

하모니 서치와 시뮬레이티드 어닐링을 사용한 트러스의 단면 및 형상 최적설계

김봉익^{1*}

¹교수, 국립경상대학교, 해양토목공학과

Optimum Design for Sizing and Shape of Truss Structures Using Harmony Search and Simulated Annealing

Kim, Bong Ik^{1*}

¹Professor, Department of Ocean Civil Engineering, Gyeongsang National University, Jinju, Korea

Abstract - In this paper, we present an optimization of truss structures subjected to stress, buckling, and natural frequency constraints. The main objective of the present study is to propose an efficient HA-SA algorithm for solving the truss optimization subject to multiple constraints. The procedure of hybrid HA-SA is a search method which a design values in harmony memory of harmony search are used as an initial value designs in simulated annealing search method. The efficient optimization of HA-SA is illustrated through several optimization examples. The examples of truss structures are used 10-Bar truss, 52-Bar truss (Dome), and 72-Bar truss for natural frequency constraints, and used 18-Bar truss and 47-Bar (Tower) truss for stress and buckling constraints. The optimum results are compared to those of different techniques. The numerical results are demonstrated the advantages of the HA-SA algorithm in truss optimization with multiple constraints.

Keywords - Harmony search, Simulated annealing, Genetic algorithms, Truss, Natural frequency, Buckling

1. 서론

최근에는 대형 건축구조물이나 플랜트와 같은 초대형 해양구조물에는 트러스형태의 구조물이 많이 사용되고 있다. 일반적으로 트러스 구조물은 강재를 사용하기 때문에 설계 및 시공 측면에서 매우 유리하다. 대형구조물에서는 경제적 인 면을 고려하여 비용을 줄일 수 있는 최적설계가 적용되어야 한다. 본 연구에서는 여러 제약조건하에서 트러스 구조물의 단면 및 형상 최적설계에 대해 연구 하였으며, 최적설계에는 응력제약, 좌굴응력제약, 고유진동수제약조건등이 적

용되었다. 구조물최적설계는 연속변수에 의한 설계와 이산 변수에 의한 설계로 나눌 수 있으나, 여기서는 연속변수 만 을 사용하여 최적설계 하였다. 트러스 구조물의 응력 및 압 축부재에 대한 좌굴응력제약을 사용한 연구는 Hansen and Vanderplaats^[1], Salajegheh and Vanderplaats^[2], Hasancebi and Erbatur^[3], Ali *et al.*^[4], Ahrari and Atai^[5], Lee *et al.*^[6]등 많은 학자들에 의해 연구되었다. 그리고 구조물의 고 유진동수 제약조건을 사용하여 단면 및 형상 최적설계에 대 한 연구는 이승혜와 이재홍^[7], 김형민과 이재홍^[8], 도기영과 윤성원^[9], 김봉익^[10], Lingyun *et al.*^[11], Sadek^[12], Sedaghati *et al.*^[13], Tong and Liu^[14], Pantelides and Tzan^[15], Kaveh^[16], Wang^[17]등에 의해 연구되었다. Hansen and Vanderplaats 는 1차 테일러근사해법으로, Salajegheh and Vanderplaats 는 Branch and bound방법으로 트러스의 응력 및 좌굴 제약 조건하에 단면 최적화를 연구하였다. Hasancebi and Erbatur 는 Boltzmann 파라메타와 시뮬레이티드 어닐링을 사용하

Note.-Discussion open until October 31, 2015. This manuscript for this paper was submitted for review and possible publication on July 9, 2014; revised September 11, 2014; approved on November 17, 2014.

Copyright © 2015 by Korean Society of Steel Construction

*Corresponding author.

Tel. +82-55-772-9124 Fax. +82-55-772-9120

E-mail. bikim@gnu.ac.kr

여 트러스구조물의 단면을 최적화 하였다. Ali *et al.*는 유전자 알고리즘을 사용하여 평면 및 입체트러스의 단면 및 형상 최적화를 연구하였다. Ahrari and Atai는 Fully stressed design evolution strategy방법으로 트러스의 형상 및 단면 최적화를 수행 하였다. Lee *et al.*는 하모니 서치 알고리즘으로 트러스의 단면을 이산 최적화하였다. 김봉익은 하모니 서치 알고리즘과 고유진동수 제약조건으로 트러스구조물의 단면 및 형상 최적화를 연구하였다. Lingyun *et al.*은 여러 가지 동적제약조건을 고려한 트러스의 형상 및 단면의 설계에 Niche hybrid유전자 알고리즘(NHGA)을 사용하여 최적화 하였다. Tong and Liu는 동적 및 응력, 변위제약조건을 고려한 트러스구조물의 설계에 이산자료를 사용한 이산 최적설계에 대해 연구하였다. Sedaghati *et al.*는 진동수 제약조건을 고려한 트러스와 프레임 구조물에 Finite element force method방법을 사용하여 최적설계 하였다.

일반적으로 최적화에 연속변수를 사용하는 경우 변수의 수가 적으면 라그랑즈 승수법이나 Optimality criteria와 같은 최적화 기법을 사용하여 최적설계를 할 수 있다. 이 경우 각 변수에 Gradient를 적용시켜 최적 해를 구한다. 만약 설계변수의 수 및 제약조건식이 증가하면 라그랑즈 승수법이나 Optimality criteria의 사용에는 많은 제약과 어려움이 있다.

본 연구에서는 설계변수 및 제약조건이 수가 많은 관계로 라그랑즈 승수법이나 Optimality criteria방법 보다는 설계 함수에 Gradient가 적용되지 않고 확률론적 최적화 방법인 HA, GA, SA 및 HA-SA를 사용하여 최적설계를 시도하였다. 구조물 최적설계에는 연속설계변수를 사용하여 트러스의 단면 및 형상 최적설계를 시도하였으며, 최적화 기법으로는 HA-SA방법을 사용하였다. 최적설계 예제에는 동적제약 조건 및 부재응력과 압축부재에 대한 좌굴응력 제약조건이 적용되었다. 최적설계에 사용된 예제는 10-bar, 52-bar, 72-bar트러스의 경우 고유진동수 제약으로 단면 및 형상을 최적화 하였다. 18-bar, 47-bar 트러스의 경우는 부재응력과 좌굴응력 제약조건으로 단면 및 형상 최적화를 시도 하였다. HA-SA방법은 본 연구에서 새롭게 제시하는 방법이며, 하모니 서치의 하모니 메모리내의 가장 나은 설계를 시뮬레이티드 어닐링의 초기 설계 값으로 최적설계를 찾는 방법 이다. 그리고 HA-SA방법의 결과와 유전자 알고리즘 및 여러 연구 결과를 서로 비교하였다.

