

쌍선형 시스템의 추종 성능 강화를 위한 예측 제어 알고리즘

Enhancing Tracking Performance of a Bilinear System using MPC

김 석 균, 김 정 수*, 이 영 일
(Seok-Kyoon Kim¹, Jung-Su Kim^{2*}, and Youngil Lee²)

¹Research Institute of EIT, Ajou University, Suwon, Korea.

²Department of Electrical and Information Engineering, SeoulTech, Seoul, Korea.

Abstract: This paper presents a method to enhance tracking performance of an input-constrained bilinear system using MPC (Model Predictive Control) when a feasible tracking control is known. Since the error dynamics induced by the known tracking control is asymptotically stable, there exists a Lyapunov function for the stable error dynamics. By defining a cost function including the Lyapunov function and describing tracking performance, an MPC law is derived. In simulation, the performance of the proposed MPC law is demonstrated by applying it to a converter model.

Keywords: MPC (Model Predictive Control), bilinear systems, converter model

I. 서론

예측 제어(MPC: Model Predictive Control)는 유한 구간 최적 제어의 한 형태로서 입출력과 같은 시스템의 물리적 제약 조건을 제어기 설계 단계에서 직접 고려할 수 있을 뿐만 아니라 성능과 안정도도 보장할 수 있는 제어 기법이다[1-3]. 제어 법칙을 계산하는 과정에서 최적화 문제를 풀어야 하기 때문에 과거에는 동특성이 느린 화학 공정 시스템에 주로 적용되었지만 최근에는 그 적용 범위가 전기 시스템과 같은 빠른 동특성을 가진 시스템으로 까지 적용 범위가 확대되었다[4-11].

최근에 에너지 시스템에 나타나는 제어 문제에 대해서 고전적인 제어 법칙 대신에 최적 제어와 강인 제어 기법 등의 고급 제어 기법을 통해서 그 성능을 향상시키고자 하는 노력들이 제어 분야에서 주목을 받고 있다[12-19]. 특히 DC/DC, AC/DC 전력변환기의 경우 제어입력과 상태변수의 곱이 존재하는 쌍선형 시스템(bilinear system)으로 모델링되며 이들을 기존 선형제어기로 제어하면 다양한 운전점에 대해 만족스러운 성능을 보장하기 어렵다[18-21]. 그리고 최근에는 이러한 쌍선형 시스템을 전역 안정화하는 제어입력이 알려진 경우가 있다[20,21].

본 논문에서는 제어 이론적 관점에서 앞에서 언급한 추종(tracking)을 위한 전역 안정화 제어기가 알려진 쌍선형 시스템에 대해서 그 제어기의 추종 성능을 향상시킬 수 있는 예측 제어 법칙을 제안한다. 또한 설계된 제어기의 효

율성을 확인하기 위하여 제안된 예측 제어 법칙을 전력 변환기 모델에 적용하여 그 성능을 확인한다.

II. 사전 지식과 문제 설정

이 절에서는 내용 전개를 위해 필요한 배경 지식과 본 논문에서 다룰 제어기 설계 문제를 소개한다.

정의 1: 유한한 상수 a 에 대해서 어떤 연속 함수 $\alpha: [0, a) \rightarrow [0, \infty)$ 가 단조 증가하면서 $\alpha(0) = 0$ 을 만족하면 그 함수를 K 함수라고 부른다. 또한 $a = \infty$ 인 경우는 함수 α 를 K_∞ 함수라고 부른다. □

다음과 같은 비선형 시스템을 고려하자.

$$x(k+1) = f(x(k)). \quad (1)$$

여기서 $x(k) \in R^n$ 는 시스템의 상태 변수이고 $f: R^n \rightarrow R^n$ 은 연속 함수이다.

보조 정리 1: 만약 이산 시간 시스템 (1)이 전역 점근 안정(globally asymptotically stable)하면 다음과 같은 양함수 $V: R^n \rightarrow R_+$ 가 존재한다.

$$V(x(k+1)) - V(x(k)) \leq -\alpha(\|x(k)\|), \quad (2)$$

여기서 α 는 K_∞ 함수이고 $\|\cdot\|$ 기호는 벡터의 놈(norm)을 나타낸다. □

이러한 사실을 역 리아프노프 정리(converse Lyapunov theorem)라고 한다.

일반적인 쌍선형 시스템(bilinear system)은 다음과 같이 정의된다[22].

$$x(k+1) = A_0x(k) + B_0 + \sum_{i=1}^m u_i(k)(A_i x(k) + B_i) \\ y(k) = Cx(k).$$

본 연구에서는 논의를 간략히 하기 위해 단순화된 다음과 같은 형태의 쌍선형 시스템을 고려한다.

