

◆ 특집 ◆ 시뮬레이션 기반 기계장비 설계 기술

## LM 볼가이드 마찰력의 수학적 모델링

### Mathematical Modeling of Friction Force in LM Ball Guides

오광제<sup>1</sup>, 김경호<sup>2</sup>, 박천홍<sup>2</sup>, 정성종<sup>1,✉</sup>

Kwang-Je Oh<sup>1</sup>, Gyungho Khim<sup>2</sup>, Chun-Hong Park<sup>2</sup>, and Sung-Chong Chung<sup>1,✉</sup>

<sup>1</sup> 한양대학교 기계공학과 (Department of Mechanical Engineering, Hanyang University)

<sup>2</sup> 한국기계연구원 초정밀시스템연구실 (Department of Ultra-precision Machines and Systems, Korea Institute of Machinery and Materials)

✉ Corresponding author: chung@hanyang.ac.kr, Tel: +82-2-2220-0444

Manuscript received: 2015.4.15. / Revised: 2015.4.23. / Accepted: 2015.4.23.

*Linear motion (LM) ball guides have good accuracy and high efficiency. They are widely applied for precision machinery such as machine tools, semiconductor fabrication machines and robots. However, friction force incurs heat between the balls and grooves. Thermal expansion due to the heat deteriorates stiffness and accuracy of the LM ball guides. For accurate estimation of stiffness and accuracy during the linear motion, friction models of LM ball guides are required. To formulate accurate frictional models of LM ball guides according to load and preload conditions, rolling and viscous frictional analyses have been performed in this paper. Contact loads between balls and grooves are derived from Hertzian contact analysis. Contact angle variation is incorporated for the precision modeling. Viscous friction model is formulated from the shear stress of lubricant and the contact area between balls and grooves. Experiments confirm validity of the developed friction model for various external load and feedrate conditions.*

KEYWORDS: Friction force model (마찰력 모델), Hertzian contact (헤르쯔 접촉), Linear motion ball guide (LM 볼가이드), Rolling friction (구름마찰), Viscous friction (점성마찰)

#### 기호설명

$C_{br, bc}$  = Hertz constant [mm/N<sup>2/3</sup>]

$f$  = Conformity factor

$h_j$  = Film thickness of lubricant [mm]

$F_{LM}$  = Friction force of LM ball guides [N]

$F_r$  = Rolling friction force [N]

$F_v$  = Vertical load [N]

$K_v$  = Vertical stiffness [N/μm]

$Q_j$  = Contact load of a ball [N]

$\alpha_0$  = Initial contact angle of a ball [°]

$\alpha_j$  = Deformed contact angle of a ball [°]

$\delta_h$  = Horizontal displacement [mm]

$\delta_v$  = Vertical displacement [mm]

$\delta_\Delta$  = Deformation of a ball [mm]

$\eta_0$  = Absolute viscosity [cp]

1. 서론

LM 볼가이드는 높은 강성과 정밀도를 갖는 직선운동요소로서 공작기계, 반도체 장비, 로봇 등 기계장비에 널리 사용된다. 구름 접촉에 따른 높은 운동 효율로 인해 LM 볼가이드의 사용이 증대되고 있으며, 다양한 부하조건에서 정밀기계를 설계 및 제작하기 위해서는 LM 볼가이드의 정확한 강성 예측이 중요하다. KIMM에서는 2009년부터 직선운동 유닛을 갖는 정밀기계를 인터넷 상에서 정확하고 빠르게 설계할 수 있는 설계 플랫폼 기술을 개발하고 있다.<sup>1</sup> 이 기술은 시간이나 거리에 상관없이 언제 어디서나 설계자가 Web상에서 정밀기계의 정밀도를 실시간에서 시뮬레이션 하면서 설계할 수 있는 장점을 가진다. 이를 위한 직선운동 유닛 설계 모듈에서는 여러 가지 운전 및 조립 조건에서 LM 볼가이드 물성치와 형상 정보를 대입하면 볼의 접촉부하 계산과 접촉각 변화에 따른 강성을 예측할 수 있는 LM 볼가이드 정강성의 정식화가 선행되어야 한다.<sup>2</sup> 이 정강성은 예압, 이송속도 및 수직부하에 따른 레일과 캐리지 사이의 변형에 영향을 받는다.<sup>3,4</sup> 그리고 이러한 변형은 운전 속도에 따라서 마찰력을 유발하고, 마찰력의 발생은 발열을 일으키고 이에 따른 열팽창 때문에 예압변화가 발생하는 페루프 구조를 형성 한다. 그러므로 조립 및 운전 조건에 따른 LM 볼가이드 강성의 정확한 모델링을 위해서는 볼과 그루브 (groove) 사이에서 발생하는 마찰력의 정확한 모델링이 선행되어야 한다.