2. 구조물의 최적화 문제형성

구조물 최적화에는 여러 종류의 설계조건들이 있으나 주로 비용이 최소가 되게 하든지 아니면 총무게가 최소가 되게 설계하고 있다. 본 연구에서는 구조물의 총 무게가 최소가 되게 최적설계 하였다. 최적설계 경우 목적함수(W)는 구조물의 총 무게가 되며, 제약조건은 고유진동수와 부재응력 및 부재 좌굴응력제약이다. 구조물의 최적설계에 대한 목적함수 W 및 제약조건식은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } W = \sum_i^n \rho_i A_i L_i \tag{1}$$

subject to

$$g_j = \omega_j^2 - \tilde{w}_j^2 \geq 0, j = 1, 2, 3, \dots, m \tag{2}$$

(m natural frequency constraints)

$$A_i - \tilde{A}_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{3}$$

(n cross-sectional constraints)

$$\sigma_i - \tilde{\sigma}_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{4}$$

(n stress constraints)

$$\sigma_{ci} - \sigma_i \geq 0, i = 1, 2, 3, \dots, n \tag{5}$$

(n buckling stress constraints for compressive members)

여기서, ρ_i, A_i, L_i : i 번째 부재에 대한 밀도, 단면적 및 길이
 ω_j, \tilde{w}_j : j 번째 고유진동수 및 주어진 특정 고유진동수
 A_i, \tilde{A}_i : i 번째 부재의 단면적 및 최저 한계 값
 $\sigma_i, \tilde{\sigma}_i$: i 번째 부재의 응력 및 최저 한계 값
 σ_i, σ_{ci} : i 번째 부재의 응력 및 좌굴응력 값

3. 최적화 알고리즘

3.1 하모니 서치

하모니 서치(Harmony search; HS) 알고리즘은 확률론적인 이론을 바탕으로 최적화 문제를 해결하는 최적화기법이다^[6]. 하모니 알고리즘은 음악가가 보다 좋은 음악의 구성

요소를 만들기 위한 과정을 수리 모델화시켜 문제를 해결하는 방법이다^[16]. HS알고리즘은 십진수를 사용하여 확률론적으로 해를 구하는 방법인데 이는 유전자 알고리즘에서 이진수를 사용하여 해를 구하는 방법과 매우 유사하다. 결국 HS 알고리즘과 유전자 알고리즘은 랜덤 과정을 통해 확률론적으로 해에 접근하는 방법은 유사하다. HS알고리즘은 5단계의 과정으로 구성되며 아래와 같다.

Step 1. 초기 값 설정

최적화문제의 해를 구하기 위한 초기 값의 설정과정이다. 설계변수의 크기 및 변수의 최소값 및 최대값 설정, 하모니 메모리 크기(Harmony memory size; HMS)설정, 하모니 메모리 채택 비(Harmony memory considering ratio; HMCR) 설정, 피치 조정비(Pitch adjusting ratio; PAR)설정, 전 과정의 반복횟수 설정을 초기화 한다.

Step 2. 하모니 메모리(Harmony memory; HM) 초기화

하모니 메모리의 초기화 단계. 초기 값 설정단계에서 설계변수의 수와 HMS의 값에 의해 랜덤 과정을 거쳐 HM을 초기화 시킨다(식 (6)).

$$HM = \begin{bmatrix} x_{1,1} & x_{1,2} & \cdots & x_{1,nv} \\ x_{2,1} & x_{2,2} & \cdots & x_{2,nv} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{hms,1} & x_{hms,2} & \cdots & x_{hms,nv} \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 nv 은 설계변수의 수이며, hms 은 HM에서 설계집단의 크기이다.

Step 3. 새로운 하모니 메모리 구성

새로운 하모니 메모리의 구성단계. 새로운 HM은 확률 $hmcr$, par 의 값에 따라 HM에서 설계들이 새로운 HM에 선택되는 기준의 판단 여부를 결정하는 과정이다. 새로운 HM을 구성하기위한 설계는 아래 식의 조건으로 만들어진다.

$$x_i^{new} = \begin{cases} \{x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,hms}\} & \text{with probability } HMCR \\ \{x_1, x_2, \dots, x_{nv}\} & \text{with probability } 1 - HMCR \end{cases} \quad (7)$$

$$x_i^{new} = \begin{cases} Yes & \text{with probability of } PAR \\ No & \text{with probability of } 1 - PAR \end{cases} \quad (8)$$

이 과정은 확률 $hmcr$ 과 par 에 따라 이전 단계의 하모니 메모리에서 새로운 HM을 구성하는 과정이다. 먼저 랜덤수와 $hmcr$ 을 비교하여 랜덤수가 $hmcr$ 보다 적을 경우 HM의 설계가 새로운 HM의 설계로 선택 되고, 그렇지 않으면 랜덤 과정을 거쳐 새로운 HM을 구성한다(식 (7)). 위의 과정에서 선택된 설계 중 다시 랜덤수와 par 를 비교하여 랜덤수가 par 보다 적을 경우 설계를 다시 수정하여 새로운 HM을 구성한다(식 (8)).

Step 4. 하모니 메모리 업데이트

새로운 HM이 구성된 후 각각의 설계변수에 해당되는 설계 값을 구하여 HM을 업데이트 하는 과정이다. 이 과정에서 설계 값을 서로 비교하여 가장 나쁜 값은 HM에서 제외하고 새로운 설계로 업데이트되는 과정이다. 그리고 HM에 가장 우수한 값부터 차례로 설계 값을 나열한다.

Step 5. Step 3과 Step 4의 반복과정

Step 3과 Step 4가 주어진 반복수만큼 반복 작업을 통해 해를 구하는 단계이다.

3.2 시뮬레이티드 어닐링

시뮬레이티드 어닐링(Simulated Annealing; SA)은 주어진 온도 하에서 평형상태에 있는 입자의 운동에 대한 연구에 사용되었으며, Metropolis *et al.*(1953)^[18]에 의해 제안되었고, Kickpatrick *et al.*(1983)^[19]에 의해 공학에 적용되었다. SA는 전 설계 공간이 아닌 현 설계 근처의 설계공간에서 무작위한 교란 작업을 통해 얻어진 설계와 현 설계를 비교하여 이 두 설계 중 현 설계가 수용될 수 있는지를 판정하여 해를 찾아가는 방법이며, GA에서와 같이 함수의 결과 값만이 요구된다. SA는 교란 후 얻어진 설계가 현 설계보다 개선된 설계가 되면 새로운 설계로서 수용이 된다. 반면 교란 후 얻어진 설계가 제약조건을 만족하지 않으면 자동으로 제거된다. 그러나 교란 후 얻어진 설계가 제약조건을 만족하면서 현 설계와 비교하여 목적함수의 값이 큰 값의 설계라면 교란 후 얻어진 설계는 랜덤 수와 수용확률(p)을 서로 비교하여 새로운 설계로 수용될지의 여부에 따라 수용이 결정된다. HA에서는 미리 정해진 값인 수용확률 $hmcr$, par 과 랜덤수를 서로 비교하여 현 설계의 수용여부를 결정한다. 반면 SA에서는 Metropolis의 수용확률(p)과 랜덤수를 서로 비교하여 현 설계의 수용여부를 결정하는 방법을 사용한다. SA에

서 Metropolis의 수용확률(p)은 Iteration과정에서 현 설계와 교란 후 설계 값의 차를 사용하므로 일정한 값이 아닌 변화하는 확률값을 가진다. 다음 단계로 새로운 설계로 수용될지의 여부는 랜덤수가 수용확률보다 적으면 교란 후 얻어진 설계는 다음 cycle에서 현 설계가 되며, 랜덤수가 수용될 확률보다 크면 교란 후 얻어진 설계는 현 설계 공간에서 제거된다. 수용확률(p)은 Metropolis의 알고리즘을 사용하였으며 아래와 같다.

$$p = \exp\left(\frac{-D}{CT}\right) \quad (9)$$

여기서, D : 현 설계와 교란 후 얻어진 설계의 목적함수 차이
 C : 정규화 상수(2.0)
 T : 주어진 온도

3.3. 유전자 알고리즘

유전자 알고리즘(Genetic Algorithms; GA)은 생물진화 과정을 수리 모델화시켜 문제를 해결하는 방법이다^[20]. 유전자 알고리즘은 함수의 미분가능성이나 함수의 convexity를 요구하지 않고 단지 함수의 값만 요구되므로 최적화문제의 해결에는 매우 적합한 설계방법이라 할 수 있다. 또한 유전자 알고리즘은 일반적인 최적화 방법에서 처럼 초기 설계 값을 사용하지 않고 설계집단을 사용하므로 전 공간 설계를 찾을 수 있는 이점이 있다. 유전자 알고리즘은 번식, 교차, 돌연 변이 등의 과정을 거쳐 새로운 세대를 이루게 되며, 이러한 세대가 반복되면서 우수한 설계들로 구성되는 설계집단 중 가장 우수했던 설계가 최적의 해(설계)가 되는 것이다.

