

개수로에서 흐름방향 유속의 횡분포 이론식에 기반한 종분산계수 개발 : I. 흐름방향 유속의 횡분포

Development of Longitudinal Dispersion Coefficient Based on Theoretical Equation for Transverse Distribution of Stream-Wise Velocity in Open Channel : Part I. Theoretical Equation for Stream-Wise Velocity

백 경 오*

Baek, Kyong Oh

Abstract

The aim of this study is that a theoretical formula for estimating the one-dimensional longitudinal dispersion coefficient is derived based on a transverse distribution equation for the depth averaged stream-wise velocity in open channel. In "Part I. Theoretical equation for stream-wise velocity" which is the former volume of this article, the velocity distribution equation is derived analytically based on the Shiono-Knight Model (SKM). And then incorporating the velocity distribution equation into a triple integral formula which was proposed by Fischer (1968), the one-dimensional longitudinal dispersion coefficient can be derived theoretically in "Part II. Longitudinal dispersion coefficient" which is the latter volume of this article. SKM has presented an analytical solution to the Navier-Stokes equation to describe the transverse variations, and originally been applied to straight and nearly straight compound channel. In order to use SKM in modeling non-prismatic and meandering channels, the shape of cross-section is regarded as a triangle in this study. The analytical solution for the velocity distribution is verified using Manning's equation and applied to velocity data measured at natural streams. Although the velocity equation developed in this study do not agree well with measured data case by case, the equation has a merit that the velocity distribution can be calculated only using geometric data including Manning's roughness coefficient without any measured velocity data.

Keywords : transverse distribution of stream-wise velocity; longitudinal dispersion coefficient; shiono-knight model; analytical solution; manning's equation

요 지

본 연구의 목적은 하천에서 흐름방향 유속의 횡분포식에 기반하여 1차원 종분산계수를 이론적으로 유도하고 이들의 타당성을 검증하는 것이다. 이를 위해 본 논문의 전편 "I. 흐름방향 유속의 횡포식"에서는 Shiono-Knight Model (일명 SKM)을 도입하여 삼각형 단면수로에서 횡분포식을 해석적으로 유도하였다. 본 논문의 후편 "II. 종분산계수"에서는 전편에서 유도된 유속의 횡분포식을 Fischer (1968)의 삼중 적분식에 대입하여 1차원 종분산계수 이론식을 새롭게 개발하였다. 본래 SKM은 Navier-Stokes 방정식을 근간으로 개발되어 주로 직선수로이면서 사다리꼴 단면이나 복단면 수로에 적용되어 왔지만, 본 연구에서는 사행으로 인한 최심선의 변동을 고려할 수 있는 삼각형을 단면형상으로 가정하였다. 유도된 해석해를 검증하기 위해 자연하천에서 실측된 유속자료와 비교 분석하였다. 또한 유도된 횡분포식을 이용하여 단면평균유속을 산정하고, 이를 Manning의 유속식의 결과와 비교 검증하였다. 본 연구에서 개발한 이론식은 비록 유속의 횡분포를 경우에 따라서 섬세하게 재현하지는 못하더라도 조도계수를 포함한 몇 가지 기본적인 수리 및 지형자료만 측량한다면 유속의 관측없이 비교적 정확한 유속분포를 산출해 낼 수 있는 장점이 있었다.

핵심용어 : 흐름방향유속의 횡분포; 종분산계수; Shiono-Knight 모형; 해석해; Manning의 유속식

* 국립한경대학교 공과대학 토목안전환경공학과 부교수 (e-mail: pko@hknu.ac.kr, Tel: 82-31-670-5141)

Associate Prof., Dept. of Civil, Safety, and Environmental Engrg, Hankyong National Univ., Anseong 456-749, Korea

1. 서론

개수로 수리학 분야에서 유속구조를 파악하는 것은 가장 기본적인 작업 중에 하나라고 말할 수 있다. 일반적으로 정상 등류상태에서 주 흐름방향 유속의 연직분포는 Prandtl-von Karman에 의해 제안된 로그함수 분포가 널리 쓰이고 있다. 반면 유속의 횡분포는 하폭과 수심의 불규칙성, 사형 등을 고려해야 하는 어려움으로 인해 이론적인 접근이 많지 않은 실정이다. 임의의 단면에서 수심 평균된 주 흐름의 횡방향 유속분포를 수식으로 표현할 수 있다면, 정성적으로 유사나 오염물질의 이동 경로, 국부적인 세굴 및 퇴적 특성 등을 가늠할 수 있고, 정량적으로 유량 및 단면평균유속 등을 계산할 수 있는 장점이 있다. 특히 환경수리학 측면에서는 물리적 자정작용의 능력을 개량적으로 나타낼 수 있는 1차원 중분산계수를 유속 횡분포식으로 유도할 수 있다.

