

## 등가강성요소 모델을 이용한 AFM 마이크로캔틸레버의 진동해석<sup>§</sup>

한동희\* · 김일광\* · 이수일\*<sup>†</sup>

\* 서울시립대학교 기계정보공학과

### Vibration Analysis of AFM Microcantilevers Using an Equivalent Stiffness Element Model

Dong Hee Han\*, Il Kwang Kim\* and Soo Il Lee\*<sup>†</sup>

\* Dept. of Mechanical Information Engineering, University of Seoul.

(Received February 24, 2014 ; Revised December 31, 2014 ; Accepted February 16, 2015)

**Key Words:** Atomic Force Microscope(원자현미경), Proper Orthogonal Decomposition(적합직교분해), Finite Element Method(유한요소법), Microcantilever(마이크로캔틸레버)

**초록:** 원자현미경(AFM)은 마이크로캔틸레버 끝단의 팁이 시료에 다가갈 때 발생하는 팁과 시료 표면 사이의 상호작용을 이용하여 시료의 다양한 특성들을 찾아내는 매우 유용한 도구이다. 본 논문에서는 이러한 AFM 마이크로캔틸레버의 팁과 시료 사이의 상호작용력을 비선형 스프링을 이용하여 동일한 강성을 갖는 요소로 모델링 하였고 유한요소법을 이용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 또한 시뮬레이션 결과를 적합직교분해법을 이용하여 분석함으로써 AFM 마이크로캔틸레버의 복잡한 동적 특성을 파악하였으며 이를 같은 방법으로 분석한 실험 결과와 비교하였다. 그 결과 팁과 시료 사이의 상호작용력을 효과적으로 모델링 할 수 있는 방법을 제시하였으며 이러한 상호작용력으로 인해 고차모드의 영향이 증가함을 확인하였다.

**Abstract:** Atomic force microscopy (AFM) is powerful tool for determining properties of samples based on interactions between the sample surface and an approaching probe tip. In this study, we modeled the interactions between the sample and the tip of the AFM microcantilever as a single nonlinear spring with an equivalent stiffness element and simulated the dynamic behaviors of the AFM microcantilevers using the finite element method (FEM) and ANSYS software. With the simulation results, we analyzed the complex dynamic responses of the AFM cantilever using proper orthogonal decomposition (POD). In addition, we compared the simulation and experimental results using the same method. Consequently, we suggest an effective method to express the interaction between the tip and sample, and we confirm that the influence of the higher order model due to the interaction between the tip and sample is increased.

- 기호설명 -

$A$  : Hamaker 상수  
 $R$  : 팁의 반경  
 $z$  : 팁과 시료 사이의 거리  
 $a_0$  : 분자간 거리  
 $v$  : 푸아송 비

### 1. 서론

원자현미경(AFM: Atomic Force Microscope)은 마이크로캔틸레버 끝에 달려있는 미세한 탐침을 시료 표면에 접근시킬 때 발생하는 탐침과 시료 사이의 상호작용력을 이용하여 시료의 다양한 특성들을 측정하는 장치이다.<sup>(1)</sup> AFM은 이론상 원자단위의 시료까지 측정할 수 있기 때문에 눈으로는 볼 수 없는 마이크로/나노 크기의 시료를 측정하는데 많이 사용된다.

본 연구에서는 AFM이 1차 공진 주파수를 이용한 탭핑 모드로 동작할 때 발생하는 마이크로

§ 이 논문은 대한기계학회 2013년도 학술대회(2013. 12. 18.-20., 강원랜드) 발표논문임

† Corresponding Author, leesooil@uos.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

캔틸레버 응답의 변화를 확인하기 위해 팁과 시료 사이의 상호작용을 비선형 스프링으로 모델링 하였다. 이를 바탕으로 유한요소해석(FEA : Finite Element Analysis)을 수행하여 AFM 마이크로캔틸레버의 동적 응답 특성을 파악하였다. 또한 진동 분야의 실험 해석 방법 중 하나인 적합직교분해법(POD: Proper Orthogonal Decomposition)<sup>(2,3)</sup>으로 시뮬레이션 데이터를 해석하고 이를 실험 결과와 비교하였다.

