

# 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 비행 동역학 모델링 및 안정성 해석

## Longitudinal Flight Dynamic Modeling and Stability Analysis of Flapping-wing Micro Air Vehicles

김 중 관, 한 종 섭, 김 호 영, 한 재 흥\*  
(Joong-Kwan Kim<sup>1</sup>, Jong-Seob Han<sup>1</sup>, Ho-Young Kim<sup>1</sup>, and Jae-Hung Han<sup>1,\*</sup>)

<sup>1</sup>Department of Aerospace Engineering, KAIST

**Abstract:** This paper investigates the longitudinal flight dynamics and stability of flapping-wing micro air vehicles. Periodic external forces and moments due to the flapping motion characterize the dynamics of this system as NLTP (Non Linear Time Periodic). However, the averaging theorem can be applied to an NLTP system to obtain an NLTI (Non Linear Time Invariant) system which allows us to use a standard eigen value analysis to assess the stability of the system with linearization around a reference point. In this paper, we investigate the dynamics and stability of a hawkmoth-scale flapping-wing air vehicle by establishing an LTI (Linear Time Invariant) system model around a hovering condition. Also, a direct time integration of full nonlinear equations of motion of the flapping-wing micro air vehicle is conducted to see how the longitudinal flight dynamics appear in the time domain beyond the reference point, i.e. hovering condition. In the study, the flapping-wing air vehicle exhibited three distinct dynamic modes of motion in the longitudinal plane of motion: two stable subsidence modes and one unstable oscillatory mode. The unstable oscillatory mode is found to be a combination of a pitching velocity state and a forward/backward velocity state.

**Keywords:** flapping-wing, micro air vehicles, longitudinal, flight dynamics, stability

### I. 서론

군사 및 민간 목적으로 사용되는 초소형 무인비행체의 작전 요구 성능이 높아지면서, 날갯짓 비행 로봇과 같은 실제 자연계에 존재하는 생체를 모방하여 공학적 성능 향상을 얻기 위한 노력이 이루어지고 있다[1,2]. 곤충을 모방한 질량 8.2mg 날개 길이 3cm급의 날갯짓 비행 로봇의 제어에 관련된 실험적 연구[3] 및 실제 곤충의 비행 동역학 특성을 수치적으로 분석하고자 하는 연구[4] 등 전 세계적으로 다양한 연구그룹에서 관련 연구가 진행되고 있다. 이러한 날갯짓 비행 로봇들은 기존의 고정익 및 회전익 초소형 무인 비행체에 비하여 보다 좁은 환경에서의 기동성을 향상시키고, 자연계에 존재하는 생체체를 모방함으로써 은닉성 또한 향상시킬 수 있다는 장점이 있다.

### II. 날갯짓 비행 로봇의 고유 특성에 대한 개론

#### 1. 날갯짓 비행 로봇의 비행 동역학 모델링 방법

이러한 날갯짓 비행 로봇은 주기적으로 움직이는 날갯짓을 통하여 비행 유지 및 기동에 필요한 공력을 발생시킨다. 따라서 주기적으로 작용하는 외력에 의하여 날갯짓 비행 로봇 시스템 자체는 주기 비선형(nonlinear time periodic) 시스템의 특성을 가지게 된다. 주기 비선형 시스템의 안정성을 체

계적으로 분석하기 위해서는 1) 선형화를 통하여 주기 선형 시스템으로 변환한 후 Floquet 이론을 통한 안정성 판단법을 사용하거나[5], 2) 주기 특성을 Averaging theorem을 사용하여 비선형 시불변 시스템으로 가정한 후 추가적인 선형화를 통하여 선형 시불변 시스템으로 변환하고 전형적인 안정성 판단법인 고유치 해석을 수행하기도 한다[6]. 하지만, 시스템의 선형화 및 averaging 과정에서 필수적으로 사용하게 되는 가정들로 인하여, 원래의 주기 비선형 시스템의 동역학 및 안정성 특성을 완벽하게 보여주지는 못할 수도 있다는 연구 결과도 보고되고 있다[7].

날갯짓 비행 동역학의 단순화 과정에서 사용되는 가정들은 다음과 같다. 1) 날개의 질량이 몸체의 질량에 비해 매우 작기 때문에 무시한다. 2) 주기적인 날갯짓으로 인하여 발생하는 시변 관성력 특성도 무시한다. 또한, 3) 날갯짓으로 인하여 작용하는 주기적인 공력 특성은 날갯짓 한 주기 동안의 평균값이 작용한다고 가정하여 외력의 주기성을 없앤다. 이와 같은 가정을 통하여 시변 특성이 사라진 시스템(autonomous)을 특정 참조 조건(날갯짓 비행 로봇의 경우에는 제자리 비행 조건)을 기준으로 선형화를 하게 되면 고유치 해석을 통하여 시스템의 안정성을 판별할 수 있다. 일반적으로 이러한 가정들의 타당성은 날갯짓 운동의 주파수와 날갯짓 비행 로봇 자체의 동역학 모드가 가지는 주파수의 차이가 클 경우 타당하다고 알려져 있다[8].

