

Lagrange 보간 및 반복 처리를 이용한 고밀도 Salt & Pepper 잡음 제거

권세익 · 김남호*

High Density Salt & Pepper Noise Reduction using Lagrange Interpolation and Iteration Process

Se-Ik Kwon · Nam-Ho Kim*

Dept. of Control and Instrumentation Eng., Pukyong National University, Busan 608-737, Korea

요 약

현재 디지털 시대의 급속 발전과 함께 영상 매체는 인터넷, 컴퓨터, 디지털 카메라 등에 활용되고 있다. 그러나 디지털 영상을 획득, 처리, 전송, 기록하는 과정에서 여러 외부 원인에 의해 영상의 열화가 발생되며, 영상 열화의 주된 원인은 잡음에 의한 것으로 알려져 있다. 따라서 본 논문에서는 salt & pepper 잡음을 제거하기 위해 잡음 판단 후, 비잡음인 경우 원 화소로 대체하고, 잡음인 경우 Lagrange 보간법으로 처리하는 알고리즘을 제안하였다. 고밀도 잡음이 첨가되어 잡음제거가 불가능한 경우, 반복 처리하여 잡음 제거 특성을 향상시켰다. 그리고 객관적 판단을 위해 기존의 방법들과 비교하였으며, 판단의 기준으로 PSNR(peak signal to noise ratio)을 사용하였다.

ABSTRACT

Along with the rapid development in digital times, image media are being used in internet, computer and digital camera. But image deterioration occurs due to various exterior reasons in the procedures of acquisition, processing, transmission and recording of digital image and major reason is noise. Therefore in order to remove salt & pepper noise, this study suggested the algorithm which replaces the noise to original pixel in case of non-noise, and processes the noise with Lagrange interpolation method in case of noise. In case high density noise was added and the noise could not be removed, noise characteristics were improved by processing the noises repeatedly. And for objective judgment, this method was compared with existing methods and PSNR(peak signal to noise ratio) was used as judgment standard.

키워드 : 잡음제거 Lagrange 보간법, 메디안 필터, PSNR

Key word : Denoising, Lagrange Interpolation, Median Filter, PSNR

Received 31 December 2014, Revised 29 January 2015, Accepted 16 February 2015

* Corresponding Author Nam-Ho Kim(E-mail: nhk@pknu.ac.kr, Tel:+82-51-629-6328)

Dept. of Control and Instrumentation Engineering, Pukyong National University, Busan 608-737, Korea

Open Access <http://dx.doi.org/10.6109/jkiice.2015.19.4.965>

print ISSN: 2234-4772 online ISSN: 2288-4165

©This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License(<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.
Copyright © The Korea Institute of Information and Communication Engineering.

I. 서론

일반적으로 salt & pepper 잡음은 임펄스 잡음의 특별한 경우이며, 개별 화소의 일정 비율에 무작위로 두 개의 극단적인 강도로 디지털화되는 것이다. 이 강도는 최소치 및 최대치를 가지며, 디지털 영상의 획득 및 처리, 전송, 기록하는 과정에서 발생한다. 따라서 원 화상에 salt & pepper 잡음이 집중된 경우, 정보 또는 데이터가 손상될 수 있기 때문에 에지 검출이나 분할 등의 화상 처리 작업이 수행되기 전에 salt & pepper 잡음의 제거는 필수적이다[1,2].

이러한 salt & pepper 잡음을 제거하기 위하여 많은 기법들이 제안되었고 대표적인 공간영역 기법에는 SMF(standard median filter), CWMF(center weighted median filter), SWMF(standard switching median filter), AWMF(adaptive weighted median filter) 등이 있다. 그러나 이러한 필터들은 고밀도 잡음이 첨가된 경우 잡음 제거 특성이 저하된다[3-8].

따라서 본 논문에서는 영상에 첨가되는 salt & pepper 잡음의 영향을 완화하기 위하여, 잡음판단을 통해 비잡음인 경우 원 화소로 대체하고, 잡음인 경우 Lagrange 보간법을 이용하여 처리하는 알고리즘을 제안하였다. 또한 고밀도 잡음이 첨가되어 잡음제거가 불가능한 경우, 반복 처리하여 영상의 잡음 제거 특성을 향상시켰다. 그리고 제안된 알고리즘의 잡음제거 성능의 우수성을 입증하기 위해, PSNR(peak signal to noise ratio)을 이용하였으며, 기존의 방법들과 그 성능을 비교하였다[9,10].