* Corresponding Author

Manuscript received December 12, 2014 / revised January 9, 2015 / accepted January 12, 2015

김석균: 아주대학교 전자정보기술연구소(lotus45kr@gmail.com)

김정수, 이영일: 서울과학기술대학교 전기정보공학과

(jungsu@seoultech.ac.kr/yilee@seoultech.ac.kr)

※ 이 연구는 서울과학기술대학교 교내 학술연구비 지원으로 수행되었음.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + (B_1 + Gx(k))u(k) + B_2v \\ y(k) &= Cx(k). \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $x \in R^n$ 는 시스템의 상태 변수이고 $u \in R$ 는 시스템의 제어 입력이며 $v \in R^p$ 는 알고 있는 외부에서 시스템에 인가되는 입력 신호이며 $y \in R$ 는 시스템의 출력이다.

또한 제어 입력 u 는 다음과 같은 상하한 제약이 있다.

$$\underline{u} \leq u \leq \bar{u}. \quad (4)$$

이와 같은 형태의 쌍선형 시스템은 전력전자 분야의 DC/DC, AC/DC 전력 변환기의 수학적 모델의 한 형태이다. 이제 이와 같은 쌍선형 시스템의 추종 문제를 정의하기 위해서 다음과 같은 가정을 한다.

가정 1: 출력 y 에 대한 추종치를 r 이라고 할 때 출력 추종치는 다음과 같은 두 조건이 만족하도록 설정되었다고 가정을 한다.

1) $y = r$ 을 달성하는 다음과 같은 정상 상태에서의 상태 방정식은

$$x^o = Ax^o + (B_1 + Gx^o)u^o + B_2v \quad (5)$$

유일한 해 x^o 와 u^o 를 가지며 u^o 는 입력 제약 (4)를 만족한다.

2) 주어진 쌍선형 시스템에 (5)의 해 u^o 를 인가하면 야기되는 폐루프 시스템과 정상 상태 방정식 (5) 사이의 오차 동특성은

$$e(k) = (A + Gu^o)e(k) \quad (6)$$

이고 전역 점근 안정하다. 여기서 $e(k) = x(k) - x^o$ 이며 상태 추종 오차이다. \square

언급 1: 가정 1의 조건들은 주어진 쌍선형 시스템에 대해서 $y = r$ 을 달성하는 입력 제약을 만족하는 정상 상태 입력 u^o 를 알고 있다는 것을 의미한다. 왜냐하면 주어진 쌍선형 시스템 (3)에 정상 상태 입력 $u(k) = u^o$ 를 인가하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + (B_1 + Gx(k))u^o + B_2v.$$

이 식으로부터 정상 상태 방정식 (5)를 빼면 (6)과 같은 오차 동특성을 얻을 수 있으므로 (6)이 점근 안정하다는 사실은 정상 상태 입력 $u(k) = u^o$ 에 의해서 $y = r$ 이 점근적으로 달성됨을 의미한다.

보조 정리 2 [23]: 가정 1의 두 번째 조건과 보조 정리 1에 소개한 역 리아프노프 안정도 이론 정리로부터 폐루프 시스템 $e(k+1) = (A + Gu^o)e(k)$ 에 대한 리아프노프 함수 $V = e^T P e$ 가 존재하여 다음을 만족한다.

$$\begin{aligned} V(e(k+1)) - V(e(k)) &= V((A + Gu^o)e(k)) - V(e(k)) \\ &\leq -\alpha (\|e(k)\|), \end{aligned}$$

여기서 P 는 양행렬이고 $\alpha(\cdot)$ 는 K_∞ 함수이다.

본 논문에서는 주어진 쌍선형 시스템에 대해서 가정 1에서 설명한 바와 같이 출력 추종을 달성하는 안정화 입력값을 알고 있을 때 예측 제어 기법을 통해서 그 성능을 향상시킬 수 있는 방법을 제안한다.

언급 2: 가정 1에 따르면 본 논문이 관심을 가지는 쌍선형 시스템은 입력 제약이 있지만 전역 안정화가 가능한 시스템이다. 일부 전력 변환기 모델이 이와 같은 조건을 만족한다[9-11].

III. 쌍선형 시스템의 추종 예측 제어

제어기 설계를 위해 쌍선형 시스템 (3)과 (5)의 차이에 해당하는 다음과 같은 오차 동특성을 고려하자.

$$\begin{aligned} e(k+1) &= Ae(k) + (B_1 + Gx(k))u(k) + (B_1 + Gx_0)u_0 \\ &:= f(e(k), u(k)), \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 x_0 와 u_0 는 (5)를 만족하는 정상 상태 값이며 $u(k)$ 는 설계할 제어 입력이다.