비행 동역학과 안정성을 이해하고 이를 바탕으로 비행 제어를 설계하는 관점에서는, 어느 정도의 정확성을 희생하고 얻게 되는 다루기 쉬운 시불변 시스템 특성을 활용하는 것이 잘 정립된 제어기 설계 이론을 적용하는데 있어서는 이

\* Corresponding Author

Manuscript received August 30, 2014 / revised September 15, 2014 / accepted September 22, 2014

김중관, 한종섭, 김호영, 한재흥: KAIST 항공우주공학과  
(joongkwan.kim@kaist.ac.kr/js.han@kaist.ac.kr/kimkhy@kaist.ac.kr/jaehunhan@kaist.ac.kr)

※ 본 연구는 방위사업청과 국방과학연구소(계약번호 UE124026JD)의 연구비 지원에 의한 연구 결과이며 이에 감사드립니다.

득이다. 완벽하게 모델링할 수 없었던 비선형 특성의 경우에는 강건 또는 적응 제어 기법을 통한 접근을 취할 수 있기 때문이다. 하지만, 현재까지는 위와 같은 가정들을 사용하여 날갯짓 비행 로봇의 동역학을 모델링하고 해석하는데 있어서 그 가정의 타당성에 관한 명확한 기준이 세워지지 않았다.

## 2. 날갯짓으로 인한 비정상 공기역학적 특성

날갯짓으로 인하여 발생하는 공기역학적 특성은 비정상(unsteady) 유동의 형태를 가진다. 날갯짓 비행 로봇이 비행하는 영역은 레이놀즈수(low Reynolds number) 유동이 지배하는 영역인데, 이와 같은 유동 영역에서는 일반적인 고정익 항공기가 비행하는 영역에서와는 다른 비정상 공기역학적 특성이 나타나며, 날갯짓 비행에 있어서는 이러한 특이한 공기역학적 특성을 활용하여 보다 높은 양력 계수를 얻는다고 알려져 있다[9]. 하지만 이러한 복잡한 유동 특성 때문에 기존의 고정익 항공기를 위하여 발전해온 공기역학적 지식을 직접적으로 활용할 수 없다. 따라서 전산유체역학적 방법 또는 직접적인 실험적 방법론을 통하여 얻게 되는 반실험적(semi-empirical) 공력 모델이 주로 활용된다[10].

## 3. 본 논문의 접근 방법

본 논문에서는 박각시(hawkmoth) 크기(날개 길이 약 10cm) 급의 날갯짓 비행 로봇을 대상으로 세로(longitudinal)방향 비행 동역학 및 안정성 해석을 수행한다.

세로방향 비행 동역학 모델링을 위해서는 다음과 같은 두 가지 방법론을 취한다. 1) 날갯짓 비행 로봇을 구성하는 한 쌍의 주기적으로 운동하는 날개와 그와 연결된 몸체의 시변 동역학 특성을 모두 고려할 수 있는 비선형 다물체 동역학 방정식을 직접 시간 적분(direct time integration)하는 방법, 그리고 2) 날개의 질량 및 관성력, 주기적으로 변화하는 공력 특성을 포함하는 시변 동역학 특성을 모두 날갯짓 한 주기에 대한 평균값으로 근사하는 Averaging theorem을 사용하여 선형 시불변 시스템을 수립하여 고유치 해석을 하는 방법. 이 두 방법 모두 날갯짓 비행 로봇은 전/후, 상/하 운동 그리고 질량 중심을 기준으로 하는 회전 운동의 세 가지 운동 자유도를 가지는 세로방향만 고려하도록 한다. 본 논문에서 해석하고자 하는 제자리 비행의 경우에는 양 날개의 운동이 동일하기 때문에 가로(lateral)방향의 동역학은 대칭을 이루게 되어 고려하지 않아도 된다.

본 논문에서 날갯짓 비행 로봇의 날갯짓에서 발생하는 공력을 모델링하는 방법은 널리 사용되고 있는 비정상 blade-element theory이다. 먼저 와류 운동에 의해서 발생하는 순환 공기력(circulatory aerodynamic force)은 병진(translation) 및 회전(rotation) 공력 성분으로 나누어 모델링한다. 날개가 일정 받음각을 가지고 움직이는 병진 구간에서는 실험적으로 측정된 다양한 받음각에서의 양력 및 항력 계수를 회귀분석을 통하여 특정 함수의 형태로 나타낸 후 각각의 받음각에 해당하는 공력 계수를 대응하여 사용한다. 날개가 급격한 받음각 변화를 가지는 회전 구간(날개 운동이 상향 스트로크에서 하향 스트로크로 변화하는 구간)에서는 회전양력계수(rotational lift coefficient)를 사용하여 날개의 받음각속도를 함수로 하는 반실험적 공력 모델링 방법을 사용한다[11]. 비순환 공기력(noncirculatory aerodynamic force)에 해당하는 부가 질량 효과

(added-mass effect)는 날개 주위를 둘러싸는 실린더의 부피만큼의 부가 질량에 의한 관성력 효과를 고려하는 단순한 모델을 사용한다. 복잡한 와류의 발생과 이 와류와 날개 사이의 상호작용에 의하여 나타나는 wing-wake interaction에 의한 공력 특성은 모델링되지 않았다.

