

원주방향 표면 결함이 존재하는 배관에 가해지는 비틀림을 포함한 복합하중에 대한 한계하중식 제시[§]

류호완* · 한재준* · 김윤재*[†]

* 고려대학교 기계공학부

Evaluation of Limit Loads for Circumferentially Cracked Pipes Under Combined Loadings

Ho-Wan Ryu^{*}, Jae-Jun Han^{*} and Yun-Jae Kim^{*†}

^{*} Dept. of Mechanical Engineering, Korea Univ.

(Received February 20, 2014 ; Revised February 16, 2015 ; Accepted March 15, 2015)

Key Words: Limit Loads(한계하중), Circumferentially Crack(원주방향 균열), Combined Loadings(복합하중), Torsion(비틀림), Finite Element Analysis(유한요소해석)

초록: 후쿠시마 원전 사고 이후로 원자력 발전 플랜트의 배관 시스템에 가해지는 비틀림 하중의 영향에 대한 연구가 여러 연구자들에 의해서 수행되었다. 발전 플랜트의 원주방향 균열을 포함한 배관은 정상 운전 조건이나 갑자기 발생한 사고에 의해서 굽힘과 비틀림과 같은 하중을 받을 수 있다. ASME 코드에서는 균열 배관의 구조건전성 확보를 위해서 한계하중 기법을 사용해서 완전소성 파단에 대한 결함 평가를 제공한다. 최근 개정된 코드에 따르면, 복합하중은 막응력과 굽힘 응력만을 포함하고 있다. 실제로 운전 환경에서 비틀림 하중이 가해질 수 있음에도 불구하고, 비틀림 하중을 평가하는 방법론에 대해서는 언급하지 않았다. 본 논문에서는 한계하중 분석을 기반으로 원주방향 균열 존재하는 배관에 단순 굽힘과 단순 비틀림, 인장을 포함한 굽힘 비틀림 복합하중이 가해질 경우에 대한 유한요소해석 결과를 포함하고 있다. 전단면 완전항복 기준을 만족하는 한계하중 이론해를 제안하고 유한요소해석을 통해서 이를 검증하였다.

Abstract: Since the Fukushima nuclear accident, several researchers are extensively studying the effect of torsion on the piping systems in nuclear power plants. Piping installations in power plants with a circumferential crack can be operated under combined loading conditions such as bending and torsion. ASME Code provides flaw evaluations for fully plastic fractures using limit load criteria for the structural integrity of the cracked pipes. According to the recent version of Code, combined loadings are provided only for the membrane and bending. Even though actual operating conditions have torsion loading, the methodology for evaluating torsion load is not established. This paper provides the results of limit load analyses by using finite element models for circumferentially cracked pipes under pure bending, pure torsion, and combined bending and torsion with tension. Theoretical limit load solutions based on net-section fully plastic criteria are suggested and verified with the results of finite element analyses.

- 기호설명 -

a : 균열 깊이

t : 배관 두께

r : 평균 반경

D_o : 배관 직경

L : 배관 길이

θ : 균열 각도의 절반

β : 중립축 각도의 절반

σ_z : 축방향 응력

[§] 이 논문은 대한기계학회 2013년도 학술대회(2013. 12. 18.-20., 강원랜드) 발표논문임

[†] Corresponding Author, kimy0308@korea.ac.kr

© 2015 The Korean Society of Mechanical Engineers

σ_o	: 항복 응력
τ	: 전단 응력
τ_o	: 항복 전단 응력
N	: 가해진 인장 하중
N_o	: 균열 없는 배관의 항복 인장 하중
N_L	: 균열 있는 배관의 항복 인장 하중
M	: 가해진 굽힘 모멘트
M_o	: 균열 없는 배관의 항복 굽힘 모멘트
M_L	: 균열 있는 배관의 항복 굽힘 모멘트
T	: 가해진 비틀림 모멘트
T_o	: 균열 없는 배관의 항복 비틀림 모멘트
T_L	: 균열 있는 배관의 항복 비틀림 모멘트
\hat{n}	: 정규화된 인장 하중
\hat{m}	: 정규화된 굽힘 모멘트
\hat{t}	: 정규화된 비틀림 모멘트

1. 서 론

스테인리스 스틸은 원자력 발전소의 배관 시스템에 주로 사용되는 재료이다. 높은 강성과 연성을 가지기 때문에, 배관에 상당히 큰 결함이 존재한다 하더라도 남아있는 단면에 대해서는 완전소성(fully-plastic)에 의한 파손 모드를 예측할 수 있다. ASME Code Section XI non-mandatory Appendix C⁽¹⁾에서는 완전소성 파괴 기준에 의한 평가법을 제시하고 있다. 균열이 있는 구조물의 전단면(net-section) 응력장(stress field)이 완전소성 상태에 있을 경우, 배관에 가해질 수 있는 최대 하중은 한계하중(limit loads) 방법을 이용해서 예측할 수 있다.

