게 적합하게 조정한 검사지를 활용하여 유의미함을 보이고 있다. 이에 본 연구에서는 박문정, 김관수(2011)의 연구에서 사용한 6가지 요인 기반의 CAS-K 검사지를 초등학교 수준에 사전, 사후에 동일하게 투여하여 창의적 태도의 변화를

측정하는 도구로 사용하였다.

[표 6] 창의적 태도 검사 문항 구성 요소  
[Table 6] The components of creative attitude test

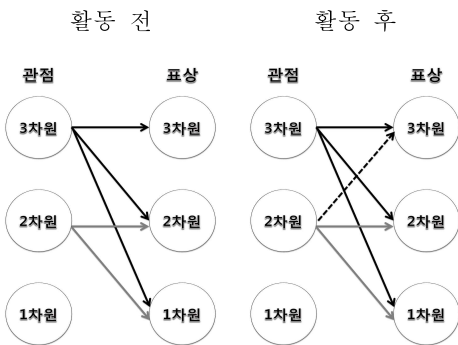
요소	문항
확산성	서로 관계가 없을 것 같은 상황이나 물건 중에서 관계가 있음을 발견한다.
	만약 그렇지 않다면 어떻게 될까라는 생각을 자주한다.
	일상생활에서 다양한 경험과 체험을 하는 것을 좋아한다.
논리성	서로 다른 사물을 볼 때 비교해 보는 것을 좋아한다.
	답이 나오기까지의 과정과 순서를 항상 생각한다.
	어떻게 해서 그렇게 될까라는 이유를 생각한다.
적극성	문제를 해결하기 전에 그 결과와 풀이과정을 생각해 본다.
	사물을 다른 것들과 관련지어서 생각한다.
	문제를 해결하기 까지 몇 번이고 다시 생각한다.
독자성	배웠던 것을 다른 문제를 해결할 때에 활용한다.
	주변의 여러 가지 것들에 대해 궁금한 점이나 호기심이 생긴다.
	알고 있는 방법과는 다른 방법으로 문제를 해결한다.
집중성	독특한 생각은 중요하고 가치 있다고 생각한다.
	내가 해결한 방법에 자신감을 가진다.
	새로운 것을 찾았을 때 매우 기쁘다.
정밀성	학습할 때 시간이 많이 지나도 집중이 잘 된다.
	실패하더라도 포기하지 않는다.
정밀성	해결되지 않은 문제는 시간이 지나도 계속 생각이 나고 해결하고 싶다.
	작은 부분이라도 놓치지 않고 자세하게 관찰한다.
정밀성	바르게 풀었는지 검토하고 확인한다.

IV. 프로그램 개발 및 적용

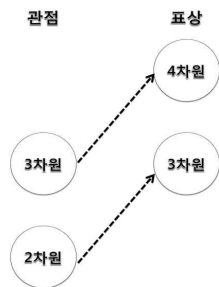
1. 프로그램 개발

가. 프로그램 구성 방향

2차원 도형과 3차원 도형의 속성과 관계를 탐구하며 이를 통해 2차원 세계에서 3차원의 현상을 보게 되는 관점을 이해하게 된다면 이는 3차원 세계에서 4차원을 상상해 볼 수 있는 관점으로 연결될 것이라고 해석한 바를 기반으로 하였다.

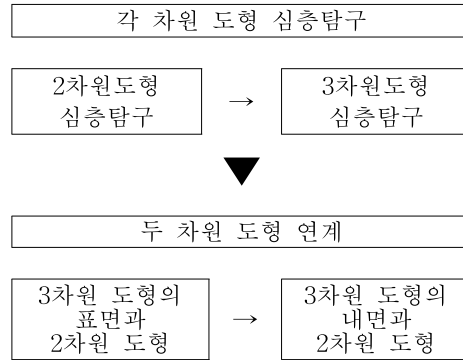


[그림 3] 2차원의 세계에서 3차원의 현상을 보는 관점 습득  
[Fig. 3] Development of three dimensional perspective from two dimensional world



[그림 4] 습득된 관점의 전이  
[Fig. 4] The transfer of perspectives acquired

2차원과 3차원 도형의 연계활동이 효과적으로 이루어지려면 각 차원 도형에 대한 깊은 이해가 뒷받침 될 필요가 있어 이를 반영하였다.