이와 같은 방법론을 통하여, 본 논문에서는 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 비행동역학 모델을 선형화 및 Averaging하여 수립한 시불변 선형 시스템 모델의 고유치 해석을 통하여 안정성을 판단한다. 또한 비선형 다물체 동역학 방정식을 직접 시간 적분하여 구한 안정성 특성과 비교 분석한다.

## III. 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 비행 동역학 모델링

### 1. 날갯짓 비행 로봇의 비행 동역학 좌표 정의

날갯짓 비행 로봇의 비행 동역학을 설명하기 위해서는 다음 그림 1과 같이 네 가지의 좌표계 정의가 필요하다: 1) 날개 고정 좌표계  $[x_w, y_w, z_w]$ , 2) 스트로크 평면 좌표계  $[x_{sp}, y_{sp}, z_{sp}]$ , 3) 몸체 고정 좌표계  $[x_b, y_b, z_b]$ , 4) 관성 좌표계  $[X_G, Y_G, Z_G]$ .

날개 고정 좌표계는 날개 뿌리(wing-base pivot)에 고정되어 날개의 움직임과 같이 움직이는 좌표계이다. 스트로크 평면 좌표계를 기준으로 날갯짓 운동학을 정의하는데 사용된다. 스트로크 평면 좌표계는 날갯짓으로부터 발생하는 공력을 몸체 고정 좌표계에 표현하기 위해 사용되는 중간 좌표계이다. 몸체 좌표계는 날갯짓 비행 로봇의 위치 및 자세각을 표현하는 좌표계이다. 이는 관성 좌표계로의 변환을 통하여 공간 상에서의 위치와 자세각을 표현하게 된다. 본 논문에서는

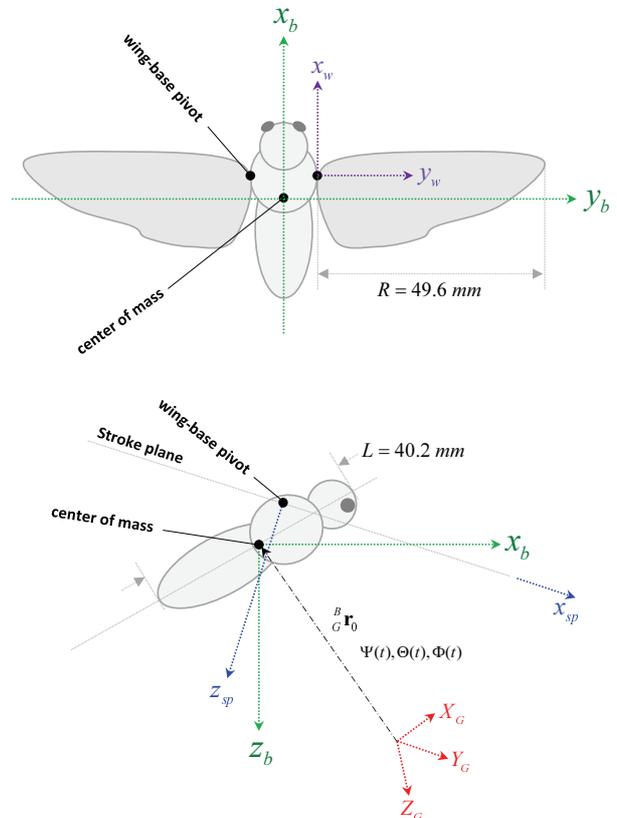


그림 1. 날갯짓 비행 로봇의 좌표 정의.

Fig. 1. Coordinate definition of the flapping-wing MAVs.

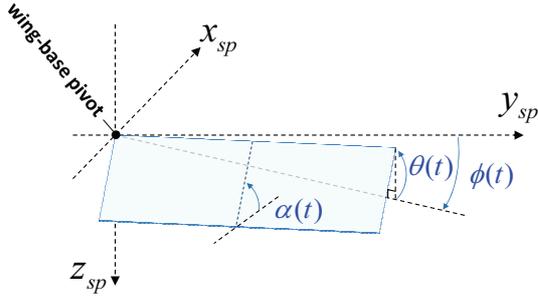


그림 2. 날갯짓 운동학의 정의.

Fig. 2. Definition of the wing kinematics.

비행 로봇의 세로 방향 동역학만 고려하도록 한다. 본 날갯짓 비행 로봇의 날개 길이는 49.6mm이며 몸체의 길이는 40.2mm이다. 날개 형상은 실제 박각시와 동일한 형상을 가진다. 전체 질량은 1.46g이다.

## 2. 날갯짓 운동학의 정의

날갯짓 비행 로봇의 날갯짓 운동학(wing kinematics)은 날개 뿌리를 기준으로 하는 세 개의 회전 각자유도로 표현한다. 각각의 회전 각자유도는: 1)  $\phi(t)$ , 스트로크각, 2)  $\alpha(t)$ , 날갯짓각, 그리고 3)  $\theta(t)$ , 상하각으로 구성된다. 그림 2는 이러한 각각의 회전 각자유도의 정의를 나타낸다.