이전까지 발전소에 사용되는 배관을 한계하중 방법을 이용해서 평가할 때, 인장과 굽힘과 내압을 중요한 기계적 하중으로 고려하였다. 따라서 결함을 포함한 배관이 인장, 내압 및 굽힘 복합하중을 받는 경우에 대한 파손 평가법은 널리 알려져 있다. 그러나 2011년 일본 후쿠시마 원전 사고 이후, 지진에 의해서 비틀림 하중이 배관 시스템의 파손에 영향을 미칠 수 있다는 가능성이 제기되었다. 실제 Fig. 1과 같이 지진에 의한 상하 움직임이 발생할 경우, 면외(out-of-plane) 굽힘에 의해서 균열 면에 비틀림 하중이 가해질 수 있다. 또한 현재까지 비틀림을 포함한 복합 하중에 대한 평가법은 아직 정립되지 않았다.

ASME Code Appendix C-5000에는 구조물이 완전소성 조건일 때 내압과 굽힘 복합하중 하에서 결함을 평가하는 절차와 해가 제시되어 있다. 코드에서 설명하는 결함 평가법은 내압과 굽힘에 대한

하중에 한정되어 있다. 따라서 ASME Boiler and Pressure Vessel Code의 배관 결함 평가와 관련된 연구 그룹(working group)에서는 현재 Appendix C에 제시되어 있는 해에 비틀림 하중의 영향을 포함하기 위한 연구를 수행 중에 있다.

복합하중 조건에서 균열이 없는 직관에 대한 한계하중은 몇몇 저자들에 의해서 연구되었다. Hill과 Siebel⁽²⁾는 얇은 튜브에 굽힘과 비틀림 복합하중에 대해서 연구하였고, Hodge와 Panarelli⁽³⁾는 원통형 셸(shell)에 작용하는 내압과 인장과 비틀림 복합하중에 대해서 연구하였다. Hoang 등⁽⁴⁾과 Li 등⁽⁵⁾은 상대적으로 적은 크기의 비틀림 모멘트가 작용할 때 배관의 완전소성 파괴를 예측하기 위해서 등가 굽힘 모멘트(equivalent bending moment) 식을 제시하고 유한요소 해석으로 제시한 식의 검증을 수행하였다.

인장과 굽힘 복합하중 조건에 대한 원주방향 표면 균열(surface crack) 배관의 한계하중 식은 Zahoor 등⁽⁶⁾과 Rahman⁽⁷⁾에 의해서 발표되었으며, 현재까지 많은 연구에 인용되었다. 균열이 존재하는 배관의 내압 및 굽힘 복합하중 하에서 한계하중은 오창균 등⁽⁸⁾에 의해서 연구되었으며 내압에 의한 원주방향 후프(hoop) 응력을 보정하여 새로운 수식을 제시하였다.

본 논문에서는 전단면 응력장의 평형(equilibrium)과 하한계(lower bound) 한계하중을 기반으로 한계해석을 수행하였다. 하중은 비틀림을 포함한 복합하중을 가정하고 형상은 내부 표면 균열이 존재하는 직관에 한정하였다. 본 연구에서는 원주방향 결함을 포함한 직관에 대한 한계하중 이론해를 제시하고, 새로운 유한 요소해석 모델을 이용해서 제시된 이론해를 검증하였다.