3.3.1 번식

번식은 현 세대의 설계집단에서 다음세대의 설계집단으로 우수한 설계를 전달하기 위한 정보를 각 개체에 제공하는 과정이다. 번식과정에서 초기 설계집단은 모두 랜덤과정을 통해 집단이 구성된다. 번식은 적합성이 좋은 개체는 선택될 기회가 많이 주어지고 반면에 적합성이 나쁜 개체는 선택될 기회가 적게 주어지도록 각 개체에 확률을 부여하고, 각각의 개체에 부여된 확률에 따라 각 개체들이 새로운 집단에서 새로운 개체들로 선택되는 과정을 말한다.

3.3.2 교차

교차는 번식의 과정 후 비교적 적합성이 우수한 개체들로 구성된 집단에서 인자를 서로 교환함으로써 이전 세대보다 나은 방향으로의 개체를 재구성하는 과정이다. 교차는 한 쌍의 2진 문자열 사이에서 이루어지며 각각의 2진 문자열들은 번식 후 구성된 현 집단에서 무작위로 선택된다. 교차는 모든 개체에 대해 전부 이루어지는 것이 아니라 교차확률(p_c)에 따라 선택적으로 이루어진다.

3.3.3 돌연변이

돌연변이는 번식과정 중 열성 개체만으로 이루어지는 것을 방지하기 위해 개체들 사이에 새로운 변화를 주는 매우 중요한 과정이다. 유전자 알고리즘에서도 돌연변이과정을 통해 또 다른 국지최적설계를 찾을 수 있다. 즉 돌연변이과정은 선택 된 하나의 국지 최적설계에 머물지 않고 또 다른 국지 최적설계로 이동 할 수 있게 하는 과정이다.

3.4 HA-SA 알고리즘

HA-SA알고리즘은 HA의 전 설계공간에서 최적 해를 찾는 방법과 SA의 부분설계공간에서 최적 해를 찾는 방법을

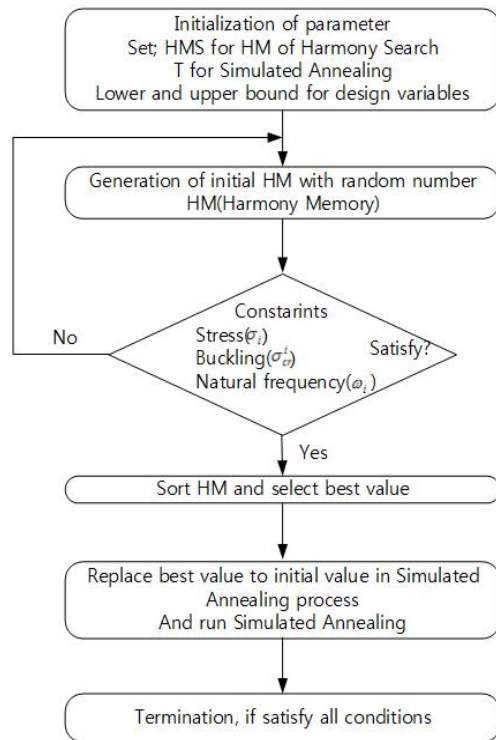


Fig. 1. HA-SA algorithm optimization procedure

혼합하여 새로운 해를 찾는 방법이다. HA-SA알고리즘은 GA에서 사용되는 준 연속(pseudo-continuous)변수와는 달리 모두 십진법과 랜덤수를 사용한 연속변수를 사용한다. GA에서는 2ⁿ의 유한개의 이진수를 사용하기 때문에 준 연속변수가 사용된다. HA방법은 전설계 공간에서 최적의 해를 찾는 능력이 여러 다른 최적화 기법보다 우수하다. 그러나 HA는 최적해의 수렴 속도가 느리고 또한 최적 해를 얻기 위해 많은 계산에 요구된다. 반면 SA는 한정된 설계공간에서 최적 해를 찾는 능력이 탁월하다. HA-SA알고리즘은 HA의 전공간 탐색기능과 SA의 부분 공간 탐색기능들의 장점을 바탕으로 새로운 최적 해를 찾는 방법이며, 적은 Iteration으로 최적해를 찾는 방법이다. HA-SA알고리즘은 HA의 초기메모리 구성과정에서 제약조건이 만족되는 설계들로 구성된 후 초기 메모리에서 최소값에 해당되는 설계를 SA의 초기 설계 값으로 대신 해서 전체설계집단에서 최적 해를 찾는 방법이다. HA-SA의 전 최적화 과정은 Fig. 1과 같다.

본 연구에서는 HA-SA의 유용성을 검증하기 위해 다른 최적화 기법인 유전자 알고리즘과 하모니시치 알고리즘 및 시뮬레이티드 어닐링에 의한 결과를 서로 비교하였다.

4. 설계예제

4.1 10-Bar 트러스 구조물^[21]

10-bar 트러스의 제원은 아래 Fig. 2와 같으며, 재료의 탄성계수 $E=6.89 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, 부재의 밀도 $\rho=2770 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였다. 10개의 연속변수를 사용하여 최적설계 하였으며, 모든 부재에서 단면 최소값은 0.645cm^2 로 하였다. 그리고 4개의 절점(node 1, 2, 3, 4)에 454kg의 질량을 첨가 하였다. 동적제약조건은 구조물의 공진에 큰 영향을 줄 수 있는

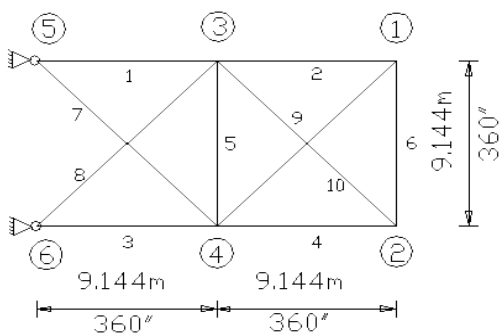


Fig. 2. 10-bar truss structure

초기 고유진동수 $\omega_1 \geq 7.0 \text{Hz}$, $\omega_2 \geq 15.0 \text{Hz}$, $\omega_3 \geq 20.0 \text{Hz}$ 가 적용되었으며, 총무게가 최소가 되게 최적 설계하였다.

Table 1은 본 연구에서 제시된 HS-SA에 의한 최적 설계 결과이다. Table 2는 고유 진동수에 대한 최적 설계결과이며, 제약조건(w_1, w_2, w_3)을 모두 만족하였다. Table 1의 결과로부터 여러 연구결과를 비교하여 본 연구에서 제시된 HS-SA를 사용한 경우가 가장 우수한 설계결과를 얻을 수 있었으며, GA, SA, HA에 의한 결과보다는 개선된 결과를 얻었다. Fig. 3은 해의 수렴 상태이며, HA-SA의 경우 적은 Iteration수에서 매우 만족한 결과를 얻을 수 있었다. Fig. 4는 HA-SA에서 20개의 초기 설계 값에 대해 해의 수렴상태를 나타낸다. 설계 공간 내에서 여러 개의 다른 초기 설계 값에도 일정한 설계 값으로 수렴함을 알 수 있어 HA-SA의 수렴성과 사용성을 입증 할 수 있다.