예측 제어 법칙 설계를 위해 다음과 같은 최적화 문제를 고려하자.

$$\min_{U(k)} J(e(k), u(k)) \quad (8)$$

subject to

$$\begin{aligned} J(e(k), U(k)) &= \sum_{i=0}^{N-1} [V(e(k+i|k)) + \rho(u(k+i|k) - u^o)^2], \\ e(k+i+1|k) &= f(e(k+i|k), u(k+i|k)), \quad i=0, \dots, N-1 \\ e(k|k) &= e(k), \\ \underline{u} \leq u(k+i|k) &\leq \bar{u}, \quad i=0, \dots, N-1. \end{aligned}$$

여기서

$$U(k) = [u(k|k); u(k+1|k); \dots; u(k+N-1|k)]$$

이고 $V(\cdot)$ 는 보조 정리 2에서 주어진 함수이며 $\rho > 0$ 는 설계 파라미터이고 N 은 예측 제어의 예측 구간을 그리고 $J(\cdot)$ 는 비용함수를 의미하고 $e(k+i|k)$ 와 $u(k+i|k)$ 는 시간 k 에서 오차와 제어 입력의 예측값이다.

이렇게 주어진 최적화 문제의 해를 다음과 같이 표기하자.

$$U^*(k) = [u^*(k|k); u^*(k+1|k); \dots; u^*(k+N-1|k)].$$

이러한 최적화 문제를 기반으로 제안하는 출력 추종을 달성하는 예측 제어 법칙은 다음과 같다.

[예측 제어 법칙]

단계 1: 최적화 문제 (8)을 푼다.

단계 2: 최적해의 첫 번째 요소인 $u^*(k|k)$ 를 쌍선형 시스템 (3)에 인가한다.

단계 3: $x(k)$ 를 측정하고 단계 1로 간다.

보조 정리 3: (예측 제어가 아닌) 알고 있는 정상 상태

입력 $u(k|k) = u^o$ 를 시스템에 인가하면 그에 대한 비용 함수는 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$J^o(e(k+1)) - J^o(e(k)) \leq -\alpha(e(k)).$$

여기서 $e(k+1) = (A + Gu^o)e(k)$ 이고

$$J^o(e(k)) := J(e(k), u^o) = \sum_{i=0}^{N-1} V(e(k+i|k))$$

이며 함수 $\alpha(\cdot)$ 는 보조 정리 2에서 정의되었다.

증명: 예측 구간 전체에 대해서 $u(k+i|k) = u^o$ 를 시스템에 인가하면 결과로 야기되는 비용함수는 다음과 같은 관계를 만족한다.

$$\begin{aligned} J^o(e(k+1)) - J^o(e(k)) &= V(e(k+Mk)) - V(e(k|k)) \\ &= -\sum_{i=0}^{N-1} \alpha(\|e(k+i|k)\|) \leq -\alpha(e(k)) \end{aligned}$$

두 번째 등식은 보조 정리 2를 이용하였다.

정리: 쌍선형 시스템 (3)에 대해서 가정 1이 만족한다고 가정하자. [예측 제어 법칙]에 기술되어 있는 제어 법칙을 적용하면 쌍선형 시스템 (3)에 대해서 출력 추종을 달성 할 수 있다. 즉 다음이 달성된다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} y(k) = r.$$

여기서 r 은 출력 추종치이다.

증명: 출력 추종을 달성한다는 사실은 다음과 같은 사실과 동등하다.

$$\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0 \quad \left(\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = x^0 \right).$$

알고 있는 정상 상태 입력 u^o 의 존재성으로부터 최적화 문제 (8)은 항상 해(always feasibility)를 가진다. 시간 k 에서 최적화 문제를 풀었을 때의 최적 비용함수를 $J^*(e(k))$ 라고 하고 최적 입력과 최적 오차 변수를 다음과 같이 정의하자.

$$\begin{aligned} e^*(k|k), e^*(k+1|k), \dots, e^*(k+N-1|k), e^*(k+Mk) \\ u^*(k|k), u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+N-1|k). \end{aligned}$$

즉,

$$J^*(e(k)) = \sum_{i=0}^{N-1} [V(e^*(k+i|k)) + \rho(u^*(k+i|k) - u^o)^2].$$

이제 시간 $k+1$ 에서 가해한(feasible) 다음과 같은 입력과 상태 변수 벡터를 고려하자.