II. 기존 방법

2.1. CWMF

CWMF는 가중치 필터의 한 형태로 중심 화소에 대해서만 $2K+1$ 의 가중치를 적용하고 기타 화소에 대해서는 가중치 1을 적용하며 식 (1)과 같다.

$$O_{i,j} = \text{median}\{x_{i+p,j+q} \mid 2K \text{ copies of } x_{i,j} \mid_{p,q} \in W\} \quad (1)$$

여기서, K 는 양의 정수이고, $K=0$ 일 경우 CWMF 필터는 메디안 필터가 되고, (p,q) 는 마스크의 내부 좌표를 나타낸다. 중심 화소의 가중치가 클 경우, 영상의 에지 성분에 대한 보존특성은 우수해지는 반면 잡음제거에 한계가 발생한다[3,4].

2.2. SWMF

SWMF는 중심화소 $x_{i,j}$ 와 영상 마스크 내의 화소값들을 정렬하여 얻어진 중간값과의 차이값에 threshold를 적용하여 잡음 여부를 판단한 후, 필터링 처리 여부를 결정하며 식 (2)와 같다[5,6].

$$O_{i,j} = \begin{cases} Med, & \text{if } |x_{i,j} - Med| > T_D \\ x_{i,j}, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

여기서, Med 는 메디안 값을 나타내며, T_D 는 threshold 값이다.

2.3. AWMF

AWMF는 마스크의 각 화소와 화소들의 메디안 값과의 차이에 따라 적응 가중치를 부여하며, 식 (3)과 같이 표현된다[7,8].

$$\begin{aligned} M &= \text{median}\{x_{i,j}\} \\ f &= \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N \frac{1}{1 + [x_{i+p,j+q} - M]^2} \\ w_{i+p,j+q} &= \frac{1}{f \times \{1 + [x_{i+p,j+q} - M]^2\}} \\ O_{i,j} &= \sum_{i=-N}^N \sum_{j=-N}^N x_{i+p,j+q} \times w_{i+p,j+q} \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 M 은 마스크의 메디안 값을 나타내고, w 는 가중치를 나타내며, 파라메타 f 는 각 화소와 메디안 값의 차에 의해 결정된다. AWMF는 저주파 영역에서는 우수한 잡음제거 특성을 나타내지만, 화소값이 급격히 변하는 고주파 영역에서는 잡음제거 특성이 다소 미흡하다.

III. 제안한 알고리즘

본 논문에서는 영상에 첨가되는 salt & pepper 잡음의 영향을 완화하기 위하여 잡음 판단을 거친 후, 저밀도 잡음인 경우, Lagrange 보간법과 메디안 값을 이용하여 처리하고, 고밀도 잡음이 첨가되어 잡음제거가 불가능한 경우, 반복 처리하는 알고리즘을 제안하였다.

3.1. Salt & pepper 잡음

Salt & pepper 잡음에 의하여 훼손된 영상에서 i, j 의 위치에 있는 화소 $x_{i,j}$ 는 식 (4)와 같다.

$$x_{i,j} = \begin{cases} S, & \text{with probability } P \\ I, & \text{with probability } 1 - P \end{cases} \quad (4)$$

여기서 P 는 잡음 밀도를 나타내며, S 은 salt & pepper 잡음에 훼손된 잡음 화소값을 나타내고, I 는 원 영상의 화소값을 나타낸다.

본 논문에서 salt & pepper 임펄스 잡음을 제거하는데 salt & pepper 잡음 신호의 화소값은 x_{\min} 과 x_{\max} 를 가진다.

3.2. Lagrange 보간법

Lagrange 보간법은 다항식 보간법(polynomial interpolation)의 한 방법으로, 그림 1과 같이, n 개의 데이터를 이용하여 유일한 $(n - 1)$ 차 다항식을 결정하는 방법이다. Lagrange 보간법의 일반적인 형태는 식 (5)와 같다.

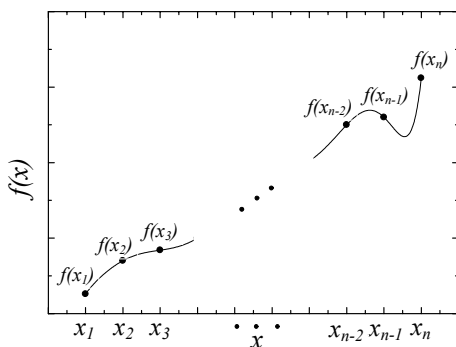


그림 1. Lagrange 보간법
Fig. 1 Lagrange Interpolation

$$f_{n-1}(x) = \sum_{i=1}^n L_i(x) f(x_i) \quad (5)$$

여기서, L_i 는 가중평균으로 식 (6)과 같이 정의된다.