Table 1. Optimal design for continuous variables (cm²)

Element number	Sedaghati	kaveh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
1	38.245	35.274	36.935	32.454	35.849	31.781
2	9.916	15.463	16.760	11.09	10.559	14.118
3	38.619	32.11	30.698	37.326	30.218	32.454
4	18.232	14.065	15.161	15.007	19.556	13.920
5	4.419	0.645	0.702	5.560	0.645	0.645
6	4.194	4.880	4.274	4.230	5.108	4.303
7	20.097	24.064	22.419	28.373	12.358	0.169
8	24.097	24.340	14.651	12.272	24.433	19.810
9	13.890	13.343	11.589	10.020	15.938	12.525
10	11.452	13.543	12.836	13.472	10.991	12.062
Weight (N)	5266.17	5188.60	4758.67	4901.76	4767.96	4676.69

Table 2. Frequency for continuous variables (Hz)

Frequency number	Sedaghati	Kaveh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
1	6.992	7.000	7.001	7.000	7.005	7.000
2	17.599	16.119	16.485	17.877	15.681	16.411
3	19.973	20.075	20.039	20.000	20.000	20.000
4	19.977	20.457	20.392	20.838	20.734	20.001
5	28.173	29.149	28.613	28.868	28.028	28.084
6	31.029	29.761	30.473	33.646	32.199	30.870
7	47.628	47.950	51.606	47.216	51.239	50.433
8	52.292	51.215	54.680	57.155	54.200	52.683

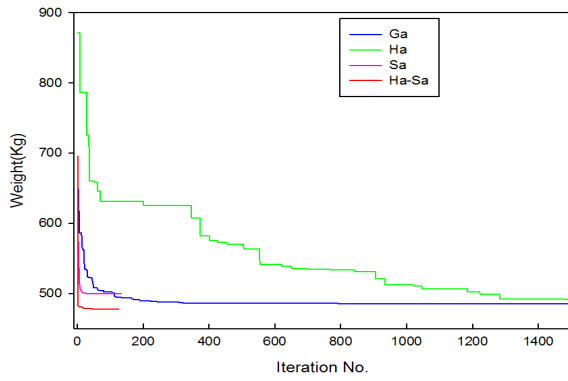


Fig. 3. Convergence behaviour of 10-bar truss

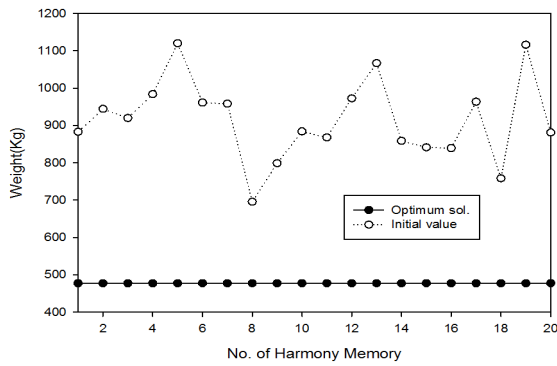


Fig. 4. Convergence behaviour by 20 initial designs

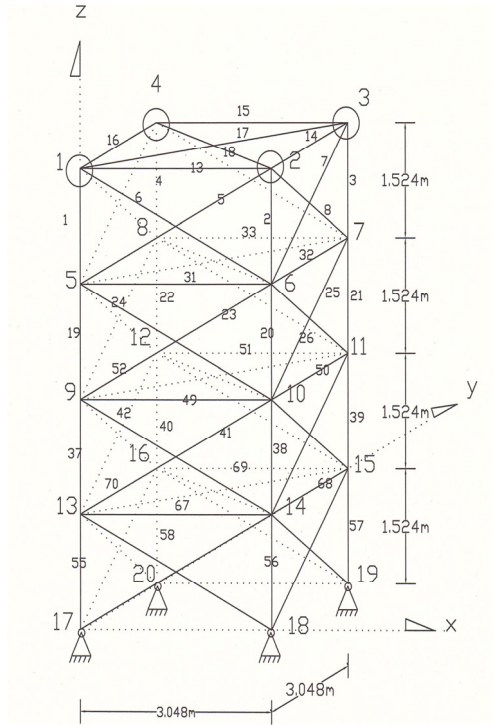


Fig. 5. 72-bar truss structure

4.2 72-Bar 트러스 구조물

72-bar 트러스의 제원은 아래 Fig. 5와 같으며, 재료의 탄성계수 $E=6.89 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, 부재의 밀도 $\rho=2770 \text{ kg/m}^3$ 을 사용하였으며, 72개의 부재를 그룹별로 하여 연속변수가 16개가 되게 최적설계 하였다. 모든 부재에서 단면의 최소값은 0.645 cm^2 로 하였으며, 4개의 절점(node 1, 2, 3, 4)에 2270kg의 질량을 첨가 하였다. 동적제약조건은 공진에 영향을 주는 초기 고유진동수 $\omega_1=4.0 \text{ Hz}$, $\omega_3 \geq 6.0 \text{ Hz}$ 가 적용되었다. Table 3은 HS-SA알고리즘에 의한 최적 설계결과이며, Table 4는

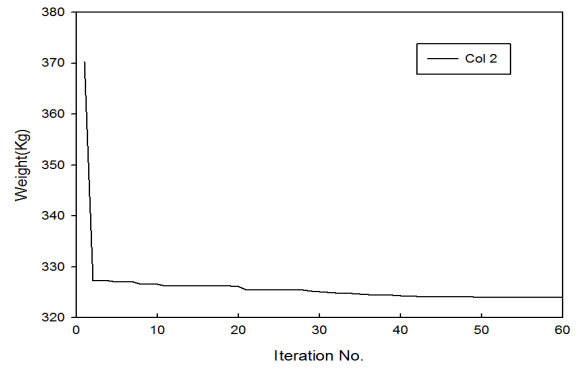


Fig. 6. Convergence behaviour of 72-bar truss

Table 3. Optimum design for continuous variables (cm^2)

Element group	Sedaghati	kaveh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
1-4	3.499	2.854	3.897	2.496	3.284	3.452
5-12	7.932	8.301	7.881	7.205	8.278	7.784
13-16	0.645	0.645	0.645	0.761	0.722	0.645
17-18	0.645	0.645	0.645	0.748	0.657	0.645
19-22	8.056	8.202	7.056	7.908	8.239	7.816
23-30	8.011	7.043	8.086	8.179	7.583	8.031
31-34	0.645	0.645	0.645	0.664	0.830	0.645
35-36	0.645	0.645	0.645	0.632	0.645	0.645
37-40	12.812	16.328	13.234	12.332	12.982	12.622
41-48	8.061	8.299	7.969	7.669	7.323	7.932
49-52	0.645	0.645	0.645	0.761	0.686	0.645
53-54	0.645	0.645	0.645	0.716	0.704	0.645
55-58	17.279	15.048	16.876	18.840	16.716	17.137
59-66	8.088	8.268	7.823	8.978	8.773	8.006
67-70	0.645	0.645	0.645	0.832	0.645	0.645
71-72	0.645	0.645	0.645	0.774	0.766	0.645
Weight (N)	3212.65	3211.67	3181.47	3228.34	3210.89	3176.76

Table 4. Frequency for continuous variables (Hz)

Frequency no.	Sedaghati	kaveh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
1	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
2	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
3	6.000	6.004	6.000	6.008	6.004	6.000
4	6.247	6.249	6.286	6.405	6.293	6.260
5	9.074	8.973	9.158	8.706	9.298	9.095

고유 진동수에 대한 설계결과이다. Table 3에서 HA-SA에 의한 설계결과는 Sedaghati보다 1.12% 개선된 설계결과를 얻었으며, 이 경우 Iteration 수 40에서 최적 설계값을 얻었다. Fig. 6은 해의 수렴 상태이다.