$$\begin{aligned} e^*(k+1|k), \dots, e^*(k+N-1|k), e^*(k+Mk), e^*(k+N+1|k) \\ u^*(k+1|k), \dots, u^*(k+N-1|k), u^o. \end{aligned}$$

여기서 $e^*(k+N+1|k) = f(e^*(k+Mk), u^o)$ 이다. 예측 입력 벡터 마지막 요소가 u^o 임을 주목하자. 시간 $k+1$ 에서 이렇게 정의된 가해한 입력과 상태 벡터에 의해서 계산되는 비용 함수를 $\tilde{J}(e(k+1))$ 라고 하면 최적성(optimality)으로부터 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} J^*(e(k+1)) &\leq \tilde{J}(e(k+1)) \\ &= \sum_{i=1}^N [V(e^*(k+i|k)) + \rho(u^*(k+i|k) - u^o)^2] \\ &= J^*(e(k)) - [V(e^*(k|k)) + \rho(u^*(k|k) - u^o)^2] \\ &\quad + [V(e^*(k+Mk)) + \rho(u^*(k+Mk) - u^o)^2] \\ &= J^*(e(k)) - [V(e^*(k|k)) + \rho(u^*(k|k) - u^o)^2] \\ &\quad + [V(e^*(k+Mk)) + \rho(u^o - u^o)^2] \\ &= J^*(e(k)) + \underbrace{V(e^*(k+Mk)) - V(e^*(k|k)) - \rho(u^*(k|k) - u^o)^2}_{\leq -\sum_{i=0}^{N-1} \alpha(\|e(k+i|k)\|) \leftarrow \text{보조정리3}} \\ &\leq J^*(e(k)) - \sum_{i=0}^{N-1} \alpha(\|e^*(k+i|k)\|) - \rho(u^*(k|k) - u^o)^2 \\ &\leq J^*(e(k)) - \alpha(\|e^*(k|k)\|). \end{aligned}$$

$J^*(e(k))$ 가 $e(k)$ 에 대한 이차의 상하한을 가지는 양함수이므로 이 부등식은 $J^*(e(k))$ 가 오차 동특성 (7)에 대한 리아프노프 함수임을 의미한다. 따라서 $\lim_{k \rightarrow \infty} e(k) = 0$ 을 만족한다. □

증명의 두 번째 부등식과 보조 정리 3을 비교하면 제안하는 예측 제어기의 역할을 알 수 있다. 보조 정리 3의 부등식은 알고 있는 제어 입력 u^o 를 시스템에 인가하면 비용 함수 J 가 어떻게 줄어드는지 알려준다. 이를 토대로 정리의 증명에서 두 번째 부등식은 J^* 가 J^o 보다 매 시간 더 많이 감소한다는 것을 의미하므로 제안하는 예측 제어기 u^o 가 비용함수 J 를 줄이는 것 보다 더 빠르고 작게 만든다는 것을 의미한다.

IV. 모의실험

이번 절에서는 모의실험을 통해 제안한 예측제어 법칙이 DC/DC 부스트 컨버터 모델의 추종제어 문제에 관해서 알려진 제어 입력 보다 성능을 향상시킴을 보인다. 우선 IV-1에서는 DC/DC 부스트 컨버터 추종제어 문제를 제안한 예측제어 법칙으로 풀 수 있음을 보인다. 그리고 IV-2에서는 모의실험 결과를 논의한다.

1. DC/DC 부스트 컨버터의 추종제어

모의실험을 위해 다음과 같은 부스트 컨버터를 고려하자.

이 컨버터에서 스위치 Q_1 이 켜지고 꺼질 때 성립하는 회로 방정식은 각각 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_{c,1}x + B_{c,1}v \text{ if } Q_1 : \text{ON}, \quad (9)$$

$$\dot{x} = A_{c,2}x + B_{c,2}v \text{ if } Q_2 : \text{OFF}, \quad (10)$$

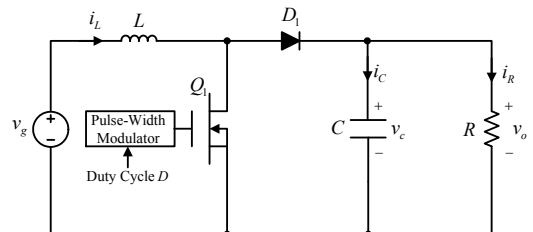


그림 1. DC/DC 부스트 컨버터 회로.

Fig. 1. The topology of the DC/DC boost converter.