본 논문에서 사용한 날갯짓 운동학의 함수는 (1)과 같다. 양쪽 날개에는 동일한 운동학 함수를 사용한다.

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \phi_{\text{amp}} \sin(2\pi ft) + \phi_0 \\ \alpha(t) &= \frac{\alpha_{\text{amp}}}{\tanh(C_\alpha)} \tanh\left(C_\alpha \sin\left(2\pi ft - \frac{\pi}{2}\right)\right) + \alpha_0 \\ \theta(t) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $f=26\text{Hz}$ ,  $\phi_{\text{amp}}=55^\circ$ ,  $\alpha_{\text{amp}}=45^\circ$ ,  $\phi_0=7.1^\circ$ ,  $\alpha_0=9.7^\circ$ ,  $C_\alpha=3.0$ 이다. 각각의 날갯짓 운동 범위를 정하는 상수는 제자리 비행 조건을 만족시키기 위하여 탐색된 값이다. 이와 같은 삼각 함수 형태로 표현된 날갯짓 운동 함수는 실제 박각시의 비행 으로부터 추출된 날갯짓 함수를 단순화하여 표현할 수 있다.

## 3. 날갯짓 공력 모델링

앞선 II 장 2절에서 설명한 바와 같이, 날갯짓에 의해서 발생하는 공기력은 매우 복잡한 양상을 가진다. 본 논문에서는 이러한 비정상 저레이놀즈수 공기역학 특성을 모델링하기 위하여 비정상 blade-element theory를 사용한다. 날개에 작용하는 공력 성분 중, 병진(translation)공력, 회전(rotation)공력, 부가질량효과(added-mass effect)가 고려되었고, wing-wake interaction에 의한 공력 특성은 모델링되지 않았다.

다음 (2)는 각각의 공력 성분에 해당하는 공력 계수를 보여준다. 각각의 공력 계수는 수조상사실험을 통하여 측정되었다[12]. 상사실험은 미네랄오일 탱크 내에서 수행되었으며, 박각시의 날개형상(날개길이=250mm)을 0.083Hz로 움직여 실제 비행 조건과 유사한  $\text{Re}=6800$ 을 상사하였다. 또한 고해상도 6축 힘/모멘트 센서(Nano17 Ti, ATI)로 측정된 힘과 모멘트는 100회 반복 측정되어 불확도를 낮추었다. (3)은 (2)에서 표시된 공력 계수를 활용하여 비정상 blade-element theory를 구성하는 수식을 보여준다.

$$\begin{aligned} C_L(\alpha) &= 1.511 \sin(0.01297\alpha + 2.59) \\ &\quad + 1.724 \sin(0.03448\alpha - 0.5014) \\ C_D(\alpha) &= 70.71 \sin(0.03175\alpha + 0.1737) \\ &\quad + 69.4 \sin(0.03229\alpha + 3.319) \\ C_M(\alpha) &= 12.77 \sin(0.02357\alpha + 3.212) \\ &\quad + 12.26 \sin(0.02473\alpha + 0.07334) \\ C_R &= 1.745 \end{aligned} \quad (2)$$

(3)은 날개를 구성하는 blade-element 각각에서 발생하는 공력을 표시하며, 전체 날개의 공력은 날개 길이 방향으로 (3)을 적분하여 구하게 된다.  $\Delta L$ ,  $\Delta D$ ,  $\Delta M$ 은 각각 단위 날개길이 당 작용하는 양력, 항력, 모멘트를 나타낸다. 여기서,  $\rho$ =공기의 밀도,  $c$ =시위길이,  $r$ =날개 길이 방향의 위치 (최대값은 날개 전체 길이  $R$ ),  $c_h$ 는 공력 모멘트를 구하기 위한 모멘트 팔의 길이이며 시위길이의 함수이다. 아래첨자 *trans*, *rot*, *added*는 각각 병진(translation), 회전(rotation), 부가질량(added-mass)에 의한 공력 성분을 나타낸다.

$$\begin{aligned} \Delta L &= \Delta L_{\text{trans}} + \Delta L_{\text{rot}} + \Delta L_{\text{added}} \\ &= C_L \frac{\rho}{2} (\dot{\phi}r)^2 c \Delta r + C_R \rho \omega (\dot{\phi}r) c^2 \Delta r \cdot \cos \alpha \\ &\quad + \frac{\pi}{4} \rho c^2 (\ddot{\phi}r) \sin \alpha \Delta r \cdot \cos \alpha \\ \Delta D &= \Delta D_{\text{trans}} + \Delta D_{\text{rot}} + \Delta D_{\text{added}} \\ &= C_D \frac{\rho}{2} (\dot{\phi}r)^2 c \Delta r + C_R \rho \omega (\dot{\phi}r) c^2 \Delta r \cdot \sin \alpha \\ &\quad + \frac{\pi}{4} \rho c^2 (\ddot{\phi}r) \sin \alpha \Delta r \cdot \sin \alpha \\ \Delta M &= \Delta M_{\text{trans}} + \Delta M_{\text{rot}} + \Delta M_{\text{added}} \\ &= C_M \frac{\rho}{2} (\dot{\phi}r)^2 c^2 \Delta r + C_R \rho \omega (\dot{\phi}r) c^2 \Delta r \cdot c_h \\ &\quad + \frac{\pi}{4} \rho c^2 (\ddot{\phi}r) \sin \alpha \Delta r \cdot c_h \end{aligned} \quad (3)$$