2. 형상 및 유한요소해석

2.1 형상 조건

복합하중에 대한 비틀림 하중의 영향을 분석하

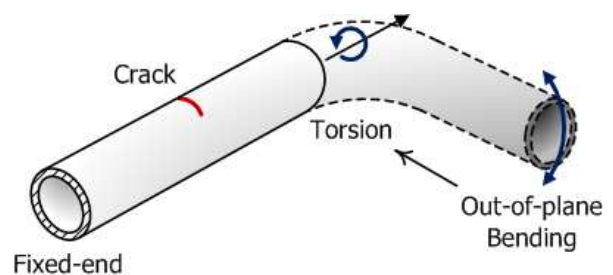


Fig. 1 Pipe under torsion loading

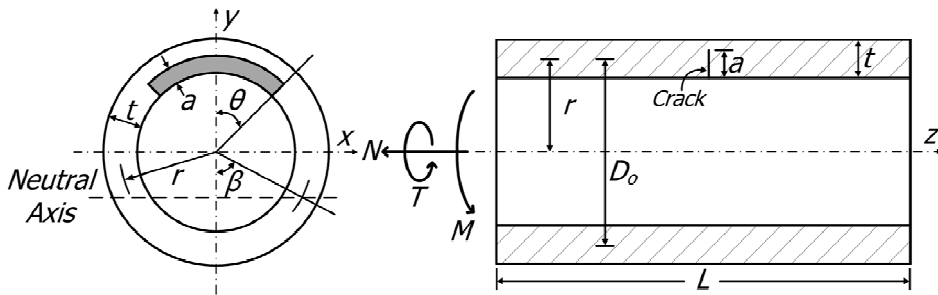


Fig. 2 Schematic diagram of a circumferential part-through surface cracked pipe

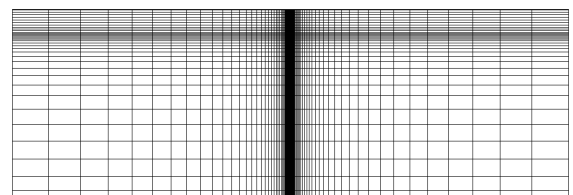
기 위해서 원주방향 표면 균열을 포함한 24 인치 직경의 Schedule 80 배관에 대한 유한요소해석을 수행하였다. 균열이 존재하는 직관의 자세한 형상과 배관에 가해지는 하중의 방향을 Fig. 2에 나타내었다. ANSI Schedule 80 금속 배관의 치수에 따라, 배관의 직경 D_o 는 609.6 mm, 벽의 두께 t 는 30.9 mm로 결정하였다. 완전소성에 의한 한계하중 거동을 확인하기 위해서 균열 깊이 a 와 두께 t 의 비는 $a/t=0.75$, 균열 각도 $2\theta=90^\circ$ 의 치수를 가지는 비교적 큰 균열을 가정하였다.

2.2 유한요소 한계해석

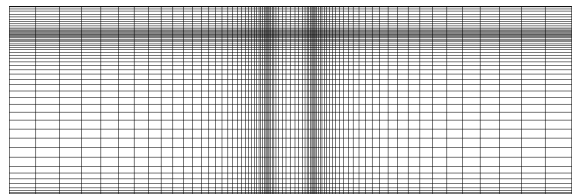
본 논문에서 논의하고 있는 인장, 비틀림, 굽힘의 3 가지 하중을 균열을 포함한 실제 배관에 가하는 것은 실험적으로 수행하기 까다롭다. 따라서 하한계 이론해를 모사할 수 있는 유한요소해석을 통해서 제시된 복합하중 수식을 검증하였다.

상용 유한요소해석 소프트웨어인 ABAQUS v6.11-1을 이용하여 해석을 수행하였다. 높은 연성을 가지는 스테인리스 스틸이 배관의 재료로 사용되었으며, 영 계수 $E=199.95$ GPa, 푸아송 비 $\nu=0.3$ 를 해석에 입력하였다. 배관의 한계하중 거동을 모사하기 위해서 재료는 탄성-완전소성 (elastic-perfectly plastic) 물성을 사용하였다. 경계조건은 한쪽 끝단을 완전히 고정시키고, 나머지 한쪽 끝단에 비틀림이나 굽힘, 인장 하중을 가하였다. 비틀림 하중의 경우 접촉이 발생하기 때문에 해석의 안정성을 위해서 1 차원 요소인 8 절점 선형 사각요소(C3D8)를 사용하였다. 균열 선단 부분 요소 크기나 두께방향 요소 등 자세한 요소망은 Fig. 3에서 확인할 수 있다. 또한 해석에는 소변형 옵션이 적용되었다. 이는 하한계 이론해와 유한요소해석 결과를 비교하기 위함인데, 하한계 이론해의 경우 기하학적 비선형을 고려하지 않고 전단면 소성에 의해서 유도되었기 때문이다.

본 연구에서 수행된 균열이 존재하는 배관에는



(a) Surface cracked model



(b) Wall-thinning model



(c) Sectional view of Surface cracked model



(d) Sectional view of Wall-thinning model

Fig. 3 Finite Element analysis models of the pipe with circumferential surface crack and wall-thinning

인장과 굽힘과 비틀림의 복합하중이 적용되었다. 한쪽 끝단에 외력을 가한 순서를 보면, 동시에 인장 하중과 비틀림 모멘트를 가한 후 굽힘 모멘트를 가하였다. 인장 하중이나 비틀림 모멘트가 굽힘 모멘트에 미치는 영향을 확인하기 위해서, 끝단에 일정하게 비율을 증가시키면서 하중을 가하였다. 결과적으로 일정 부분의 인장 하중과 비틀림 모멘트가 가해진 상태에서 굽힘 모멘트를 가해서 한계하중을 찾는다.

실제 해석에서는 두 가지 유한요소해석 모델, 원주 방향 결함 형상과 이상화(idealization)된 사각 감육 형상이 사용 되었다. 두 형상을 모델링 하여 굽힘과 비틀림 각각의 단일 하중에 대한 해석을

수행하였으며, 한계하중 이론해와 유한요소해석 결과를 Fig. 4 에 비교하였다. 굽힘의 경우 이론해보다 12% 정도 높은 값을 보이고 비틀림의 경우 배관의 길이(L)가 짧아질수록 해석이 불안정함을 확인하였다. 이와 같이 결함 모델의 경우 이론적인 한계하중 해와 비교하는데 어려움이 따르기 때문에 Fig. 3(b), (d)의 형상을 가지는 감속 모델을 고안하였다. 굽힘, 비틀림 복합하중에 대한 하한계 이론해를 검증하기 위한 적합한 모델을 찾기 위해서 두 가지 3D₀ 와 8D₀ 길이의 배관에 감속 길이 L_{WT} 를 다르게 하면서 해석을 수행하였다. 굽힘과 비틀림 각각의 단일 하중에서 해석 값과 이론해를 비교하여 Fig. 6 에 표시하였다.

