經營科學
第32卷 第1號
2015年 3月, pp.15-33
http://dx.doi.org/10.7737/KMSR.2015.32.1.015

불완전 정보 하에서 추가적인 제약조건들이 포트폴리오 선정 모형의 성과에 미치는 영향 : 한국 주식시장의 그룹주 사례들을 중심으로

박경찬 · 정종빈 · 김성문†
연세대학교 경영대학

Effects of Additional Constraints on Performance of Portfolio Selection Models with Incomplete Information : Case Study of Group Stocks in the Korean Stock Market

Kyungchan Park · Jongbin Jung · Seongmoon Kim†
School of Business, Yonsei University

■ Abstract ■

Under complete information, introducing additional constraints to a portfolio will have a negative impact on performance. However, real-life investments inevitably involve use of error-prone estimations, such as expected stock returns. In addition to the reality of incomplete data, investments of most Korean domestic equity funds are regulated externally by the government, as well as internally, resulting in limited maximum investment allocation to single stocks and risk free assets. This paper presents an investment framework, which takes such real-life situations into account, based on a newly developed portfolio selection model considering realistic constraints under incomplete information. Additionally, we examined the effects of additional constraints on portfolio's performance under incomplete information, taking the well-known Samsung and SK group stocks as performance benchmarks during the period beginning from the launch of each commercial fund, 2005 and 2007 respectively, up to 2013. The empirical study shows that an investment model, built under incomplete information with additional constraints, outperformed a model built without any constraints, and benchmarks, in terms of rate of return, standard deviation of returns, and Sharpe ratio.

Keywords : Investment Analysis, Portfolio Selection Model, Incomplete Information, Additional Constraints, Nonlinear Programming

논문접수일 : 2014년 11월 24일　　논문게재확정일 : 2014년 12월 05일
논문수정일 : 2014년 12월 04일
† 교신저자, kimsm@yonsei.ac.kr

1. 서 론

기대수익률과 기대위험도의 일반적인 교환관계 속에서 일정한 수준의 수익률을 만족시키는 가운데, 위험도를 최소화한다는 접근을 바탕으로 한 마코위츠(Harry M. Markowitz)의 '포트폴리오 선정 모형[28]'은 현대 포트폴리오 이론의 근간을 이룬다. 마코위츠가 1990년도에 노벨 경제학상을 수상하는데 결정적 역할을 한 마코위츠 포트폴리오 선정 모형은 정작 실제 투자에서는 잘 활용되지 않고 있다. 이는, 모형의 이론적 우수성에도 불구하고, 실제 투자에 적용하기 위해서는 필요한 입력치들을 추정하여야 하는데, 이때 발생하는 예측의 불완전성으로 인해 위험이 불가피하기 때문이다[10, 14, 23, 30]. 특히 Blume[13]이 강조한 바와 같이, 과거 수익률 관찰치의 평균으로 대표되는 기대수익률과, 공분산으로 대표되는 기대위험도 등 핵심 입력치를 추정하여 사용해야 하는 것이 해당 모형을 실제 투자에 적용함에 있어서 가장 큰 문제로 지적되어 왔다.

모형의 입력치로 추정치를 사용할 수밖에 없다는 정보의 불완전함과 관련된 비판에 대하여, Zellner and Chetty[36] 이래로 Jobson and Korkie[22], Jorion[24] 등은 예측 분포(Predictive Distribution)를 이용하는 베이지안식 접근법(Bayesian Approach)을 제시하였고, Ben-Tal et al.[11], El Ghaoui et al.[18], Goldfarb and Iyengar[19] 등은 분포 가정에 강건할 수 있는 강건 예측법(Robust Estimation Method)을 제시하였다. 더 나아가, Dothan and Feldman[17] 이래로 Lakner[26, 27], Putschögl and Sass[31, 32], Björk et al.[12]은 불완전 정보 하의 주식시장 모형을 연구하면서 이를 완전 정보 하의 완벽시장 모형으로 변환하는 방법을 연구하기도 하였다.

추정의 정확도를 개선하거나 모형의 변환을 통해 불완전 정보에 대응하려는 노력 외에도, 추정에 오류가 포함되어 있을지라도 최적화에 의한 자산배분 전략은 유의미한 양의 수익을 실현한다는 엄철준[5]의 주장과 맥을 같이 하는 연구들이 있다. 한국 주식시장에서 마코위츠 모형의 성과를 실증적으로 입증한 김성문, 김홍선[2], 포트폴리오 선정 모형을 바탕으로 투자 프레임워크를 개발하고 그 성과를 보여준 박경찬 외[4], 미국 및 홍콩 주식시장에서 포트폴리오 모형을 바탕으로 우수한 투자 성과를 보여준 최재호 외[7] 등은 불완전 정보를 활용하여 구성된 포트폴리오의 실증적 우수함을 입증하였다.

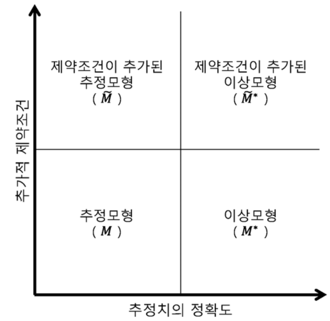
하지만 이러한 연구들에서 사용한 모형은 예측 오류를 내재하고 있어, 최적으로 계산된 투자 포트폴리오가 소수의 종목에 집중적으로 투자를 하는 경우, 예측 오류의 위험도가 매우 커질 수 있다는 문제가 있다. 나아가 이러한 소수 종목에 대한 집중 투자는 투자 관련 법적 규제로 인하여 현실적으로는 실현 불가능한 투자일 경우도 있다. Clarke et al.[15]과 Almazan et al.[9] 등은 실제 투자 환경에서 펀드 매니저들이 능동적으로 포트폴리오를 조정함에 있어 여러 제약조건으로부터 완전히 자유롭지 못함을 지적하였다. 일례로 국내에서 출시되고 판매되는 상용 펀드는 자본시장과 금융투자업에 관한 법률에 제약된다. 해당 법률 제81조에서는 자산운용의 제한을 정하고 있는데, "자산총액의 100분의 10 이내의 범위에서 대통령령이 정하는 비율을 초과하여 동일종목에 투자하는 행위를 금지"하고 있다[6]. 즉, 전체 자본의 10%를 하나의 종목에 집중적으로 투자할 수 없다는 것이다. 따라서 이러한 제약조건을 포함하지 않는 포트폴리오 모형을 바탕으로 펀드를 구성, 국내 금융시장에 출시한다는 것은 현실적으로 불가능하다. 그러므로 투자비율의 상한을 비롯한 추가적인 제약조건을 포함시키는 투자 모형이 필요하다.

기존의 투자모형에 특정한 제약조건을 추가하거나 새로운 모형을 만들고 그 성과를 실증적으로 밝힌 연구들도 진행되어 왔다. Alexander and Baptista[8]는 10여 개국의 주가 지수를 대상으로, 포트폴리오의 위험도를 측정하는 지표인 최대 이탈률(Maximum Drawdown)에 관한 제약조건을 추가하는 것이 최적 포트폴리오의 표준편차를 증가시켜 펀드 매니저로 하여금 벤치마크를 따라가는데 부정적인 영향을 미친다고 연구한 바 있다. 반면 Yamamoto et al.[35]은 도쿄 주식 거래시장의 실제 주식 데이터를 바탕으로

포트폴리오의 비중과 인덱스의 비중 간의 상관계수에 대한 제약조건을 추가하는 모형을 연구함으로써 해당 제약조건의 추가가 오히려 기대수준을 초과하는 수익을 달성하는데 도움이 된다고 밝힌 바 있다. 또, Jung and Kim[25]은 시장의 동향에 따라 모형의 최저요구 기대수익률을 설정하고, 하락장이 예측 될 때에는 투자를 제약하는 모형을 제안하여, 해당 모형의 성과를 실증적으로 검증하였다.

Jagannathan and Ma[21]는 포트폴리오의 비율 벡터를 제한하는 것에 대하여, 공분산이 표본 오차로 커졌을 경우 제약조건으로 공분산을 줄여주는 것이 보다 정확한 예측을 돕지만, 공분산 자체가 큰 경우엔 오히려 그러한 제약조건이 특성화 오류를 가져온다고 밝혔다. 따라서 표본 오차가 특성화 오류보다 상대적으로 클 경우, 비율 벡터를 제한하는 제약조건이 긍정적인 효과가 있을 수 있다고 하였다. 이를 바탕으로 DeMiguel et al.[16]은 표준편차의 크기를 바탕으로 포트폴리오의 비율 벡터들을 제한하는 제약조건 등이 추가된 새로운 포트폴리오 구성전략들을 수립하고, 기존에 연구되고 제시되었던 대표적인 모형들과 성과를 비교함으로써 그 성과가 우수함을 보였다. 하지만 이러한 연구에서 사용한 제약조건은 각 포트폴리오의 특성을 따르는 통계량에 의한 제약조건이기에, 시장 내 모든 포트폴리오에 일괄적으로 규제되는 법에 의한 제약조건과는 성질이 다르다. 이처럼 시장에 일괄적으로 부가되는 제약조건이 포트폴리오의 성과에 미치는 영향에 관한 연구는 아직까지 부족한 것으로 보인다.