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \quad (6)$$

따라서 식 (5), (6)으로부터 가중평균 $L_i(x)$ 는 식 (7)과 같은 조건을 만족한다.

$$L_i(x) = \begin{cases} 0, & \text{if } k \neq i \\ 1, & \text{if } k = i \end{cases} \Rightarrow f_{n-1}(x_k) = f(x_k) \quad (7)$$

결과적으로 식 (5)는 n 개의 데이터를 지나는 유일한 $(n - 1)$ 차 다항식이 된다.

3.3. 잡음제거

Step 1. 일반적으로 salt & pepper 잡음 신호의 화소값은 x_{\min} 과 x_{\max} 를 가지며 중심화소의 잡음 판단은 식 (8)과 같다[11].

$$\alpha_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{if } x_{i,j} \neq 0 \text{ and } 255 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (8)$$

식 (8)에서 1과 0은 각각 비잡음 신호와 잡음 신호를 나타낸다.

Step 2. 비잡음 신호로 판단된 경우, 식 (9)와 같이 원 화소로 대체한다.

$$O_{i,j} = I \quad (9)$$

Step 3. 잡음 신호로 판단된 경우, 그림 2와 같은 5×5 마스크를 사용하며 식(10)과 같이 표현된다.

$$M = \{x_{i+p, j+q}\}, \quad -2 \leq p \leq 2, -2 \leq q \leq 2 \quad (10)$$

그림 2에서 C 는 임펄스 잡음에 훼손된 중심화소이다.

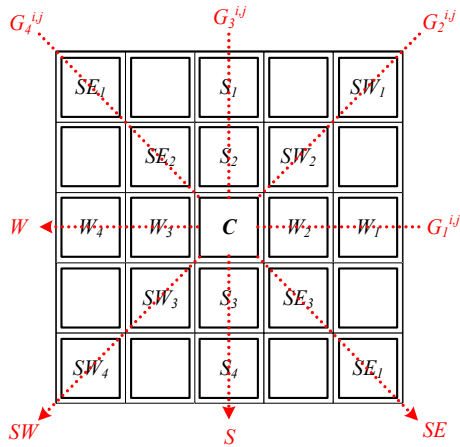


그림 2. 방향성 마스크
Fig. 2 Directional Mask

Step 5. 중심화소 $x_{i,j}$ 를 중심으로 그림 2과 같이 방향성을 고려하여, 네 개의 방향 집합으로 나누며, $G_m^{i,j}$ ($m = 1:4$)로 정의된다. 부분 집합 $G_m^{i,j}$ 는 식 (11)과 같다.

$$\begin{aligned} G_1^{i,j} &= \{W_1, W_2, C, W_3, W_4\} \\ G_2^{i,j} &= \{SW_1, SW_2, C, SW_3, SW_4\} \\ G_3^{i,j} &= \{S_1, S_2, C, S_3, S_4\} \\ G_4^{i,j} &= \{SE_1, SE_2, C, SE_3, SE_4\} \end{aligned} \quad (11)$$

Step 6. 잡음화소 검출에 의해 각 방향 벡터를 2진화 형태로 나타낼 경우, 식(12)와 같이 표현된다.

$$F_m^{i,j}(u_d) = \begin{cases} 1, & \text{if } G_m^{i,j}(u_d) \neq 0 \text{ and } 255 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

여기서 u_d 는 집합 $G_m^{i,j}$ 의 요소를 나타낸다.

Step 7. 그림 2에서와 같이 방향성 마스크에서 임펄스 잡음의 수가 적은 순서로 정렬하여 두 방향과(예: $G_1^{i,j}, G_3^{i,j}$) 잡음화소 검출 벡터(예: $F_1^{i,j}, F_3^{i,j}$)를 식 (13)과 같이 처리한다.

$$\begin{aligned} NG_1^{i,j} &= G_1^{i,j}, \quad NG_2^{i,j} = G_3^{i,j} \\ NF_1^{i,j} &= F_1^{i,j}, \quad NF_2^{i,j} = F_3^{i,j} \end{aligned} \quad (13)$$

Step 8. $NG_1^{i,j}, NG_2^{i,j}$ 의 비잡음 요소를 검출하며, 식 (14)와 같이 구한다. ($l = 1:2$)

$$A_l(k_d) = u_d, \quad B_l(k_d) = NG_l^{i,j}(u_d), \quad \text{if } NF_l^{i,j}(u_d) = 1 \quad (14)$$

여기서 k_d 는 A_l, B_l 의 요소를 나타낸다.