개수로 양안의 마찰을 고려하면 수심 평균된 흐름방향 유속의 횡분포는 Fig. 1과 같이 포물선과 유사한 형태를 보이므로 이에 착안해 유속분포를 경험식으로 제안하는 경우가 많았다. 우선 Seo and Bhowmik (1991)은 횡방향 좌표에 대한 2차식으로 표현하였고, Bogle (1997)은 4차 다항식에 기반한 경험식을 제안하기도 하였는데, 두 식 공히 좌우대칭의 곡선형태로 최대유속이 좌우로 편기되는 분포를 묘사하지 못하였다. 이에 Seo and Gadallab (1999)는 4차식에 지수항을 곱하여 왜곡되는 유속분포까지 표현할 수 있는 식을 제안하였다. Seo and Baek (2004)은 Seo and Gadallab (1999)이 제안한 식이 다양한 형태의 유속분포, 예를 들어 첨두가 매우 높은 모양, 반대로 편

평한 모양, 혹은 왜곡이 심한 모양 등을 제대로 재현해 내지 못함을 파악하고, 유연성을 잘 발휘할 수 있는 것으로 beta 확률밀도함수에 기초한 유속 분포식을 제안한 바 있다. 그들이 제안한 식은 어떠한 형태의 분포라도 잘 묘사하는 장점이 있는 반면에 이론적 배경에 기반하지 않는 경험식이라는 단점을 가지고 있다. 즉 회귀계수를 결정할 수 있는 실측 유속자료가 부재한 경우에는 오차가 상당히 발생할 여지가 많다. 이에 Deng et al. (2001)은 Manning의 유속식을 도입하여 이론적 근거를 마련하면서 반(半) 경험식을 제안하였다.

이론적 접근방법으로 entropy 증가법칙을 이용하여 단면 유속분포를 제시한 Chiu (1987, 1988, 1989, 1991)의 연구가 있지만, 물리적 운동 법칙에 기반하여 흐름방향 유속의 횡분포식을 해석적으로 제시한 연구는 Shiono and Knight Model (일명 SKM)이 유일하다고 말할 수 있다. Shiono and Knight (1988, 1991)는 연속방정식과 운동량방정식을 결합하여 Fig. 1과 같은 복단면 수로에서 수심평균 유속의 횡분포식을 해석적으로 산출해 낸 바 있다. 이후 Knight et al. (2007), Liao and Knight (2007), Tang and Knight (2008), Omran (2008) 등은 이차류의 영향까지 포함시켜서 유속과 유량의 해석해를 찾아내었으며, Sun and Shiono (2009)는 여기에 식생의 영향까지 고려하여 횡분포식을 제안하였다. 국내에서는 Seo and Baek (1999)이 SKM을 기반으로 불규칙한 자연하천 단면을 입력자료로 하여 유속 횡분포를 해석해 대신 수치해로 제시한 바 있다.

본 연구에서는 Shiono and Knight가 제안한 유속 분포식인 SKM을 이용하여 1차원 중분산계수를 이론적으로 유도하고 이들의 타당성을 검증한다. 이를 위해 본 논문

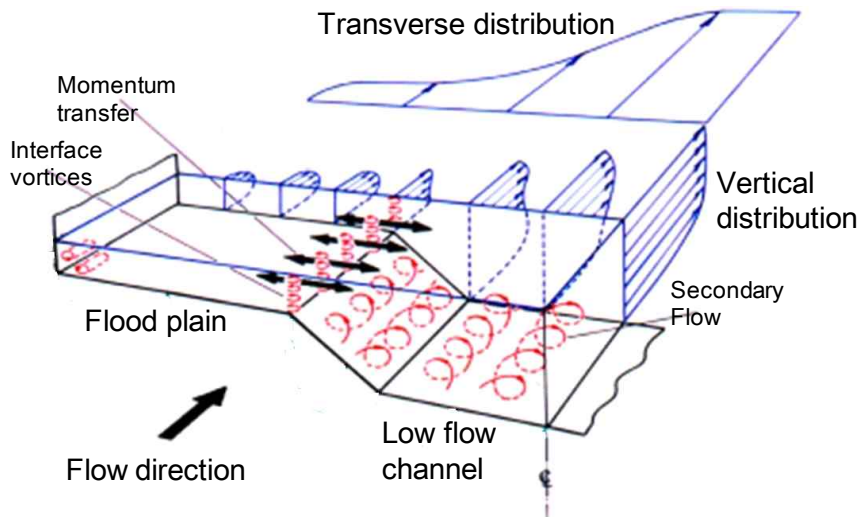


Fig. 1. Flow Mechanism in Compound Channel (After Shiono and Knight, 1991)

의 전편 “I. 흐름방향 유속의 횡포식”에서는 SKM을 기반으로 삼각형 단면 수로를 가정하여 흐름방향 유속의 횡분포식을 해석적으로 유도하였다. 유도된 해석해를 검증하기 위해 자연하천에서 실측된 유속자료와 비교 분석하였다. 또한 유도된 횡분포식을 이용하여 단면평균유속을 산정하고, 이를 Manning의 유속식의 결과와 비교 검증하였다. 본 논문의 후편 “II. 종분산계수”에서는 전편에서 유도된 유속의 횡분포식을 기반으로 1차원 종분산계수 이론식을 새롭게 개발하였다. 개발된 종분산계수 이론식을 검증하기 위해 전편과 동일한 하천에서 수행된 추적자 농도 실험 결과를 이용한 관측 종분산계수와 비교 분석하였다. 또한 개발된 종분산 계수식을 기존의 식들과 비교하여 본 연구에서 개발된 식의 차별점 및 우수성을 검토해 보았다.