## 2. AFM 마이크로캔틸레버 모델링

### 2.1 등가강성요소 모델링

AFM 마이크로캔틸레버와 시료 사이의 상호작용력을 모델링하기 위해서 시료를 상대적으로 단단한 HOPG(Highly Oriented Pyrolytic Graphite)라고 가정하고 팁과 시료 사이의 상호작용을 반데르발스(van der Waals) 힘과 DMT(Derjaguin-Muller-Toporov) 접촉 모델을 이용하여 표현하였다.<sup>(4)</sup> 이를 식으로 나타내면 식 (1)과 (2)와 같이 표현할 수 있으며 팁과 시료간의 상호작용을 변위에 따른 힘의 곡선으로 간단히 표현할 수 있다. 여기서 반데르발스 힘은 팁과 시료 사이의 인력(attractive force)을 나타내고 DMT 접촉력은 척력(repulsive force)을 나타낸다. 이러한 모델을 바탕으로 다양한 조건의 AFM 마이크로캔틸레버에 대해 시뮬레이션을 수행할 수 있는 프로그램인 VEDA(Virtual Environment for Dynamic AFM)<sup>(5)</sup>를 이용하여 거리에 따른 상호작용력을 계산하였다. VEDA는 다양한 동작 모드와 조건 하에서 AFM 팁의 동작에 대한 시뮬레이션을 수행할 수 있는 적합한 도구로서 이를 이용하면 최적의 캔틸레버 선택, 캔틸레버의 안정성 및 팁-시료간의 상호작용력 등을 확인할 수 있다.

$$F_{vdW}(z) = -\frac{AR}{6z^2} \quad \text{for } z > a_0 \quad (1)$$

$$F_{DMT}(z) = -\frac{AR}{6z^2} + \frac{4}{3}E^*\sqrt{R}(a_0 - z)^{3/2} \quad \text{for } z \leq a_0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_{tip}^2}{E_{tip}} + \frac{1 - \nu_{sample}^2}{E_{sample}}$$

### 2.2 실험 구성 및 실험 방법

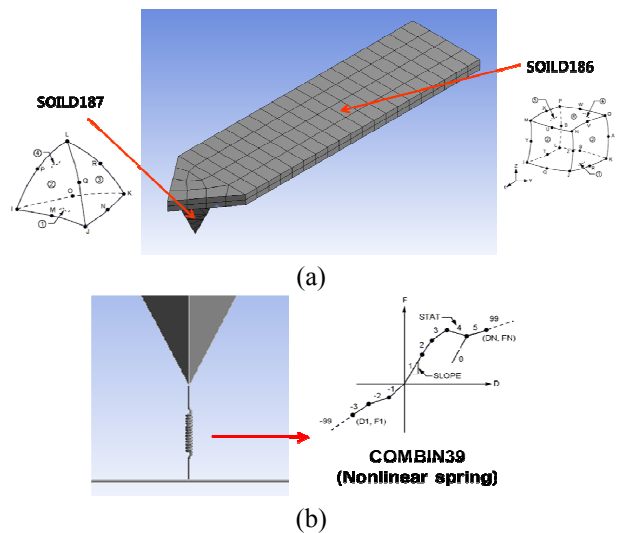
팁과 시료 사이의 상호작용력을 등가강성요소로 모델링 하여 해석한 결과와 비교하기 위해 실험을 수행하였다. 실험을 위해 Park Systems의 XE-100 AFM 시스템을 이용하였으며 National Instrument의 NI-5122를 이용하여 마이크로캔틸레버의 신호 데이터를 획득하였다. 또한 마이크로캔틸레버로는

**Table 1** Constants and properties of the microcantilever

Micro cantilever	Length (mm)	Width (mm)	Thickness (mm)	Resonance Freq.(kHz)
NCH	125	30	4	349
OMCL	450	50	2	70

**Table 2** Material properties of the microcantilever

Material property	Young's modulus (GPa)	Poisson's Ratio	Density (kg/m <sup>3</sup> )
Si	112.4	0.28	2330