완전 정보 하에서 유의미한 제약조건을 추가하는 것은 목적함수가 추구하는 방향에서 목표 값을 반대로 움직이는 결과를 가져오는 것이 일반적인 사실이다. 다시 말해, 이윤 극대화의 목적함수를 갖는 모형에 제약조건을 추가하는 것은 이윤을 같거나 혹은 떨어뜨리는 방향으로 작용하며, 변동성 극소화의 목적함수를 갖는 모형에서 제약조건을 추가하는 것은 변동성을 같거나 혹은 증가시키는 방향으로 작용할 수밖에 없어 성과를 낮춘다는 것이다. 김홍선 외[3]는 추정치를 사용하는 불완전 정보 하 모형에서, 추정된 입력치의 정확도를 높여 점차 이상적인 완전 정보 하 모형으로 갈수록 성과가 좋아진다고 보고하였다. 이렇듯 완전 정보 하에서 유의미한 제약조건을 추가하는 것이 성과를 저하시킨다는 것이나, 불완전 정보 하에서 완전 정보의 상황으로 다가가는 것이 성과를 향상시킨다는 것은 분명하게 밝혀진 반면, 불완전 정보 하에서 유의미한 제약조건을 추가하는 것이 성과에 미치는 영향은 완전 정보 하에서와는 다르게 명확하지 않다. 불완전 정보 하에서는 과거 자료를 바탕으로 추정된 입력치를 사용해야 하는데, 그 추정치와 이를 적용해야 할 현실 간에 차이가 존재하기 때문이다. 이러한 추정의 오류로 인한 불확실성이 존재함에도 불구하고, 포트폴리오를 구성하고 투자하는 주식시장의 경우, 주가를 완전하게 예측한다는 것은 불가능하기에 실제 투자자가 투자 의사결정을 내리는 상황은 대부분이 불완전 정보 상황일 수밖에 없다. 이를 감안하여, 본 연구는 불완전 정보에서 최대한 정보를 얻을 수 있도록 개선하는 기존 연구들과는 다르게, 불완전 정보 상황 하에서 유의미한 제약조건의 추가가 성과에 어떠한 영향을 미치는지를, 현재 주식시장에서 실제로 부가되는 제약조건들을 바탕으로 살펴보고자 한다. 이를 위해 본 연구에서는 우선 아래의 <그림 1>과 같이 제약조건 추가 여부와 추정치의 정확도에 따라 모형을 구분하는 프레임워크를 제시한다.



〈그림 1〉 제약조건 추가 여부와 추정치 정확도에 따른 모형 구분 프레임워크

프레임워크 상에서 가로축은 추정치의 정확도를, 세로축은 추가적 제약조건의 여부를 나타낸다. 포트

폴리오 분야에서 많은 연구들은 추정모형(M)에서 이상모형(M^*)으로, 즉 추정의 정확도를 개선하고자 하였다. 그리고 앞서 설명하였듯, 우측 상, 하단의 완전 정보 하에서는, 이상모형(M)에서 제약조건이 추가된 이상 모형($\widetilde{M}^*$)으로 갈수록 성과는 같거나 더 낮아진다는 것이 일반적인 사실이다. 하지만 현실에서 사용해야 하는 것은 좌측 상, 하단의 추정모형이고, 이러한 현실적인 불완전 정보 하의 추정모형(M)에서 유의미한 제약조건을 추가하는 것($\widetilde{M}$)이 포트폴리오의 실증적 성과에 어떠한 영향을 미칠지는 알 수 없다.

상용펀드에 가해지는 일괄적인 법규 및 투자사 내규 등의 투자 규제가 포트폴리오의 성과에 미치는 영향에 대한 연구가 부족한 현재 상황에서, 본 연구는 이러한 현실적인 제약을 수학적으로 감안한 새로운 포트폴리오 선정 모형을 설계하고, 이를 바탕으로 투자 프레임워크를 개발하여, 불완전 정보 하 추가적인 제약조건이 실제 성과에 미치는 영향을 확인고자 한다. 이를 통하여 불완전 정보 하의 포트폴리오 구성에 대한 통찰을 제시하고자 하며, 나아가 투자자들에게 경영과학적 포트폴리오 모형을 실제 투자에 적용함에 있어, 보다 현실적으로 성과를 입증함으로써 경영과학의 우수성을 알리고자 한다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 장에서는 현실적인 제약조건을 고려하기 위하여 설계한 새로운 투자 모형과 이를 기반으로 하는 투자 프레임워크를 제시한다. 이어서 제 3장에서는 제안된 투자 프레임워크를 바탕으로 제약조건들의 실증적 효용이 어떠한 지를 한국 주식시장에 적용하는 과정을 설명하고, 그 결과를 다양한 성과 평가 지표로 여러 벤치마크들과 비교한다. 마지막 제 4장에서는 본 논문의 결론과 향후 연구 방향에 대하여 논의한다.

2. 투자 모형 및 프레임워크

2.2 포트폴리오 모형

마코위츠가 창안한 포트폴리오 선정 모형은 포트폴리오의 수익에 대한 분산을 위험의 척도로 삼아 이를 최소화하는 것을 목적함수로 정하고, 투자 성향에 따라 미리 지정한 포트폴리오의 최저요구 기대수익률을 달성해야 하는 제약조건을 가진 비선형계획 모형이다[28, 29]. 마코위츠의 모형은 공매도 없이 가용 금액을 100% 투자하고, 포트폴리오의 기대수익률이 미리 정해진 최저요구 기대수익률을 만족시키면서, 포트폴리오의 기대위험도를 최소화하는 최적의 투자비율을 계산하기 위한 대표적인 평균-분산 최적화 모형이다. 본 논문에서는 이러한 평균-분산 최적화를 바탕으로, 최소주식편입비율을 유지하며 단일종목별 투자비율에 상한을 두는 등 투자자가 현실적으로 고려해야할 제약을 수학적으로 결합한 새로운 모형을 제안한다.

본 논문에서는 각 제약조건을 비롯한 여러 수식을 이루는 기호를 사용함에 있어, 투자 전 미리 정하여 주어지는 상수는 알파벳 대문자로, 최적화를 위하여 계산 및 추정되는 상수들은 그리스 문자로 정의한다. 그리고 모형 내에서 최적화를 통하여 결정되는 의사결정 변수들은 일반적으로 미지수를 상징하는 알파벳 x, y로 정의한다.

본 논문에서는 투자를 위한 포트폴리오를 구성함에 있어 다양한 투자 성향을 아우를 수 있도록 독립적인 복수 개의 최저요구 연기대수익률(κ)을 설정하고, 각 κ별로 투자를 진행한다. κ는 κ_{min}부터 $\kappa_{\max}$까지 κ_{incr}단위로 총 $K\left(=\frac{\kappa_{max}-\kappa_{min}}{\kappa_{incr}}\right)$개로 설정한다(단, $\kappa_{max}>\kappa_{min}$, $\kappa_{incr}>0$). 예를 들어, $\kappa_{min}=5\%$, $\kappa_{max}=30\%$, $\kappa_{incr}=5\%$라고 설정하는 경우, 5%, 10%, 15%, 20%, 25%, 30%를 각각 κ로 설정하는 6개의 하위 포트폴리오($K=6$)로 구성된 포트폴리오가 수립된다. 전체 포트폴리오에 대한 각 하위 포트폴리오의 비율은 균등히 배분한다. 이러한 포트폴리오 모형을 수립하는데 사용되는 변수 및 상수를 기호로 정의하면 다음과 같다.

- N : 포트폴리오에 포함되는 투자 대상종목의 수
- Q : 전체 투자기간 내 투자구간의 수

- $x_{k,i}^q$: q번째 투자구간 초에 구성된 k번째 하위 포트폴리오에서 종목 i에 투자하는 비율($q=1$, 2, …, Q; $k=1$, 2, …, K; $k=1$일 경우 $\kappa=\kappa_{min}$; $i=0$, 1, …, N; $i=0$일 경우 무위험자산)
- μ_i^q : q번째 투자구간 초에 계산된 종목 i의 연환산 기대수익률
- σ_{ij}^q : q번째 투자구간 초에 계산된 종목 i와 j의 연환산 기대수익률에 대한 공분산
- y_k^q : q번째 투자구간, k번째 하위 포트폴리오에서 무위험자산에 투자하는지 여부를 결정하는 이진 변수($y_k^q=1$: 무위험자산에 투자; $y_k^q=0$: 무위험자산에 투자하지 않음)
- κ_k^q : q번째 투자구간에서 k번째 하위 포트폴리오의 최저요구 연기대수익률
- α^q : q번째 투자구간에서 구성 가능한 가장 높은 기대수익률, 즉 기대위험도와 관계없이 가장 높은 기대수익률을 갖는 포트폴리오(이하 최대기대수익률 포트폴리오)의 연기대수익률
- ω_i^q : q번째 투자구간에서 종목 i의 투자상한비율
- W_f : 무위험자산의 투자상한비율(= 1-최소주식편입비율)

정의된 변수 및 상수에 대한 기호를 사용하여 비선형계획법으로 세워진, 본 논문에서 제시하는 포트폴리오 모형은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \Sigma_{i=1}^{N} \Sigma_{j=1}^{N} \sigma_{ij}^q x_{k,i}^q x_{k,j}^q (1-y_k^q) \qquad (1)$$

$$\text{subject to } (1-y_k^q)-y_k^q(\alpha^q-\kappa_{min})>0 \qquad (2)$$

$$(1-y_k^q)\Sigma_{i=1}^{N}\mu_i^q x_{(k,i)}^q \geq (1-y_k^q)\kappa_k^q \qquad (3)$$

$$x_{k,i}^q \geq y_k^q\{y_k^{q-1}x_{k,i}^{q-1}+(1-y_k^{q-1}) \qquad (4)$$

$$(1-W_f)x_{1,i}^{q-1} \quad \forall \ i$$

$$x_{k,i}^q \leq y_k^q\{y_k^{q-1}x_{k,i}^{q-1}+(1-y_k^{q-1}) \qquad (5)$$

$$(1-W_f)x_{1,i}^{q-1}\}+(1-y_k^q\omega_i^q) \quad \forall \ i$$

$$x_{k,0}^q = W_f y_k^q \qquad (6)$$

$$\Sigma_{i=1}^{N} x_{k,i}^q + x_{k,0}^{q=1} \qquad (7)$$

$$y^q \in \{0, \ 1\} \qquad (8)$$

본 모형에서 κ_k^q의 계산법은 제2.1.1항에서, ω_i^q와 α^q의 계산법은 제2.1.2항에서 설명하고, 핵심 입력치인 μ_i^q와 σ_{ij}^q의 추정은 제2.2절에서 전체적인 투자 프레임워크와 더불어 설명한다. 무위험자산 투자를 결정하는 변수 $y_k^q=0$인 경우, 식 (1), 식 (3), 식 (4), 그리고 식 (7)을 통하여 단순 평균-분산 포트폴리오 선정 모형을 구현할 수 있다. $y_k^q=0$ 하에서는, 식 (3)이 기술하는 대로 포트폴리오의 연환산 기대수익률($\Sigma_{i=1}^{N}\mu_i^q x_{k,i}^q$)이 최저요구 연기대수익률($\kappa_k^q$)을 넘고, 식 (4)에 따라 공매도는 하지 않으며, 식 (7)에 제시된 바와 같이 가용금액이 모두 투자된다는 조건을 모두 만족시키는 가운데, 식 (1)에 의하여 포트폴리오의 기대위험도를 최소화하는 최적의 투자비율을 구하는 것을 목표로 하는 모형이 되는 것이다. 나머지 수식에 대한 설명과 더불어 상세한 설명은 이어지는 본 절의 하위 항인 제2.1.1항과 제2.1.2항에서 제시한다.