[그림 5] 프로그램의 구성방향  
[Fig. 5] The organizing direction of the program

나. 프로그램 수정

구안된 상태의 프로그램을 2014년 4~5월에 걸쳐 00교육청 영재교육원 6학년 학생 4명을 대상으로 예비 투입 하였고 그 결과 드러난 문제점들을 수정, 보완하였으며 예는 다음과 같다.

[표 7] 진단 검사에 따른 문제점과 보완  
[Table 8] Finding problems and complement from preliminary test

차시	문제점	보완점
2-3	조건이 구체적이지 못하면 게임이 너무 일찍 끝나거나 지루해짐	넓이와 종류 및 변의 길이나 각의 종류 등 도형 요소의 조건을 추가
4	넓이를 비교할 영역을 선정하는 것과 지구본이 나타내는 면적에 상응하는 지도 마련의 어려움	단위를 기준으로 측정하지 않고 지구본과 평면 지도에서 나타나는 경로를 비교하는 것으로 대체

다. 프로그램 완성

수정, 보완한 점을 바탕으로 하여 4주제 총 12차시의 프로그램을 완성하였다.

[표 8] 차원을 주제로 한 기하탐구 프로그램 내용  
 [Table 8] The contents of dimension based geometry exploring program.

소주제	차시	활동내용
2차원 도형 심층 탐구	1. 길이가 일정한 사다리 타기	-사다리 타기 게임에서 직선의 길이 -사다리 타기 게임에서의 경우의 수 -대각선을 활용한 사다리 타기 알아보기
	2-3. 다각형 땅따먹기	-지오보드에 나타낼 수 있는 다각형 알아보기 -도형의 구성과 내부의 핀의 개수와 의 관계 알아보기 -도형 땅따먹기 놀이하기 -확장된 도형 땅따먹기 놀이하기
3차원 도형 심층 탐구	4. 지구본을 통해 보는 입체도형의 표현	-지구본에서와 지도에서의 경로의 차이 -지구본과 지도의 면적의 표현 -메르카토르도법과 페터스 도법
	5. 축구공의 원리	-준정다면체의 종류 -플로렌 구조 축구공 탐구 -구와 닮은 입체도형
	6-7. 나만의 입체 도형 만들기	-여러 가지 입체도형 탐색 -입체도형을 조합할 수 있는 방법 -독특한 구조의 입체도형 구상하기 -나만의 입체도형 만들기
3차원 도형이 비추는 2차원 도형	8. 입체도형의 그림자들	-그림자와 관련된 경험 이야기하기 -각 입체도형의 그림자를 다양하게 구현하기 -입체도형별 그림자의 평면도형적 속성 찾기
	9. 점과 선으로 입체도형 만들기	-특정한 그림자를 만들 수 있는 입체도형 생각하기 -정사면체구조물 만들고 그림자 구현하기 -자유구조물 만들고 그림자 구현하기
3차원 도형이 품은 2차원 도형	10-11. 입체도형의 여러 단면	-입체도형의 그림자의 특징 이야기 해보기 -단면 예상하고 확인하기 -단면을 고려한 개성 있는 입체 도형 만들기
	12. 평면을 담은 입체도형	-단면을 품은 입체도형 상상하기 -단면을 정확하게 적용시키는 방법 -내가 정한 평면도형을 품은 입체도형 구현하기

2. 프로그램 적용

수정된 프로그램을 2014년 5월 31일, 6월 14일 이틀 동안 하루에 두 주제씩 적용하였다.

가. 2차원 도형 심층 탐구

본 주제는 2차원의 평면에서 1차원의 속성인 ‘길이’와 2차원의 속성인 ‘넓이’를 갖는 여러 도형을 생각하고 다루어 보면서 2차원에 대해 깊이 탐구할 수 있도록 하였다.



[그림 6] 1-3차시의 주요활동 모습  
 [Fig. 6] Main activities of 1st-3rd period

나. 3차원 도형 심층 탐구

본 주제는 3차원의 입체에서 드러나고 표현되는 평면에서의 문제의식을 갖는 것에서 출발하여 조형물을 구현하고 그 속성을 비교하면서 다양한 공통점과 차이점을 탐구해 보도록 하여 창의적인 반응을 도출할 수 있는 기회를 마련하였다.