3. 유한요소해석 결과

3.1 원주방향 균열 모델

하한계 한계하중 해를 검증하기 위해서, 원주방향 표면 균열이 존재하는 직관 형상을 모델링하여 유한요소해석을 수행하였다. 단일 굽힘 모멘트와 단일 비틀림 모멘트 각각에 대해서 한계해석을 수행하였으며, 그 결과를 Fig. 4 에 나타내었다. 그래프에서 횡축은 배관 외경으로 나누어진 배관 길이를 나타내고, 종축에 해당하는 각각의 정규화된 모멘트(normalized moment)는 한계해석 결과를 균열이 있는 직관에 대한 한계하중 이론값인 식 (1) 과 (3)로 나눈 값을 나타낸다. 그래프의 실선인 정규화된 모멘트 1.0 의 값은 이론해를 나타낸다. 얻어진 결과를 바탕으로 결함 모델이 이론해의 검증에 타당한지 확인하였다.

3.1.1 단일 굽힘 모멘트

ASME Code Section XI 의 ‘Evaluation of Flaws in Piping’에 의하면 연성 재료는 한계하중을 통해서 평가할 수 있다. ASME Code 의 C-5000 에는 각 가동 환경(service level)에서 주어진 결함 길이에 따른 허용 균열 깊이가 표로 제시되어 있다. 또한, 복합하중과 균일한 막응력 각각에 대한 허용 응력을 수식으로 제시하고 있다. 굽힘 모멘트 하에서 원주방향 균열이 배관 단면의 압축에 해당하는 부분을 침범하지 않는 형상 $(\theta+\beta)\leq\pi$ 에 대해서 아래와 같은 한계하중 해가 제시되었다.⁽¹⁾

$$M_L = 2r^2t\sigma_f \left[2\sin\beta - \frac{a}{t}\sin\theta \right] \quad (1)$$

Where

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\pi - \frac{a}{t}\theta - \frac{N_L}{2\pi r t \sigma_f} \right) \quad (2)$$

균열이 있는 배관의 완전소성 파괴에 해당하는 굽힘 모멘트 M_L 은 중립축의 절반에 해당하는 각도 β 로부터 얻을 수 있다. 위 식 (1)과 (2)는 각각 모멘트 평형과 힘 평형으로부터 얻을 수 있다. 유동응력(flow stress) σ_f 은 탄성-완전소성을 가정하여 적용재료의 항복응력(yield stress) σ_0 값을 적용하였다.

다양한 배관 길이에 따른 유한요소해석 결과를 Fig. 4 에 나타내었다. 길이가 길어짐에 따라서 굽힘 모멘트가 일정한 값으로 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 이 결과로부터 깊은 균열형상에 대해서 배관 길이가 완전소성 파괴에 미치는 영향이 사라지는 특정 배관 길이를 찾을 수 있다. 그러나 수렴하는 유한요소해석 결과조차 이론적인 하한계 한계하중 해와 12% 정도의 차이를 보이는 것을 확인할 수 있다.

3.1.2 단일 비틀림 모멘트

완전소성 파괴에 해당하는 비틀림 모멘트 T_L 은 전단면 한계하중 접근법에 의해서 아래와 같은 식으로 나타낸다.⁽⁵⁾

$$T_L = 2\pi\tau_0 r^2 t \left(1 - \frac{a}{t} \frac{\theta}{\pi} \right) \quad (3)$$

단일 비틀림 모멘트에 대한 유한요소해석 결과를 Fig. 4 에 도식화하였다. 3D₀ 이상의 배관 길이에 대해서는 이론해와 비슷한 해석 결과를 얻을 수 있으나 짧은 배관 길이에 대해서는 해석이 불안정하고 수렴하는 한계하중 값을 얻을 수 없다. 배관의 길이가 직경의 3~8 배 정도면 형상 조건의 영향이 없이 안정적으로 이론적인 한계하중 해와 거의 동일한 값을 얻을 수 있다.