Step 9. $k_d \geq 3$ 일 경우, Lagrange 보간법을 적용하며 식 (15)와 같다.

$$\begin{aligned} L_i(r) &= \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{k_d} \frac{r - A_l(j)}{A_l(i) - A_l(j)} \\ f_l(r) &= \sum_{i=1}^{k_d} L_i(r) B_l(r_i) \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, L_i 는 가중평균을 나타내며, r 은 보간하고자 하는 독립변수로 3이다.

Step 10. Lagrange 보간법을 이용한 최종 출력은 식 (16)과 같다.

$$O_{i,j} = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^2 f_l(r) \quad (16)$$

Step 11. $k_d \geq 3$ 조건을 만족하지 못할 경우, 가중치 메디안으로 처리하며, 가중치 마스크는 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} M_3 &= \{(s,t) : -1 \leq s,t \leq 1\} \\ w_{p,q} &= \begin{cases} 2, & \text{if } (s,t) \in M_3 \\ 1, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

Step 12. M 마스크에 가중치를 적용한 비잡음 요소의 집합 ψ 는 식 (18)과 같이 나타낸다.

$$\psi(k) = w_{p,q} \text{ copies of } x_{i+p,j+q}, \quad \text{if } \alpha_{i+p,j+q} = 1 \quad (18)$$

여기서 k 는 가중치가 적용된 비잡음 요소수이다.

Step 13. 비잡음 요소수에 따른 가중치 메디안 필터의 최종 출력은 식 (19), (20), (21)과 같이 나타낸다.

k 가 홀수인 경우, 비잡음 신호들을 오름차순으로 정렬한 후 메디안 값을 구하며 식 (19)과 같다.

$$O_{i,j} = \text{median}\{\psi\} \quad (19)$$

k 가 짝수인 경우, 비잡음 신호들을 오름차순으로 정렬한 후 메디안을 구하기 위해 식 (20)과 같이 표현된다.

$$O_{i,j} = \frac{\psi(k/2) + \psi(k/2+1)}{2} \quad (20)$$

고밀도 잡음이 첨가된 영상의 경우, k 가 0이므로 미처리된 화소의 수 ϵ 이 증가하게 되며 그 경우에는 식 (21)과 같이 그대로 보존한 후 반복 처리한다.

$$O_{i,j} = x_{i,j} \quad (21)$$

Step 14. 반복 처리 과정에서 미처리 수 ϵ 가 0이면 종료하고, 전처리 ϵ_{r-1} 과 현재 ϵ_r 가 동일할 때, 최종적으로 7×7 마스크로 확장하여 메디안 필터로 처리한다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 512×512 크기의 8비트 그레이 영상인 Pepper, Goldhill에 대해 salt & pepper 잡음을 첨가하여 시뮬레이션하였으며, 또한 영상의 개선 정도를 평가하기 위하여 PSNR을 사용하여 기존의 CWMF, SWMF, AWMF로 성능을 비교하였다. PSNR은 식 (22), (23)과 같이 표현된다.

$$MSE = \frac{\sum_{i,j} [O_{i,j} - x_{i,j}]^2}{R \times C} \quad (22)$$

$$PSNR = 10 \log_{10} \left[\frac{255^2}{MSE} \right] \quad (23)$$

여기서 R, C는 이미지 가로, 세로크기를 나타낸다.

그림 3은 제안한 알고리즘의 우수한 잡음 제거 특성을 입증하기 위해, Pepper 영상에 고밀도의 임펄스 잡음 ($P=70\%$) 첨가하여, 기존의 방법들과 제안한 방법의 시뮬레이션하였다.