[그림 7] 4-7차시의 주요활동 모습  
 [Fig. 7] Main activities of 4th-7th period

다. 3차원 도형이 비추는 2차원 도형

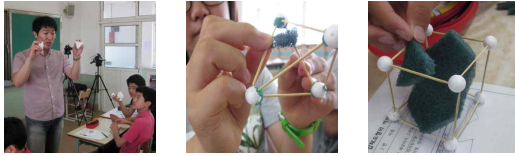
본 주제는 2차원으로 나타나는 3차원의 입체도형의 그림자를 여러 각도로 다양하게 찾아보고 그림자를 통해 2차원적으로 드러나는 도형의 모습을 고려하며 3차원 도형을 직접 만들어보는 활동이다.



[그림 8] 8-9차시의 주요활동 모습  
 [Fig. 8] Main activities of 8th-9th period

라. 3차원 도형이 품은 2차원 도형

본 주제는 입체도형의 다양한 단면을 찾아보는 활동을 통해 3차원 도형 안에 여러 가지 2차원 도형이 내재하여 있음을 발견한 후 특정한 평면도형을 단면으로 품을 수 있는 입체도형을 찾아 만들어 보는 활동이다.



[그림 9] 10-12차시의 주요활동 모습  
[Fig. 9] Main activities of 10th-12th period

## V. 결과 및 논의

### 1. 창의적 사고력의 변화

가. 창의적 사고력 점수 산출 방법

본 연구에서 창의적 사고력 점수를 구하기 위해서는 유창성 점수를 반영하기 전에 융통성 점수와 독창성 점수를 서로 곱하는 단계를 거치게 된다. 이때 학생 개인이 보인 응답 내에서 독창성이 가장 높은 것을 첫째 전략으로 보아 가장 높은 융통성 점수를 부여하며 같은 전략 내에서도 독창성이 가장 높은 것을 같은 표상으로 보아 융통성 점수를 부여하는 기준을 적용하였다.

[표 9] 점수부여 방법의 예

[Table 9] The examples of setting the score

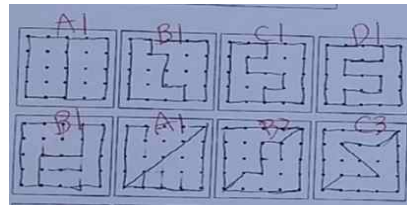
		C			$\sum_{i=1}^n Fx_i \times Or_i$
		1	2	3	
독창성 점수		1	1	10	
1	김○○	1	10		11
2	서○○			10	100

위와 같은 방법으로 독창성의 점수가 높은 순으로 융통성 점수를 배정하기 위해 각 전략에서 독창성 점수가 가장 높은 반응에 10점을, 각 표상에서 독창성 점수가 가장 높은 반응에 1점을, 나머지 반응에 0.1점을 각각 배정한다. 그런 후에 각각의 반응별로 융통성

과 독창성을 곱한 값이 반응별 점수가 되며 이 값을 모두 더해서 나오는 값에 유창성을 곱하게 되면 한 문항에 대해 유창성, 융통성, 독창성이 모두 반영된 창의적 사고력 점수를 얻게 된다.

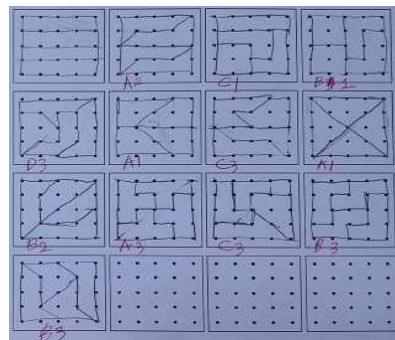
나. 창의적 사고력 점수 비교

사전 문항 1번에서 학생 1은 [그림10]에서와 같이 8가지 응답을 보였다. 이 경우 유창성 점수는 8점이 되며 융통성 구분은 [표 3]에 의한 기준으로 분류된다. 그 다음 [표 1]에 의해 융통성과 독창성 점수를 부여한 후 점수를 산출하게 된다. 창의적 사고력 점수를 산출하는 구체적인 절차는 [표 10]에서 보는 바와 같다.