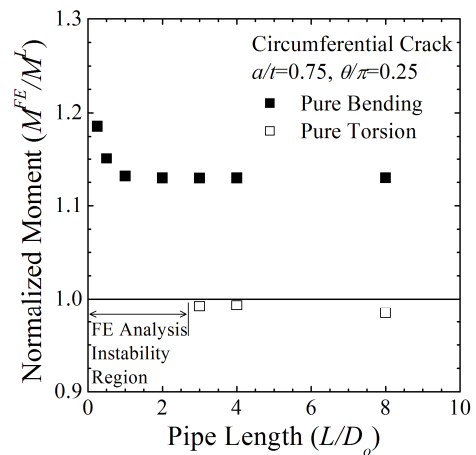


Fig. 4 Normalized moments for a circumferential part-through surface cracked pipe under each single loading

3.2 원주방향 사각 감육 모델

앞서 설명한 바와 같이 실제 균열과 비슷한 유한요소 결함 모델은 하한계 한계하중 해를 검증하기에 한계가 있다. 따라서 본 연구에서는 새로운 해석 모델로 원주방향 사각 감육 모델을 사용하였다. Kachanov 등⁽⁹⁾은 축방향 감육 길이가 길어지면 굽힘에 대한 하한계 한계하중 해에 가까운 값을 얻을 수 있다는 사실을 설명하였다. 이 장에서 처음 사용된 모델은 배관 전체 길이에 감육이 발생한 형상을 말한다.

나눈 값을 나타내고, 종축은 한계해석 결과를 이론값 식 (1)과 (3)로 나눈 값을 나타낸다. 정규화된 모멘트 1.0 값은 이론해를 나타낸다. 비틀림 모멘트의 경우 배관 길이가 짧아짐에 따라 해석 결과가 이론해와 가까워짐을 확인할 수 있다. 반면 굽힘 모멘트의 경우 배관의 길이가 1D_o 이상일 때 이론해와 가까운 유한요소해석 결과를 얻을 수 있다. 이를 바탕으로 각각의 단일 모멘트 이론해를 얻을 수 있는 최적의 감육 길이가 존재함을 확인하였다. 따라서 형상 조건에 해당하는 감육 길이가 바뀔에 따라 전단면 완전소성을 가정하는 이론적인 한계하중 해를 모사할 수 있는 유한요소 해석 모델을 얻을 수 있다는 결론을 내릴 수 있다.

이 장에서는 최적의 감육 모델을 찾기 위해 축방향 감육길이 L_{WT}를 변화시켜 유한요소해석을 수행하였다. 두 가지 배관 길이 3D_o, 8D_o에 대해서 해석 결과를 Fig. 6에 나타내었다.

3.2.1 단일 굽힘 모멘트

부분 감육 모델을 이용해서 해석을 수행한 결과 굽힘 모멘트는 감육 길이 L_{WT}가 길어질수록 이론해와 근접한 결과를 얻었다. 굽힘 하중에 대해서는 배관 길이 L의 영향은 거의 없음을 확인할

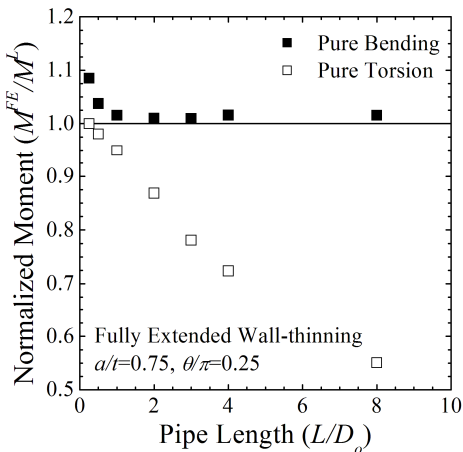


Fig. 5 Normalized moments for a circumferential fully-extend wall-thinning pipe under each single loading

수 있다. 3D_o 배관 길이에 대한 값을 Table 1에 제시하였으며, 이론해와 최소 1%에서 최대 13%까지 차이가 남을 확인할 수 있다.

3.2.2 단일 비틀림 모멘트

굽힘 모멘트의 결과와 비교하면 단일 비틀림 모멘트의 경우 반대의 경향을 보임을 확인할 수 있다. 배관의 감육 길이가 줄어들수록 이론해에 수렴한다. 감육 길이가 길어질수록 그 차이가 커지며, 배관 길이에 크게 영향을 받는 것을 알 수 있다. 3D_o 배관의 경우 이론해와 차이는 최대 22% 정도로 감육 길이가 길어질수록 그 차이가 커진다.

3.2.3 최적 유한요소해석 모델

앞서 설명한 단일 하중 유한요소해석 결과로부터 복합하중에 대한 하한계 한계하중 이론해를 가장 잘 반영할 수 있는 최적의(Optimized) 해석 모

Table 1 Normalized bending and torsion moments for pipe length 3D_o and circumferential part-through wall-thinning pipes

L _{WT} /D _o	M ^{FE} /M _L	T ^{FE} /T _L
3	1.01	0.78
1	1.03	0.94
0.5	1.03	0.96
0.25	1.04	0.99
0.1	1.07	1.00
0.05	1.08	1.00
0.01	1.09	1.00
0.00011	1.13	1.00