2. 유속 이론식

2.1 수심 평균된 유속의 횡분포식

개수로에서 수심평균 유속의 횡분포식 중 SKM (Shiono and Knight Model)은 다음과 같이 주 흐름의 정상 등류 가정하에 연속방정식과 Navier-Stokes 방정식이 결합된 식에서 출발한다.

$$\rho \left[\frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw) \right] = \rho g S_0 + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (1)$$

여기서 x 는 주 흐름방향, y 는 횡방향, z 는 연직방향 좌표이고, u, v, w 는 각각 x, y, z 방향의 유속, ρ 는 물의 밀도, g 는 중력 가속도, S_0 는 하상경사, τ_{yx}, τ_{zx} 는 각각 y 와 z 축에 수직인 면에 작용하는 x 방향 전단응력이다. Shiono와 Knight (1988, 1991)는 Eq. (1)을 수심 적분하여 다음의 식을 얻었다.

$$\frac{\partial}{\partial y}[h(\rho uv)_d] = \rho gh S_0 + \frac{\partial h \tau_{yz}}{\partial y} - \tau_b \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} \quad (2)$$

여기서, h 는 수심, s 는 수로벽면의 경사(1:s=연직:수평), τ_b 는 바닥전단응력, 아래첨자 d 와 over-bar는 수심평균을 의미하여 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\tau_b = \left(\frac{f}{8}\right) \rho u_d^2 \quad (3a)$$

$$u_d = \frac{1}{h} \int_0^h u dz \quad (3b)$$

$$\overline{\tau_{yz}} = \overline{\rho \varepsilon_{yz}} \frac{\partial u_d}{\partial y} \quad (3c)$$

$$\overline{\varepsilon_{yz}} = \varepsilon h u_* \quad (3d)$$

여기서, u_* 는 전단유속으로 $\sqrt{\tau_b/\rho}$ 로 정의된다. Eq. (3)을 Eq. (2)에 대입하여 정리하면,

$$\rho gh S_0 - \rho \frac{f}{8} u_d^2 \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \varepsilon h^2 \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} u_d \frac{\partial u_d}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} [h(\rho uv)_d] \quad (4)$$

여기서, f 는 Darcy-Weisbach의 마찰계수, ε 는 무차원 와점성계수이다. Eq. (4)에서 우변은 이차류(secondary flow)를 나타내는 항으로 주 흐름분포에 미치는 영향이 미미하다(Shiono and Knight, 1991; Liao and Knight, 2007; Tang and Knight, 2008). 본 연구에서는 보다 간결한 횡분포식을 유도하기 위해 Shiono and Knight (1988)처럼 이차류 항을 제거하고 다음과 같이 정리하였다.

$$\rho gh S_0 - \rho \frac{f}{8} u_d^2 \left(1 + \frac{1}{s^2}\right)^{1/2} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho \varepsilon h^2}{2} \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2} \frac{\partial u_d^2}{\partial y} \right) = 0 \quad (5)$$

Eq. (5)는 u_d^2 에 대한 2차 상미분 방정식으로 단순한 형태의 수로단면을 가정한다면 해석해의 유도가 가능하다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 측벽 경사 s 를 갖는 삼각형 단면 수로로 가정하여 주흐름의 횡분포($u_d(y)$)를 구하였다. 본래 Shiono and Knight (1988, 1991)는 직선수로이면서 사다리꼴 단면이나 복단면 수로에 주로 모델을 적용하였다. 하지만 본 연구의 최종목표가 자연하천에서 분산계수를 유도하는 것인데, 자연하천에서 나타나는 불규칙한 단면형상을 제대로 구현하여 해석해를 유도하기란 불가능하기에, 차라리 사행으로 인한 최심선의 이동 정도는 표현 가능한 삼각형을 단면형상으로 가정하였다. 삼각형 단면에서 Eq. (5)의 해를 Shiono and Knight (1988, 1991), Liao and Knight (2007) 등의 절차를 참고하여 다음과 같이 유도하였다.

$$u_d = \sqrt{A_1 \xi^\alpha + A_2 \xi^{-\alpha-1} + \omega \xi} \quad (6)$$

여기서, A_1, A_2 는 적분상수이고, ξ, α, ω 는 각각 다음과 같다.

$$\xi = H - \frac{y}{s} \quad (7a)$$

$$\alpha = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{s(1+s^2)^{1/2}}{\varepsilon} (8f)^{1/2}} \quad (7b)$$

$$\omega = \frac{g S_0}{\frac{(1+s^2)^{1/2}}{s} \left(\frac{f}{8}\right) - \frac{\varepsilon}{s^2} \left(\frac{f}{8}\right)^{1/2}} \quad (7c)$$