[그림 10] 학생 1의 사전검사 1번 응답  
[Fig. 10] Student 1's answers on pre-test number 1

동형검사인 사후문항 1에서 학생 1은 [그림 11]에서와 같이 12가지 응답을 보였다. 사전문항에서 구한 것과 동일한 방법으로 창의성 점수를 [표11]과 같이 구할 수 있다.



[그림 11] 학생 1의 사후검사 1번 응답  
[Fig. 11] Student 1's answers on posttest number 1



[표 10] 학생 1의 사전검사 문항1에 대한 채점

[Table 10] The score of student 1's pre-test question 1.

전략	A						B						C			D			(응*독)의 총합	창의적 사고력 점수		
표상	A1		A2		A3		B1		B2			B3	C1	C2	C3	D1	D2	D3				
반응빈도	18	11	3	1	7	3	18	11	10	4	2	1	5	8	1	3	9	1	2	2		
반응별 독창성 점수	0.1	0.1	10	10	1	10	0.1	0.1	0.1	1	10	10	1	1	10	10	0.1	10	10	10		
학생1의 융통성 점수	0.1	10					10	0.1	1					1		10	10					
응*독	0.01	1					1	0.01	0.1					1		100	1				104.12	
유창성	8																		8*104.12	832.96		

[표 11] 학생 1의 사후검사 문항1에 대한 채점

[Table 11] The score of student 1's posttest question 1.

전략	A						B						C						D			(응*독)의 총합	창의적 사고력 점수												
표상	A1		A2		A3		B1		B2			B3			C1	C2	C3			D1	D2			D3											
반응빈도	19	9	1	15	4	15	6	11	4	2	1	1	9	1	12	6	2	15	3	1	15	11	2	6	2	1	1	1	6	1	2	9	1		
반응별 독창성 점수	0.1	1	10	0.1	1	0.1	1	0.1	1	10	10	1	10	0.1	1	10	0.1	10	10	0.1	0.1	10	1	10	10	10	10	1	10	10	0.1	10			
학생1의 융통성 점수	0.1	10	1	1	1					10	0.1	1	1								0.1	10									10				
응*독	0.01	10	0.1	0.1	0.1					10	0.01	1	0.1							0.1	100										1	122.52			
유창성	12																		12*122.52	1470.24															

학생 1은 사전 검사에 비해 사후검사에서 더 높은 유창성, 융통성, 독창성을 보이고 있다. 세 요인을 종합한 창의적 사고력의 점수를 통해서도 이러한 결과를 확인할 수 있다. 이와 같은 방법으로 문항 2, 3의 점수까지 구한 후 세 문항의 창의적 사고력 점수를 더하여 각각 사전과 사후 검사에서의 창의적 사고력 점수를 산출하였다. 20명의 학생을 대상으로 한 검사에서 사전검사의 점수는 43.03~3,473.82점으로 분포하였고 1000점 미만인 9명, 1000~2000점이 4명, 2000~3000점이 5명, 3000점 이상이 2명인 것으로 나타났다. 같은 절차로 구한 사후검사의 점수는 170.03~5,496.24점으로 분포하였으며 1000점 미만인 6명, 1000~2000점이 6명, 2000~3000점이 3명, 3000점 이상이 5명인 것으로 나타났다.

이 결과에 대해 대응표본 t-검증을 실시하여 창의적 사고력에 대해 살펴 본 결과 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 있었다( $t=-2.677, p<0.05$ ). 이로써 프로그램의 적용이 초등 수학영재학생의 창의적 사고력 향상에 유의미한 결과를 보였다고 해석할 수 있겠다.

[표 12] 창의적 사고력 검사 결과 비교

[Table 12] Comparing score of pre-test and posttest in creative thinking skill.

구분	평균	표준편차	N	t	유의확률 (p)
사전 검사	1483.6	1112.0	20	-2.677	0.015
사후 검사	2121.9	1450.7	20		

2. 창의적 태도의 변화

창의적 태도평가가 갖는 의미는 인지적 요인에 치중했던 예전에 비해 자세, 태도 신념 등의 비인지적인 요인이 중요하게 여겨진다는 점(이대현, 2012)과 사고력 평가에서 나타내지 못하는 요인을 나타낼 수 있다는 점에 있다고 하겠다. 창의적 태도 측정 평가 도구인 CAS-K를 초등학생 수준에 맞게 변안한 박문정, 김관수(2011)의 검사지의 20문항을 5점 척도로 응답한 결과로 요인별 점수를 구하고 이를 합산하여 개인태도 점수를 산출하였다.