4.3 18-Bar 트러스 구조물

18-bar 트러스의 제원은 아래 Fig. 7과 같으며, 재료의 탄성계수 $E=6.89 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, 부재의 밀도 $\rho=2770 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였다. 18개의 부재를 4그룹별로 분류하여 설계변수의 수는 4가 되며, 각 절점(3, 5, 7, 9)의 x, y 좌표에 대한 8개의 좌표변수로 모두 12개의 연속 설계변수를 사용하여 최적 설계 하였다. 모든 부재에서 단면의 최소값은 0.645cm^2 로 하였으며, 각 절점(1, 2, 4, 6, 8)에 $-y$ 방향으로 88.96kN의 하중을 사용되었다. 부재의 허용응력은 137.89MPa 이며, 압축부재에 대한 좌굴응력(σ_{cr})은 식 (10)과 같다.

$$\sigma_{cr} = \frac{kEA_i}{L_i^2} \tag{10}$$

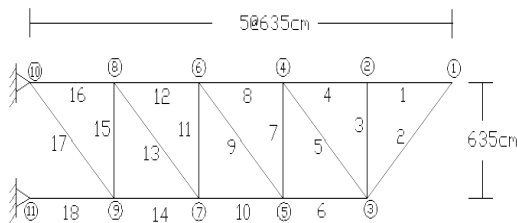


Fig. 7. Initial configuration of 18-bar truss

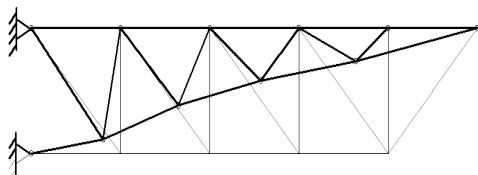


Fig. 8. Optimal and initial configuration of 18-bar truss

여기서, k : 4.0 (좌굴계수)

E : 재료 탄성계수

A_i : i 부재 단면적

L_i : i 부재 길이

Table 5는 HS-SA알고리즘에 의한 최적 설계결과이다. 이 경우 다른 연구자들의 연구 결과와 유사한 결과를 얻었다. 그러나 Hansen과 Salajegheh의 경우 일부 부재에서 좌굴응력제약조건을 만족하지 못하는 것을 확인하였다. 반면 본 연구에서는 응력 및 좌굴에 대한 제약조건을 모두 만족하

Table 5. Optimal design of 18-bar truss

Variable	Hansen	Salajegheh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
A1(cm ²)	82.302	80.625	80.321	81.381	82.682	82.682
A2(cm ²)	114.617	114.294	123.47	119.22	113.281	113.281
A3(cm ²)	35.798	34.895	35.707	29.655	37.243	37.243
A5(cm ²)	21.027	23.930	24.000	22.102	20.768	20.768
X ₃ (m)	2.239	2.311	23.731	23.285	23.024	23.024
Y ₃ (m)	0.454	0.468	5.080	4.9095	4.575	4.575
X ₅ (m)	1.597	1.629	16.890	16.669	16.606	16.606
Y ₅ (m)	0.317	0.370	4.064	4.0057	3.612	3.612
X ₇ (m)	0.992	1.046	10.755	10.784	10.337	10.337
Y ₇ (m)	0.170	0.246	2.540	2.7215	2.443	2.443
X ₉ (m)	0.793	0.510	5.387	5.3026	5.035	5.035
Y ₉ (m)	0.114	0.077	0.864	0.9020	0.883	0.883
Weight (KN)	20.039	20.044	21.749	20.044	20.290	20.038

Table 6. Stress and buckling constraints of compressive members (Kg/cm²)

No	Hansen		Salajegheh		This paper	
	σ_a	σ_{cr}	σ_a	σ_{cr}	σ_a	σ_{cr}
1	490.087	812.10	416.78	413.41*	427.99	427.99
2	415.404	353.04*	439.50	1217.7	467.12	1257.3
3	608.768	746.39	675.77	674.12*	689.03	689.03
4	486.915	512.61	668.20	668.34	685.89	685.90
5	777.154	826.37	902.71	901.69*	904.42	904.42
6	489.113	341.14*	484.59	486.00	481.38	481.38
7	918.412	7713.4	1014.6	1015.3	1001.0	1001.0
8	484.607	337.68*	298.84	299.19	281.87	281.90
9	1193.90	496.97*	1198.5	1199.6	1184.6	1184.6

*Constraints violated

였으며, Table 6은 압축부재의 좌굴응력에 대한 설계결과이다. Fig. 8은 HA-SA에 대한 최적설계 형상이다.

4.4 47-Bar(송전탑) 트러스 구조물

47-bar 트러스의 제원은 아래 Fig. 9와 같으며, 재료의 탄성계수 $E=2.06 \times 10^{11} \text{N/m}^2$, 부재의 밀도 $\rho=8310 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였다. 47개의 부재를 그룹별로 분류하여 단면설계변수가 27개가 되며, 절점에 대해서는 x방향만의 좌표변수를 사용하였다. 그리고 각 절점(4, 6, 8, 10, 12, 14, 20, 21)의 x, y 좌표에 대한 17개의 좌표변수로 모두 44개의 연속 설계변수를 사용하여 최적설계 하였다. 모든 부재에서 단면의 최소값을 0.645cm^2 로 하였으며, 각 절점 17, 22에 $x, -y$ 방향으로 26.601KN, 62.275KN의 하중을 사용되었다. 부재의 허용응력은 137.89MPa 이며, 압축부재에 대한 좌굴응력(σ^c)은 식 (10)과 같다. 여기서 압축부재에 대한 좌굴계수(k)는 3.96을 사용하였다. Table 7은 단면의 최적화 결과이며, Table 8은 좌표변수에 대한 최적설계결과이다. GA, SA, HA보다는 월등히 좋은 결과를 얻었으며, Salajegheh보다

Table 7. Optimal design of 47-bar truss (area variable)