2.1.1 무위험자산 비율상한 제약조건

기대위험도와 관계없이 기대수익률만을 기준으로, q번째 투자구간에서 구성할 수 있는 가장 높은 기대수익률을 갖는, 최대기대수익률 포트폴리오의 연기대수익률을 본 논문에서는 α^q라 정의하였다. 특정 q번째 투자구간에서 주식시장의 상황이 좋지 않아 μ_i^q들이 모두 낮은 경우, κ값이 비교적 높게 설정된 공격적 투자 성향의 하위 포트폴리오 중 $\alpha^q<\kappa$인 경우가 존재할 수 있다. 이러한 경우, 해당 q번째 투자구간에 $\alpha^q \geq \kappa$를 만족시키지 못하는 하위 포트폴리오에 대하여 최적 해를 계산할 수 없다. 이처럼 공격적 투자 성향의 하위 포트폴리오에 대해 실현가능 해를 구할 수 없는 상황에서도, 보다 보수적 투자 성향의 하위 포트폴리오 중에는 아직 최적 해를 구할 수 있는 포트폴리오가 존재할 수 있다. 다시 말해, $\kappa_{min}<\alpha^q<\kappa_{max}$일 경우, 복수의 κ값 중에는 여전히 $\alpha^q \geq \kappa$를 만족시키는 하위 포트폴리오가 존재할 것이다. 때문에, 해당 하위 포트폴리오의 공격적 투자 성향을 고려하였을 때, 최

적 해를 계산할 수 없다는 이유로 주식에 투자하지 않고 무위험자산으로 회피하는 등의 과거 연구에서 제안한 방법[4]보다는, 해당 투자구간의 해당 하위 포트폴리오에 한하여 κ값을 κ_{incr}단위로 낮추어 주식에 투자할 수 있도록 재설정하고 최적 해를 구하는 것이 합리적일 것이다. 이러한 본 모형의 설정을 반영하여 각 하위 포트폴리오의 κ_k^q를 계산하기 위한 수식을 제시하면 아래의 식 (9)와 같다.

$$\kappa_k^q = \kappa_{min} + \left(\kappa_{incr}\left(\min\left\{k,\ \left\lfloor \frac{\alpha^q}{\kappa_{incr}} \right\rfloor\right\} - 1\right)\right) \quad (9)$$

여기서, $\left\lfloor \frac{\alpha^q}{\kappa_{incr}} \right\rfloor$는 $\frac{\alpha^q}{\kappa_{incr}}$ 보다 크지않은 최대의 정수

위의 식 (9)를 통해 계산된 κ_k^q는 항상 $\alpha^q \geq \kappa_k^q$의 조건을 만족한다.

그러나 어떠한 q번째 투자구간에서 주식시장의 상황이 대단히 좋지 않은 경우, α^q가 복수의 최저요구 연기대수익률 중 가장 낮은 수치인 κ_{min}조차 충족시키지 못할 수 있다. 다시 말해, 어떠한 포트폴리오를 구성하더라도 해당 최저요구 연기대수익률을 만족시킬 수 없기 때문에 최적 해를 구할 수 없는 경우가 발생할 수 있다는 것이다. 이러한 경우 시장상황이 만족스럽지 않다는 것으로 간주하여 Roy[33]에서 제안하는 “Safety First” 전략과 박경찬 외[4]에서 투자 프레임워크를 구성함에 있어 무위험자산으로의 회피 전략을 도입한 것과 마찬가지로, 본 모형에서는 식 (2)를 바탕으로 무위험자산에 투자하도록 설정($y_k^q = 1$)하고, 식 (1)과 식 (4), 식 (5)를 통하여 무위험자산에 투자하는 포트폴리오를 구성할 수 있도록 설계하였다.

무위험자산에 투자할 경우, 전체 자산의 100%를 무위험자산에 투자하는 보수적 방법을 고려할 수도 있으나 이러한 방법에는 현실적 제약이 있다. 시중에서 판매되는 펀드는 주식의 편입 비율에 따라 주식형, 채권형, 혼합형으로 분류된다. 대표적 펀드평가업체 ㈜제로인의 펀드 분류 기준 등을 참조한 고광수, 하연정[1]과 같이, 일반적으로 주식형펀드는 ‘전체 자산의 60% 이상을 주식에 투자하는 펀드’로 정의되고 있다. 이에 따라 주식형펀드는 전체 자산 중 최소주식편입비율인 60% 이상을 주식에 투자하여야 한다는 제약을 추가적으로 갖게 된다. 본 논문에서는 벤치마크와 연구 대상을 주식형펀드로 정하였기에 투자를 진행함에 있어서도 이러한 최소주식편입비율을 고려하는 제약조건이 추가되어야 한다.

식 (8)에 따라 0 혹은 1의 값만을 갖는 y_k^q는 식 (2)에 의하여 $\alpha^q < \kappa_{min}$인 경우에만 1의 값을, 아닌 경우에는 0의 값을 갖는다. 따라서 y_k^q가 1이 될 경우, 식 (6)에 의하여 q번째 투자구간의 k번째 하위 포트폴리오의 무위험자산 투자비율($x_{k,0}^q$)은 무위험자산의 투자상한비율인 W_f가 되고, 국내 주식시장에서 주식형펀드의 경우 최소주식편입비율이 60%이므로 W_f = 40%가 된다. 그 다음 식 (7)에 따라 전체적으로 투자비율의 합을 100%로 만든다.

이 과정에서는 대단히 낮은 기대수익률을 통하여 예측되는, 좋지 않는 시장전망을 감안하여, 식 (4)와 식 (5)에 따라 이전 투자시점($q-1$)에서 가장 보수적인 κ_{min}에 해당하는 투자비율($x_{1,i}^{q-1}$)에 최소주식편입비율($1-W_f$)를 곱하여 현 투자시점에서 현 하위 포트폴리오의 투자비율($x_{k,i}^q$)을 계산한다. 만약 $\alpha^q < \kappa_{min}$의 시장상황이 두 투자구간 이상 유지된다면($y_k^q = y_k^{q-1} = 1$) 직전 투자시점에 수립된 보수적 투자비율을 그대로 유지하도록 한다. 위와 같은 모형은, 실현 불가능 해(Infeasible solution)가 발생하는 구간, 즉 매우 낮은 기대수익률로 시장상황이 좋지 않을 것으로 예상되는 구간에서도 60% 이상은 주식에 투자하여야 한다는 주식형펀드의 조건을 만족시킬 수 있다.

2.1.2 단일종목 투자비율상한 제약조건

과거 포트폴리오 최적화 모형을 바탕으로 그 실제 투자 성과를 확인하였던 김성문, 김홍선[2], 박경찬 외[4], 최재호 외[7] 등의 연구에서는, 모형에

서 요구되는 최저요구 기대수익률을 달성하기 위하여, 때로는 소수의 종목에 전체 자산의 상당한 부분을 집중적으로 투자하는 경우가 발생하였다. 이와 같은 소수 종목에 대한 집중적 투자는 대규모 자산을 운영하는 펀드 매니저 입장에서 볼 때는 현실적이지 않다. 서론에서 언급하였듯, 국내에서 판매되는 펀드는 자본시장과 금융투자업에 관한 법률에 제약되기 때문이다. 해당 법률 81조에 의거하여, 하나의 주식 종목에 전체 포트폴리오 10% 이상의 자본을 집중적으로 투자할 수 없다. 단, 예외적으로 삼성전자와 같이 해당 종목의 시가총액 비율이 10%를 넘는 경우, 전체 포트폴리오에서 시가총액 비율에 해당하는 비율까지 투자할 수 있도록 되어 있다.

본 논문에서는 포괄적이고 현실적인 모형을 제안하기 위하여, 시가총액까지 고려하여 단일종목에 대한 투자비율을 상한하는 제약조건을 모형에 포함시킨다. 이를 위하여 식 (5)에서 사용된, 각 종목별 투자 상한비율인 ω_i^q를 구하기 위한 상수들을 기호로 정의하고 식으로 제시하면 아래의 식 (10)과 같다.

- W_i^q : q번째 투자구간에서 종목 i의 시가총액 비율
- W_x : 단일 종목의 투자상한비율(국내 주식시장에서는 10%)

$$\omega_i^q = \max\{W_i^q,\ W_x\} \tag{10}$$

제2.1.1항의 설명과 같이, 최적 해 계산에 앞서 해당 투자구간의 기대수익률을 바탕으로 모형에서 요구되는 최저요구 연기대수익률(κ)의 실현 가능성을 판단해야 실현 불가능 해를 피할 수 있다. 마코위츠 모형을 바탕으로 한 투자 프레임워크를 제시하였던 박경찬 외[4]의 경우, 단일종목 투자비율에 대한 상한이 없어 하나의 종목에 100% 투자하는 경우가 가능하였으므로, μ_i^q값 중 가장 큰 값(즉, $\max_i \mu_i^q$)을 기준치로 삼아 비교하는 단순한 방법을 채택하였다. 하지만 단일종목에 대한 투자비율을 상한하는 제약조건이 추가될 경우, 최대기대수익률 포트폴리오의 연기대수익률(α^q)을 κ값과 비교하여 κ의 실현 가능성을 판단해야 한다. 이러한 α^q는 다음과 같은 선형 모형을 통하여 구할 수 있다.

- $x_{\alpha,i}^q$: q번째 투자구간 초에 구성된 최대기대수익률 포트폴리오에서 종목 i에 투자하는 비율

$$\text{Maximize } \alpha^q = \textstyle\sum_{i=1}^N \mu_i^q x_{\alpha,i}^q \tag{11}$$

$$\text{subject to } \textstyle\sum_{i=1}^N x_{\alpha,i}^q = 1 \tag{12}$$

$$x_{\alpha,i}^q \le \omega_i^q \qquad \forall\ i \tag{13}$$

$$x_{\alpha,i}^q \ge 0 \qquad \forall\ i \tag{14}$$

식 (12)에 따라 자산을 모두 주식에 투자하고, 식 (13)과 같이 각 종목별 투자 상한비율을 만족시키며, 식 (14)에 의해 공매도는 하지 않는 가운데, 식 (11)에 따라 포트폴리오의 기대수익률을 최대화하는 포트폴리오를 구하는 모형이다. 이와 같은 선형 모형을 이용해서 매 투자구간마다 α^q를 계산하게 된다. 다만, 주어진 선형 모형의 해는 아래의 수식 (15), 식 (16)의 해와 같기에, 아래와 같이 수리적으로 계산할 수도 있다.