## 4. 비행 동역학 선형화

날갯짓 비행 로봇 시스템은 일정한 질량을 가지는 날개의 주기적인 운동으로 인한 주기적인 공력 변화와, 주기적인 관성력 변화를 외력항으로 가진다. 이와 같은 시스템은 다음과 같은 시변 비선형 운동방정식으로 나타낼 수 있다[13].

$$\begin{aligned} {}_b \mathbf{F}_A + m_{\text{body}} \mathbf{g} &= m_{\text{body}} ({}_b \dot{\mathbf{V}}_{cg} + {}_b \boldsymbol{\omega} \times {}_b \mathbf{V}_{cg}) + \mathbf{a}_1 + \mathbf{b}_1 \\ {}_b \mathbf{M}_A &= {}_b \mathbf{I}_{\text{body}} \dot{\boldsymbol{\omega}} + {}_b \boldsymbol{\omega} \times ({}_b \mathbf{I}_{\text{body}} \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{a}_2 + \mathbf{b}_2 \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  ${}_b \mathbf{F}_A$ 와  ${}_b \mathbf{M}_A$ 는 몸체 좌표계( $b$ )에 나타내어진 공력항으로써 (2)와 (3)을 통하여 구한 스트로크 평면 좌표계에 표현된 공력을 몸체 좌표계로 변환하여 구할 수 있다. 자세한 변환 행렬은 생략한다.  $m_{\text{body}}$ 는 날갯짓 비행 로봇 몸체의 질량,  ${}_b \mathbf{I}_{\text{body}}$ 는 몸체의 관성 모멘트 매트릭스를 나타낸다.  ${}_b \mathbf{V}_{cg}$ 와  ${}_b \boldsymbol{\omega}$ 는 각각 몸체 좌표계를 기준으로 한 속도 및 각속도 벡터를 의미한다.

(4)에서 주기적으로 운동하는 날개의 질량과 이로 인한 관성력의 영향은  $\mathbf{a}_1$ ,  $\mathbf{a}_2$ ,  $\mathbf{b}_1$ ,  $\mathbf{b}_2$ 에 포함되어 있다. 이 항들은 날개의 질량( $m_{\text{wing}}$ )과 날개 좌표계( $w$ )를 기준으로 표시된 날개의 관성 모멘트( ${}_w \mathbf{I}_{\text{wing}}$ )가 주기적인 날갯짓 운동함수의 영향으로

몸체 좌표계에 미치게 되는 주기적인 관성력항을 의미한다.  $\mathbf{a}_1$  과  $\mathbf{a}_2$ 는 날개의 질량과 관성 모멘트가 몸체의 움직임에 의하여 몸체 좌표계에 발생시키는 힘과 모멘트를 표시하고,  $\mathbf{b}_1$  과  $\mathbf{b}_2$ 는 날개의 질량과 관성 모멘트가 날갯짓 운동함수의 영향으로 몸체 좌표계에 발생시키는 힘과 모멘트를 표시한다. 각 항의 자세한 수식은 참고문헌 [13]의 p.234를 참고하면 된다.

이와 같은 시변 비선형 운동방정식은 앞선 II 장 1절에서 언급한 가정을 사용하여 단순화를 진행하게 된다. 먼저 가정 “1) 날개의 질량이 몸체의 질량에 비해 매우 작기 때문에 무시한다.”를 적용하게 되면,  $\mathbf{a}_1$  과  $\mathbf{a}_2$ 항은 무시할 수 있다.

다음으로 Averaging theorem을 적용한다. 가정 “3) 날갯짓으로 인하여 작용하는 주기적인 공력 특성은 날갯짓 한 주기 동안의 평균값이 작용한다고 가정하여 외력의 주기성을 없앤다.”를 사용하여 날갯짓 한 주기 동안의 평균값을 취하여 그 주기 동안 변화하는 시변 특성을 제거하면 다음 (5)와 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} {}_b\bar{\mathbf{F}}_A + m_{body} \mathbf{g} &= m_{body} ({}_b\dot{\bar{\mathbf{V}}}_{cg} + {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}} \times {}_b\bar{\mathbf{V}}_{cg}) + \bar{\mathbf{b}}_1 \\ {}_b\bar{\mathbf{M}}_A &= {}_b\mathbf{I}_{body} {}_b\dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} + {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}} \times ({}_b\mathbf{I}_{body} {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}}) + \bar{\mathbf{b}}_2 \\ e.g. {}_b\bar{\mathbf{V}}_{cg} &= \frac{1}{T} \int_{nT}^{(n+1)T} {}_b\mathbf{V}_{cg} dt \\ t &\in [nT, (n+1)T], n < m, \forall n, m \in \mathbb{Z} \end{aligned} \quad (5)$$