Member	Hansen	Salajegheh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
3	15.609	16.8345	15.692	1.348	7.97865	9.7085
4	15.1575	16.512	7.8496	1.0817	6.45	6.9976
5	5.289	4.4505	10.848	0.71048	6.45	0.645
7	0.645	3.0315	3.2508	0.12306	28.4896	0.645
8	5.547	5.16	7.578	0.96342	10.5586	6.980
10	7.4175	7.2885	13.287	1.124	21.7881	4.859
12	11.4165	11.0295	8.636	1.2839	18.3696	8.359
14	4.3215	4.9665	6.598	0.55571	6.45	3.6794
15	5.547	7.0305	9.0816	0.65983	9.6621	4.009
18	7.998	8.643	16.286	0.93302	6.45	5.714
20	2.1285	2.322	5.7598	0.34482	6.76605	1.786
22	7.869	6.2565	9.4750	0.63807	10.2942	3.857
24	5.9985	6.45	7.9206	1.1844	21.8913	6.676
26	5.547	6.6435	13.698	1.0441	10.9779	6.624
27	4.4505	5.676	7.8496	1.2298	11.9067	5.690
28	0.9675	3.5475	7.2627	0.26214	6.45	0.645
30	15.867	16.7055	11.461	1.3338	18.7695	9.653
31	5.805	5.418	2.289	0.55374	6.45	1.192
33	0.645	1.6125	6.9144	0.13289	9.9588	0.645
35	17.673	18.447	18.840	2.207	7.9335	11.663
36	5.934	5.934	8.7333	0.22262	6.45	1.216
38	0.645	4.3215	2.3413	0.1305	10.8231	0.645
40	18.963	19.737	16.234	1.6824	18.3696	11.966
41	7.2885	6.708	2.9347	0.11094	6.45	0.7544
43	0.645	0.645	0.7933	0.11024	7.8174	0.645
45	20.124	20.1885	17.808	2.338	19.7176	14.874
46	7.095	7.224	13.551	0.44887	7.5594	1.947

*Areas are cm^2

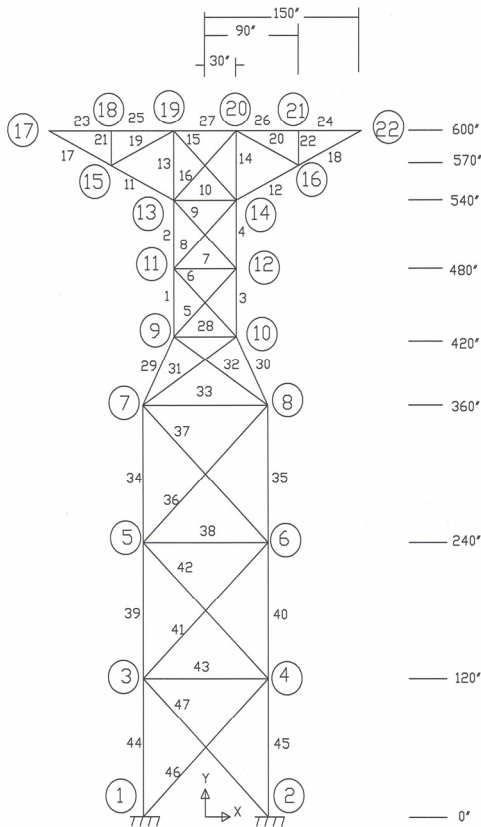


Fig. 9. Initial configuration of 47-bar truss

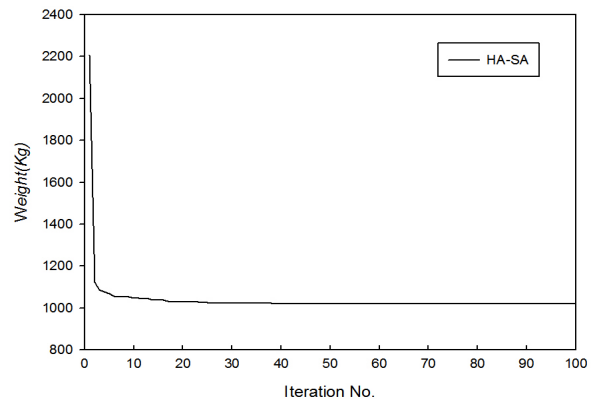


Fig. 10. Convergence behaviour of 47-bar truss

는 46.63%의 개선된 설계결과를 얻었다. 그리고 설계제약 조건인 응력과 좌굴응력에 대한 조건을 모두 만족하였으며, HA-SA의 방법이 가장 우수하였다. Fig. 10은 해의 수렴상태이며, Fig. 11은 최적설계형상이다.

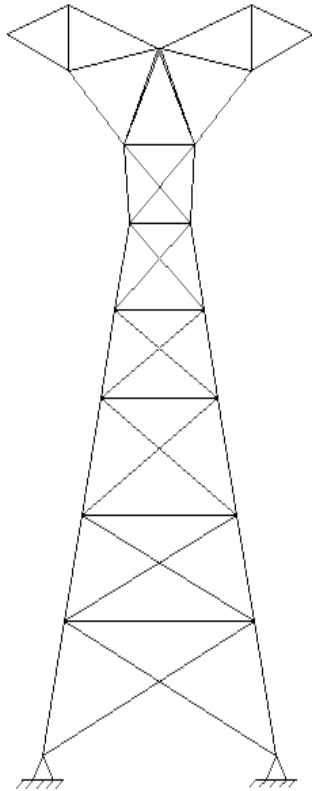


Fig. 11. Optimal configuration of 47-bar truss

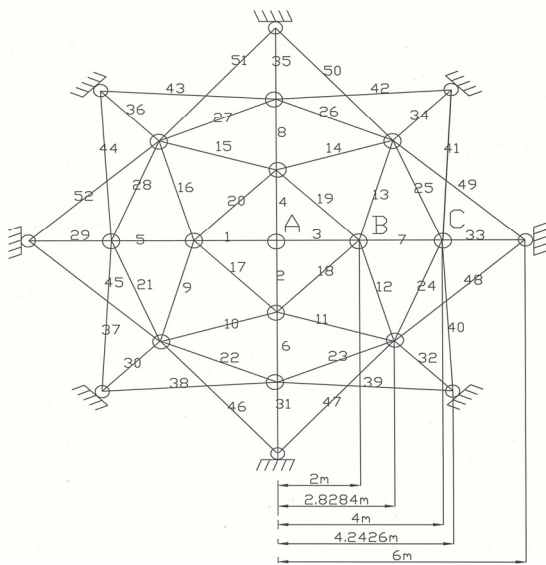


Fig. 12. Initial configuration of the 52-bar truss

4.5 52-Bar(Dome) 트러스 구조물

52-bar 트러스의 제원은 아래 Fig. 12와 같으며, Fig. 13은 옆(side view)의 형상이다. 재료의 탄성계수 $E=2.1 \times 10^{10} \text{N/m}^2$, 부재의 밀도 $\rho=2770 \text{kg/m}^3$ 을 사용하였으며, 52개의 부재를 8그룹별로 분류한 8개 설계변수와 절점(A, B, C)에서의 x, y, z 좌표변수 5개로 하였다. 총 설계 변수는 13개가 되고, 이를 사용하여 최적설계 하였다. 그리고 절점변수는 상, 하 그리고 좌, 우 모두가 대칭되는 절점은 같은 좌표를 사용한다.