- $\mu_{(n)}^q$: q번째 투자구간 초에 계산된 연환산 기대수익률(μ_i^q) 중 n번째로 높은 연환산 기대수익률($i,\ n=1,\ 2,\ \cdots,\ N$)
- $x_{(n)}^q$: $\mu_{(n)}^q$에 해당하는 종목에 투자하는 비율, 예를 들어 $x_{(1)}^q$은 q번째 투자구간에서 가장 연환산 기대수익률이 높은 종목의 포트폴리오 구성비율
- $\omega_{(n)}^q$: $\mu_{(n)}^q$에 해당하는 종목의 투자 상한비율
- η^q : q번째 투자구간에서 α^q를 계산하는데 사용되는 종목의 수($1 \le \eta^q \le N$)

$$\eta^q = \underset{m}{argmin}\left\{\left(1-\Sigma_{n=1}^{m}\omega^q_{(n)}\right)^2\right\} \tag{15}$$

여기서 m은 정수이며 $\sum_{n=1}^{\eta^q}\omega^q_{(n)} \geq 1$

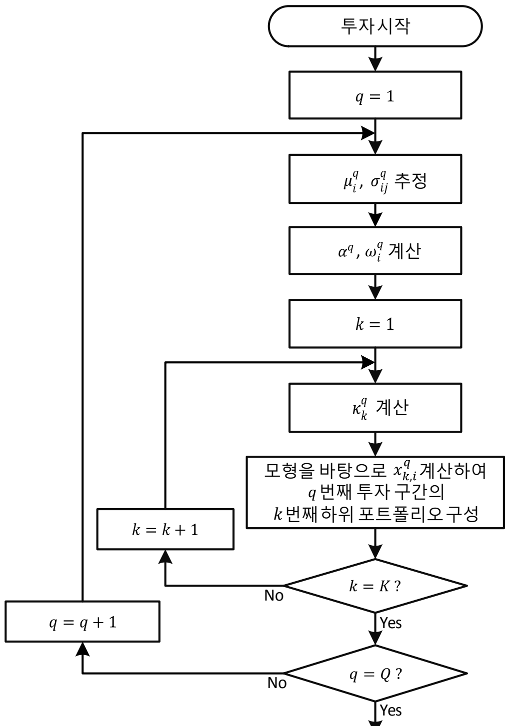
$$\alpha^q\sum_{n=1}^{\eta^q-1}(\omega^q_{(n)}\mu^q_{(n)}) + \left(1-\sum_{n=1}^{\eta^q-1}\omega^q_{(n)}\right)\mu^q_{(\eta^q)} \tag{16}$$

위의 식 (15)에 기술된 바와 같이 단일종목의 투자상한비율을 이용하여, 최대기대수익률 포트폴리오를 구성하는 종목의 수인 η^q를 계산할 수 있다. 다시 말해, 연환산 기대수익률이 높은 순서대로 정렬하였을 때 상위 η^q개의 종목을 이용한다면, 기대위험도를 고려하지 않은 기대수익률만의 관점에서 가장 우수한, 최대기대수익률 포트폴리오를 구성할 수 있다는 것이다. 해당 종목들로 최대기대수익률 포트폴리오를 구성하기 위해서는, 상위의 종목부터 단일종목별 투자상한비율까지 최대로 투자해야 한다.

하지만 시가총액 비율과 단일종목의 투자상한비율들을 더하였을 때 늘 그 합이 정확히 1이 되는 것이 아니라, 때로는 식 (16)에 따라 그 값이 1을 초과할 수도 있다. 예를 들어 어떠한 종목의 시가총액 비율이 15%이며 기대수익률이 가장 높은 종목 하나와 시가총액 비율은 10% 미만이지만 높은 기대수익률을 갖는 종목 9개를 이용해 최대기대수익률 포트폴리오를 구성할 경우, 해당 10개의 종목 중 가장 기대수익률이 높은 종목에 해당 종목의 투자 상한비율인 15%까지 투자해야 하므로 가장 기대수익률이 낮은 종목에는 5%밖에 투자할 수 없다. 이렇게 최대기대수익률 포트폴리오를 구성하는 종목의 투자비율 합이 1을 초과하는 경우, 그 합을 1로 맞추기 위해서는 기대수익률 상위 η^q번째 종목, 즉 최대기대수익률 포트폴리오를 구성하는 종목 중 가장 기대수익률이 낮은 종목에는 최대 투자비율로 투자할 수 없다. 따라서 식 (16)과 같이 그 투자비율의 합이 1이 되도록 α^q를 계산한다. 제 2.1절에서 제시한 모형의 식 (2), 식 (3)에 기술된 바와 같이, 이러한 α^q가 해당 투자구간의 각 하위 포트폴리오의 기준치 κ^q_k값보다 크거나 같아 최적화된 포트폴리오를 계산할 수 있다면, 최적화된 포트폴리오를 구성한다.

2.2 핵심 입력치의 추정과 투자 프레임워크

제 2.1절을 통해 설명한 포트폴리오 모형을 기반으로 구성된 투자 프레임워크를 순서도로 그리면 다음의 <그림 2>와 같다. 본 절에서는 핵심 입력치의 추정과 투자 프레임워크의 전체적인 절차를 제시한다.



〈그림 2〉 투자 프레임워크 순서도

본 논문에서 제시한 포트폴리오 모형을 기반으로 실제 투자를 진행하기 위해서는 우선 기대 수익률과 공분산 등 핵심 입력치를 추정해야 한다. q번째 투자구간에서 각 종목 i의 기대수익률(μ_i^q)과 종목

i와 j의 공분산(σ_{ij}^q)은 과거 주식 수익률의 시계열 자료를 참조하여 추정하는데, 이 때 사용되는 시계열 자료의 수는 자료 참조기간의 길이와 자료의 종류에 의해 결정된다. 예를 들어, 주간수익률데이터를 바탕으로 투자 시점에서 최근 1년간 자료를 참조한다면, 사용하는 자료의 수는 52개가 된다. 추정법으로는 단순이동평균법이 가장 널리 쓰이는데, 본 논문에서도 이를 이용하여 핵심 입력치 추정하고, 연환산하여 μ_i^q와 σ_{ij}^q를 구한다.

<그림 2>를 통해 제시된 본 연구의 프레임워크를 기반으로 가상의 펀드를 구성하여 모의 투자 실험을 진행하기 위해서는, 가상펀드의 성과를 평가하는 과정이 필수적이다. 구성된 가상펀드의 성과를 계산함에 있어서 사용되는 변수 및 상수 등을 기호로 정의하고 식으로 제시하면 다음과 같다.

- R_i^t : 종목 i에 대한 t시점의 $t-1$시점 대비 수익률($i=1,\ 2,\ \cdots,\ N$)
- L : 리밸런싱 주기, 즉 하나의 투자구간 내 시계열 자료의 수(리밸런싱 주기의 길이와 자료의 종류가 연관되며, 예를 들어 주간수익률데이터를 바탕으로 8주 단위로 리밸런싱 한다면 $L=8$)
- T : 전체 투자기간 내 시계열 자료의 수(전체 투자구간의 시작 시점이 ($t=1,\ t=LQ$)
- β_k^q: q번째 투자구간 동안 달성한 k번째 하위 포트폴리오의 실제 수익률(즉, 리밸런싱 주기 동안의 수익률)

$$\beta_k^q=\sum_{i=1}^{N}\left(x_{k,i}^q\left(\prod_{(t=L(q-1)+1)}^{Lq}(1+R_i^t)-1\right)\right) \quad (17)$$

여기서 $q=1,\ 2,\ \cdots,\ Q$

전체 투자기간에서 q번째 투자구간은 $t=L(q-1)+1$시점부터 $t=Lq$시점까지 L개의 시점을 갖게 된다. 이러한 투자구간마다 식 (17)을 통하여 포트폴리오의 수익률을 계산하며, 이러한 β_k^q는 총 Q개로 구성된 시계열 자료가 된다(예를 들어, 전체 10년에 대하여 8주에 한 번씩 리밸런싱을 한다면 총 65개의 투자구간이 나오게 되어 Q = 65로 설정된다). 이러한 수익률 이외에도 변동성이라는 위험도에 대한 성과평가를 위해 대표적인 변동성 척도인 표준편차를 계산하여 비교한다. β_k^q에서 무위험 수익률을 감한 실질적 초과 수익률을 δ_k^q라고 정의하면, 전체 투자기간 동안 관찰된 Q개의 자료에 대한 가상펀드의 k번째 하위 포트폴리오 수익률의 표준편차($\sigma_{\widetilde{M},k}$)를 다음과 같은 식으로 계산한다.

$$\bar{\delta}_k=\frac{1}{Q}\sum_{q=1}^{Q}\delta_k^q \quad (18)$$

$$\sigma_{\widetilde{M},k}=\frac{\sqrt{\sum_{l=1}^{T}(\delta_k^l-\bar{\delta}_k)^2}}{T} \quad (19)$$

본 논문에서는 성과지표로 수익률과 위험도뿐만 아니라, 위험대비 수익률의 비율을 살펴보기 위하여 샤프지수(Sharpe ratio)를 도입한다. 샤프지수를 계산하는 데에 있어서 Sharpe[34]에서 제시된 사후적 샤프지수(*ex post* Sharpe ratio)의 계산법을 기초로 하되, $\bar{\delta}_k$가 음수가 될 경우 적은 위험도를 갖는 포트폴리오의 성과가 부정적으로 왜곡되는 결과를 방지하기 위하여 Israelsen[20]의 정제법을 거쳐 보정한다. 위의 수식 (18)과 식 (19)에서 정의된 $\bar{\delta}_k$와 $\sigma_{\widetilde{M},k}$를 이용하여 정제된 샤프지수($\zeta_{\widetilde{M},k}$)를 계산하기 위한 수식은 다음과 같다.

$$\zeta_{\widetilde{M},k}=\frac{\bar{\delta}_k}{\sigma_{\widetilde{M},k}^{\frac{\bar{\delta}_k}{abs(\bar{\delta}_k)}}} \quad (20)$$

여기서 $abs(\bar{\delta}_k)$는 $\bar{\delta}_k$의 절대값

이렇게 계산된 K개의 하위 포트폴리오들의 성과를 평균 내어 가상펀드의 성과를 계산할 수 있다.