본 논문에서는 정밀기계의 직선운동 정밀도 최적화 설계에 응용되는 설계모듈 개발에 필요한 LM 볼가이드 마찰력의 정식화를 그의 형상, 물성치, 조립 및 운전 조건 변수에 대하여 모델링 한다. Shimizu<sup>4</sup>의 부하분포 모델을 이용하여 LM 볼가이드의 강성과 볼의 접촉부하를 해석하고, LM 볼가이드의 볼과 그루브 사이 접촉변형 해석에 필요한 Hertz 상수를 유도한다. Hertz 상수와 강성해석 결과를 통해 볼의 접촉부하를 계산하고 이를 마찰력 모델링에 적용한다. 정식화된 마찰력 모델의 검증을 위해, Test-Rig를 구축하고, LM 볼가이드의 예압, 운전 및 부하 조건에 대한 실험을 수행하여 개발된 모델의 정확도를 실험치와 비교 평가한다.

2. 부하분포와 강성

LM 볼가이드 내의 각 볼에 대한 부하분포와 강성을 해석하기 위해서는 외부하중 변화에 따른 볼의 탄성 변형량을 구해야 한다. 본 연구에서는 LM 볼가이드 요소 중에 볼을 제외한 나머지는 강체로 가정한다.

2.1 볼의 부하 해석

LM 볼가이드에 Fig. 1과 같이 수직부하  $F_v$ 가 작용하면 수직변위  $\delta_v$ 가 발생하고 각 볼의 접촉각  $\alpha_j$ 와 변형량  $\delta_\Delta$ 에 대하여 접촉부하  $Q_j$ 가 발생한다. Hertz 접촉 이론에 의해 볼의 접촉부하  $Q_j$ 와 변형량  $\delta_\Delta$ 는 식(1)의 관계를 갖는다.<sup>4,5</sup> 레일과 캐리지 사이 그루브 홈에 대한 볼의 변형량  $\delta_\Delta$ 가 음의 값을 갖는 경우, 볼과 홈 사이는 음의 값만큼 떨어졌다는 의미로서  $Q_j$ 는 무부하 상태 0으로 계산한다.

$$Q_j = \left( \frac{\delta_\Delta}{C_{br, bc}} \right)^{3/2} \tag{1}$$

Hertz 상수  $C_{br, bc}$ 는 볼의 탄성변형에 대한 부하분포를 계산하기 위해 사용된다. 볼과 그루브 사이의 관계를 결정하는 중요한 요소로서 Hertz 상수는 아래 식으로 계산된다.<sup>5</sup>

$$C_{br, bc} = \frac{\delta^* \sum \rho_{rc}}{2} \left[ \frac{3}{2 \sum \rho_{rc}} \left( \frac{1 - \xi_b^2}{E_b} + \frac{1 - \xi_{rc}^2}{E_{rc}} \right) \right]^{2/3} \tag{2}$$

여기서,  $b, r, c$ 는 각각 LM 볼가이드의 볼, 레일, 캐리지를 의미하고,  $\delta^*$ 와  $\rho$ 는 각각 무차원 접촉변형과 곡률,  $\xi$ 와  $E$ 는 각각 프아송 비와 탄성계수를 나타낸다. Hertz 상수는 LM 볼가이드의 형변과 재질, 제조회사에 따라 그 값이 다르다.

2.2 강성 해석

Fig. 1의  $r_c$ 와  $r_r$ 은 캐리지와 레일의 곡률 중심점이며 이들 사이의 곡률 중심 거리  $A_0$ 는 다음과 같다.

$$A_0 = (2f - 1) \cdot d_b \tag{3}$$

적합도 (conformity factor)  $f$ 는 캐리지와 레일의 곡률반경  $r_c, r_r$ 과 볼 지름  $d_b$  사이의 비이며, 수직 부하에 따라서 발생하는 볼의 탄성 변형량과 접촉각은 각각 식(4), (5)로 표현된다.