[표 13] 창의적 태도 사전 검사 결과

[Table 13] The result of pre-test of creative attitude

요인	확산성	논리성	적극성	독자성	집중성	정밀성	계
배점	20	25	15	20	15	10	100
학생 1	17	18	13	17	13	8	86
학생 2	17	18	13	18	10	7	83
학생 3	17	19	14	20	15	8	93
학생 4	15	15	11	15	9	6	71
학생 5	20	20	15	20	15	10	100
학생 6	16	17	12	16	11	6	78
학생 7	16	14	14	18	13	8	83
학생 8	18	19	14	19	15	10	95
학생 9	11	14	9	13	9	6	62
학생10	15	11	10	11	8	7	62
학생11	15	18	9	13	10	6	71
학생12	15	13	10	12	9	6	65
학생13	13	14	11	14	12	10	74
학생14	16	13	13	17	7	8	74
학생15	13	14	12	18	12	8	77
학생16	16	17	13	17	13	9	85
학생17	15	17	14	16	14	9	85
학생18	18	16	12	17	9	7	79
학생19	20	20	15	20	15	10	100
학생20	16	18	13	17	13	9	86

[표 14] 창의적 태도 사후 검사 결과

[Table 14] The result of posttest of creative attitude

요인	확산성	논리성	적극성	독자성	집중성	정밀성	계
배점	20	25	15	20	15	10	100
학생 1	18	19	13	17	15	7	89
학생 2	17	17	14	18	10	5	81
학생 3	17	19	14	20	15	8	93
학생 4	17	17	14	17	12	8	85
학생 5	20	20	15	19	14	10	98
학생 6	20	19	14	19	13	9	94
학생 7	15	16	12	17	12	7	79
학생 8	16	20	15	19	12	8	90
학생 9	14	10	11	14	10	6	65
학생10	15	13	12	13	9	6	68
학생11	15	16	13	16	10	6	76
학생12	14	15	12	17	13	8	79
학생13	16	17	14	16	15	8	86
학생14	17	16	13	18	10	9	83
학생15	16	17	15	19	12	8	87
학생16	15	15	15	15	10	8	78
학생17	16	17	15	19	15	10	92
학생18	19	20	14	20	7	7	87
학생19	20	20	15	19	14	9	97
학생20	18	20	15	18	14	10	95

이상에서 나타난 결과의 유의미성을 파악하기 위해 창의적 태도 점수와 요인별 점수를 대상으로 대응표본 t-검증을 실시하였다. 창의적 태도 대해 살펴 본 결과 유의수준 0.05에서 유의미한 차이가 있었다( $t=-2.988$ ,  $p<0.05$ ). 이로써 프로그램의 적용이 초등 수학영재학생의 창의적 태도 변화에 유의미한 결과를 보였다고 해석할 수 있겠다.

[표 15] 창의적 태도 검사 결과 비교

[Table 15] Comparing scores of pre and post-test in creative attitude.

구분	평균	표준편차	N	t	유의확률 (p)
사전 검사	80.5	11.4	20	-2.988	0.008
사후 검사	85.1	9.1	20		

## VI. 결론 및 제언

### 1. 결론

본 연구에서는 창의적 사고력을 유창성, 융통성, 독창성을 바탕으로 둔 확산적 사고의 측면에서 접근하였으며 평가기준의 타당성을 높이고자 검증 결과의 신뢰성이 높다고 판단되는 측정방법(Leikin, 2009)을 적용하였다. 또한 측정방법 적용에 필요한 범주화를 엄밀하게 하기 위해 검사문항에 대한 761개의 응답을 분석하여 활용하였다. 창의적 태도에 대해서는 선행연구(박문정, 김관수, 2011)의 검증 결과를 바탕으로 한 방법을 이용하였다. 이를 통해 나타난 연구 결과를 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 차원을 주제로 한 기하탐구프로그램의 적용으로 초등수학영재학생들의 창의적 사고력이 신장되었다. 창의적 사고력 측정을 위해 본 연구에서는 도형을 활용한 확산적 사고력 검사 문항을 사용하였으며 각 문항이 유창성, 융통성, 독창성을 측정할 수 있는 문항으로 사전과 사후 평가에서 동형검사를 활용하였다. 세 개의 최종창의성 점수의 합을 개인 창의성 점수로 활용하였으며 사전검사의 결과와 사후검사의 결과를 대응표본 t-검증을 활용하여 비교함으로써 차이를 확인하였다.