3. 사례 분석

이번 장에서는 제 2장을 통하여 설명한 포트폴리오 모형과 그를 바탕으로 한 투자 프레임워크를 한국 주식시장에 실제로 적용함으로써 추정모형과 제약조건이 추가된 추정모형의 성과를 비교한다. 본 논문의 투자 프레임워크에서 W_f = 100%, W_x = 100%로 설정하여 추가적인 제약조건이 없이 단순 평균-분산 포트폴리오 선정 모형을 바탕으로 구성된 가상의 펀드를 수립할 수 있으며, 이를 Fund M이라 정의한다. 또한, 앞서 제 2.2절에서 언급한 바와 같이, 본 논문에서 제안한 투자 프레임워크에 무위험자산의 투자상한비율(W_f)을 40%로, 단일종목별 투자상한비율(W_x)을 10%로 설정하여, 한국 주식시장에서 요구되는 제약조건을 충족시키는, 제약조건이 추가된 추정모형을 바탕으로 수립한 가상펀드를 Fund $\widetilde{M}$라 정의한다.

Fund M과 Fund $\widetilde{M}$ 모두, 최저요구 연기대수익률(κ)은 다양한 투자성향을 아우를 수 있도록 κ_{min} = 5%부터 κ_{max} = 30%까지 κ_{incr}= 5% 단위로 총 K = 6개를 사용하였으며, 핵심 입력치를 추정함에 있어서는 가장 널리 사용되는 단순이동평균법을 이용하고, 자료는 전주대비 절대수익률을 사용한다. 김성문, 김홍선[2], 박경찬 외[4]의 결과를 바탕으로, 핵심 입력치를 추정하는 자료 참조기간은 1년, 리밸런싱 주기는 8주($L=8$)를 선택하였다.

3.1 삼성그룹주 사례

3.1.1 삼성그룹주펀드

삼성그룹은 한국의 대표적인 재벌그룹으로 한국 주식시장에서 독보적인 위치에 있는 삼성전자를 필두로 화학, 중공업에서 호텔, 증권, 의류 등에 이르기까지 다양한 산업에 걸쳐 각 분야를 대표하는 글로벌 기업들로 구성되어 있다. 이러한 특징으로 인하여 2004년 삼성그룹의 종목만을 대상으로 펀드를 구성하는 그룹주펀드가 첫 출시되었고, 그룹주펀드의 대표격으로서 탁월한 수익성과 안정성을

〈표 1〉 우수 상용 삼성그룹주펀드를 구성하고 있는 삼성그룹주 17개 종목의 종목명과 종목번호

삼성전자	(005930)	삼성중공업	(010140)	에스원	(012750)
삼성물산	(000835)	삼성증권	(016360)	제일기획	(030000)
삼성엔지니어링	(028050)	삼성테크윈	(012450)	호텔신라	(008775)
삼성전기	(009155)	삼성화재	(000815)	제일모직	(001300)
삼성정밀화학	(004000)	삼성 SDI	(006405)	에이스디지텍	(036550)
크레듀	(067280)	삼성카드	(029780)		

〈그림 3〉 2005년 1월 3일부터 2013년 12월 30일까지 총 9년간 KOSPI의 변동 그래프

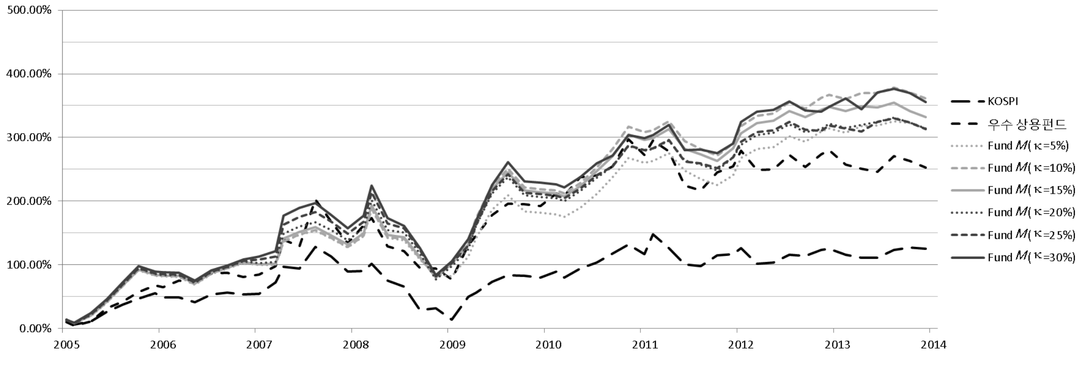
보여 오며 큰 인기를 끌어왔다. 우수한 성과와 인기뿐만이 아니라, 그룹주의 경우 적은 숫자의 한정된 투자종목을 사용하기에 포트폴리오 성과 비교에 용이하다는 장점도 가지고 있다[2]. 이에 삼성그룹주펀드를 사례 분석의 대상으로 삼고, 삼성그룹주펀드 중 출시된 지 오래되었으며 성과가 가장 우수한 상용펀드를 골라 벤치마크로 삼아 실험을 진행한다. 벤치마크로 선정된 상용펀드가 투자 대상으로 삼고 있는 삼성그룹주 종목들은 아래의 <표 1>과 같다.

벤치마크로 선정한 상용펀드는 2004년에 출시된 이후로 판매되고 있으므로, 이와의 비교를 위하여 실험기간은 2005년 개장일부터 2013년 폐장일까지로 한다. 해당 기간의 KOSPI는 893.71에서 2011.34로 125.06% 증가하였고 이를 그래프로 나타내면 <그림 3>과 같다.

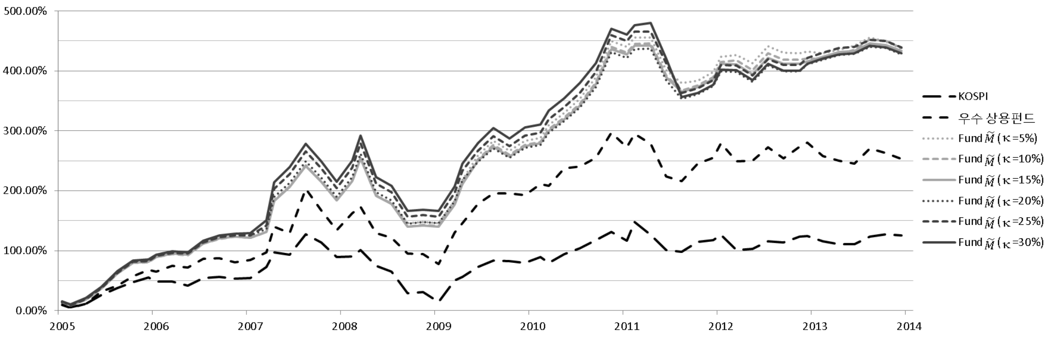
3.1.2 실험결과

삼성그룹주를 대상으로 총 9년의 기간에 대하여 추가적인 제약조건 없이 구성된 Fund M을 사용하여 투자를 진행한 결과를 κ에 따른 하위 포트폴리오별 수익률로 정리하여 벤치마크들과 비교한 그래프는 <그림 4>와 같다.

시장상황에 따라 하위 포트폴리오별 수익률이 차이가 나기도 했으나 대체로 비슷한 추이를 보여주고 있다. 총 9년의 실험기간 후에는 가장 낮은 수익률을 보여준 κ = 25%의 다섯 번째 하위 포트폴리오도 312.73%의 누적수익률을 기록함으로써 125.06% 증가한 KOSPI와 253.04%를 달성한 상용 삼성그룹주펀드보다 우월한 결과를 보였다. 가장



〈그림 4〉 삼성그룹주 Fund M의 하위 포트폴리오별 전 기간 누적수익률 추이 그래프



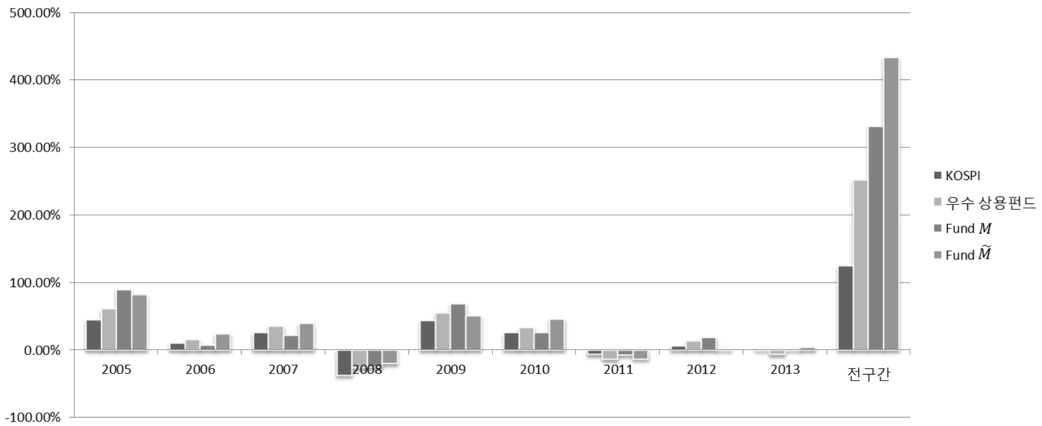
〈그림 5〉 삼성그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 하위 포트폴리오별 전 기간 누적수익률 추이 그래프

높은 수익률을 보여준 κ = 10%의 두 번째 하위 포트폴리오는 361.38%를 기록하였으며, 여섯 개의 하위 포트폴리오들 간 수익률의 평균은 331.87%였다.