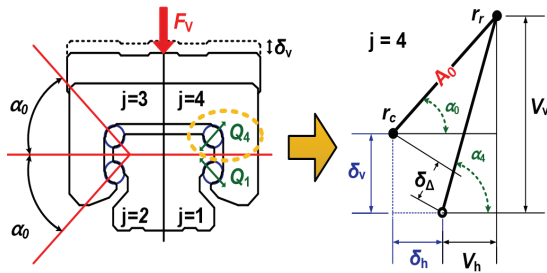


Fig. 1 Load distribution in LM ball guides

Table 1 Equations of  $V_v$  and  $V_h$

j	$V_v$	$V_h$
1	$A_0 \sin \alpha_0 - \delta_v$	$A_0 \sin \alpha_0 - \delta_h$
2	$A_0 \sin \alpha_0 - \delta_v$	$A_0 \sin \alpha_0 + \delta_h$
3	$A_0 \sin \alpha_0 + \delta_v$	$A_0 \sin \alpha_0 + \delta_h$
4	$A_0 \sin \alpha_0 + \delta_v$	$A_0 \sin \alpha_0 - \delta_h$

$$\delta_\Delta = \sqrt{(V_v^2 + V_h^2)} - A_0 + \lambda \quad (4)$$

$$\tan \alpha_j = \frac{V_v}{V_h} \quad (5)$$

식(4)의  $V_v$  와  $V_h$  의 계산은 Table 1에서 정의된 수식으로 구할 수 있으며,  $\lambda$  는 LM 볼가이드의 예압량을 나타내는 값으로 볼의 오버사이즈량 이다. Table 1의  $\delta_v$  와  $\delta_h$  는 각각 수직 및 수평방향 자세오차로서 미지계수이다. LM 볼가이드의 수직 및 수평 방향에 대한 힘의 평형방정식은 식(6)으로 표현되며, 방향 자세오차  $\delta_v$  와  $\delta_h$  는 비선형 최적화 기법으로 계산한다. 또한, 식(1)~(5)의 관계를 식(6)에 대입하면, 식(6)은 두 방향 자세오차를 갖는 비선형방정식이 된다.<sup>7</sup>

$$\begin{aligned} z \cdot \{ (Q_3 \cdot \sin \alpha_3 - Q_1 \cdot \sin \alpha_1) \} - F_v &= 0 \\ z \cdot \{ (Q_3 \cdot \cos \alpha_3 - Q_1 \cdot \cos \alpha_1) \} - F_h &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $z$  는 윗면 또는 아랫면의 볼 수를 의미하고, 아랫첨자 V 와 H 는 각각 수직 및 수평방향을 나타낸다. LM 볼가이드의 강성  $K_v$  는 수직부하  $F_v$  에 대한 수직 변위량  $\delta_v$  를 의미하며 식(7)로부터 구해진다.

$$K_v = \frac{dF_v}{d\delta_v} \quad (7)$$

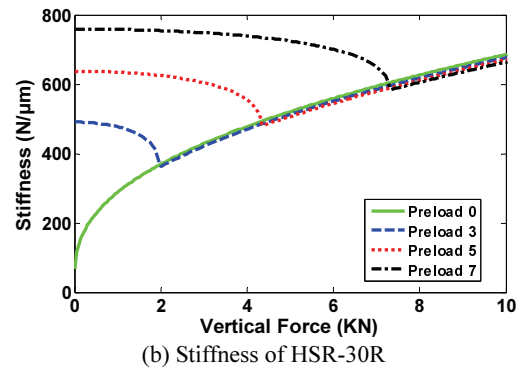
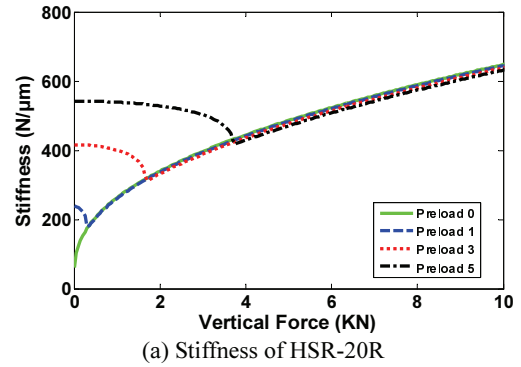