여기서

$$x := \begin{bmatrix} i_L \\ v_c \end{bmatrix}, \quad v := \begin{bmatrix} v_g \\ v_D \end{bmatrix},$$

$$A_{c,1} := \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \quad A_{c,2} := \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix},$$

$$B_{c,1} := \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{c,2} := \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

이고 R 은 부하저항이고 R_{ON} 은 스위치 Q_1 의 동작 저항(ON-resistance)이며 v_D 는 다이오드 D_1 의 전압이다. 그리고 한 제어 주기 동안 스위치 Q_1 을 얼마나 열고 닫을 것인지 나타내는 듀티비 D 를 제어입력으로 고려한다. 그리고 듀티비 D 는 펄스폭 변조(PWM: Pulse-Width Modulation) 방식을 이용해서 스위치 Q_1 를 열고 닫을지 결정한다. 즉, 스위치 Q_1 은 PWM에 의해 DT 동안 스위치가 켜지고 $(1-D)T$ 동안 꺼진다. 그러므로 제어입력 $u(=D) \in [0,1]$ 을 만족해야 함을 알 수 있다. 여기서 T 는 PWM 주기를 나타낸다. 이러한 PWM 동작 원리를 고려하면 상태 방정식 (9)와 (10)을 이용해서 다음과 같은 평균 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{x} = A_{c,2}x + (B_c + G_c x)u + B_{c,2}v, \quad (11)$$

게다가 컨버터의 제어 목표는 전압추종 $v_c \rightarrow r$ 이므로 출력 y 는 다음과 같이 정의된다.

$$y = Cx, \quad (12)$$

여기서 $C := [0 \quad 1]$, $B_c := (B_{c,1} - B_{c,2})v$ 이고 $G_c := A_{c,1} - A_{c,2}$ 이며 $u := D(\in [0,1])$ 이다. 연속시간 시스템 (11)은 선형시스템이 아니므로 제어주기 $h > 0$ 에 대해서 다음과 같은 오일러 근사화(Euler approximation)

$$\frac{dx(t)}{dt} \approx \frac{x(t+h) - x(t)}{h}, \quad h > 0,$$

를 이용하면 시스템 (11)을 다음과 같이 이산화 할 수 있다.

$$x(k+1) = Ax(k) + (B_1 + Gx(k))u(k) + B_2v, \quad (13)$$

$$y(k) = Cx(k), \quad (14)$$

여기서

$$A := hA_{c,2} + I, \quad B_1 := hB_c, \quad G := hG_c, \quad B_2 := hB_{c,2}. \quad (15)$$

이제 시스템 (13)-(14)가 가정1을 만족하는지 확인하기 위해 다음과 같은 정상상태를 고려하자.

$$x^0 = Ax^0 + (B_1 + Gx^0)u^0 + B_2v,$$

$$y^0 = Cx^0 = x_2^0 = r,$$

여기서 x_2^0 은 x^0 의 두 번째 요소를 나타내며 위 두 식을 이용하면 다음 두 관계식을 얻는다.

$$x_1^0 = a_1x_1^0 + a_2r + (b_{1,1} + g_1x_1^0 + g_2r)u^0 + b_{2,1}v_g + b_{2,2}v_D, \quad (16)$$

$$r = a_3x_1^0 + a_4r + (b_{1,2} + g_3x_1^0 + g_4r)u^0 + b_{2,3}v_g + b_{2,4}v_D, \quad (17)$$

여기서 x_1^0 은 x^0 의 첫 번째 요소이고

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} b_{1,1} \\ b_{1,2} \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} b_{2,1} & b_{2,2} \\ b_{2,3} & b_{2,4} \end{bmatrix},$$

$$G = \begin{bmatrix} g_1 & g_2 \\ g_3 & g_4 \end{bmatrix}$$

이며 행렬 A, B_1, B_2, G 는 (15)에 정의되어 있다. 식 (17)을 이용하면 $u^0(r)$ 는 다음과 같다.

$$u^0(r) = \frac{r - a_3x_1^0(r) - a_4r - b_{2,3}v_g - b_{2,4}v_D}{b_{1,2} + g_3x_1^0(r) + g_4r}. \quad (18)$$

그리고 식 (18)을 식 (16)에 대입하면 x_1^0 에 대해서 다음과 같은 2차 방정식을 얻을 수 있다.