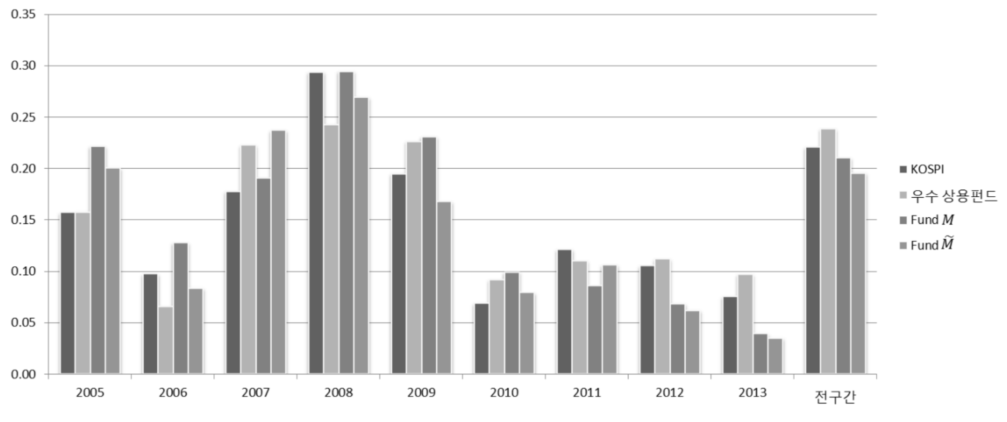
한국 주식시장에서 요구되는 제약조건이 추가된 Fund $\widetilde{M}$를 사용한 투자 결과를 κ에 따른 하위 포트폴리오별 수익률 그래프로 정리하고 벤치마크들과 비교하면 <그림 5>와 같다.

가장 낮은 수익률을 보여준 κ = 20%의 세 번째 하위 포트폴리오는 427.65%를, 그리고 가장 높은 수익률을 보여준 κ = 25%의 다섯 번째 하위 포트폴리오의 경우 439.33%의 전 기간 누적수익률을 기록하였다. 결과적으로 여섯 개의 하위 포트폴리오별 누적수익률의 평균은 434.23%로, Fund M이 달성한 평균 누적수익률 대비 30.84% 증가하였음을 확인할 수 있다. 불완전 정보 하의 추정모형에서 제약조건을 추가하였음에도 오히려 전 기간 누적수익률 측면에서 성과가 증가하였는데, 이를 연도 별로 연환산하여 막대그래프로 나타내면 아래의 <그림 6>과 같다.

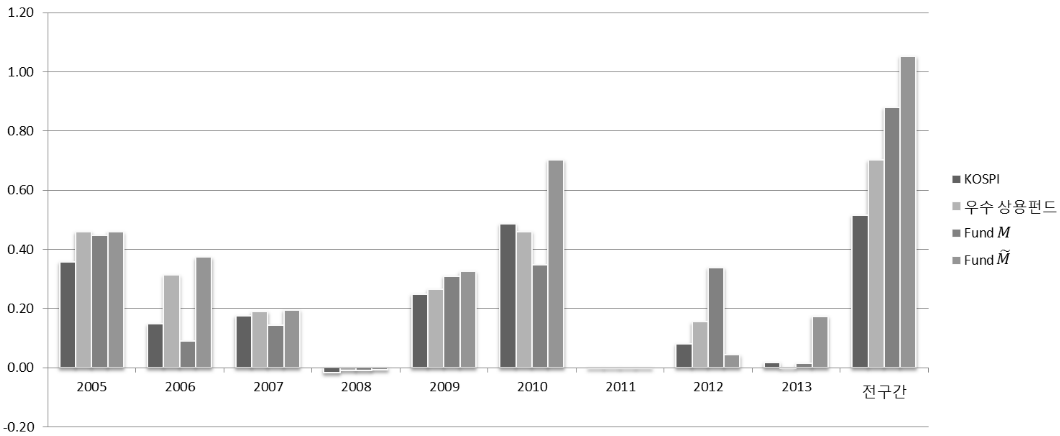
2005년, 2009년 등의 일부 예외를 제외하고 추정모형인 Fund M보다 제약조건을 추가한 Fund $\widetilde{M}$가 상대적으로 더 높은 수익률을 내고 있음을 확인할 수 있다. 보다 정확한 성과 비교를 위하여, 위와 같은 수



〈그림 6〉 KOSPI, 우수 상용 삼성그룹주펀드, 삼성그룹주 Fund M 그리고 삼성그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 연환산평균수익률 및 전 구간누적수익률 비교



〈그림 7〉 KOSPI, 우수 상용 삼성그룹주펀드, 삼성그룹주 Fund M 그리고 삼성그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 및 전 구간 연환산표준편차 비교



〈그림 8〉 KOSPI, 우수 상용 삼성그룹주펀드, 삼성그룹주 Fund M 그리고 삼성그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 및 전 구간 샤프지수 비교

익률의 관점뿐만 아니라 변동성의 측면과 변동성 대비 수익률의 효율성 측면에서도 성과를 비교하는데, 각 투자구간별 성과에 대한 연차별 연환산 표준편차를 막대그래프로 나타내면 <그림 7>과 같다.

2007년과 2011년을 제외한 7년 동안, 불완전 정보 하에서 제약조건을 추가하는 것이 상대적으로 낮은 표준편차를 보임으로써, 안정적인 수익률을 달성하였음을 확인할 수 있다. 이러한 변동성을 수익률과 함께 고려함으로써 포트폴리오의 효율성을 살펴보기 위하여, 식 (20)에 따라 계산한 연차별 샤프지수를 막대그래프로 표시하면 <그림 8>과 같다.

총 9년의 실험기간에 대하여 0.51의 샤프지수를 보여준 KOSPI와 0.70의 상용 삼성그룹주펀드에 비하여 추정모형인 삼성그룹주 Fund M은 0.88이라는 높은 효율성을 보여주었다. 하지만 한국 주식시장에서 부가되는 제약조건들을 만족시키며, 상용 펀드와 동일한 환경 하에서 투자를 진행한, 제약조건을 추가한 추정모형인 삼성그룹주 Fund $\widetilde{M}$는 1.05의 탁월한 성과를 달성했다. 위 결과는, 완전 정보 하에서는 유의미한 제약조건의 추가가 성과를 저해한다는 사실과는 반대로, 불완전 정보 하에서는 오히려 유의미한 제약조건의 추가가 수익률, 변동성, 그리고 효율성 측면에서 성과를 모두 높일 수 있음을 보여준다.

3.2 SK그룹주 사례

3.2.1 SK그룹주펀드

SK그룹도 삼성그룹과 마찬가지로 다양한 분야에 걸쳐 우수한 기업들을 소유하고 있는 재벌그룹이다. SK그룹은 통신, 전자 등을 필두로 엔터테인먼트, 에너지, 증권에 이르기까지 다양한 산업에 걸친 기업을 소유하고 있다. 하지만 삼성그룹을 제외한 여타 재벌 그룹들과 마찬가지로 SK그룹도, 다양한 소유 기업 중 규모가 큰 기업이 많지는 않다. 따라서 시중에서도 그룹 주펀드를 구성함에 있어 삼성전자 등의 다양한 우량주를 추가로 포함시켜, 보다 많은 종목들로 펀드를 구성한다. 이러한 상용 SK그룹주펀드 중, 출시일이 오래되었으며 성과가 가장 우수한 펀드를 골라 벤치마크로 삼아 실험을 진행한다.

벤치마크로 선정된 상용 SK그룹주펀드에서 투자 대상의 주축을 이루는 SK그룹주는 다음의 <표 2>와 같으며, 그 외 삼성전자, 포스코, 현대중공업 등의 SK그룹 외 우량주를 포함하여 총 30개 종목을 투자 대상으로 삼고 있다.

벤치마크로 선정한 상용 SK그룹주펀드는 2006년 출시되어 판매되고 있으므로, 실험기간은 2007년 개장일부터 2013년 폐장일까지로 한다. 해당 기간의 KOSPI는 1435.26에서 2011.34로 40.14% 증가하였고 그 추이

〈표 2〉 우수 상용 SK그룹주펀드의 주축인 SK그룹주의 종목명과 종목번호

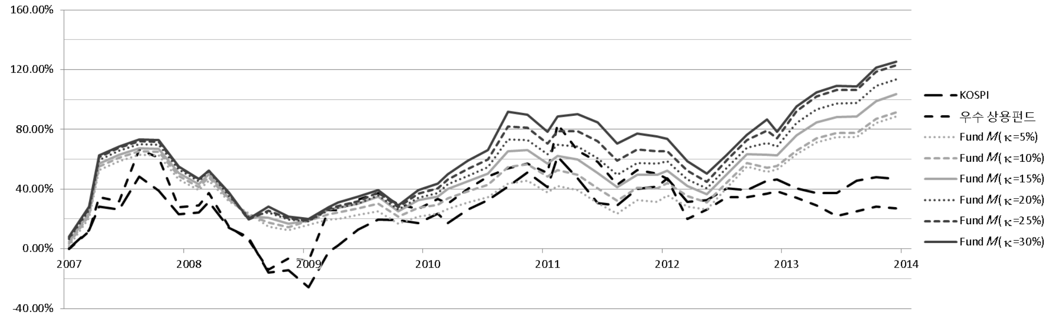
SK	(005930)	SKC솔믹스	(057500)	에스케이커뮤니케이션즈	(066270)
SK가스	(018670)	SK증권	(001515)	SK케미칼	(006125)
SK네트웍스	(001745)	에스케이하이닉스	(000660)	SK텔레콤	(017670)
SK이노베이션	(096775)	에스케이씨앤씨	(034730)	실리콘화일	(082930)
에스케이브로드밴드	(033630)	에스케이씨	(011790)	로엔엔터테인먼트	(016170)

는 제3.1.1항의 <그림 3>을 통해 다시 확인할 수 있다.

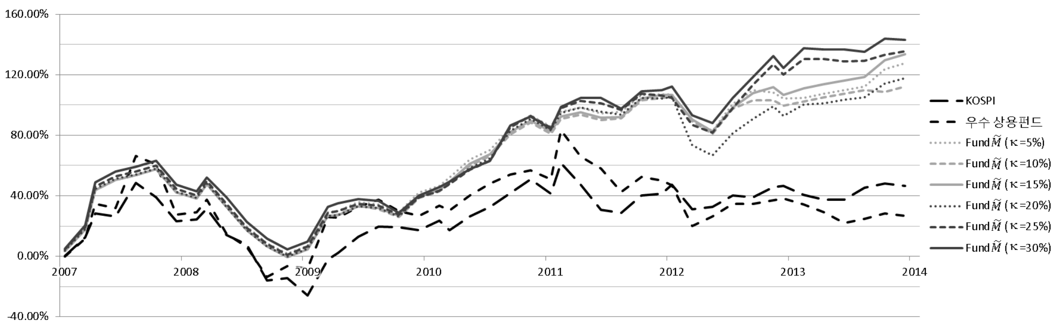
3.2.2 실험결과

제3.1.1항에서 살펴본 삼성그룹주의 사례와 마찬가지로, SK그룹주를 대상으로 총 7년의 기간에 대하여 추가적인 제약조건 없이 구성된 Fund M을 사용하여 투자를 진행한 결과를 κ에 따른 하위 포트폴리오별 수익률 그래프로 정리하고 벤치마크들과 비교하면 <그림 9>와 같다.