**Fig. 1** Modeling of microcantilever and interaction (a) element of microcantilever, (b) element of time-sample interaction

Nanosensors사의 NCH<sup>(6)</sup>와 Olympus사의 OMCL<sup>(7)</sup>을 이용하였으며 마이크로캔틸레버의 특성은 Table 1과 Table 2와 같다. 이러한 시스템을 이용하면 마이크로캔틸레버의 한 점에 대한 변위만을 측정할 수 있기 때문에 전체의 운동을 파악하기는 어렵다. 따라서 마이크로캔틸레버 전체의 움직임을 파악하기 위해 마이크로캔틸레버 상에 등간격으로 5개의 측정점을 설정하여 마이크로캔틸레버가 1차 모드로 가진 될 때의 데이터를 획득하였다.<sup>(2)</sup>

### 2.3 유한요소해석

유한요소해석을 위해 실험에서와 마찬가지로

NCH와 OMCL을 모델링하였다. FEM 시뮬레이션은 상용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS Workbench를 이용하였다. Fig. 1과 같이 마이크로캔틸레버에는 ANSYS에서 제공하는 solid 요소 중 육면체 요소인 SOILD186과 사면체 요소인 SOLID187 요소를 이용하였으며 팁과 시료 사이의 상호작용력은 비선형 스프링 요소인 COMBIN39를 이용하여 표현하였다. COMBIN39 요소를 사용하기 위해서는 스프링에 대한 힘-거리 곡선을 구성해 주어야 하는데 이를 위해 Fig. 2와 같이 VEDA를 이용해 구한 데이터를 이용하여 힘-거리 곡선을 구성하고 해석한 뒤 그 결과를 확인하였다. 또한 마이크로캔틸레버의 한쪽 끝을 고정단(fixed

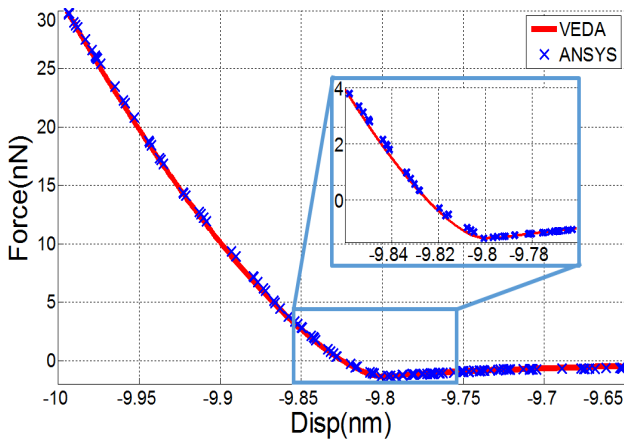


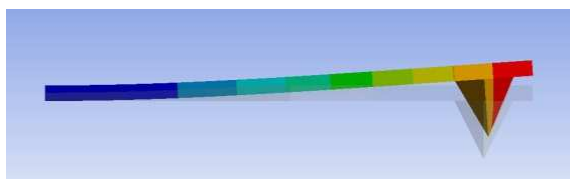
Fig. 2 Force-displacement curve between tip and sample using ANSYS Workbench and VEDA

support)으로 고정하고 모달 해석(modal analysis)을 수행하여 고유진동수를 찾았으며 과도 해석(transient analysis)을 통해 모달 해석으로 찾은 고유진동수로 가진하여 마이크로캔틸레버의 시간에 따른 움직임을 확인하였다. 이 때 마이크로캔틸레버의 모달 해석 결과는 Fig. 3과 Fig. 4와 같으며 과도해석에서는 NCH와 OMCL 모두 실험에서와 마찬가지로 1차 모드 고유진동수로 가진하였다. 또한 팁과 시료 사이의 상호작용에 대한 영향을 파악하기 위하여 시료가 있는 경우와 함께 시료가 없는 경우에 대해서도 해석을 진행하였다.