Fig. 2 Stiffnesses according to preloads

Fig. 2는 경예압 범위에서 삼익THK사의 HSR-20R과 30R 모델에 대한 강성 해석결과 이다. HSR-20R과 30R 모델의 예압 범위는 각각 0 ~ 5  $\mu\text{m}$ , 0 ~ 7  $\mu\text{m}$  이며 볼의 오버사이즈량을 의미한다. 예압량이 높을수록 수직부하에 대한 수직변위는 상대적으로 작아지므로 높은 강성을 가진다.

### 3. 마찰력 모델링

LM 볼가이드의 마찰력은 구름마찰력과 점성마찰력의 합으로 이루어진다. 미끄럼 마찰력은 LM 볼가이드의 전체 마찰력의 3% 수준으로 본 논문에서는 고려하지 않는다.<sup>6</sup>

#### 3.1 구름마찰

구름마찰에 의해 발생된 마찰력은 Fig. 1의 볼과 홈의 기하학적 관계를 통하여 식(8)과 같이 모델링되며, 이는 볼이 받는 접촉부하, 볼 수 그리고 구름마찰계수의 관계로 표현된다.

$$F_r = \mu_r \cdot z \cdot (Q_1 \cdot \sin \alpha_1 + Q_3 \cdot \sin \alpha_3) \quad (8)$$

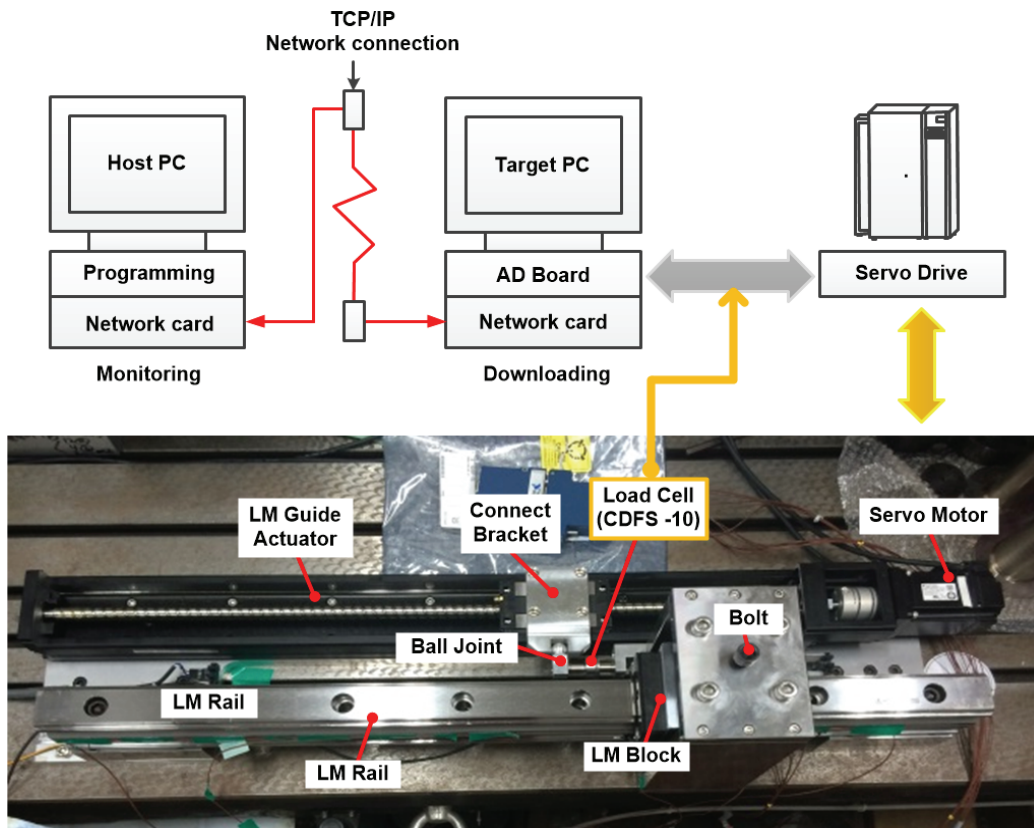


Fig. 3 Experimental setup

$$\mu_r = \frac{2 \cdot f_r}{d_b} \quad (9)$$

여기서,  $F_r$  은 구름마찰력,  $\mu_r$  은 구름마찰계수를 의미한다. 식(9)의  $f_r$  은 길이 단위의 마찰계수<sup>8</sup>로서 0.0015 ~ 0.003의 값을 갖는다.