SK그룹주 Fund M 역시, 시장상황에 따라 하위 포트폴리오별 수익률이 차이가 나지만, 그 누적수익률의 추이는 비슷함을 확인할 수 있다. 총 7년의 전 기간 누적수익률의 결과, 가장 낮은 수익률을 달성한 κ = 5%의 첫 번째 하위 포트폴리오도 88.54%를 기록하여, 46.73% 증가한 KOSPI와 26.93% 증가한 상용 SK그룹주펀드보다 우월한 결과를 보여줌으로써, 추가적인 제약조건이 없는 Fund M이 수익률 측면에서 우수하였음을 확인할 수 있다. 가장 높은 수익률을 달성한 κ = 30%의 여섯 번째 하위 포트폴리오는 125.41%의 수익률을 기록하였으며, 여섯 개 하



〈그림 9〉 SK그룹주 Fund 의 하위 포트폴리오별 전 기간 누적수익률 추이 그래프



〈그림 10〉 SK그룹주 Fund 의 하위 포트폴리오별 전 기간 누적수익률 추이 그래프

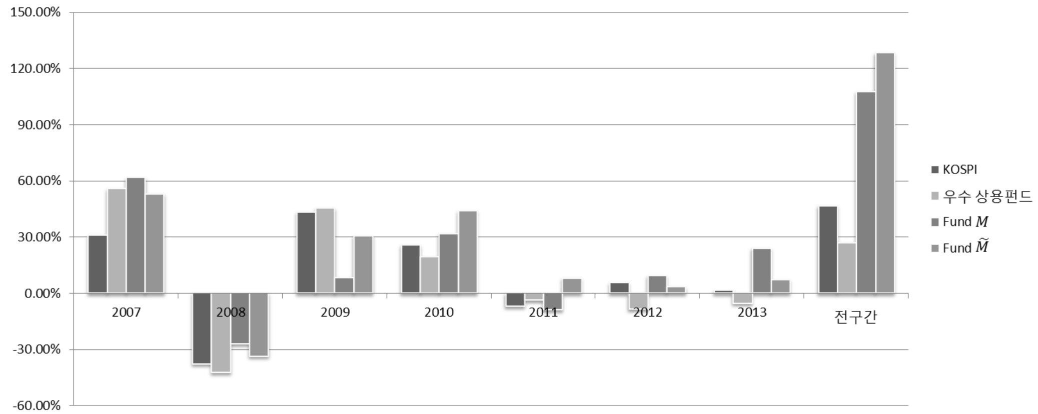
위 포트폴리오의 평균 누적수익률은 107.57%였다.

한국 주식시장에서 요구되는 제약조건을 추가함으로써 상용펀드와 같은 조건 속에서 실시한, Fund $\widetilde{M}$의 투자 결과를 κ에 따른 하위 포트폴리오별 수익률 그래프로 정리하고 벤치마크들과 비교하면 <그림 10>과 같다.

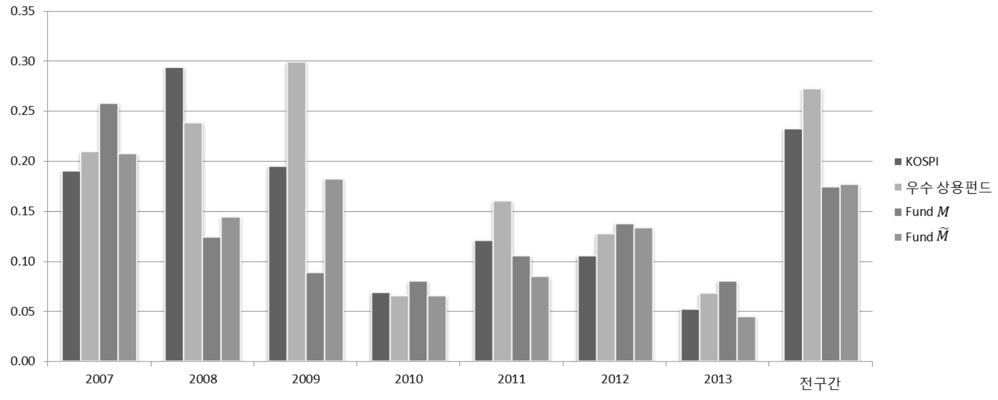
제약조건을 추가하지 않은 Fund M과 흡사한 양태를 보이고 있으며, 가장 낮은 수익률을 보여준 κ = 30%의 두 번째 하위 포트폴리오는 112.29%를, 그리고 가장 높은 수익률을 보여준 의 여섯 번째 하위 포트폴리오가 143.08%를 기록하였다. 결과적으로 여섯 개의 하위 포트폴리오의 평균 누적수익률은 128.34%로 Fund M의 평균 누적수익률 대비 19.31% 상승하였음을 확인할 수 있다. 이를 통하여 SK그룹주의 사례에서도 제약조건을 추가한 추정모형이 제약조건을 추가하지 않은 추정모형보다 높은 수익률을 거두었음을 확인할 수 있다.

이러한 SK그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 수익률을 연도별로 정리하고 벤치마크와 함께 막대그래프로 나타내면 아래의 <그림 11>과 같다.

2011년에는 Fund $\widetilde{M}$만 양의 수익률을 내는 등, 우수한 성과를 통하여 전 구간 누적수익률은 Fund M, KOSPI, 우수 상용펀드 대비 Fund $\widetilde{M}$이 높다. 그러나, 2013년과 같이 Fund M 대비 낮은 수익률



〈그림 11〉 KOSPI, 우수 상용 SK그룹주펀드, SK그룹주 Fund M 그리고 SK그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 연환산평균수익률 및 전 구간누적수익률 비교



〈그림 12〉 KOSPI, 우수 상용 SK그룹주펀드, SK그룹주 Fund M 그리고 SK그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 및 전 구간 연환산표준편차 비교

을 기록한 경우를 감안한다면, 수익률 외에도 변동성 및 효율성의 측면에서 분석이 필요하다. 각 투자구간의 성과에 대한 연차별 연환산 표준편차를 막대그래프로 나타내면 <그림 12>와 같다.

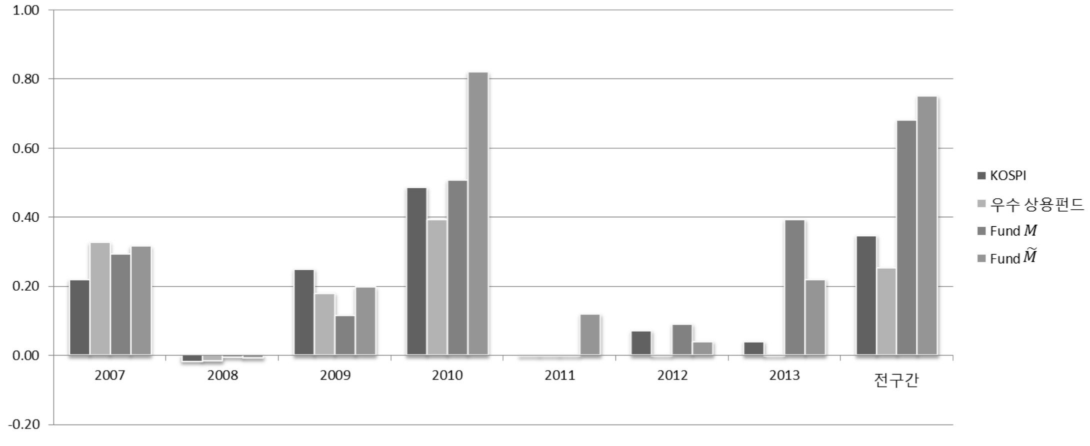
대체로 제약조건을 추가한 Fund $\widetilde{M}$의 변동성이 Fund M에 비하여 상대적으로 낮은 표준편차를 가져 안정적인 수익률을 달성했음에도, 2009년 등의 영향으로 전 구간에 대해서는 Fund $\widetilde{M}$의 변동성이 0.18로 Fund M의 변동성인 0.17과 비슷하지만 조금 더 높음을 확인할 수 있다. 하지만 누적 수익률은 Fund $\widetilde{M}$가 약 20% 더 높았기 때문에, 수익률과 변동성의 관계 속에서 그 효율성을 보다 명확히 살펴보기 위하여 연차별 샤프지수를 막대그래프로 표시하면 다음의 <그림 13>과 같다.

총 7년의 실험기간에 대하여 0.35의 사프지수를 보여준 KOSPI와 0.25를 달성한 상용 SK그룹주펀드에 비하여 제약조건이 추가되지 않은 SK그룹주 Fund M은 0.68이라는 높은 효율성을 보여주었다. 하지만 제약조건이 추가된 SK그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 위험도 대비 수익률은 0.75로 Fund M보다 더 높은 효율성을 달성하였다. 위 결과는 삼성그룹주의 사례와 더불어, 불완전 정보 하에서 유의미한 제약조건을 추가하는 것이 직관과는 반대로 성과에 긍정적 영향을 미칠 수 있음을 보여준다.

4. 결론 및 향후 연구

본 논문은 한국 주식시장에서 대한민국의 대표적 기업인 삼성그룹의 계열사로 구성된 삼성그룹주펀드와 SK그룹의 계열사 및 우량주로 구성된 SK그룹주펀드 중 각각 실적이 우수하고 가장 오래된 상용펀드를 벤치마크로 삼아, 그와 같은 투자대상에 대하여 추정모형과 제약조건이 추가된 추정모형의 성과를 비교하는 투자 실험을 진행하였다. 이를 위하여 평균-분산 최적화를 근간으로 한 새로운 포트폴리오 선정 모형을 개발하고, 이를 활용한 투자 프레임워크를 제시하였다. 2005년 개장일부터 2013년 폐장일까지, 2007년 개장일부터 2013년 폐장일까지 연이은 금융위기로 사상 최악의 세계적 경기침체라는 변수를 포함하고 있는 최근 각 9년, 7년의 투자기간에 대하여 수익률과 변동성 그리고 효율성의 관점에서 보았을 때, 불완전한 정보하의 추정모형에서 추가적인 제약조건이 투자 성과를 향상시킬 수 있음을 실증적으로 보였다.