여기서, H 는 최대수심이다. 양안에서 유속이 0이므로 다음의 식이 성립하고,

$$u_d|_{\xi=0} = \sqrt{\frac{1}{\xi^{\alpha+1}} \sqrt{A_1 \xi^{2\alpha+1} + A_2 + \omega \xi^{\alpha+2}}} \Big|_{\xi=0} = 0 \quad (8)$$

Eq. (8)을 통해 $A_2 = 0$ 이 되어 Eq. (6)은 다음과 같이 간략화 할 수 있다.

$$u_d = \sqrt{A \xi^\alpha + \omega \xi} \quad (9)$$

Fig. 2와 같은 삼각형 단면에서 Eq. (9)의 적분상수 A 는 다음의 경계조건에 의해 결정할 수 있다.

$$u_{d1}|_{y=0} = u_{d2}|_{y=0} \quad (10)$$

여기서, u_{d1} 과 u_{d2} 는 각각 Fig. 2의 (I), (II) 영역에서의 유속을 나타낸다. Eq. (10)을 통해 A 는 다음과 같이 표현된다.

$$A = \frac{(\omega_2 - \omega_1)H}{H^{\alpha_1} - H^{\alpha_2}} \quad (11)$$

여기서, 아래첨자는 1과 2는 각각 Fig. 2의 (I), (II) 영역에서의 물리량을 의미한다. 결국 삼각형 단면에서 수심 평균된 주 흐름 유속의 횡분포는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$u_d = \begin{cases} \sqrt{\frac{(\omega_2 - \omega_1)H}{H^{\alpha_1} - H^{\alpha_2}} \xi_1^{\alpha_2} + \omega_1 \xi_1}, & \xi_1 = H - y/s_1, y > 0 \\ \sqrt{\frac{(\omega_2 - \omega_1)H}{H^{\alpha_1} - H^{\alpha_2}} \xi_2^{\alpha_2} + \omega_2 \xi_2}, & \xi_2 = H + y/s_2, y < 0 \end{cases} \quad (12)$$

2.2 유량 및 단면평균 유속

앞서 유도된 수심 적분된 흐름방향 유속 횡분포식(Eq. (12))을 기반으로 단면평균유속과 유량을 이론적으로 유도할 수 있다. 우선 유량은 다음의 식으로 계산될 수 있다.

$$Q = \int_{A_a} u_d dA_a \quad (13)$$

여기서, Q 는 유량, A_a 는 단면적이다. 적분 계산의 편의를 위해 좌표변환이 필요하여 Fig. 2와 같은 형태의 유속과 수심분포를 Fig. 3과 같이 변형하였다. Eq. (13)을 따라 Fig. 3에서 (I) 영역의 유량을 계산하면 다음과 같다.

$$Q_{(1)} = \int u_d dA_{a1} = \int_0^{s_1 H} \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} z dy \quad (14) \\ = s_1 \int_0^H \sqrt{Az^{\alpha_1} + \omega_1 z} z dz$$

여기서, $z = y/s_1$ 이고, $t = \frac{z}{H} \leq 1$ 로 놓으면 Eq. (14)는 다

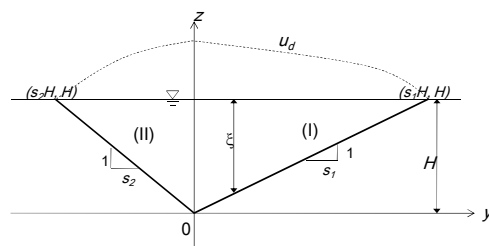


Fig. 2. Transverse Distribution of Stream-wise Velocity in Triangular Cross Section Channel

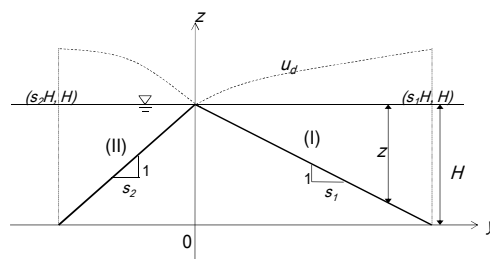


Fig. 3. Transformation of Coordinates for Transverse Profile of Stream-wise Velocity in Triangular Cross Section

음과 같이 변형된다.

$$Q_{(1)} = s_1 H^2 \int_0^1 \sqrt{AH^{\alpha_1} t^{\alpha_1} + \omega_1 H t} t dt \quad (15)$$

Eq. (15)에서 α_1 이 일반적으로 정수가 아니므로 해석적인 적분이 불가해 보인다. 하지만 Lao and Knight (2007)는 다음과 같이 Taylor 전개를 응용하여 Eq. (15)를 해석적으로 적분하였다. 먼저 Eq. (15)를 다음과 같이 변형한다.