마지막으로 가정 “2) 주기적인 날갯짓으로 인하여 발생하는 시변 관성력 특성도 무시한다.”를 사용하게되면  $\mathbf{b}_1$  과  $\mathbf{b}_2$ 의 주기 평균 된 항들도 무시할 수 있다. 특히 날갯짓이 좌우 대칭이며, 상향 및 하향 스트로크에서 대칭을 이룰 경우에는 이와 같은 가정은 합당하다. 왜냐하면 상향 스트로크에서 작용하는 관성력과 하향 스트로크에서 작용하는 관성력은 크기가 같고 방향은 반대이기 때문이다. 특히 본 논문에서와 같이 완벽히 대칭적인 날갯짓 운동함수가 사용될 때는 본 가정을 합당하다. 하지만 날갯짓 한 주기 내의 동역학적 특성은 모든 외력과 동역학적 상태변수들을 평균값을 취했기 때문에 관찰할 수 없다.

따라서 최종적으로 얻게 되는 운동 방정식은 (6)과 같다. 참조 조건(제자리 비행)을 기준으로 하는 미소교란(small disturbance) 이론을 적용하면 손쉽게 선형화하여 (7)과 같이 상태공간 방정식 형태로 나타낼 수 있다. 상태공간 표현에서 사용된 상태 변수 및 공력미계수(aerodynamic derivative)는 날갯짓 한 주기 동안 평균값을 의미한다.

$$\begin{aligned} {}_b\bar{\mathbf{F}}_A + m_{body} \mathbf{g} &= m_{body} ({}_b\dot{\bar{\mathbf{V}}}_{cg} + {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}} \times {}_b\bar{\mathbf{V}}_{cg}) \\ {}_b\bar{\mathbf{M}}_A &= {}_b\mathbf{I}_{body} {}_b\dot{\bar{\boldsymbol{\omega}}} + {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}} \times ({}_b\mathbf{I}_{body} {}_b\bar{\boldsymbol{\omega}}) \\ {}_b\dot{\mathbf{x}}_{cg} &= \mathbf{A} {}_b\mathbf{x}_{cg}, \quad {}_b\mathbf{x}_{cg} = [\delta u_b \quad \delta w_b \quad \delta q \quad \delta \Theta]^T \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & X_q & -g \\ m_{body} & m_{body} & m_{body} & 0 \\ Z_u & Z_w & Z_q & 0 \\ m_{body} & m_{body} & m_{body} & 0 \\ M_u & M_w & M_q & 0 \\ I_{yy} & I_{yy} & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad e.g. \mathbf{F}_x = \frac{\partial \delta_b \bar{\mathbf{F}}_A}{\partial \delta_b \mathbf{x}_{cg}} \quad (7)$$

#### IV. 세로방향 비행 안정성 해석

##### 1. 시스템 행렬의 구성

Averaging theorem 및 선형화를 통하여 얻게 된 날갯짓 비행로봇의 시스템 행렬  $\mathbf{A}$ 는 이제 고유치 해석을 통하여 안정성 판단에 직접적으로 사용할 수 있다. 그림 3은 앞서 설명한 비정상 blade-element theory 기반의 공력모델인 (2)와 (3)을 통하여 구한  ${}_b\bar{\mathbf{F}}_A$ 와  ${}_b\bar{\mathbf{M}}_A$ 의  ${}_b\mathbf{x}_{cg}$ 에 대한 Jacobian을 나타내며, 이는 시스템 행렬의 공력미계수와 동일한 의미를 가진다. 공력미계수를 획득하기 위해 사용된 공력모델인 (2)와 (3)은 다양한 날갯짓 움직임에 대하여 측정된 상사실험 측정 결과와 비교하여 그 정확성을 확인하였다[12].

구해진 공력 미계수를 시스템 행렬 행렬  $\mathbf{A}$ 에 대입하고 질량( $m_{body}=1.46g$ )과 관성 모멘트( $I_{yy}=2.84E-07Nm^2$ )를 사용하여 정규화 하면 다음과 같은 시스템 행렬 (8)을 구할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} -4.58 & -0.60 & 0 & -9.81 \\ 0 & -3.80 & 0 & 0 \\ 11.97 & 3.57 & -2.91 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta u_b \\ \delta w_b \\ \delta q \\ \delta \Theta \end{bmatrix} \quad (8)$$

##### 2. 고유치 해석을 통한 안정성 해석

시스템 행렬 (8)의 고유치 해석을 통하여 본 논문에서 모델링된 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 동역학의 안정성 판단을 할 수 있다. 시스템 행렬의 고유값 및 고유벡터는 다음 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} \text{Eigen values} &= \begin{bmatrix} -7.73 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.12 + 3.90i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.12 - 3.90i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3.80 \end{bmatrix} \\ \text{Eigen vectors} &= \begin{bmatrix} 3.11 & -1.24 + 1.03i & -1.24 - 1.03i & 8.34 \\ 0 & 0 & 0 & -27.02 \\ -7.73 & 0.12 + 3.90i & 0.12 - 3.90i & -3.80 \\ 1 & 1 - 9.69E-18i & 1 - 9.69E-18i & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

$$c.f. {}_b\mathbf{x}_{cg} = [\delta u_b \quad \delta w_b \quad \delta q \quad \delta \Theta]^T$$