### 3.2 점성마찰

점성마찰력은 LM 볼가이드의 볼 수, 볼의 접촉면적, 윤활유의 점성 그리고 이송속도의 함수로 다음과 같이 유도된다.<sup>5,8-10</sup>

$$F_v = z \cdot \left\{ 2 \cdot \eta_0 \cdot v_s \cdot \left[ \frac{1}{h_1} \int_{-a_1}^{+a_1} \int_{-q_1}^{+q_1} r_1 dw_1 du_1 + \frac{1}{h_3} \int_{-a_3}^{+a_3} \int_{-q_3}^{+q_3} r_3 dw_3 du_3 \right] \right\} \quad (10)$$

식(10)의  $q_j$ 와  $r_j$ 는 볼과 그루브 접촉부 내에서 타원의 장, 단 반경을 나타내는 변수이며  $\eta_0$ ,  $v_s$ ,  $h_j$

는 각각 윤활유의 점성, 이송속도, 유막두께<sup>9</sup>이다.

$$q_j = b_j \sqrt{1 - u_j^2 / a_j^2} \quad (11)$$

$$r_j = \sqrt{1 - u_j^2 / a_j^2 - w_j^2 / b_j^2} \quad (12)$$

여기서,  $a_j$ 와  $b_j$ 는 접촉부에서 각각 타원의 장, 단 반경이며, LM 볼가이드에서 발생하는 총 마찰력은 다음과 같이 유도된다.

$$F_{LM} = F_r + F_v \quad (13)$$

### 4. 실험장비 구성

식(13)으로 유도된 마찰력의 평가를 위해 LM 볼가이드의 조립 및 운전 조건에 따른 마찰력 측정을 위해 Fig. 3과 같은 실험장치를 구축하였다. 이 장치는 크게 측정부와 제어부로 나뉜다.

**4.1 실험장비 측정부**

실험장치는 LM 볼가이드를 구동을 위한 구동부와 마찰 측정을 위한 이송부로 나뉜다. 구동부는 AC 서보모터로 구동되는 THK사 SKR-46A 모델이 사용되며 시스템의 왕복 이송운동을 담당한다. 마찰력 측정 대상인 이송부는 THK사의 HSR 모델을 선정하였다. LM 캐리지는 2조가 서로 마주보게 설치되어 베이스에 양단지지로 고정되며, LM 캐리지 주위는 수직부하 측정용 로드셀이 내장된 하우징으로 조립되었다. 하우징에는 로드셀에 수직부하를 가하기 위한 볼트가 설치되어 있다. 이 볼트와 LM 캐리지 사이에 로드셀 (CAS 사의 MNC-1T)을 설치하고 볼트 조임량을 조절하여 수직부하를 가한다. LM 볼가이드의 구동부와 이송부 사이에는 볼조인트와 로드셀 (Bongshin 사의 CDFS-10)을 설치하여 이송 시에 LM 볼가이드의 마찰력 성분을 측정한다.

**4.2 실험장비 제어부**

제어부에서는 정확한 이송제어를 위해 Math works사의 실시간 xPC-Target OS를 Target PC에 설치하고 Host PC에서는 C언어 기반 s-Function 으로 보간기 (Interpolator)를 프로그래밍하여 네트워크에 연결된 Target PC로 전송하여 이송부의 가감속과 속도제어 명령을 수행한다. Target PC에는 NI사 DAQ (Data Acquisition) 보드가 설치되어 있어 모터 구동과 마찰력 데이터를 수집한다.

**5. 마찰력 실험**

형번 HSR-20R과 HSR-30R LM 볼가이드에 대하여 이송조건 (3, 6, 9, 12 m/min)에서 실험을 수행한다. 그리고 부하조건에 대한 마찰력을 관찰하기 위해 속도별로 수직부하 0, 100, 300, 600 Kgf 를 적용한다.