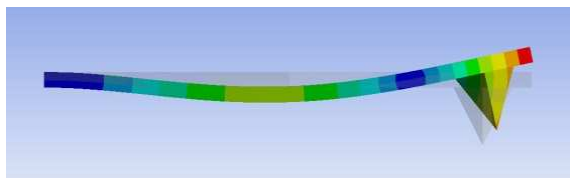
해석 결과 Fig. 2에서 볼 수 있듯이 반데르발스 힘과 DMT 접촉력으로 모델링한 팁과 시료 사이의 비선형 스프링으로 인해 팁의 변위에 따라 강성이 비선형적으로 변화하는 것을 확인할 수 있으며 VEDA로 계산한 결과와 상당히 비슷한 것을 확인할 수 있다.

2.4 적합직교분해법

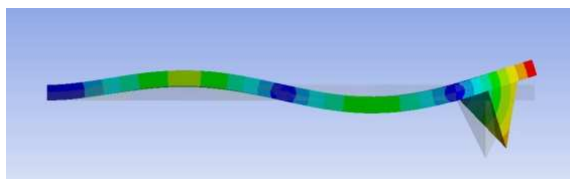
적합직교분해법(POD)은 다양한 모드를 갖는 복잡한 진동 현상에서 독립적인 주요 모드를 추출하는 방법이다. Fig. 5에서와 같이 주어진 영역 내의 시간에 대한 샘플링 신호를 일종의 snapshot이라고 하면 POD에서는 이 snapshot 내에서 원래 마이크로캔틸레버의 진동모드와 가까운 경험적 고유함수(empirical eigenfunction)  $\phi(x)$ 를 찾아낸다. 이는 결국  $\phi(x)$ 와 진동신호  $u_i(x)$  사이의 차이를