$$Q_{(1)} = s_1 H^2 \int_0^1 \sqrt{\omega_1 H t \left(1 + \frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} t^{\alpha_1-1} \right)} t dt \quad (16) \\ = s_1 H^2 \sqrt{\omega_1 H} \int_0^1 t^{1.5} (1+x)^{0.5} dt$$

여기서, $x = \frac{AH^{\alpha_1-1} t^{\alpha_1-1}}{\omega_1}$ 로 놓으면, 항 $(1+x)^p$ 는 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$(1+x)^p = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} x^n \quad (17)$$

Eq. (17)을 Eq. (16)에 대입 후 적분을 수행하면 (I) 영역

$$\begin{aligned}
Q_{(1)} &= s_1 H^2 \sqrt{\omega_1 H} \int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n t^{(\alpha_1-1)n} t^{1.5} dt \\
&= s_1 H^2 \sqrt{\omega_1 H} \int_0^1 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{2}{2(\alpha_1-1)n+5} \left[t^{\frac{2(\alpha_1-1)n+5}{2}} \right]_0^1 dt \\
&= 2s_1 \sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} H^{2.5}
\end{aligned} \tag{18}$$

에서의 유량은 다음과 같다.

이상과 같은 방법으로 (II)영역의 유량 $Q_{(II)}$ 를 구할 수 있고, 총유량은 영역 (I)과 (II)에서의 유량 합으로 표현할 수 있다.

$$Q = Q_{(I)} + Q_{(II)} \tag{19}$$

이상과 같이 유도된 유량식을 기반으로 단면평균유속 또한 계산할 수 있다. 연속방정식에 의해 영역 (I)에서의 단면평균유속은 Eq. (20)과 같다.

$$U_{(I)} = \frac{Q_{(I)}}{A_{(I)}} \tag{20}$$

여기서, $U_{(I)}$ 은 영역 (I)에서의 단면평균유속, $A_{(I)}$ 는 영역 (I)의 단면적이다. Eq. (18)을 Eq. (20)에 대입 후 정리하면

$$\begin{aligned}
U_{(I)} &= 2s_1 \sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} H^{2.5} / \left(\frac{s_1 H^2}{2} \right) \\
&= 4 \sqrt{\omega_1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5} H^{0.5} = 4 \sqrt{\omega_1} C_f H^{0.5}
\end{aligned} \tag{21}$$

단면평균유속을 다음과 같이 얻을 수 있다.

여기서, $C_f = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{p(p-1)(p-2) \cdots (p-n+1)}{n!} \left(\frac{AH^{\alpha_1-1}}{\omega_1} \right)^n \frac{1}{2(\alpha_1-1)n+5}$ 이다. 또한 이론적으로 영역 (I)과 (II)에서의 단면평균유속이 동일하므로 결과적으로 다음의 식이 성립한다.

$$U = U_{(I)} = U_{(II)} \tag{22}$$

3. 횡분포식의 검증 및 분석

3.1 민감도 분석 및 검증

본 연구에서 개발된 횡분포식(Eq. (12))의 매개변수는 마찰계수(f)와 무차원 와점성계수(ϵ)이다. 개수로 수리학

에서는 마찰계수보다 Manning의 조도계수(n)가 빈번히 활용되므로, 정상등류 가정하에 다음의 식으로 마찰계수를 Manning의 조도계수로 치환하였다.

$$\sqrt{\frac{8}{f}} = \frac{R_h^{1/6}}{n \sqrt{g}} \tag{23}$$

여기서, R_h 는 동수반경이다. 매개변수 민감도 분석을 위해 Fig. 2와 같은 삼각형 단면 수로를 가정하고 최대수심(H) 0.2m, 하상경사(S_0) 0.001, 수로 횡경사 s_1, s_2 를 각각 20, 10으로 부여하였다. 먼저 조도계수에 따른 유속분포 민감도를 알아보기 위해 $\epsilon = 5.0$ 으로 고정한 후 $n = 0.15 \sim 0.25$ 로 변화시켜 보았다. 그 결과를 Fig. 4(a)에 도시하였는데, 이 그림에서 보듯이 유속의 크기는 조도에 민감하게 반응하였으며, 조도가 커질수록 유속은 작아졌다. 다음으로

$n = 0.025$ 로 고정하고 $\epsilon = 0.1 \sim 10$ 로 변화시킨 후 유속분포를 Fig. 4(b)에 도시하였다. 이 그림에서 보듯이 와점성계수가 유속의 전체적인 크기에는 민감하게 반응하지는 않았으나, 일정 수준을 넘어가면 유속의 침투치가 급격히 작아지는 경향을 보였다.