Table 8. Optimal design of 47-bar truss (Coordinate variable)

Variable	Hansen	Salajegheh	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
X2	2.72034	2.7371	236.4461	113.32	255.3741	281.7368
X4	2.31648	2.26441	228.7245	92.356	214.9704	228.2723
Y4	3.11912	3.50469	306.512	113.79	319.5218	289.1536
X6	1.88468	1.69545	178.7677	76.519	158.1099	185.3082
Y6	6.13156	6.46354	545.5412	197.14	636.9101	521.5636
X8	1.6637	1.45745	143.4617	56.109	143.3906	143.3982
Y8	8.24484	8.69086	779.3812	304.6	786.986	748.284
X10	1.45034	1.26619	116.5962	44.736	83.29168	108.6866
Y10	10.17016	10.59612	919.6146	371.99	1132.944	936.0408
X12	1.25222	1.13436	103.6117	39.634	68.72478	73.80732
Y12	11.99642	12.07389	1135.428	441.54	1229.335	1124.737
X14	1.20396	1.04369	115.7529	35.144	68.92798	84.7852
Y14	12.8905	13.03401	1255.822	507.78	1341.514	1287.094
X20	0.09906	0.45466	10.3251	6.6762	33.18764	5.17804
Y20	14.8971	15.18717	1503.467	587.67	1470.538	1493.164
X21	2.11582	2.37592	128.1176	77.832	246.7077	225.6028
Y21	16.1544	15.84808	1579.369	619.59	1554.709	1582.725
Weight (N)	8236.50	8460.09	7025.48	5027.28	6871.32	4540.77

*Coordinate are meter

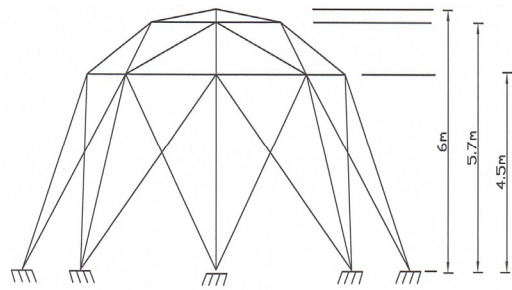


Fig. 13. Initial configuration of 52-bar truss (side view)

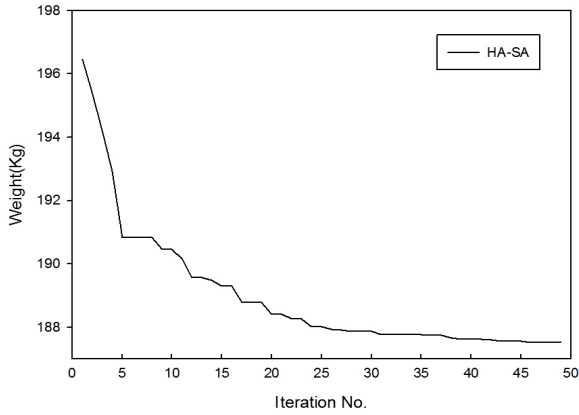


Fig. 14. Convergence behaviour of 52-bar truss

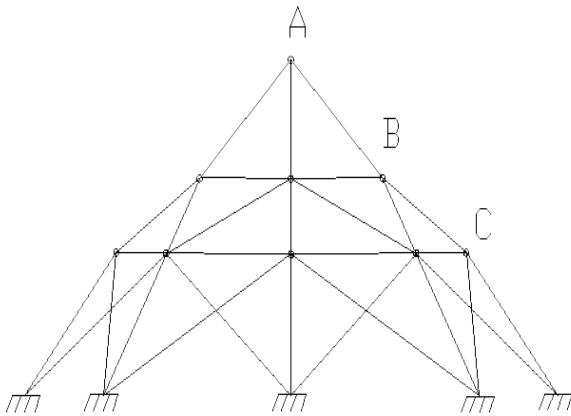


Fig. 15. Optimal configuration of 52-bar truss

Table 9. Optimal design of 52-bar truss

Variables	kaveh	Gomes	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
ZA (m)	5.331	5.5344	4.125	5.747	5.7472	3.768
XB (m)	2.134	2.0885	2.750	2.073	2.0526	2.933
ZB (m)	3.719	3.9283	3.703	3.735	3.7346	3.291
XC (m)	3.935	4.0255	4.234	3.984	3.9568	4.303
ZC (m)	2.500	2.4578	2.516	2.429	2.4290	2.299
A1(cm ²)	1.0000	0.3696	1.000	1.017	1.0169	1.000
A2(cm ²)	1.3056	4.1912	1.156	1.243	1.2428	1.533
A3(cm ²)	1.4230	1.5123	1.391	1.380	1.4381	1.266
A4(cm ²)	1.3851	1.5620	1332	1.538	1.5380	1.602
A5(cm ²)	1.4226	1.9154	1.078	1.500	1.5455	1.000
A6(cm ²)	1.0000	1.1315	1.000	1.013	1.0129	1.000
A7(cm ²)	1.5562	1.8233	1.234	1.610	1.6097	1.129
A8(cm ²)	1.4485	1.0904	1.801	1.218	1.2184	1.773
Weight (N)	1934.94	2239.64	1889.54	1909.45	1972.59	1839.23

Table 10. Natural frequency of 52-bar truss (Hz)

Frequency no.	kaveh	Gomes	This paper			
			GA	SA	HA	HA-SA
1	12.987	12.751	15.156	10.414	10.206	15.887
2	28.648	28.649	28.649	28.652	28.648	28.645
3	28.679	28.649	28.649	28.652	28.684	28.645
4	28.713	28.803	28.649	28.684	28.796	28.645
5	30.262	29.230	29.225	29.328	29.508	28.976

모든 부재에서 단면의 최소, 최대값을 1.0cm²에서 10.0cm²로 하였으며, 구속되지 않는 절점 모두에 50kg의 질량을 첨가 하였다. 동적제약조건인 고유진동수 $\omega_1 \leq 15.916\text{Hz}$, $\omega_3 \geq 28.648$ 이 적용되었다. Table 9는 HS-SA알고리즘에 의한 최적설계결과이며, Gomes의 결과 보다는 17.88% 개선된 결과를 얻었다. Table 10은 고유 진동수에 대한 설계결과이며, 동적제약 조건을 모두 만족하였다. Fig. 14는 해의 수렴상태이며, Fig. 15는 HS-SA알고리즘을 사용하여 최적화된 결과의 형상이다.

5. 결론

대형 구조물이나 플랜트와 같은 초대형 해양구조물에는 많은 부분에서 트러스형태의 구조물이 많이 사용되고 있다. 그리고 트러스 구조물은 설계 및 시공 측면에서 매우 유리한 점이 있으며, 대형구조물에서는 경제적인 면을 고려하여 비용을 줄일 수 있는 최적설계가 적용되어야 한다.

본 연구에서는 HA의 전 공간 탐색기능과 SA의 부분 공간 탐색기능들을 사용한 HA-SA방법을 사용하여 응력제약, 좌굴응력제약, 고유진동수제약조건등 여러 제약조건이 적용된 트러스 구조물의 단면 및 형상 최적설계에 대해 연구 하였다. 10-Bar 트러스의 경우 Table 1로부터 Sedaghati보다는 11.2% 개선된 설계 값을 얻었다. 그리고 Fig. 3으로부터 최적화 과정 중 1500 Iteration에 의한 GA에 대한 설계 값에 비하면 HA-SA방법은 50 Iteration으로 매우 개선된 값을 구할 수 있었다. 72-bar 트러스의 경우 Table 3에서 HS-SA 알고리즘에 의한 최적 설계결과가 Sedaghati보다는 1.12% 개선된 결과를 얻었다. 이 경우 Iteration수 40에서 최적 설계 값을 찾았으며, HA-SA방법이 GA, SA, HA에 의한 설계 보다 아주 적은 Iteration수로 최적설계를 찾는 능력이 있음을 보여준다. 18-bar 트러스의 경우 다른 연구자들의 연구

결과와 유사한 결과를 얻었다. 그러나 Hansen과 Salajegheh의 경우 일부 부재에서 좌굴응력제약조건을 만족하지 못하는 것을 확인하였다. 52-bar 트러스의 경우 Gomes의 결과보다는 17.88% 개선된 결과를 얻었다. 이 모두의 경우 고유진동수 제약조건을 모두 만족하였다. 47-bar 트러스의 경우 적은 Iteration수로 HA-SA에 의한 결과는 Salajegheh보다는 46.63%의 개선된 설계결과로 매우 만족할 만한 결과가 됨을 확인하였다.