(a) 1<sup>st</sup> bending mode, 317.69 kHz

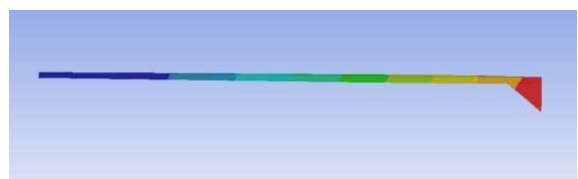


(b) 2<sup>nd</sup> bending mode, 1976.10 kHz

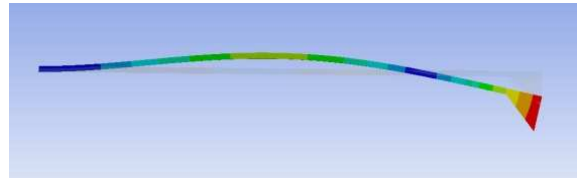


(c) 3<sup>rd</sup> bending mode, 2244.29 kHz

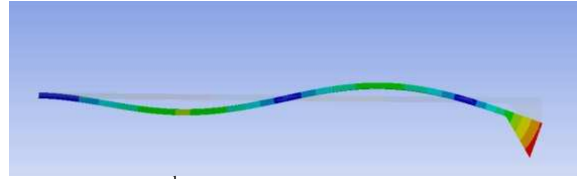
Fig. 3 Modal analysis results of NCH



(a) 1<sup>st</sup> bending mode, 59.16 kHz



(b) 2<sup>nd</sup> bending mode, 363.57 kHz

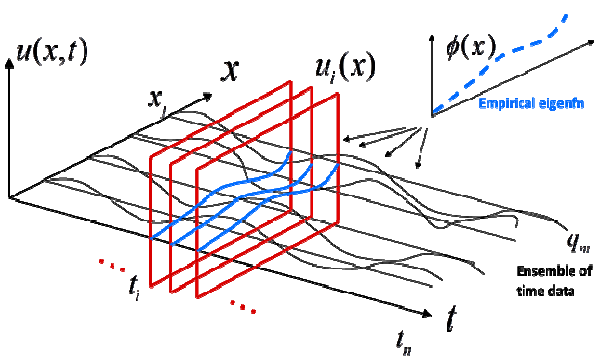


(c) 3<sup>rd</sup> bending mode, 621.87 kHz

Fig. 4 Modal analysis results of OMCL

**Table 3** Proper orthogonal values

Cantilever	Method	Interaction	POV(%)		
			1 <sup>st</sup>	2 <sup>nd</sup>	3 <sup>rd</sup>
NCH	Experiment	None	98.21	1.64	0.09
		Nonlinear interaction	97.47	2.39	0.08
	FEM	None	100.00	0.00	0.00
		Nonlinear interaction	99.00	1.00	0.00
OMCL	Experiment	None	98.76	1.19	0.03
		Nonlinear interaction	98.98	0.95	0.03
	FEM	None	100.00	0.00	0.00
		Nonlinear interaction	98.99	0.98	0.04



**Fig. 5** Schematic diagram of POD

최소화하는 문제로 나타낼 수 있으며 이를 이용하면 AFM 마이크로캔틸레버의 주요 모드를 쉽게 파악할 수 있다.<sup>(8)</sup>

POD 를 수행하기 위해서 먼저 마이크로캔틸레버 상에 등간격으로 나눈 5 개 점에 대해서 시간에 따른 응답을 추출했다. 이를 이용하여 적합직교값(POV: Proper Orthogonal Value)과 적합직교모드(POM: Proper Orthogonal Mode)를 추출하였으며 실험 데이터에 대한 POD 결과와 비교하였다. 여기

서 POV 는 각각의 모드에 대한 에너지의 분포도를 나타내며 POM 은 각각의 모드에 대한 모드형상을 개략적으로 보여준다. 또한 POD 와 같은 방법인 특이값 분해(SVD : Singular Value Decomposition)를 이용하면 POV 와 POM 외에 적합직교좌표(POC: Proper Orthogonal Coordinate)를 알 수 있는데 이는 각각의 모드에 해당하는 마이크로캔틸레버의 정규화된 시간 응답을 나타낸다.

유한요소해석 결과를 실험결과와 비교하여 Table 3, Fig. 6 과 Fig. 7 에 나타내었다. 그 결과 Table 3 과 같이 전체적으로 POV 의 변화는 크지 않으며 NCH 와 OMCL 모두 1 차모드 고유진동수로 가진했기 때문에 1 차 POM 에 에너지가 집중되어 있는 것을 확인할 수 있다. 1 차 모드 POV 값을 보면 팁과 시료 사이의 상호작용력의 유/무와 관계 없이 실험 결과보다 유한요소해석 결과가 더 큰 것을 확인할 수 있다. 이는 팁과 시료 사이의 마찰력이나 마이크로캔틸레버에 작용하는 모멘트 등 실험 시 발생하는 다양한 외란의 영향으로 생각할 수 있는데 유한요소해석에서는 이러한 외란의 영향을 제외하고 팁과 시료 사이의 상호작용만을 고려하였기 때문에 유한요소해석 결과의 POV 값이 실험 결과의 POV 값보다 더 크다고 할 수 있다.

시료의 유/무에 따라서는 대체로 팁과 시료 사이의 상호작용이 있는 경우가 그렇지 않은 경우보다 1 차모드 POV 값이 더 작은 것을 알 수 있다. 이는 곧 팁과 시료 사이의 상호작용력으로 인해 2 차 이상의 고차모드 POV 값이 증가하였다는 것을 나타낸다. 마이크로캔틸레버를 1 차 모드 고유진동수로 가진한 데이터에 대해 POD 를 수행하였기 때문에 이론적으로는 다른 모드의 영향이 포함되지 않아 1 차모드 POV 값이 100%가 되어야 한다. 그러나 팁과 시료 사이의 상호작용력이 있는 경우에는 상호작용이 없는 경우에 비해 맵핑과 상호작용의 영향으로 약 1% 정도의 고차모드 POV 값이 증가하였기 때문에 마이크로캔틸레버 응답의 비선형성이 커졌음을 알 수 있다. 이러한 결과는 마이크로캔틸레버의 시간에 따른 응답에서도 확인할 수 있다. Fig. 8 과 Fig. 9 에서 볼 수 있듯이 실험결과와 유한요소해석 결과 모두 팁과 시료간의 상호작용이 있는 경우, 상호작용이 없는 경우에 비해 진폭이 감소한 것을 확인할 수 있으며 FFT(Fast Fourier Transform) 결과와 같이 1 차모드 외에 고차모드와 고조파(higher harmonics)의 영향으로 1 차모드의 영향이 감소<sup>(9)</sup>한 것을 볼 수 있다.