그림 3에서 (a)는 원 영상이고, (b)는 임펄스 잡음 ($P=70\%$)에 훼손된 영상이며, (c)는 CWMF(5×5),

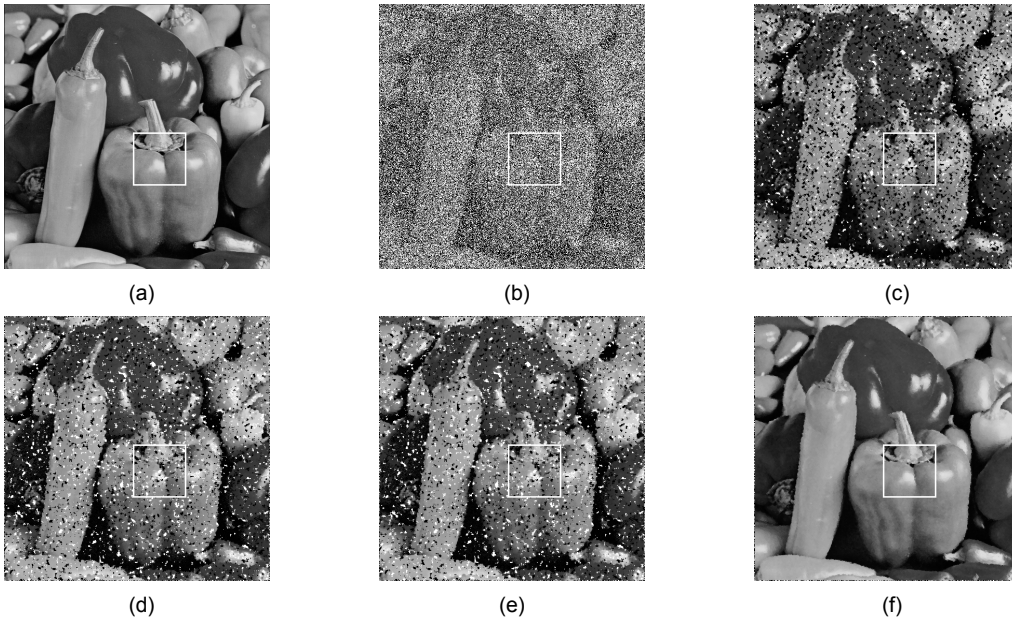


그림 3. Pepper 영상에 대한 시뮬레이션결과 (a) 원 영상 (b) 잡음 영상 (c) CWMF (d) SWMF (e) AWMF (f) PFA
Fig. 3 Simulation result of Pepper image (a) Original image (b) Noise image (c) CWMF (d) SWMF (e) AWMF (f) PFA