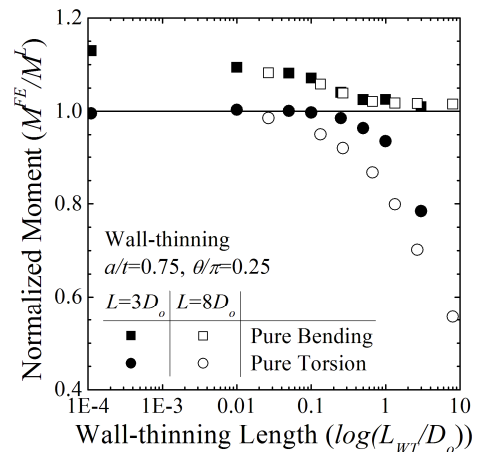


Fig. 6 Normalized moments for a circumferential partial-extend wall-thinning pipe with different wall-thinning length under each single loading

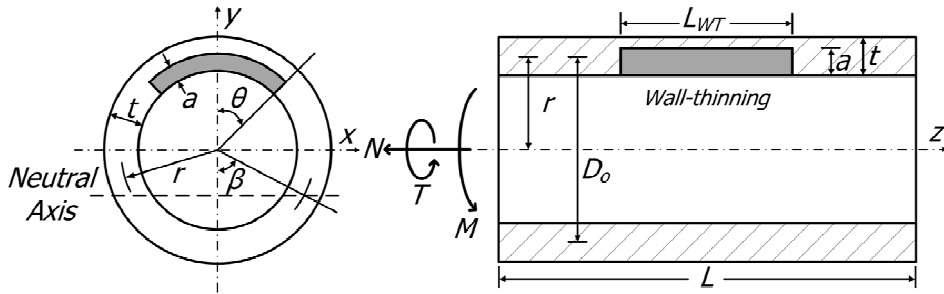


Fig. 7 Schematic diagram of a circumferential constant-depth wall-thinning pipe

델을 결정할 수 있다. Fig. 6 에 나타난 비틀림 모멘트의 결과를 바탕으로 적합한 배관 길이를 $3D_o$ 로 결정한다. 결정된 배관 길이에 대해 감육 길이 별로 정규화된 모멘트 값을 Table 1 에 표로 나타내었다. 각각의 굽힘과 비틀림에서 감육 길이의 변화에 따른 경향이 다르기 때문에 두 가지 하중에 대한 이론해를 모두 예측할 수 있는 모델을 결정하였다. 결론적으로 $3D_o$ 의 배관 길이, $0.25D_o$ 의 감육 길이를 최적 모델의 형상으로 결정하였다. 부분 감육 모델에 대한 자세한 형상과 하중을 Fig. 7 에 나타내었으며, 인장과 굽힘 및 비틀림을 포함한 복합하중에 대한 해석을 수행하였다.

4. 하한계 한계하중 해

이미 인장, 굽힘, 비틀림 각각에 대한 한계하중 해는 잘 알려져 있다. 이 장에서는 단일 하중에 대한 이론해와 von Mises 식을 이용해서 복합하중에 대한 해를 도출하였다.

Fig. 8 과 같이 균열을 포함한 단면에 수직한 축방향 응력과 평행한 전단(shear) 응력이 일정하도록 응력 상태를 생각해 보자. 한계하중은 전단면의 항복 상태를 말하며, von Mises 기준에 의하면 축방향 응력 σ_z 과 전단 응력 $\tau_{\theta z}$ 의 벡터 합이 항복 응력인 상태를 말한다. 이와 같은 von Mises 기준에 의한 수식은 아래와 같이 표현된다.

$$\sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau_{\theta z}^2} = \sigma_o \tag{4}$$

$$\left(\frac{\sigma_z}{\sigma_o}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{\theta z}}{\tau_o}\right)^2 = 1 \tag{5}$$

식 (4)를 정리하면 (5)와 같은 관계식을 얻을 수 있고, 이를 이용해서 굽힘과 비틀림을 하나의 식으로 나타낼 수 있다.

하중들의 크기를 간단히 비교하기 위해서 균열이 없는 직관의 한계하중 값을 이용해서 정규화하였다. 균열이 없는 직관의 한계하중 식은 아래와 같다.⁽²⁾

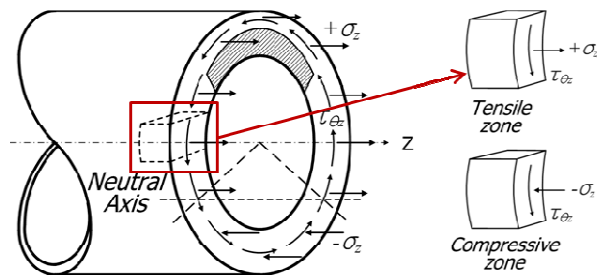


Fig. 8 Stress distribution of net-section and unit volumes in tensile and compressive zone

$$N_o = 2\pi r t \sigma_o, \quad M_o = 4r^2 t \sigma_o, \quad T_o = 2\pi r^2 t \tau_o \tag{6}$$

원주방향 표면 균열이 존재하는 배관에 가해지는 축방향 인장과 중립축의 각도는 힘 평형에 의해서 다음과 같이 유도된다.⁽¹⁾

$$N = 2\pi r t \sigma_z \left[1 - 2\frac{\beta}{\pi} - \frac{a}{t} \frac{\theta}{\pi} \right] \tag{7}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} \left[1 - \frac{a}{t} \frac{\theta}{\pi} - \frac{N}{2\pi r t \sigma_z} \right] \tag{8}$$