**5.1 실험 결과**

Fig. 4는 각 형번과 실험조건에 대한 마찰력 측정 결과이다. 외부하중이 증가할 때 마찰력도 함께 상승하며, 이는 볼의 변형에 의해서 볼과 홈 사이의 접촉 면적이 증가하기 때문이다. 그러나 수직부하100 Kgf 에서 마찰력의 변화는 미미하지만 300 Kgf 부터 마찰력이 소폭 상승하고 600 Kgf 에서는 마찰력의 뚜렷한 증가를 확인할 수 있다. 수직부하 조건에 대한 실험 결과에서 외부하중과

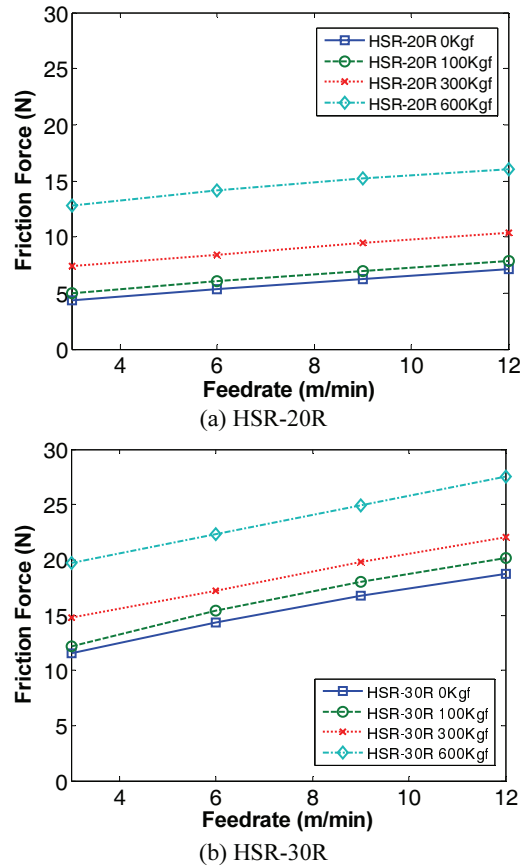
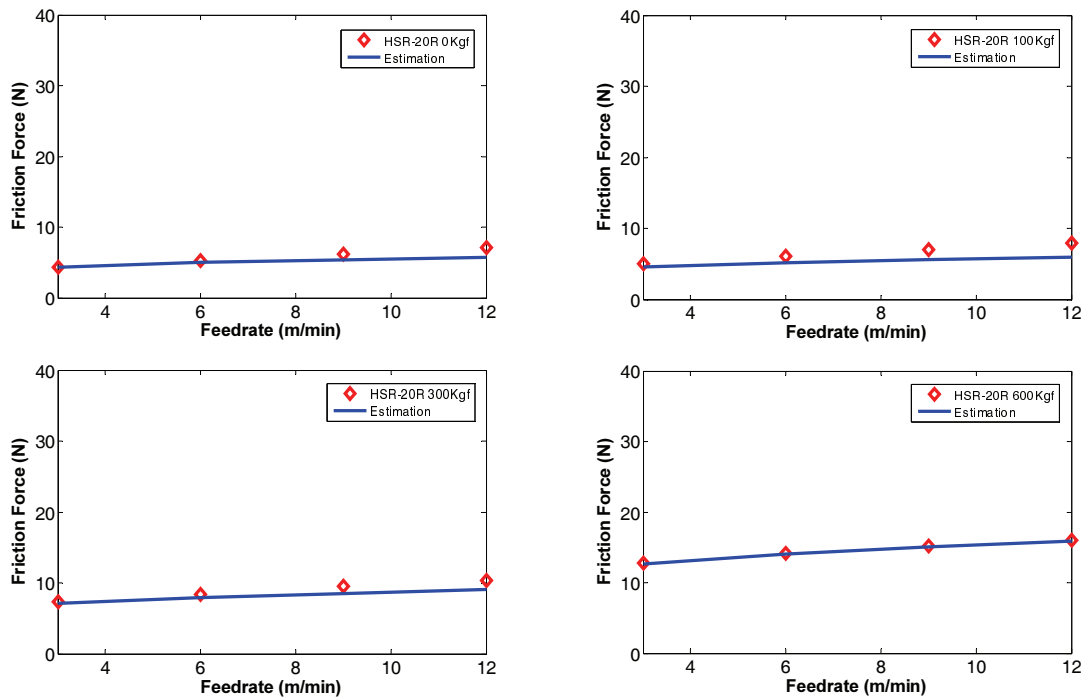