둘째, 차원을 주제로 한 기하탐구프로그램의 적용으로 초등수학영재학생들의 창의적 태도가 신장되었다. 본 연구에서 활용한 검사지는 확산성, 논리성, 적극성, 독자성, 집중성, 정밀성의 6가지 요인으로 구성되어 있으며 창의적 태도의 최종 점수는 요인별 점수의 합으로 나타낸다. 연구 결과 신장이 확인된 요인은 확산성, 적극성, 독자성이며 이 중 확산성, 독자성의 신장은 창의적 사고력의 신장과 관련지어 생각해 볼 수 있다. 이를 통해 본 연구에서 개발된 프로그램의 창의적 태도에서의 효과를 확인하였다.

본 프로그램은 미래사회에 더 중요성이 부각될 것이라고 여겨지는 4차원 공간의 개념에 대해 초등수학영재수준에서 접근할 수 있는 수준을 고려하여 구안되었다. 2차원도형과 3차원도형과의 연계 활동을 통해 2차원적 관점으로 3차원을 보는 현상을 통찰할 수 있다면 이는 3차원 공간에서 4차원 공간을 이해하는 기반이 될 수 있을 것이라 판단하였다. 2차원도형과 3차원

도형과의 여러 측면에서의 개념적인 연계가 이루어지게 하기 위해 각 차원의 도형에 대한 깊이 있는 탐구 활동을 구성하였다. 이상과 같이 차원을 주제로 한 기하탐구프로그램이 갖는 위와 같은 속성이 창의성 신장에 효과적이었다고 할 수 있겠다.

### 2. 제언

첫째, 본 연구에서는 다양한 조작교구를 활용하여 차원이라는 주제를 탐구하였다. 하지만 조작교구가 나타낼 수 있는 물리적인 한계로 인해 표현의 다양화와 정교화가 제한이 될 수 있어 이를 보완할 수 있는 방안이 필요하다.

둘째, 본 연구에서 구성된 프로그램은 초등수학영재 학생을 대상으로 하고 있다. 이에 교육과정과 학생의 발달과정을 고려했을 때 4차원에 대한 심도 있는 추론적 접근을 시도 하는데 한계가 있었다. 따라서 동일한 주제를 중고등 수학영재학생을 대상으로 하여 좀 더 깊이 있는 내용으로 구성한 프로그램의 개발과 적용이 필요해 보인다.

셋째, 본 연구에서는 단일-집단 사전-사후 검사 설계(one-group pretest-posttest design)를 적용하여 창의성의 변화를 확인하였다. 비교집단을 포함한 사전-사후 통제집단 설계(pretest-posttest control group design)을 적용한 연구를 통해 프로그램이 어떤 집단에 효과적인지, 다른 프로그램에 비해 어떤 점에서 더 효과적인지를 연구할 필요가 있다.

## 참고 문헌

- 강금희, Newton Press (2009). *Newton highlight*, 30, 차원이란 무엇인가? : '0차원의 세계'에서 '고차원 우주'까지, 서울 : 뉴턴코리아
- Kang K. H. & Newton Press (2009). *Newton highlight*, 30, What is the dimension? : From zero dimension to high dimension in space, Seoul : Newtonkorea
- 고호관 (2010). *수학동아*, 108-113. 서울: 동아사이언스.
- Koh, H. K. (2010). *Mathematics donga*, 126-129. Seoul: Dongascience.
- 교육과학기술부 (2011). *수학과 교육과정*, 교육과학기술