위 식 (8)의 중립축 각도의 절반 β 를 포함하여 전단면에 대한 모멘트 평형을 계산하면 아래의 식 (9)와 같은 굽힘 모멘트에 대한 한계하중 식을 구한다.⁽¹⁾

$$M = 4r^2 t \sigma_z \left[\sin \beta - \frac{1}{2} \frac{a}{t} \sin \theta \right] \tag{9}$$

전단면에 가해지는 전단응력에 의해서 얻어지는 비틀림 모멘트에 대한 한계하중 식은 아래에 나타내었다.⁽⁵⁾

$$T = 2\pi r^2 t \tau_{\theta z} \left[1 - \frac{a}{t} \frac{\theta}{\pi} \right] \tag{10}$$

위와 같이 단일 하중에 대한 한계하중 해는 널리 알려져 있으며 전단면 완전소성과 힘 평형을

이용해서 구할 수 있다.

각각의 단일 하중에 대한 식을 하나의 식으로 정리하기 위해서는 von Mises 기준에 의한 관계식 (5)을 필요로 한다. 우선 정규화된 비틀림 모멘트는 식 (11)으로 나타내고, 이를 정리하면 정규화된 전단 응력 S_s 를 식 (12)와 같이 얻는다.

$$\hat{t} = \frac{T}{T_o} = \frac{\tau_{\theta z}}{\tau_o} \left[1 - \frac{a \theta}{t \pi} \right] \quad (11)$$

$$S_s = \frac{\tau_{\theta z}}{\tau_o} = \frac{\hat{t}}{\left[1 - \frac{a \theta}{t \pi} \right]} \quad (12)$$

항복이 일어나는 단면에 가해지는 응력 상태를 Fig. 8 에 나타내었다. 단위 부피에 가해지는 전단 응력을 관계식 (5)을 이용해서 축방향 응력에 대한 식으로 치환하면 아래의 두 식을 얻는다.

$$S_a = \frac{\sigma_z}{\sigma_o} = \sqrt{1 - S_s^2} > 0 \quad (13)$$

$$S'_a = \frac{\sigma'_z}{\sigma_o} = -\sqrt{1 - S_s^2} < 0 \quad (14)$$

정규화된 축방향 응력 S_a 을 이용해서 최종적으로 인장, 굽힘, 비틀림을 포함한 복합하중에 대한 하한계 한계하중 식을 얻을 수 있다.

$$\hat{m} = \frac{(S_a - S'_a)}{2} \sin \beta - \frac{S_a}{2} \frac{a}{t} \sin \theta \quad (15)$$

Where

$$\beta = \frac{\pi}{(S_a - S'_a)} \left(S_a \left(1 - \frac{a \theta}{t \pi} \right) - \hat{n} \right) \quad (16)$$

위 복합하중에 대한 식 (11) ~ (16)을 단일 하중 조건에 적용해 보면 단일 하중에 대한 한계하중식 (7) ~ (10)과 같은 결과를 얻을 수 있다는 것을 확인할 수 있다.

4. 한계하중 해 검증

비틀림을 포함한 복합하중에 대한 하한계 한계하중해를 검증하기 위해서 유한요소해석을 수행하였다. 일정 부분의 인장과 비틀림 하중을 가해준 상태에서 굽힘 모멘트를 가해서 한계하중 값을 구하였다. 하한계 한계하중 해와 유한요소해석 결과를 비교하여 Fig. 9 에 도식화 하였다. 유한요소 해석은 실제와 비슷한 균열 형상을 모사한 표면 균열 모델과 최적 감육 모델 두 가지 모델에 대해서 수행하여 비교하였다.

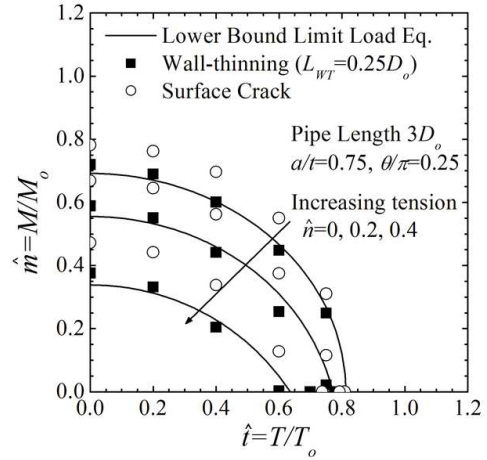


Fig. 9 The comparison of theoretical limit load and the results of finite element analyses for optimized wall-thinning models. Normalized bending moment is calculated after tension and torsion moment is applied with fixed proportion based on both numerical method with equation and finite element method

형상의 영향 없이 이론해와 같은 값을 얻을 수 있는 최적 감육 모델을 이용하여 얻은 해석 결과는 복합하중에 대한 이론해와 잘 일치한다. 균열 모델의 결과는 이론해나 감육 모델의 결과보다 높게 나온다. 이는 굽힘 모멘트가 가해질 때 형상의 영향을 크게 받아 전단면 항복이 균열을 포함한 단면이 아닌 균열이 없는 다른 단면에서 먼저 일어나기 때문이다. 인장 하중이 증가할수록 균열 모델과 감육 모델 또는 이론해와 차이가 커지는 이유 또한 같은 맥락에서 이해할 수 있다.