지금까지의 예제를 통하여 트러스 구조물의 최적설계에 다양한 제약조건들을 사용한 최적화 통해서 여러 연구자들에 의한 결과와 비교하여 본 연구에서 제시된 HA-SA방법이 HA, SA, GA등과 같은 다른 최적화 방법보다 비교적 안정적이면서 전반적으로 30-50 Iteration의 적은 계산실행과정을 통해 최적설계를 찾을 수 있었다. 결론적으로 HA-SA 알고리즘은 확률론적인 최적화 방법인 HA와 SA의 장점들을 조합으로 구성된 최적화 기법이며, 함수의 연속성 및 미분 값을 요구하지 않으며, 설계변수의 수 및 여러 제약 조건 등에 많은 제약을 받지 않는 과정임을 고려하면 트러스 구조물의 설계 최적화문제에 매우 적합한 방법이라 하겠다. 본 연구에서 제시된 HA-SA 알고리즘은 비교적 최적해로 접근하는 안정성이 좋아 다른 여러 공학 분야에 적용성이 높다 하겠다.

참고문헌(References)

- [1] Hansen, S.R. and Vanderplaats, G.N. (1990) Approximation method for configuration optimization of trusses, *AIAA*, Vol.28, No.1, pp.161-168.
- [2] Salajegheh, E. and Vanderplaats, G.N. (1993) Optimum design of trusses with discrete sizing and shape variables, *Structural optimization*, Vol.6, pp.79-85.
- [3] Hansancebi, O. and Erabatur, F. (2002) On efficient use of simulated annealing in complex structural optimization problems, *Acta mechanica*, Vol.157, pp.27-50.
- [4] Ali, N., Behdiana, K., and Fawaz, Z. (2003) Applicability and variability of a GA based finite element analysis architecture for structural design optimization, *Computer & structures*, Vol.81, pp.2259-2271.
- [5] Ahrari, A., and Atai, A.A. (2013) Fully stressed design evolution strategy for shape and size optimization, *Computer & structures*, Vol.123, pp.58-67.
- [6] Lee, K.S., Geem, Z.W., and Bae, K.W. (2005) The harmony search heuristic algorithm for discrete structural optimization, *Engineering optimization*, Vol.37, No.7, pp.663-684.
- [7] 이승혜, 이재홍(2013) 역 최적화 방법을 이용한 트러스 구조물의 손상탐지, 한국강구조학회, 제25권, 제4호, pp.441-449.
Lee, S.H. and Lee, J.H. (2013) Damage Detection in Truss Structures using Anti-Optimization, *Journal of korean society of steel construction*, KSSC, Vol.25, No.4, pp.441-449 (in Korean).
- [8] 김형민, 이재홍(2012) 유전 알고리즘을 이용한 트러스 구조물 손상탐지, 한국강구조학회, 제24권, 제5호, pp.549-558.
Kim, H.M. and Lee, J.H. (2012) Damage Detection of Truss Structures Using Genetic Algorithm, *Journal of korean society of steel construction*, KSSC, Vol.24, No.5, pp.549-558 (in Korean).
- [9] 도기영, 윤성원(2014) 보도교의 구조시스템별 고유진동수 분석, 한국강구조학회, 제26권, 제5호, pp.375-383.
Do, K.Y. and Yun, S.W. (2014) Analysis of Natural Frequency According to Span of Foot-bridges, *Journal of korean society of steel construction*, KSSC, Vol.26, No.5, pp.375-383 (in Korean).
- [10] 김봉익, 권중현(2013) 하모니 서치 알고리즘과 고유진동수 제약조건에 의한 트러스의 단면과 형상 최적설계, 한국해양공학회지, 제27권, 제5호, pp.36-42.
Kim, B.I. and Kow, J.H. (2013) Optimum design of truss on sizing and shape with frequency constraints and harmony search algorithm, *Journal of ocean engineering and technology*, KSOE, Vol.27, No.5, pp.36-42 (in Korean).
- [11] Lingyun, W., Mei, Z., Guangming, W., and Guang, M. (2005) Truss optimization on shape and sizing with frequency constraints based on genetic algorithm, *Computer mechanics*, Vol.35, pp.361-368.
- [12] Sadek, E.A. (1996) Minimum weight design of structures under frequency and frequency response constraints, *Computer & structures*, Vol.60, No1, pp.73-77.
- [13] Sedaghati, R., Suleman, A., and Tabarrok, B. (2002) Structural optimization with frequency constraints using the finite element force method, *AIAA*, Vol.40, No.2, pp.382-388.
- [14] Tong, W.H. and Liu, G.R. (2001) An optimization procedure for truss structures with discrete design variables and dynamic constraints, *Computer & structures*, Vol.79, pp.155-162.
- [15] Pantelides, C.P. and Tzan, S.R. (1997) Optimal design of dynamically constraints structures, *Computer & structures*,

- Vol.62, No.1, pp.141-149.
- [16] Kaveh, A. and Zolghadr, A.S. (2012) Truss optimization with natural frequency constraints using a hybridized CSS-BBBC algorithm with trap recognition capability, *Computer & Structures*, Vol.102-103, pp.14-27.
- [17] Wang, D., Zha, W.H., and Jian, J.S. (2004) Truss optimization on shape and sizing frequency constraints, *AIAA*, Vol.42, pp.1452-1459.
- [18] Metropolis, N., Rosenbluth, A., Rosenbluth, M., Teller, A., and Teller, E. (1953) Equation of state calculations by fast computing machines, *Journal of Chem. Phys.* Vol.21, 1087.
- [19] Kickpatrick, C., Gelatt, C.D., and Vecchi, M.P. (1983) Optimization by simulated annealing, *Science*, Vol.220, No.4598, pp.671-680.
- [20] Goldberg, E. (1989) *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- [21] 김봉익(2012) 유전자 알고리즘을 사용한 강구조물의 최적 설계, 강구조학회논문집, 한국강구조학회, 제24권, 제6호, pp.701-710.
- Kim, B.I. (2012) Optimum design of steel structures using genetic algorithm, *Journal of Korean Society of Steel Construction*, KSSC, Vol.24, No.6, pp.701-710(in Korean).

요 약 : 트러스구조는 대형구조물의 설계 및 시공에 편리하며, 부재의 경량화에 따른 비용의 절감 효과를 얻을 수 있는 구조물로 최근 다양한 형태의 구조물건설에 많이 사용되고 있다. 본 연구에서는 응력, 좌굴 그리고 구조물의 고유진동수 제약조건을 고려한 트러스 구조물의 단면과 형상에 대해 최적설계를 하였다. 최적설계에서 최적화기법으로 HA-SA방법을 제시하였으며, HA-SA방법은 HA 초기메모리에서 최상의 설계를 SA의 초기 설계로 하여 최적화 하는 방법이다. 예제에 사용된 트러스 구조물은 고유진동수 제약조건으로 10-bar, 72-bar, 52-bar 트러스와 응력 및 좌굴응력 제약조건으로 18-bar, 47-bar 트러스를 사용하였다. 그리고 52-bar, 18-bar, 47-bar의 경우는 트러스의 형상을 최적설계 하였다. 예제로부터 다양한 설계 제약조건하에서 여러 연구결과와 HA, SA, GA, HA-SA방법에 의한 결과를 서로 비교하여 HA-SA방법의 적용성을 입증하였다.

핵심용어 : 하모니 서치, 시뮬레이티드 어닐링, 유전자 알고리즘, 트러스, 고유진동수, 좌굴