- 술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]. 서울 : 교육과학기술부.
- Ministry of Education, Science and Technology (2011). *Mathematics curriculum*, Notification of Ministry of Education, Science and Technology 2011-361[Extra number 8] Seoul: Ministry of Education, Science and Technology
- 권오남 · 박정숙 · 박지현 · 조영미 (2005). 개방형 문제 중심의 프로그램이 수학적 창의력에 미치는 효과, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육>, **44(2)**, 307-323.
- Kwon O. N., Park J. S., Park J. H. & Joh Y. M. (2005). Cultivating Mathematical Creativity through Open-ended Approaches: Development of a Program and Effectiveness Analysis. *The mathematical education*, **44(2)**, 307-323.
- 김부윤 · 이지성 (2005). 수학적 창의성의 평가방안에 대한 모색. 한국학교수학회논문집, **8(3)**, 327-341.
- Kim B. Y., Lee J. S. (2005). A Note on the Assesment of Mathematical Creativity. *Journal of the Korean School Mathematics*, **8(3)**, 327-341.
- 김원석 (2011). 서술형 문제를 활용한 수학수업이 수학적 창의성과 수학 학습태도에 미치는 영향. 서울 교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Kim. W. S. (2011). *The effects of mathematical instruction using description-type problems on mathematical creativity and attitude towards mathematics*. Unpublished master's thesis, Seoul National University of Education.
- 김상미 (2014). 수학동아, 90-93. 서울: 동아사이언스.
- Kim. S. M. (2014). *Math donga*, 90-93. Seoul: Dongascience.
- 김관수 (2008). 창의성 이론을 통해 본 수학 창의성. 영재교육연구, **18(3)**, 465-496.
- Kim P. S. (2008). Mathematical Creativity in the View of General Creativity Theory. *Journal of Gifted/Talented Education*, **18(3)**, 465-496.
- 박경미 (2013). 과학동아, 126-129. 서울: 동아사이언스.
- Park G. M. (2013). *Science donga*, 126-129. Seoul: Dongascience.
- 박문정 · 김관수 (2011). 초등학생을 위한 수학적 창의성 태도 측정 도구 개발. 과학영재교육, **3(3)**, 29-48.
- Park M. J. & Kim P. S. (2011). Comparing Two Scales Measuring Attitudes towards Mathematical Creativity for Elementary Students. *Education for mathematically gifted children*, **3(3)**, 29-48.
- 박종률 (2012). 수학영재교육길잡이. 광주: 전남대학교 출판부.
- Park. J. R. (2012). *Guide of education for mathematically gifted children*. Gwangju: Chonnam National University.
- 성창근 · 박성선 (2012). 수학적 창의성 계발을 위한 과제와 수업방향 탐색. 한국초등수학교육학회지, **16(2)**, 253-267.
- Sung C. K. & Park S. S. (2012). Review on Instrumental Task and Program Characteristics for Measuring and Developing Mathematical Creativity. *Korea Society of Elementary Mathematical Education*, **16(2)**, 253-267.
- 송인섭 · 정미경 (2002). 수학적 사고를 통한 창의력 계발 프로그램의 개념화( I ). 영재와 영재교육, **1(2)**, 5-28.
- Song I. S. & Jung M. K. (2002). The Dimensionality and relationships between mathematical thought, contents and materials supporting the studies. *Gifted children and education for gifted children*, **1(2)**, 5-28.
- 유윤재 (2007). 수학영재교육. 서울:교우사.
- Ryu Y. J. (2007). *Education for mathematically gifted children*. Seoul: Kyowoo-sa.
- 이강섭 · 황동주 · 서종진 (2003). 수학과 창의성 평가에서 개방형 문항의 특성과 중학교 학생들의 반응 유형에 관한 연구. 한국수학교육학회지 시리즈 E <수학교육논문집>, **16**, 201-215.
- Lee G. S., Hwang D. J. & Seo J. J. (2003). Open-ended Problem's characteristic in mathematical creativity test and study of middle school students response type. *Communications of mathematical education*, **16**, 201-215.
- 이대현 (2012). 수학적 창의성의 요소와 창의성 개발을 위한 수업모델 탐색. 한국초등수학교육학회지, **16(1)**, 39-61.
- Lee D. H. (2012). A Study on the Factors of Mathematical Creativity and Teaching and Learning Models to Enhance Mathematical Creativity. *Korea Society of Elementary Education*, **16(1)**, 39-61.
- 이대현 (2014). 다양한 해결법이 있는 문제를 활용한 수학적 창의성 측정 방안 탐색. 학교수학, **16(1)**,