유도된 식의 검증을 위해 본 연구에서는 개발된 유속분포식을 기반으로 계산된 단면평균유속식(Eq. (21))과 Manning의 유속식을 삼각형 단면 수로(Fig. 2)에 적용해 보았다. Manning의 유속식은 다음과 같다.

$$U = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S_0^{1/2} \tag{24}$$

적용결과를 Table 1에 수록하였는데, 조도계수가 0.015,

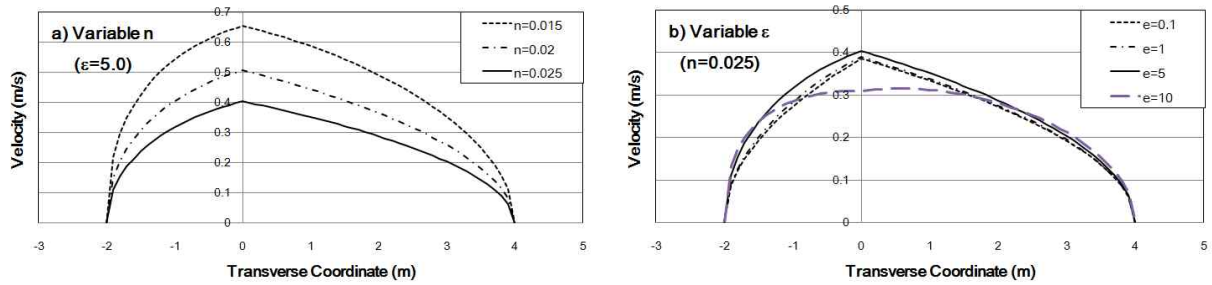


Fig. 4. Sensitivity Analysis of Parameters

Table 1. Validation of Proposed Equation by Manning's Equation

Channel properties						Manning's equation	This study	
n	S_0	H (m)	s_1	s_2	R_h (m)	U (m/s)	ϵ	
0.025	0.001	0.2	20	10	0.10	0.27	0.29	10.1
0.020	0.001	0.2	20	10	0.10	0.34	0.34	8.2
0.015	0.001	0.2	20	10	0.10	0.45	0.47	6.1

0.020, 0.025이라면 무차원 와점성계수는 각각 6.1, 8.2, 10.1일 때 단면평균유속이 서로 잘 일치하였다. 결과적으로 본 연구에서 유도된 유속의 횡분포식은 조도계수에 민감하게 반응하며, 조도계수가 기지의 값인 경우에는 와점성계수의 미세 조정을 통해 유속값의 정확도를 높일 수 있는 것으로 확인되었다.

3.2 실측 유속자료에 적용 및 분석

본 연구에서 개발된 횡분포식(Eq. (12))을 실제 자연하천에서 관측된 유속자료와 비교하여 그 적용성을 검토해 보았다. 하천에서 관측된 유속 자료는 수없이 많으나, 본 논문의 후반 “II. 분산계수”에서 개발된 1차원 중분산계수 이론식 또한 관측치와의 비교가 필요하므로 유속과 분산자료가 동시에 존재하는 연구결과를 이용해야 한다. 실제하천에서 1차원 추적자 실험이 수행되어 분산자료가 존재하고, 동시에 임의의 단면에서 횡분포가 도시될 만큼 촘촘히 유속을 관측한 사례는 많지 않다. 본 연구에서는 이러한 조건에 가장 적합한 연구 자료로 Godfrey and Frederick (1970)의 결과를 선택하였다. Godfrey and Frederick (1970)은 4곳의 자연하천과 2곳의 인공수로에서 11차례의 추적자 실험과 수리량을 관측한 바 있는데, 그 중 인공수로의 실험자료는 보고서에 수록되어 있지 않아 8차례의 조사결과만을 요약하였다. 그 결과표는 본 논문의 후반 “II. 중분산계수”에 수록한다.

본 연구에서는 새로 제안된 횡분포식(Eq. (12)) 뿐만 아

니라 앞서 서론에서 언급한 기존의 유속분포식도 함께 실측유속과 비교해 보았다. 대표적으로 Seo and Gadralab (1999)는 다음과 같이 4차식에 지수항을 곱하여 왜곡되는 유속분포까지 표현할 수 있는 식을 제안하였다.

$$\frac{u_d}{U} = a_1 \left(\left[\frac{2y}{W} \right]^4 - 1 \right) \exp \left(b_1 \frac{2y}{W} \right) \quad (25)$$

여기서, a_1 과 b_1 은 각각 회귀계수이다. Seo and Baek (2004)은 유속분포 재현에 유연성을 잘 발휘할 수 있는 것으로 다음과 같이 beta 확률밀도함수에 기초한 유속 분포식을 제시하였다.

$$\frac{u_d}{U} = \frac{\Gamma(a_2 + b_2)}{\Gamma(a_2)\Gamma(b_2)} \left(\frac{y}{W} \right)^{a_2 - 1} \left(1 - \frac{y}{W} \right)^{b_2 - 1} \quad (26)$$

여기서, $\Gamma(\cdot)$ 는 gamma함수, a_2 과 b_2 은 각각 회귀계수이다. Deng et al. (2001)은 Manning의 유속식을 도입하여 이론적 근거를 마련하면서 다음과 같은 반(半)경험식을 제안하였다.

$$\frac{u_d}{U} = a_3 \left(1 - [2y]^{\ln(W/H_a)} \right)^{2/3} \left(\frac{\ln(W/H_a) + 1}{\ln(W/H_a)} \right)^{2/3} \quad (27)$$

여기서, a_3 는 보정계수이다.