$$\alpha_2(x_1^0)^2 + \alpha_1(r)x_1^0 + \alpha_0(r) = 0, \quad (19)$$

여기서

$$\alpha_0(r) := -b_{1,1}[(1-a_4)r - b_{2,3}v_g - b_{2,4}v_D] - g_2r[(1-a_4)r - b_{2,3}v_g - b_{2,4}v_D] - (a_2r + b_{2,1}v_g + b_{2,2}v_D)(g_4r + b_{1,2}),$$

$$\alpha_1(r) := (1-a_1)(b_{1,2} + g_4r) + a_3b_{1,1} - g_1[(1-a_4)r - b_{2,3}v_g - b_{2,4}v_D] + a_3g_2r - g_3(a_2r + b_{2,1}v_g + b_{2,2}v_D),$$

$$\alpha_2 := (1-a_1)g_3 + a_3g_1.$$

따라서 $x^0(r)$ 은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$x^0(r) = \begin{bmatrix} x_1^0(r) \\ x_2^0(r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\alpha_1(r) \pm \sqrt{\alpha_1^2(r) - 4\alpha_0(r)\alpha_2} \\ 2\alpha_2 \\ r \end{bmatrix}. \quad (20)$$

여기서 x_1^0 과 $u^0(r)$ 은 항상 두 해를 가지므로 $u^0(r) \in [0,1]$ 가 만족되는 $x_1^0(r)$ 을 선택한다. 지금까지 가정1의 첫 번째 조건이 만족함을 보였다. 그리고 행렬 $(A_{c,2} + G_c u^0)$ 은 모든 $L > 0, C > 0, R > 0, u^0 \in [0,1]$ 에 대해 안정하므로 행렬 $(A + Gu^0)$ 역시 충분히 작은 제어주기 h 에 대해서 안정함을 보일 수 있다. 따라서 가정1의 두 번째 조건도 만족한다. 행렬 $(A + Gu^0)$ 가 안정하므로 다음 관계를 만족하는 양정치 대칭 행렬 P 가 항상 존재한다.

$$(A + Gu^0)^T P (A + Gu^0) - P = -Q, \quad \forall Q = Q^T > 0. \quad (21)$$

위 방정식의 해 P 와 $u = u^0(r)$ 을 사용했을 때 만족하는 오차 동특성 $e(k+1) = (A + Gu^0)e(k)$ 를 이용하면 양정치 함수 $V(e(k)) = e^T(k)Pe(k)$ 는 다음 관계를 만족함을 알 수 있다.

$$V(e(k+1)) - V(e(k))$$

$$\begin{aligned}
 &= e^T(k)(A + Gu^0)^T P(A + Gu^0)e(k) - e^T(k)Pe(k) \\
 &= e^T(k)((A + Gu^0)^T P(A + Gu^0) - P)e(k) \\
 &= -e^T(k)Qe(k) \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e(k)\|^2 < 0, \forall k.
 \end{aligned}$$

따라서 보조정리 2를 만족하는 양정치 행렬 P 와 K_∞ 함수가 존재하므로 DC/DC 부스트 컨버터의 입력제약 ($0 \leq u \leq 1$) 출력 추종제어 문제에 제안하는 예측제어 법칙을 적용할 수 있다.

2. 모의실험 결과

모의실험은 MATLAB을 이용해서 수행했고 제어 주기는 $h = 100\mu s$ 로 정했다. 그리고 모델예측제어를 위해 예측 구간은 $N = 4$ 으로 정했다. 컨버터는 연속시간 평균모델 (11)을 이용해서 구현되었고 각 소자 값은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 R_{ON} &= 0.08 \ \Omega, \ v_g = 67 \ V, \ v_D = 0.67 \ V, \ R = 75 \ \Omega, \\
 L &= 3 \ mH, \ C = 1880 \ \mu F.
 \end{aligned}$$

최적화 문제 (8)은 매 제어주기마다 이산시간 상태 방정식 (13)과 MATLAB의 fmincon 함수를 이용해서 풀었다. 여기서 비용함수의 가중치 P 와 ρ 는 다음과 같다.

$$P = \begin{bmatrix} 0.0016 & 0 \\ 0 & 0.001 \end{bmatrix}, \ \rho = 0.1.$$

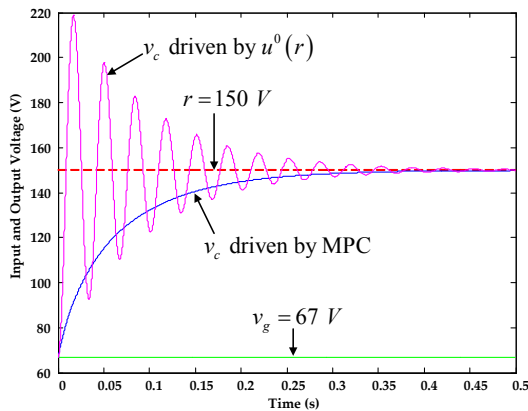


그림 2. 출력전압 응답 비교.

Fig. 2. Comparison of the output voltage responses.