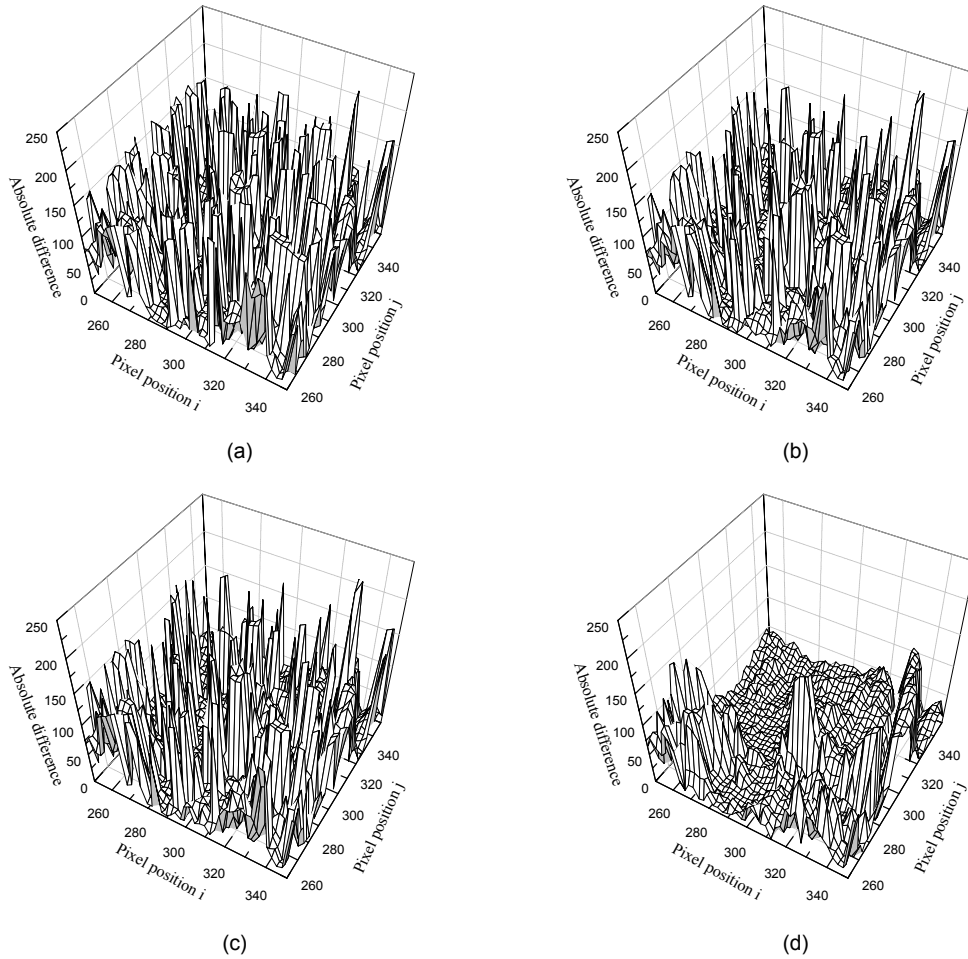


그림 4. Pepper 영상에 대한 3D 오차 profile (a) CWMF (b) SWMF (c) AWMF (d) PFA
 Fig. 4 3D error profile of Pepper image (a) CWMF (b) SWMF (c) AWMF (d) PFA

(d)는 SWMF(5×5), (e)는 AWMF(5×5), (f)는 제안한 필터 알고리즘(PFA: proposed filter algorithm)로 처리한 결과이다.

시뮬레이션 결과로부터, CWMF, SWMF 및 AWMF는 고밀도 잡음 환경에서 다소 미흡한 잡음제거 특성을 나타내고 있으며, 제안한 알고리즘은 고밀도 잡음 환경에서 우수한 잡음 제거 특성을 나타내고 있다.

제안한 알고리즘의 잡음제거 특성을 확인하기 위해, 그림 4에서 Pepper 영상에 (250, 150) 화소를 중심으로 상하좌우 각각 50화소 영역을 원 영상과 처리된 영상의 3D 오차 profile로 나타내었다.

3D 오차 profile로부터, CWMF, SWMF 및 AWMF는 고밀도 잡음 환경에서 높은 오차 수치를 나타내고 있으나 제안한 알고리즘으로 처리한 영상에서는 낮은 오차 수치를 나타내어 우수한 잡음제거 특성을 나타내었다. 그림 5, 6은 각각의 필터들에 의해 복원된 Pepper, Goldhill 영상에 대한 PSNR을 비교한 것이다.

여기서, 기존의 방법들은 잡음밀도가 적은 경우 잡음제거 특성이 우수하였으며 잡음 밀도가 40% 이상으로 높아짐에 따라 잡음제거 특성이 급격히 미흡해지는 특성을 나타내었다.

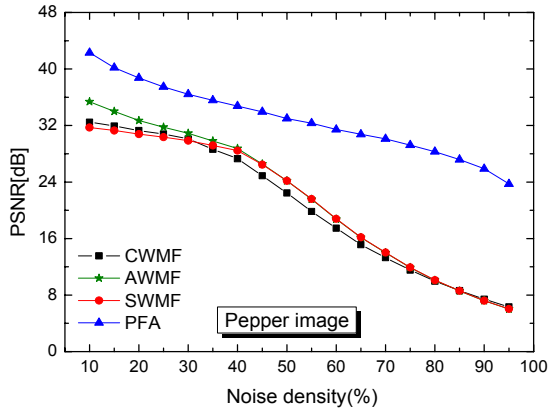


그림 5. Pepper 영상의 PSNR 그래프
Fig. 5 PSNR graph for Pepper image

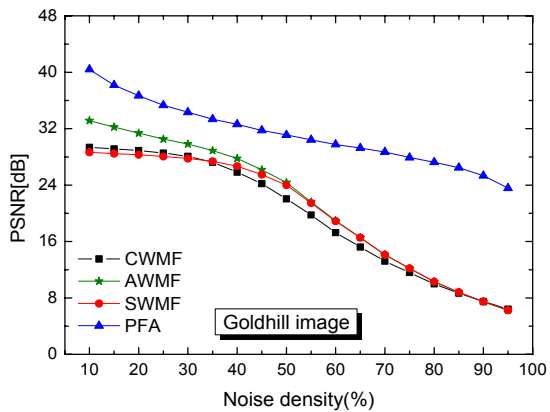


그림 6. Goldhill 영상의 PSNR 그래프
Fig. 6 PSNR graph for Goldhill image

그리고 제안한 알고리즘은 저밀도 잡음의 경우, Lagrange 보간법과 메디안 값을 이용하여 처리하고, 고밀도 잡음의 경우, 영상을 반복처리 하여 성능을 개선 하였으며, 그 결과 일반 필터의 감쇄 특성 유형과는 다소 다르게 나타났으며, 잡음 밀도 변화에 따른 PSNR 특성은 기존의 방법들에 비해 우수한 결과를 얻었다.