이상 4개의 유속식과 관측유속을 비교한 결과 중 대표적인 경우 두 가지를 Fig. 5에 도시하였다. 이 그림에서 보듯이 본 연구에서 제안된 횡분포식(Eq. (12))을 하천에 적

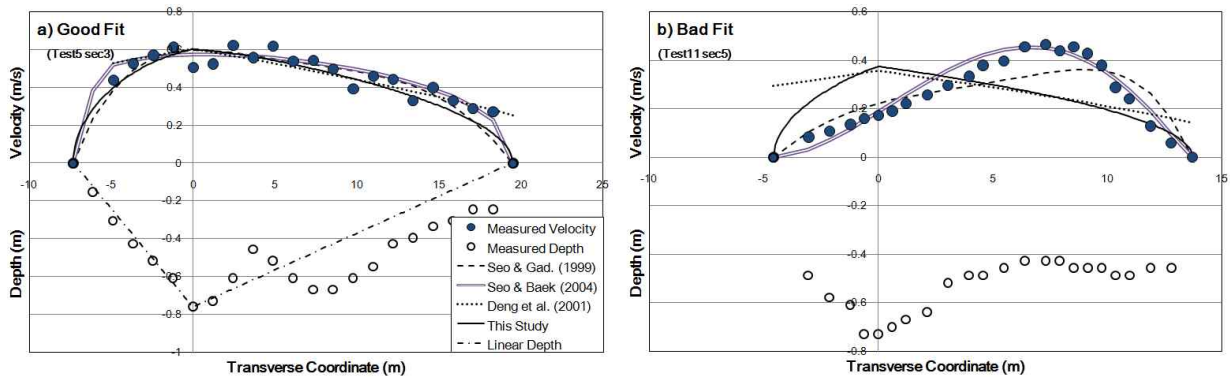


Fig. 5. Application of Velocity Equations to Measured Data

용시 삼각형 단면을 구현하기 위해 최심을 기준으로 양방향 선형 회귀하여 수심에 대한 입력자료로 사용하였다. 따라서 Fig. 5(a)를 보면 수심이 편기하는 방향과 유속이 편기하는 방향이 일치하여 본 연구에서 개발한 유속식이 분포를 잘 묘사하고 있다. 반면에 Fig. 5(b)처럼 수심과 유속이 편기하는 방향이 반대로 관측된 경우(자연하천의 경우 그 불규칙성으로 인해 이러한 경우를 많이 관찰할 수 있다.)에는 개발된 유속식이 이를 잘 재현하지 못한다. 수심이 입력자료이므로 계산 유속이 수심분포를 따라갈 수 밖에 없기 때문이다. 이러한 경향은 반경험식(semi-empirical equation)이라 할 수 있는 Deng et al. (2001)의 결과에서도 나타난다. 하지만 완전 경험식들인 Seo and Gadralab (1999)와 Seo and Baek (2004)의 결과는 실측유속을 따라 회귀계수가 결정되므로 수심분포와 무관하게 유속분포를 잘 묘사하고 있다. 특히 Seo and Baek (2004)의 결과는 유속의 편기방향과 침투치를 여타 식에 비해 월등히 잘 따라가고 있다. 그러나 중요한 것은 유속분포를 얼마나 정확히 재현해 내느냐 보다는 그 식이 가지고 있는 물리적 배경이라 할 수 있겠다. 경험식의 경우 실측 유속자료가 부재하다면 회귀계수를 결정할 수 있는 그 어떠한 물리적 단서가 없으므로 큰 오차를 발생시킬 수 있는 여지를 늘 가지고 있다. 이에 반해 본 연구에서 개발한 이론식은 비록 유속의 횡분포를 경우에 따라서 섬세하게 재현하지는 못하더라도 조도계수를 포함한 몇 가지 기본적인 수리 및 지형자료만 측량한다면 유속의 관측없이 비교적 정확한 유속분포를 산출해 낼 수 있는 장점이 있다.

4. 결 론

본 연구에서는 SKM을 기반으로 삼각형 단면 수로를 가정하여 흐름방향 유속의 횡분포식을 해석적으로 유도

하였다. 본래 SKM은 직선수로이면서 사다리꼴 단면이나 복단면 수로에 주로 적용되어 왔다. 하지만 본 연구의 최종목표가 자연하천에서 분산계수를 유도하는 것인데(II. 분산계수 편), 자연하천에서 나타나는 불규칙한 단면형상을 제대로 구현하여 해석해를 유도하기란 불가능하기에, 사행으로 인한 최심선의 이동 정도는 표현 가능한 삼각형을 단면형상으로 가정하였다. 유도된 해석해는 매개변수로 조도계수와 와점성계수를 가지고 있는데, 주로 조도계수에 민감하게 반응하며 와점성계수는 미세 조정용으로 사용될 수 있었다.