Fig. 4 Measured friction forces according to various external load and feedrate conditions

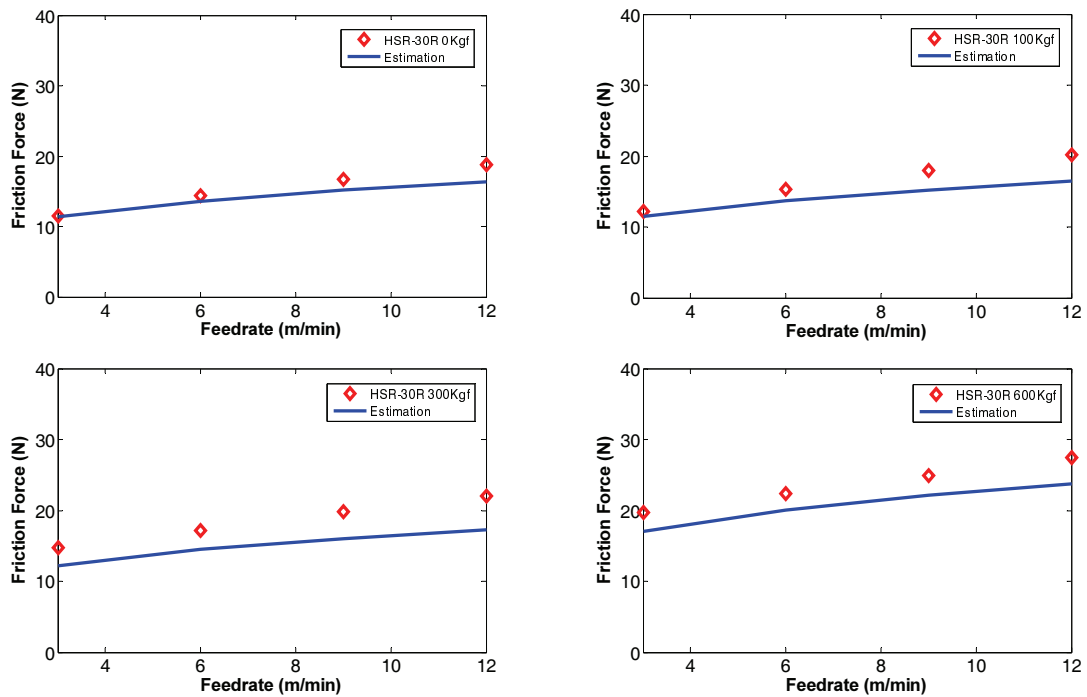
마찰력 사이의 비선형성이 나타나며 이는 LM 볼가이드 내에 예압이 존재하기 때문이다. 형번 HSR-20R에 대해 무부하 상태에서 속도별 마찰력 상승치는 각각 0.99, 0.91, 0.87 N 이며, 수직부하 100 Kgf 조건의 경우, 속도에 따른 마찰력 상승치는 1.03, 0.96, 0.88 N 이다. 다른 부하 조건 300, 600 Kgf에 대해서도 수직부하에 따라 마찰력이 상승된다. 형번 HSR-30R은 HSR-20R의 실험 결과와 마찬가지로 수직부하에 따라 마찰력이 상승함을 보인다. 식(10)에서 유도된 것처럼 점성마찰력은 속도뿐만 아니라 부하에 대한 함수로 이루어진다는 것을 알 수 있다.