비틀림 모멘트가 커질수록 굽힘에 의한 한계하중은 급격하게 줄어든다. 이는 큰 비틀림 하중이 실제 구조물에 가해질 경우, 작은 크기의 추가적인 굽힘 하중에 의해서 쉽게 파단이 발생할 수 있다는 것을 말한다. 따라서 구조물의 파손 평가에 비틀림 하중의 영향이 고려되어야 한다.

5. 결론

본 논문에서는 인장, 굽힘 복합하중에 추가적으로 비틀림 하중의 영향을 알아보기 위해서 복합하중에 대한 이론해를 제시하였다. 한계하중 식은 전단면 항복을 가정하기 때문에, von Mises 기준을 이용해서 굽힘 한계하중 식에 비틀림의 영향을 포함하였다.

제시한 이론해를 검증하기 위해서 유한요소해석을 수행하였다. 복합하중에 대한 정확한 실험은 현실적으로 어렵기 때문에, 굽힘과 비틀림 각각에 대한 하한계 이론해를 모두 예측할 수 있는 적합

한 유한요소해석 모델을 고안하였다. 최적 감육 모델의 형상은 배관 길이 $3D_o$, 감육 길이 $0.25D_o$ 으로 결정하였다.

복합하중에 대한 이론해가 최적 감육 모델의 해석 결과와 잘 일치하는 것을 확인하였다. 따라서 제시된 이론해를 이용하면 복합하중 하에 하한계 한계하중 해를 쉽게 도출할 수 있다. 또한 유한요소해석 결과 및 이론해에 의하면 비틀림 하중이 증가함에 따라서 굽힘 한계하중에 미치는 영향이 커짐을 확인하였다. 따라서 실제 구조물의 파손 평가에 비틀림 하중이 고려되어야 한다.

후 기

이 논문은 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 선도연구센터 지원 사업입니다. (NRF-2007-0056094)

이 논문은 2014 년도 미래창조과학부의 재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구입니다. (NRF-2013M2B2A9A03051295)

참고문헌 (References)

- (1) American Society of Mechanical Engineers, 2011, ASME Boiler and Pressure Vessel Code, Section XI, Non-mandatory Appendix C.
- (2) Hill, R., and Siebel, M. P. L., 1951, "On Combined Bending and Twisting of Thin Tubes in the Plastic Range," *Phil. Mag.*, 42, p. 722.
- (3) Hodge Jr., P. G. and Panarelli, J., 1963, "Plastic Analysis of Cylindrical Shells Under Pressure, Axial Load and Torque," *Proceedings of the Eighth Midwestern Mechanics Conference*.
- (4) Hoang, P. H., Bezensek, B., Hasegawa, K., and Li, Y., 2010, "Effects of Torsion on Equivalent Bending Moment for Limit Load and EPFM Circumferential Pipe Flaw Evaluations," *Proceedings of PVP*, Paper No. PVP2010-25283.
- (5) Li, Y., Hasegawa, K., Hoang, P. H., and Bezensek, B., 2010, "Prediction Method for Plastic Collapse of Pipes Subjected to Combined Bending and Torsion Moments," ASME PVP2010, Paper No. PVP2010-25101.
- (6) Zahoor, A., Wilkowski, G., Abou-Sayed, I., Marschall, C., Broek, D., Sampath, S., Rhee, H., and Ahmad, J., 1982, "Instability Predictions for Circumferentially Cracked Type-304 Stainless Steel Pipes Under Dynamic Loading. Volume 2. Appendixes. Final Report. [BWR]," No. EPRI-NP-2347-Vol.2; Other: ON: DE82903855 United States Other: ON: DE82903855 Wed Feb 06 20:28:11 EST 2008 NTIS, PC A17/MF A01. ERA-07-043330; INS-82-013208; EDB-82-124473 English.
- (7) Rahman, S., 1998, "Net-Section-Collapse Analysis of Circumferentially Cracked Cylinders—Part II: Idealized Cracks and Closed-Form Solutions," *Engineering Fracture Mechanics*, 61(2), pp. 213~230.
- (8) Oh, C. K., Kim, Y. J., Kim, J. S., and Jin, T. E., 2008, "Yield Locus for Circumferential Part-Through Surface Cracked Pipes Under Combined Pressure and Bending," *Engineering Fracture Mechanics*, 75(8), pp. 2175~2190.
- (9) Kachanov, L. M., 1971, "Foundations of the Theory of Plasticity," North-Holland Publishing Company.