삼성그룹주의 사례에서 최근 9년 동안 샤프지수 0.51를 기록한 KOSPI와 0.70의 상용 삼성그룹주펀드에 비하여 제약조건이 추가되지 않은 추정모형은 0.88이라는 보다 효율적인 위험도 대비 수익률을 나타내었다. 하지만 이러한 추정모형에 한국 주식시장



〈그림 13〉 KOSPI, 우수 상용 SK그룹주펀드, SK그룹주 Fund M 그리고 SK그룹주 Fund $\widetilde{M}$의 연차별 및 전 구간 샤프지수 비교

에서 실제로 부가되는 제약조건을 추가하여 투자할 경우, 샤프지수는 1.05로 증가하여, 탁월하게 효율적인 성과를 보여주었다. SK그룹주의 사례에서는 최근 7년 동안 샤프지수 0.35를 기록한 KOSPI와 0.25의 상용 SK그룹주펀드에 비하여 기본적 추정모형은 0.68의 높은 효율성을 보여주었으며, 제약조건을 추가한 추정모형의 경우 0.75를 나타내었다. 이로써 삼성그룹주의 사례와 마찬가지로 벤치마크 대비는 물론, 제약조건을 추가하지 않은 추정모형보다 탁월한 성과를 거두었음을 확인하였다.

결론적으로 본 연구는 현대 투자 이론에서 가장 널리 쓰이는 평균-분산 최적화를 바탕으로 한 포트폴리오 선정 모형을 수립하고, 그러한 투자 모형을 기반으로 투자 프레임워크를 설계하였다. 그리고 이를 활용하여, 현재 상용펀드들이 실제로 제약 받고 있는 단일종목 투자비율상한 및 무위험자산 비율상한 등 법규에 의한 일괄적 제약조건이 추정모형의 성과에 긍정적 영향을 미쳤음을 한국 주식시장의 그룹주펀드의 사례를 통하여 실증적으로 확인하였다. 완전한 정보를 갖춘 모형에서 제약조건을 추가하는 것이 성과를 저해하는 것과 달리, 추정치를 사용하는 모형에서는 추가적 제약조건이 실증적으로는 성과에 도움이 될 수도 있음을 본 연구를 통해 주장할 수 있다. 또한 보다 현실적이고 동등한 조건에서 수리적 포트폴리오를 활용한 펀드와 우수 상용펀드를 비교하고 그 성과가 보다 탁월하였음을 확인함으로써, 경영과학적 기법의 우수성을 강조할 수 있다.

국내 주식시장뿐만 아니라 해외 주식시장 등의 다양한 사례를 바탕으로 이러한 긍정적 영향이 존재하는지, 그 원리가 무엇인지 밝히는 후속연구가 진행 중이다. 본 연구에서는 단일종목 투자 상한 제약조건을 국내 법규에서 지정한 10%로, 무위험자산 비율상한 제약조건을 투자사 내규 및 통상적으로 사용되는 40%로 실험을 하였으나 시장의 규모 및 시기에 따라 그 적절한 규제 수준이 어느 정도인지를 파악하는 것도 흥미롭고 의미 있는 연구주제로, 정부가 시장 규제를 계획함에 있어 보다 큰 도움이 될 것으로 예상된다.

참 고 문 헌

[1] 고광수, 하연정, “주식형 펀드 투자자의 디스포지션 효과”, 「한국증권학회지」, 제39권, 제4호(2010), pp.517-543.

[2] 김성문, 김홍선, “한국 주식시장에서 비선형계획법을 이용한 마코위츠의 포트폴리오 선정 모형의 투자 성과에 관한 연구”, 「경영과학」, 제26권, 제2호(2009), pp.19-35.

[3] 김홍선, 정종빈, 김성문, “한국 주식시장에서 마코위츠 포트폴리오 선정 모형의 입력 변수의 정확도에 따른 투자 성과 연구”, 「한국경영과학회지」, 제38권, 제4호(2013), pp.35-52.

[4] 박경찬, 정종빈, 김성문, “지수가중이동평균법과 결합된 마코위츠 포트폴리오 선정 모형 기반 투자 프레임워크 개발 : 글로벌 금융위기 상황 하 한국 주식시장을 중심으로,” 경영과학회지, 제38권, 제2호(2013), pp.75-93.

[5] 엄철준, “최적자산배분이론의 유용성에 관한 연구”, 「산업경제연구」, 제16권, 제5호(2003), pp.17-26.

[6] 자본시장과 금융투자업에 관한 법률, 법률 제9408호(2009).

[7] 최재호, 정종빈, 김성문, “마코위츠 포트폴리오 선정 모형을 기반으로 한 투자 알고리즘 개발 및 성과평가 : 미국 및 홍콩 주식시장을 중심으로”, 「경영과학」, 제30권, 제1호(2013), pp.73-89.

[8] Alexander, G.J. and A.M. Baptista, "Portfolio selection with a drawdown constraint," *Journal of Banking and Finance*, Vol.30(2006), pp.3171-3189.

[9] Almazan, A. and K.C. Brown, M. Carlson, and D.A. Chapman, "Why constrain your mutual fund manager?," *Journal of Financial Economics*, Vol.73(2004), pp.289-321.

[10] Bawa, V.S., S.J. Brown, and R.W. Klein, *Estimation Risk and Optimal Portfolio Choice*, Amsterdam : North-Holland, 1979.

[11] Ben-Tal, A., T. Margalit, and A.N. Nemirovski,

"Robust modeling of multi-stage portfolio problems," in Frenk H., K. Roos, T. Terlaky, and S. Zhang (Eds.), *High performance optimization*, Dordrecht : Kluwer, 2002.

[12] Björk, T., M.H.A. Davis, and C. Landén, "Optimal investment under partial information," *Mathematical Methods of Operations Research*, Vol.71(2010), pp.371-399.

[13] Blume, M.E., "Portfolio Theory : A Step Toward Its Practical Application," *The Journal of Business*, Vol.43, No.2(1970), pp.152-173.

[14] Bodie, Z., A. Kane, and A.J. Marcus, *Investments*, 9th edition, New York : McGraw-Hill, 2011.

[15] Clarke, R., H. de Silvia, and S. Thorley, "Portfolio constraints and the fundamental law of active management," *Financial Analysts Journal*, Vol.58, No.5(2002), pp.48-66.

[16] DeMiguel, V., L. Garlappi, F.J. Nogales, and R. Uppal, "A Generalized Approach to Portfolio Optimization : Improving Performance by Constraining Portfolio Norms," *Management Science*, Vol.55, No.5(2009), pp.798-812.

[17] Dothan, M.U. and D. Feldman, "Equillibrium Interest Rates and Multiperiod Bonds in a Partially Observable Economy," *The Journal of Finance*, Vol.XLI, No.2(1986), pp.369-382.

[18] El Ghaoui, L., M. Oks, and F. Oustry, "Worst-Case Value-At-Risk and Robust Portfolio Optimization : A Conic Programming Approach," *Operations Research*, Vol.51, No.4(2003), pp.543-556.

[19] Goldfarb, D. and G. Iyengar, "Robust Portfolio Selection Problems," *Mathematics of Operations Research*, Vol.28, No.1(2003), pp.1-38.

[20] Israelsen, C., "A refinement to the Sharpe ratio and information ratio," *Journal of Asset Management*, Vol.5, No.6(2005), pp.423-427.

[21] Jagannathan, R. and T. Ma, "Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps," *The Journal of Finance*, Vol.58, No.4(2003), pp.1651-1683.

[22] Jobson, J.D. and B. Korkie, "Estimation for Markowitz Estimation Efficient Portfolios," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.75, No.371(1980), pp.544-554.

[23] Jobson, J.D. and B. Korkie, "Putting Markowitz theory to work," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.7, No.4(1981), pp.70-74.

[24] Jorion, P., "International Portfolio Diversification with Estimation Risk," *The Journal of Business*, Vol.58, No.3(1985), pp.259-278.

[25] Jung, J. and S. Kim, "An adaptively managed dynamic portfolio selection model using a time-varying investment target according to the market forecast," *Journal of the Operational Research Society*, (2014), doi:10.1057/jors.2014.72.

[26] Lakner, P., "Utility maximization with partial information," *Stochastic Processes and their Applications*, Vol.56(1995), pp.247-273.

[27] Lakner, P., "Optimal trading strategy for an investor : the case of partial information," *Stochastic Processes and their Applications*, Vol.76(1998), pp.77-97.

[28] Markowitz, H., "Portfolio selection," *Journal of Finance*, Vol.7(1952), pp.77-91.

[29] Markowitz, H., *Portfolio Selection : Efficient Diversification of Investments* (Cowles Foundation Monograph : No.16). New York : John Wiley & Sons, 1959.

[30] Michaud, R.O., "The Markowitz Optimization Enigma : Is "Optimized" Optimal?," *Financial Analysts Journal*, Vol.45, No.1(1989), pp.31-42.

[31] Putschögl, W. and J. Sass, "Optimal consumption and investment under partial information," *Decisions in Economics and Finance*, Vol.31,

No.2(2008), pp.137-170.

[32] Putschögl, W. and J. Sass, "Optimal investment under dynamic risk constraints and partial information," *Quantitative Finance*, Vol.11, No.10 (2011), pp.1547-1564.

[33] Roy, A.D., "Safety first and the holding of assets," *Econometrica*, Vol.20, No.3(1952), pp.431-449.

[34] Sharpe, W.F., "The Sharpe Ratio," *The Journal of Portfolio Management*, Vol.21, No.1(1994), pp.49-58.

[35] Yamamoto, R., T. Ishibashi, and H. Konno, "Portfolio optimization under transfer coefficient constraint," *Journal of Asset Management*, Vol.13, No.1(2011), pp.51-57.

[36] Zellner, A. and V.K. Chetty, "Prediction and Decision Problems in Regression Models from the Bayesian Point of View," *Journal of the American Statistical Association*, Vol.60(1965), pp.608-616.