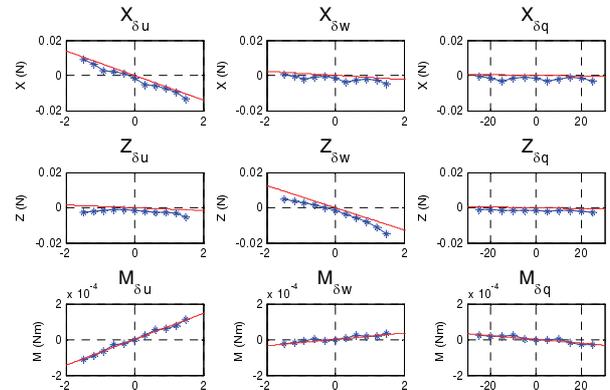


그림 3. 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 공력 미계수.

Fig. 3. Aerodynamic derivatives of the flapping-wing MAVs.

고유값에서 확인할 수 있듯이 날갯짓 비행 로봇의 세로방향 비행동역학은 두 개의 안정 모드(stable subsidence mode)와 하나의 진동하는 불안정 모드(oscillatory unstable mode)를 가진다. 각각의 고유값에 해당하는 고유벡터를 살펴보면 각각의 안정 및 불안정 모드가 물리적으로 어떠한 의미를 가지는지 알 수 있다.

먼저 진동하는 불안정 모드(고유값  $0.12 \pm 3.90i$ )는 고유벡터의 2열과 3열을 바탕으로  $u_b$ 와  $q_b$  상태 변수의 연성된 가진 효과로 나타남을 알 수 있다. 이는 전/후진 방향의 속도 성분과 몸체의 피치각속도간의 연성이다. 고유벡터의 해당 성분에서 확인할 수 있듯이  $u_b$ 와  $q_b$  상태 변수의 편각 차이는 약 22도이다. 이는 두 속도 성분이 거의 in-phase를 가지며 운동하는 경우이다. 보다 물리적인 측면을 살펴보면, 이 경우에 날갯짓 비행 로봇은 진진하면서 피치각이 들리거나, 후진하면서 피치각을 숙이면서 점점 그 진폭이 커지는 불안정성이 나타나는 운동 모드가 나타난다. 이는 낙하하는 나뭇잎의 운동과 같이 진동하는 형태로 날갯짓 비행 로봇의 동역학이 발산함을 의미한다.

나머지 두 개의 안정 모드는  $u_b$ 와  $q_b$  상태 변수가 out-of-phase로 가진 되었을 때 수렴하는 모드(고유값 -7.73, 고유벡터 1열)와,  $w_b$  만 가진 되었을 때 수렴하는 운동 모드(고유값 -3.80, 고유벡터 4열)이다. 전자의 경우에는 앞서 분석한 불안정 모드와 정 반대의 물리적 특성을 나타내며, 이는 날갯짓 비행 로봇이 진진하면서 동시에 피치각을 숙이며 빠르게 수렴하는 운동 모드를 의미한다.  $w_b$  상태 변수와 관련된 후자의 경우에는 날갯짓 비행 로봇이 상하 방향으로 운동하는 모드를 의미한다. 이 운동 모드가 가진 되었을 경우 날갯짓 비행 로봇의  $w_b$  상태변수는 수렴하게 됨을 알 수 있다.

**V. 비선형 다물체 동역학 방정식의 직접 시간 적분**

본 절에서는 앞서 언급한 세 가지의 가정 없이 시변 비선형 운동방정식 (4)를 직접 시간 적분한 결과를 제시한다. 해당 시변 비선형 운동방정식은 상용 다물체 동역학 솔버(MSC.Adams)를 사용하여 직접 시간 적분을 수행하였다. 앞서 선형 시스템 행렬의 고유치 해석에서 확인한 진동하는 불안정 모드를 살펴보기로 한다. 해당 불안정 모드를 가진하기 위하여 날갯짓 비행 로봇이 체자리 비행 트림 조건에 있을 때 시스템에 in-phase를 가지는 전진속도와 피치각속도 외란을 인가하였다. 그림 4는 초기조건이 화살표의 형태로 나타난 시작 지점으로부터 검은색 일점쇄선으로 나타난 궤적을 따라 발산하는 비행체의 동역학 응답을 연속그림의 형태로 보여준다.