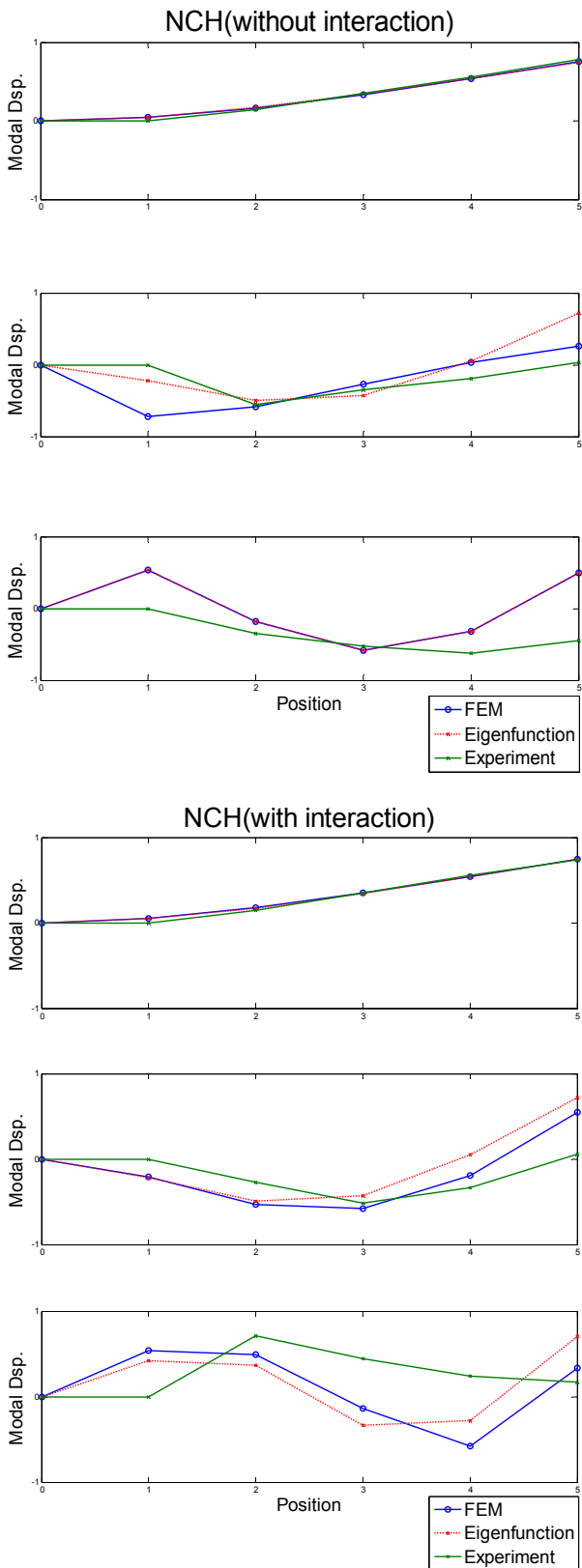


Fig. 6 The POMs of NCH excited 1<sup>st</sup> resonance frequency

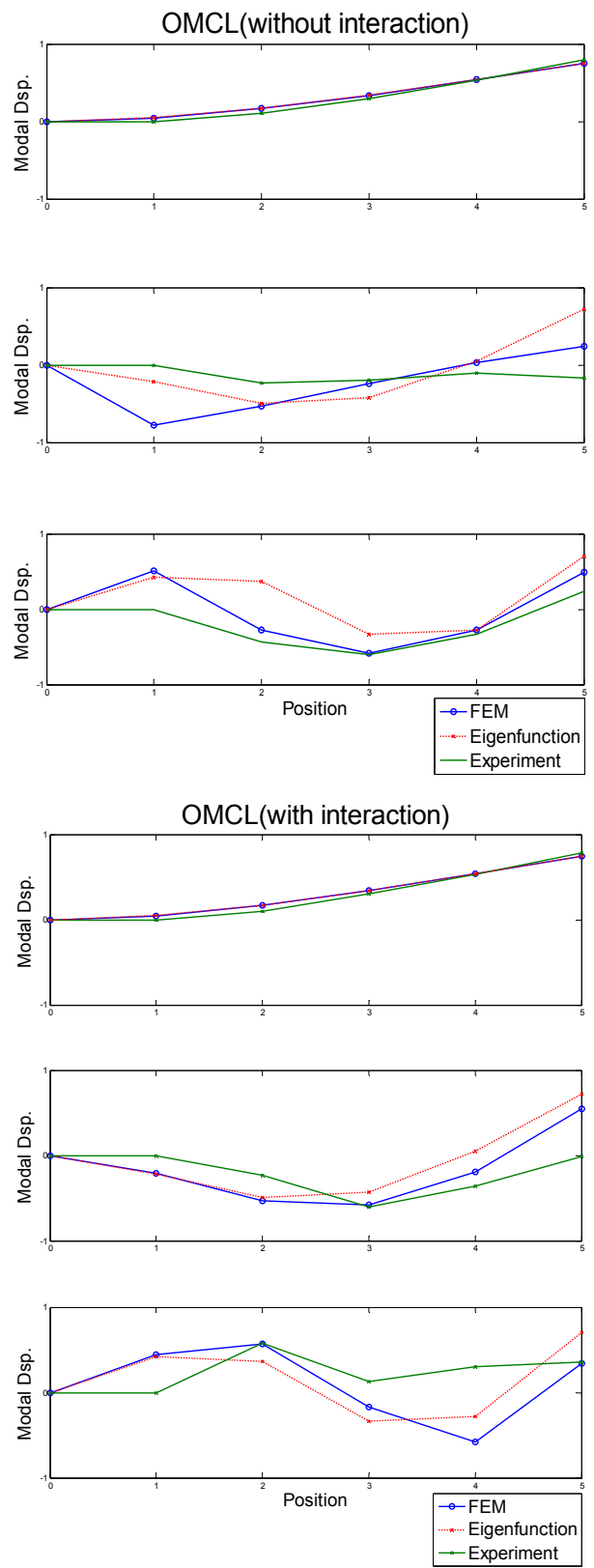


Fig. 7 The POMs of OMCL excited 1<sup>st</sup> resonance frequency

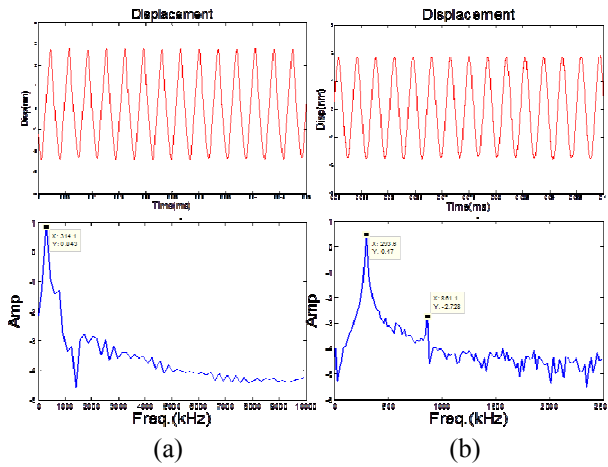


Fig. 8 Displacement of tip and FFT result using experiment data (a) without tip-sample interaction, (b) with tip-sample interaction