유도된 유속의 횡분포식을 검증하기 위해 자연하천에서 실측된 유속자료 및 기존의 유속 분포식들과 비교 분석하였다. 그 결과, 유속과 수심분포의 편기되는 방향이 일치하는 경우에는 본 연구에서 개발된 식이 유속분포를 잘 재현하였고, 일치하지 않는 경우에는 그렇지 못하였다. 이것은 수심이 입력자료로 기능하여 계산 유속이 수심분포를 따라갈 수 밖에 없는 구조이기 때문에 본 연구에서 개발된 식의 한계이도 하다. 반면 기존 경험식들의 경우 실측유속을 기반으로 회귀계수가 결정되므로 수심분포와 무관하게 유속분포를 잘 묘사하였다. 이러한 한계에도 불구하고 이론식이 가치를 갖는 이유는 실측 유속이 전무한 상황에서 예측력이 상대적으로 뛰어나다는 것이다. 경험식의 경우 실측 유속자료가 부재하다면 회귀계수를 결정할 수 있는 토대가 없으므로 계산유속에 오차를 많이 내포하게 된다. 이에 반해 이론식은 실측 유속자료가 부재하더라도 몇 가지 기본적인 수리지형자료를 토대로 비교적 정확한 유속분포를 산출해 낼 수 있는 장점이 있다.

본 연구에서 개발한 유속의 횡분포식은 단면평균유속 및 유량 산정에 근거가 되며, 이를 응용하여 수위-유량곡선의 개발, 유사량 공식에 적용, 그리고 본 논문의 후편에 기술될 종분산계수 산정 등 여러 분야에 응용될 수 있는

잠재력을 가지고 있다.

감사의 글

이 논문은 2014년도 정부의 재원으로 한국연구재단의 기초연구사업 지원을 받아 수행된 것임(과제번호:2011-0025566)

References

- Bogle, G.V. (1997). "Stream velocity profiles and longitudinal dispersion." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 123, No. 9, pp. 816-820.
- Chiu, C.L. (1987). "Entropy and probability concepts in hydraulics." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 113, No. 5, pp. 583-600.
- Chiu, C.L. (1988). "Entropy and 2D velocity distribution in open channels." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 114, No. 7, pp. 738-755.
- Chiu, C.L. (1989). "Velocity distribution in open channel flow." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 115, No. 5, pp. 576-594.
- Chiu, C.L. (1991). "Application of entropy concept in open channel flow study." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 117, No. 5, pp. 615-628.
- Deng, Z., Singh, V.P., and Bengtsson, L. (2001). "Longitudinal dispersion coefficient in straight rivers." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 127, No. 11, pp. 919-927.
- Godfrey, R.G., and Frederick, B.J. (1970). "Stream dispersion at selected sites." Professional Paper No. 433-K, US Geological Survey, Washington, D.C.
- Knight, D.W., Omran, M., and Tang, X. (2007). "Modeling depth-averaged velocity and boundary shear in trapezoidal channels with secondary flow." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 133, No. 1, pp. 39-47.
- Liao, H., and Knight, D.W. (2007). "Analytic stage-discharge formula for flow in straight trapezoidal open channels." *Advances in Water Resources*, Vol. 30, pp. 2283-2295.
- Omran, M. (2008). "New developments in predicting stage-discharge curves, velocity and boundary shear stress distributions in open channel flow." *Water and Environment Journal*, Vol. 22, pp. 131-136.
- Seo, I.W., and Baek, K.O. (1999). "Modelling transverse velocity profile in natural streams." *Journal of Korea Water Resources Association*, Vol. 32, No. 5, pp. 593-601.
- Seo, I.W., and Baek, K.O. (2004). "Estimation of the longitudinal dispersion coefficient using the velocity profile in natural streams." *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 130, No. 3, pp. 227-236.
- Seo, I.W., and Bhowmik, N.G. (1991). "Velocity distribution of the Illinois and Mississippi Rivers." Interim Report, Illinois States Water Survey.
- Seo, I.W., and Gadallab, M.S. (1999). "Estimation of dispersion coefficient using different forms of lateral velocity distribution." Proceedings WEESHE-99 Conference, pp. 217-226.
- Shiono, K., and Knight, D.W. (1988). "Two dimensional analysis solution for a compound channel." Proceedings 3th International Symposium on Refined Flow Modelling and Turbulence Measurements, pp. 28.1.1-28.1.6.
- Shiono, K., and Knight, D.W. (1991). "Turbulent open-channel flows with variable depth across the channel." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 222, pp. 617-646.
- Sun, X., and Shiono, K. (2009). "Flow resistance of on-line emergent vegetation along the floodplain edge of a compound open channel." *Advances in Water Resources*, Vol. 32, pp. 430-438.
- Tang, X., and Knight, D.W. (2008). "A general model of lateral depth-averaged velocity distributions for open channel flows." *Advances in Water Resources*, Vol. 31, pp. 846-857.

paper number : 14-122

Received : 5 December 2014

Revised : 4 February 2015 / 11 March 2015

Accepted : 11 March 2015