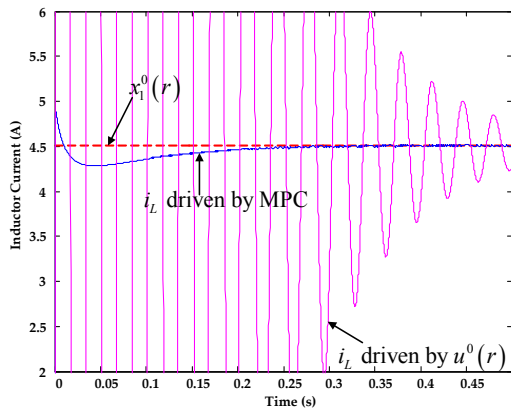


그림 3. 인덕터 전류 응답 비교.

Fig. 3. Comparison of the inductor current responses.

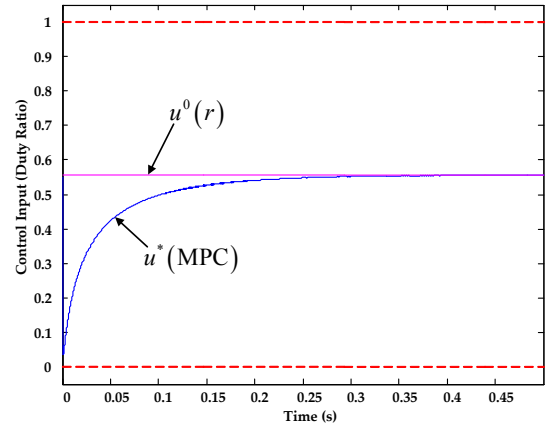


그림 4. 제어입력 거동.

Fig. 4. Behaviors of the MPC and the steady state control.

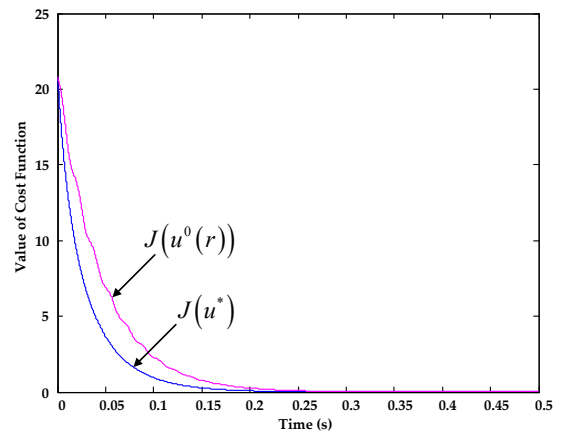


그림 5. 비용함수 크기 변화 비교.

Fig. 5. Comparison of the decay rate of the cost function values.

출력 기준치 $r = 150 \ V$ 에 대한 모의실험 결과는 그림 2~그림 5에 있다. 그림 2와 그림 3은 설계 의도대로 정상상태 입력 $u^0(r)$ 을 사용했을 때 보다 제안하는 예측제어법칙을 사용해서 출력 추종 성능을 상당히 향상시킴을 보이고 있다. 그림 4는 이때 정상상태 입력 $u^0(r)$ 과 예측제어법칙의 거동을 나타낸다. 그리고 그림 5는 예상대로 예측제어법칙이 비용함수를 더욱 효과적으로 빠르게 감소시킴을 보여주고 있다.

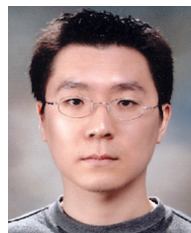
V. 결론

본 논문에서는 전역 추종 제어법칙이 존재하는 쌍선형 시스템에 대해서 입력제약을 만족하면서 추종 성능을 최대화하는 예측제어 법칙을 제안했다. 그리고 대표적인 쌍선형 시스템으로 모델링 되는 DC/DC 부스트 컨버터의 출력전압 추종문제를 제안하는 예측제어 법칙으로 풀 수 있음을 보이고 모의실험을 통해서 제안한 제어법칙이 효율적임을 보였다.

향후 연구에서는 일반적인 비선형 시스템에 대해서 알려진 안정화 제어기의 성능을 향상시키는 방안을 연구하고자 한다.