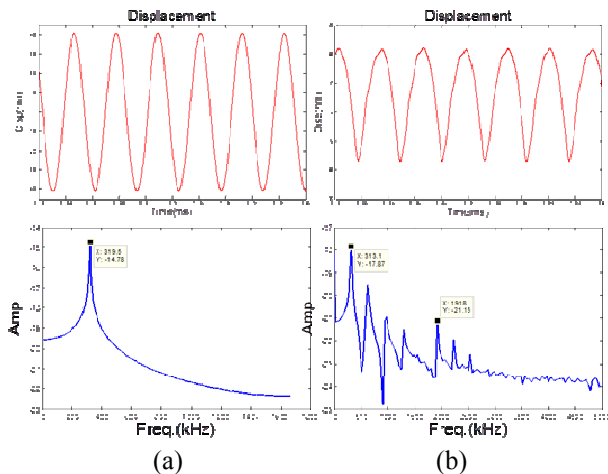


Fig. 9 Displacement of tip and FFT result using FEM analysis data (a) without tip-sample interaction, (b) with tip-sample interaction

### 3. 결론

본 연구에서는 등가강성요소 모델과 유한요소해석을 이용하여 AFM 마이크로캔틸레버의 복잡한 동적 응답을 분석하고 이를 실험 결과와 비교하였다. 그 결과 팁과 시료가 가까워 질 때 발생하는 상호작용으로 인해 마이크로캔틸레버에 가해진 충격 가진 (impact excitation)의 영향으로 고조파와 고차모드가 발생함을 확인하였으며 실험 및 유한요소해석 결과의 POV 값을 통해 1% 내외의 고차모드 효과가 증가하는 것을 확인하였다. 또한 등가강성요소를 이용한 모델링으로 팁과 시료간의 상호작용력을 비교적 간단하게 모델링 할 수 있는 방법을 제시하였으며 이를 이용하면 향후 다양한 시료에 대해 상호작용력

의 효과를 예측할 수 있을 것으로 예상된다.

### 후 기

본 연구는 2010 년도 연구재단 기본연구 지원사업 (NRF-2010-0011761)과 2012 년도 산업통상자원부의 재원으로 한국 에너지기술 평가원(KETEP)의 지원을 받아 수행한 연구 과제(No. 20124010203260)입니다.

### 참고문헌 (References)

- (1) Lee, S. I., Howell, S.W., Raman, A. and Reifenberger, R., 2002, "Nonlinear Dynamics of Microcantilever in Tapping Mode Atomic Force Microscopy: a Comparison Between Theory and Experiment," *Physical Review B*, Vol. 66, pp.115~409.
- (2) Hong, S. H. and Lee, S. I., 2010, "Vibration Analysis of the Tapping AFM Microcantilevers Using Proper Orthogonal Decomposition," *Tran. of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol.20, No. 4, pp. 414~421.
- (3) Kim, I. K., Han, D. H., Lee, J. W. and Lee, S. I., 2012, "Classification of Empirical Orthogonal Mode in Multi-Modal AFM Microcantilevers," *Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Annual Spring Conference*, pp.167~168.
- (4) Hong, S. H., Lee, S. I. and Lee, J. M., 2004, "Nonlinear Dynamics of AFM Tip with Different Contact Models," *Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Annual Spring Conference*, pp.73~76.
- (5) Melcher, J., Kiracofe, D., Hu, S., Johnson, S. and Raman, A., 2012, *Virtual Environment for Dynamic AFM First Time User's Manual*, Purdue University.
- (6) <http://www.nanosensors.com/PointProbe-Plus-Non-Contact-Tapping-Mode-High-Resonance-Frequency-afm-tip-PPP-NCH>
- (7) [http://probe.olympus-global.com/en/product/omcl\\_ac240ts\\_w2/index.cfm](http://probe.olympus-global.com/en/product/omcl_ac240ts_w2/index.cfm)
- (8) Kerschen, G., Golinval, J. C., Vakakis, A. F. and Bergman, L. A., 2005, "The Method of Proper Orthogonal Decomposition for Dynamical Characterization and Order Reduction of Mechanical Systems: an Overview," *Nonlinear Dynamics*, Vol.41, No. 1-3, pp.147~169.
- (9) Kim, I. K. and Lee, S. I., 2012, "Multi-Modal Dynamic Analysis of AFM Microcantilevers," *Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Annual Autumn Conference*, pp. 296~297.