- 1-17.
- Lee D. H. (2014) A Study on the Measurement in Mathematical Creativity Using Multiple Solution Tasks. *School mathematics*, **16(1)**, 1-17.
- 이주용·최재호 (2013). 4D 프레임 활용 학습이 초등 수학영재학생의 공간감각 및 수학적 창의성에 미치는 영향. 한국수학교육학회지 시리즈 C <초등수학교육>, **16(1)**, 1-20.
- Lee J. Y. & Choi. J. H. (2013). The Effects of 4D-Frame Teaching upon Mathematically Gifted Elementary Students' Mathematical Creativity and Spatial Sense. *Education of primary school mathematics*, **16(1)**, 1-20.
- 이지성(2006). 수학적 창의성의 창의적 태도에 대한 측정 도구의 개발과 적용. 부산대학교 대학원 박사학위논문.
- Lee J. S. (2006). *Creative attitude measurement in mathematical creativity : Its development and applications*. Master's thesis, Busan National University of Education
- 최성이 (2010). 도형의 위상적 성질을 주제로 한 초등수학영재 프로그램 개발. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위 논문.
- Choi S. Y. (2010). *A study of Development of Elementary Mathematics Program for Gitted Children with the Topological Properties in Geometry*. Unpublished master's thesis, Seoul National University of Education.
- 하수현·이광호·성창근 (2013). 창의성의 본질적 관점에서 본 수학적 창의성 교육의 국내 연구 동향. 학교수학, **15(3)**, 551-568.
- Ha S. H., Lee G. H. & Sung. C. K. (2013). An Analytical Study on the Studies of Mathematical Creativity in Korea: Focusing on the Essence of Mathematical Creativity. *School Mathematics*, **15(3)**, 551-568.
- 현종익 (2005). 초등 수학교육에서 창의성 신장 학습. 제주교육대학교 논문집, **34**, 1-20.
- Hyun J. Y. (2005). Learning for Creativity Extension in Primary Math. Education. *Jeju National University of Education*, **34**, 1-20.
- Abbott, Edwin A.(1884). *Flatland : a romance of many dimensions*. New York : Dover publication. 윤태일(2009) 역. 플랫랜드: 모든 것이 평평한 2차원 세상. 서울: 늘봄
- Tall, D. O.(1991). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht ; Boston : Kluwer Academic Publishers. 류희찬 외 2인 공역(2003). 고등수학적 사고. 서울: 경문사.
- Gary A. Davis, Sylvia B. Rimm & Del Siegle(2011). *Education of the gifted and talented*. Upper Saddle River, N.J. : Pearson.
- Leikin, R. (2009). *Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks*. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 161-168). Rotterdam: Sense Publishers.

## **A Study of mathematically gifted elementary students' creativity on dimension based geometry exploring program**

**Choi, Sung Taek**

The Graduate School of Korea National University of Education  
250 TaeseongTabyeon-ro Gangnaemyon, Cheongwonkun, Chungbuk, 363-791 Korea  
E-mail: xorblue@naver.com

**Lee, Kwang-ho**

Korea National University of Education  
250 TaeseongTabyeon-ro Gangnaemyon, Cheongwonkun, Chungbuk, 363-791 Korea  
E-mail: paransol@knue.ac.kr

The purpose of this study is to identify how developed program influence students' creativity by analyzing creative thinking and creative attitude which is appeared when mathematically gifted students get the program expected to improve their creativity.

For the study, the 'dimension based geometry exploring program' was developed that consist of twelve lessons. The main idea of it, is implication of the novel <Flatland>.

Through a pre and post-test, students's creativity were measured and compared. The results show significant changes on the scores of creative thinking skills and creative attitudes.

As the result, mathematically gifted students' creative thinking skills and creative attitudes were improved by applying the of dimension based geometry exploring program.

---

\* ZDM Classification : D43

\* 2000 Mathematics Subject Classification : D9740

\* Key Words : Dimension, Geometry, Elementary talented and gifted students, Creativity