V. 결 론

본 논문은 salt & pepper 잡음 환경에서 훼손된 영상을 복원하기 위하여 잡음 판단을 거친 후, 비잡음인 경

우 원 화소로 대체하고, 잡음인 경우 Lagrange 보간법을 이용하여 처리하였다. 고밀도 잡음이 첨가되어 잡음 제거가 불가능한 경우, 반복 처리하는 알고리즘을 제안 하였다.

시뮬레이션 결과, 제안한 알고리즘은 salt & pepper 잡음 밀도 변화에 따른 잡음 제거 특성이 기존의 방법 들보다 우수한 PSNR 결과를 나타내었다. salt & pepper 잡음($P=95\%$)의 고밀도 잡음에 훼손된 Pepper 영상은 23.73[dB]의 높은 PSNR을 보이고 있고, 기존의 CWMF, SWMF, AWMF에 비해 각각 17.40[dB], 17.70[dB], 17.70[dB] 개선되었다.

따라서 제안한 알고리즘은 salt & pepper 잡음의 영향을 완화시켜 운용되고 있는 시스템에 유용하게 적용 될 것으로 사료된다.

REFERENCES

- [1] K. K. V. Toh, H. Ibrahim, and M. N. Mahyuddin, "Salt-and-pepper noise detection and reduction using fuzzy switching median filter," *IEEE trans. Consumer Electron.*, vol. 54, no. 4, pp. 1956-1961, Nov.2008.
- [2] R. C. Gonzalez and R.E. woods, Eds., *Digital Image Processing*, Prentice Hall, 2007.
- [3] S. J. Ko and Y. H. Lee, "Center weighted median filters and their applications to image enhancement," *IEEE Trans. Circuits Syst.* vol. 38, pp.984-993, Sept. 1991.
- [4] Xu Long and Nam-Ho Kim, "The Modified Median Filter using Standard Deviation in Impulse Noise Environment", *JKIICE*, vol. 17, no. 7, pp. 1725-1731, July 2013.
- [5] Z. Wang and D. Zhang, "Progressive switching median filter for the Removal of impulse noise form highly corrupted images", *IEEE Trans Circuits and systems-II: Analog and Digital signal Processing*, vol. 46, no. 1, Jan. 1999.
- [6] Se-Ik Kwon and Nam-Ho Kim, "A Study on Modified Spatial Weighted Filter in Mixed Noise Environments", *JKIICE*, vol. 19, no. 1, pp. 237-243, Jan 2015.
- [7] Jiahui Wang and Jingxing Hong, "a New Selt-Adaptive Weighted Filter for Removing Noise in Infrared images," *IEEE Information Engineering and Computer Science, ICIECS International Conference*, 2009.
- [8] Xu Long and Nam-Ho Kim, "An Improved Adaptive

- Median Filter for Impulse Noise Removal", *JKIICE*, vol. 17, no. 4, pp. 989-995, 2013.
- [9] Gao Yinyu and Nam-Ho Kim, "The Modified Filter to Remove Impulse Noise", *JKIICE*, vol. 15, no. 4, pp. 1177-1182, May 2011.
- [10] T. Quan-hua, Y. Jun, L. Jin-e, and Y. Zhou., "A New Image Denoising Method", *IEEE International Conference on Intelligent Computation Technology and Automation* Vol. 2, PP.78-82, Oct. 2008.
- [11] V. Gupta and M. Shandilya, "Image de-noising by dual threshold median filter for random valued impulse noise", *IEEE Engineering(NUICONE)*, pp.1-5, 2012.



권세익(Se-ik Kwon)

2014년 8월 부경대학교 졸업
2014년 9월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 석사과정
※관심분야 : 영상처리



김남호(Nam-Ho Kim)

제19권 제1호 참조
1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 교수
※관심분야 : 영상처리, 통신시스템, 적응필터와 웨이블릿을 이용한 잡음제거 및 신호복원