REFERENCES

- [1] J. B. Rawlings and D. Q. Mayne, "Model predictive control: theory and design," Nob Hill Publishing, Madison, WI, 2009.
- [2] D. Q. Mayne, J. B. Rawlings, C. V. Rao, and P. O. M. Scokaert, "Constrained model predictive control: stability and optimality," *Automatica*, vol. 36, no. 6, pp. 789-814, 2000.
- [3] F. Borrelli, *Constrained Optimal Control of Linear and Hybrid Systems*, Springer-Verlag, 2003.
- [4] R. Vargas, P. Cortes, U. Ammann, J. Rodriguez, and J. Pontt, "Predictive control of a three-phase neutral-point-clamped inverter," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, pp. 2697-2705, 2007.
- [5] P. Cortes, J. Rodriguez, S. Vazquez, and L. G. Franquelo, "Predictive control of a three-phase UPS inverter using two steps prediction horizon," *In 2010 IEEE International Conference on Industrial Technology (ICIT)*, 2010.
- [6] P. Cortes, G. Ortiz, J. I. Yuz, J. Rodriguez, S. Vazquez, and L. G. Franquelo, "Model predictive control of an inverter with output LC filter for UPS applications," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, pp. 1875-1883, 2009.
- [7] S. Mariethoz and M. Morari, "Explicit model-predictive control of a PWM inverter with an LCL filter," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, pp. 389-399, 2009.
- [8] A. Bemporad, F. Borrelli, and M. Morari, "Model predictive control based on linear programming: the explicit solution," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 47, pp. 1974-1985, 2002.
- [9] S.-K. Kim, C. R. Park, J.-S. Kim, and Y. I. Lee, "A stabilizing model predictive controller for voltage regulation of a DC/DC boost converter," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 22, pp. 2016-2023, 2014.
- [10] S.-K. Kim, J.-S. Kim, C. R. Park, and Y. I. Lee, "Output-feedback model predictive controller for voltage regulation of a DC/DC converter," *IET Control Theory & Appl.*, vol. 7, pp. 1959-1968, 2013.
- [11] S.-K. Kim, S.-Y. Son, and Y. I. Lee, "Use of model predictive controller in dual-loop control of three-phase PWM AC/DC converter," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 12, pp. 340-348, 2014.
- [12] T. Kawabata, T. Miyashita, and Y. Yamamoto, "Deadbeat control of three phase PWM inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 5, pp. 21-28, 1990.
- [13] Y. Ito and S. Kawauchi, "Microprocessor-based robust digital control for UPS with three-phase PWM inverter," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 10, pp. 196-204, 1995.
- [14] J.-S. Cho, S.-Y. Lee, H.-S. Mok, and G.-H. Choe, "Modified deadbeat digital controller for UPS with 3-phase PWM inverter," *In Industry Applications Conference, Thirty-Fourth IAS Annual Meeting*, 2012.
- [15] T. S. Lee, S.-J. Chiang, and J.-M. Chang, " H^∞ loop-shaping controller designs for the single-phase UPS inverters," *IEEE Trans. Power Electron.*, vol. 16, pp. 473-481, 2001.
- [16] T. S. Lee, K. S. Tzeng, and M. S. Chong, "Robust controller design for a single-phase UPS inverter using μ -synthesis," *In 2004 IEE Proceedings on Electric Power Applications*, 2004.
- [17] G. Willmann, D. F. Coutinho, L. F. A. Pereira, and F. B. Libano, "Multiple-loop H^∞ control design for uninterruptible power supplies," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 54, pp. 1591-1602, 2007.
- [18] T.-S. Lee, "Input-output linearization and zero-dynamics control of three-phase AC/DC voltage-source converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 18, pp. 11-22, 2003.
- [19] T.-S. Lee, "Lagrangian modeling and passivity-based control of three-phase AC/DC voltage-source converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 51, pp. 892-902, 2004.
- [20] J. C. Kassakian, M. Schlecht, and G. C. Verghese, *Principles of power electronics*, Addison-Wesley, 1991.
- [21] N. Mohan, T. M. Undeland, and W. P. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications, and Design*, Wiley, 1995.
- [22] P. Hauroigne, P. Riedinger, and C. Iung, "Switched affine systems using sampled-data controllers: robust and guaranteed stabilization," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 56, pp. 2929-2935, 2011.
- [23] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 2002.



김 석 균

2004년 서울과학기술대학교 전자IT미디어공학과 학사. 2014년 고려대학교 전기공학과 박사(석박사 통합). 2014년~현재 아주대학교 전자정보기술연구소 박사 후 과정. 연구분야는 비선형 제어, 적응 제어, 전력 계통 안정화,

파라미터 추정, 전력 변환기 추종 제어.

김 정 수

제어·로봇·시스템학회 논문지 제20권 제2호, 2014. 2, pp. 163-169 참고.

이 영 일

제어·로봇·시스템학회 논문지 제20권 제2호, 2014. 2, pp. 163-169 참고.