**5.2 마찰력 모델 검증**

Fig. 5는 이송속도와 수직부하에 따른 마찰력 측정치와 식(13)을 통해 예측한 결과를 비교한 것



(a) Estimated friction forces for HSR-20R



(b) Estimated friction forces for HSR-30R

Fig. 5 Estimated friction forces according to various external load and feedrate conditions

Table 2 Prediction accuracy of the friction model

Load (Kgf)	HSR-20R (%)	HSR-30R (%)
0	99.22	99.16
100	90.76	94.27
300	96.15	82.53
600	99.14	86.69

이다. 예측 결과로부터 예압과 수직부하의 비선형적 관계가 잘 반영되었음을 보여준다. 따라서, LM 볼가이드 내의 예압량 (HSR-20R : 3 μm, HSR-30R : 5 μm) 보다 작은 수준일 때, 마찰력의 변화가 미미하나 수직부하가 일정수준(예압의 2.83배)<sup>11</sup> 이상 가해지면 예압 효과가 상실되어 마찰력이 증가한다. 정식화 된 마찰력 모델의 검증을 위해 예측 정확도를 식(14)로 평가한다.<sup>12</sup>

$$E_{\text{est}} = \left( 100 - \frac{|\sum PE(t)|}{N} \right) \quad (14)$$

여기서,  $PE(t)$  는 오차의 백분율을 의미하며, Table 2는 정식화 된 마찰력 모델의 예측 정확도를 각 형변과 부하조건에 따라서 보인 것이다.

## 6. 결론

본 논문에서는 LM 볼가이드의 마찰력 정식화를 수행하였으며 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 기하학적 형상과 물성치, 조립조건, 부하 및 운전 조건에 따라서 발생하는 마찰력을 정식화하였다.
- 2) 모든 마찰력 성분은 LM 볼가이드 내 볼의 오버사이즈량, 볼의 접촉부하, 윤활막 두께, 타원 접촉의 장·단반경 및 운전속도의 함수이다.
- 3) LM 볼가이드 내의 예압량이 커지면 마찰력이 상승하고, 예압량에 비해 낮은 부하가 주어지면 마찰력의 변화는 미미하다. 그러나 LM 볼가이드에 부가된 예압량 보다 큰 부하가 작용하면 마찰력은 상승한다.
- 4) 정식화된 마찰력 모델은 예압과 외부하중에 비선형적인 함수 관계를 갖는다.
- 5) 정식화 된 모델을 통해 예측된 마찰력을 실험치와 비교한 결과 85% 이상의 예측정확도를 가진다.

## REFERENCES

1. KIMM, "Development of Platform Technology for Machine Accuracy Simulation II," Research Report, No. UCN011-4644.M, 2014.
2. Kim, K. H., Park, C. H., Song, C. K., Lee, H. S., and Kim, S. W., "The Accuracy Design of LM Guide System in Machine Tools," Proc. of KSPE Spring Conference, pp. 692-695, 2000.
3. Ohta, H. and Tanaka, K., "Vertical Stiffnesses of Preloaded Linear Guideway Type Ball Bearings Incorporating the Flexibility of the Carriage and Rail," Journal of Tribology, Vol. 132, No. 1, Paper No. 011102, 2010.
4. Shimizu, S., "Stiffness Analysis of Linear Motion Guide System," International Journal of the Japan Society for Precision Engineering, Vol. 33, No. 3, pp. 163-167, 1999.
5. Harris, T. A., "Rolling Bearing Analysis," John Wiley, 4th Ed., pp. 183-230, 2001.
6. Slocum, A. H., "Precision Machine Design," Society of Manufacturing Engineers, pp. 460-50, 1992.
7. Kim, K. H., Park, C. H., Lee, H., and Kim, S. W., "Analysis of the Motion Errors in Linear Motion Guide," J. Korean Soc. Precis. Eng., Vol. 19, No. 5, pp.139-148, 2002.
8. Stolarski, T. A. and Tobe, S., "Rolling Contacts," John Wiley and Sons, pp. 76-80, 2000.
9. Hamrock, B. J. and Dowson, D., "Ball Bearing Lubrication: The Elasto-hydrodynamics of Elliptical Contacts," John Wiley and Sons, pp. 187-218, 1981.
10. Oh, K., Park, C. H., and Chung, S. C., "Identification of Static and Dynamic Frictions in Ballscrew Servos," Proc. of the ASPE Annual Meeting, 2014.
11. THK Co., Ltd., "THK Linear Motion System Catalog," 2012.
12. Weisberg, S., "Applied Linear Regression," John Wiley and Sons, pp. 194-206, 2005.