그림 4 및 그림 5에서 확인할 수 있듯이, 날갯짓 비행 로봇은 in-phase를 가지는 전진속도와 피치각속도 외란에 의해서 발산하는 동역학 모드를 보인다. 이러한 결과는 선형 시스템 모델을 통하여 수행한 고유치 해석의 결과와 정성적으로 동일하다. 이는 본 논문에서 선형 운동 방정식을 유도하기 위하여 사용한 가정들이 세로 방향 비행 동역학에 있어서는 어느 정도 타당성을 가짐을 확인해준다. 하지만 가로 방향 동역학과 같이 상태 변수간의 연성이 더 큰 경우에는 보다 큰 비선형 효과 또는 주기 가진의 효과가 부각되어 나타날 수도 있어 후속 연구가 필요할 것이다.

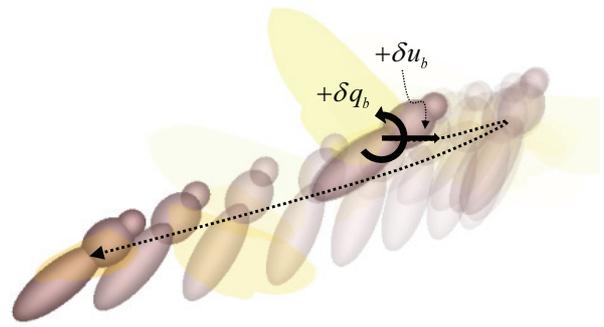


그림 4. 시변 비선형 운동방정식의 직접 시간 적분해.  
Fig. 4. Solution of direct time integration of NLTV system.

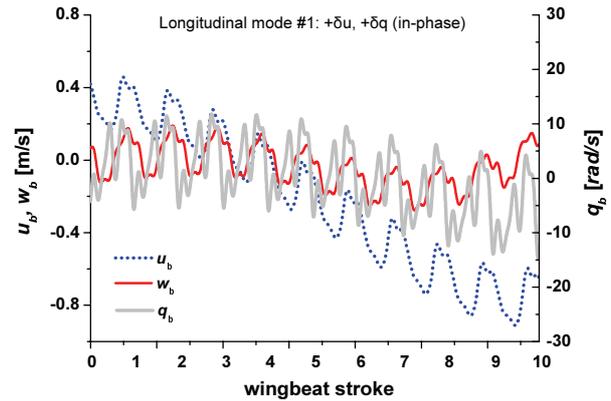


그림 5. 세로방향 동역학 응답( $u_b, w_b, q_b$ )의 시간 영역 그래프.  
Fig. 5. Time history of longitudinal dynamic responses ( $u_b, w_b, q_b$ ).

**VI. 결론**

본 논문에서는 박각시를 모사한 날갯짓 비행 로봇의 시변 비선형 세로방향 비행 동역학 운동 방정식을 수립하고 선형화 및 직접 시간 적분 방법을 통하여 비행 동역학 및 안정성 해석을 수행했다. 본 연구에서 모델링한 날갯짓 비행 로봇은 세로방향 동역학에 있어서 하나의 진동하는 불안정 모드와 두 개의 안정 모드를 가짐을 확인하였다. 불안정 모드는 전/후진 속도와 피치각속도 성분이 연성되면서 발산하는 형태로 확인되었다. 이와 같은 개루프(open-loop) 동역학 특성에 대한 이해는 날갯짓 비행 로봇의 개발을 위한 안정적인 제어기 설계에 도움을 줄 것이다.

**REFERENCES**

- [1] K. H. Choi, S. K. Han, J. Lee, J. W. Lee, J. D. Ahn, K.-S. Kim, and S. Kim, "Design of safe autonomous navigation system for deployable bio-inspired robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems*, vol. 20, no. 4, pp. 456-462, 2014.
- [2] H.-J. Kim and J. Lee, "Swimming plans for a bio-inspired articulated underwater robot," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, no. 9, pp. 782-790, 2013.
- [3] K. Ma, P. Chirarattananon, S. Fuller, and R. Wood, "Controlled flight of a biologically inspired, insect-scale robot," *Science*, vol. 340, pp. 603-607, May 2013.
- [4] J.-K. Kim and J.-H. Han, "A multibody approach for 6-DOF

flight dynamics and stability analysis of hawkmoth *Manduca sexta*,” *Bioinspiration & Biomimetics*, vol. 9, no. 1, article number: 016011 (21pp), Mar. 2014.

- [5] J. H. Wu and M. Sun, “Floquet stability analysis of the longitudinal dynamics of two hovering model insects,” *Journal of the Royal Society Interface*, vol. 9, no. 74, pp. 2033-2046, 2012.
- [6] B. Cheng and X. Deng, “Translational and rotational damping of flapping flight and its dynamics and stability at hovering,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 27, no. 5, pp. 849-864, 2011.
- [7] C. T. Orłowski and A. R. Girard, “Modeling and simulation of nonlinear dynamics of flapping wing micro air vehicles,” *AIAA Journal*, vol. 49, no. 5, pp. 969-981, 2011.
- [8] E. Taha, A. Nayfeh, and M. Hajj, “Effect of the aerodynamic-induced parametric excitation on the longitudinal stability of hovering MAVs/insects,” *Nonlinear Dynamics*, vol. 78, no. 4, pp. 2399-2408, Aug. 2014.
- [9] S. P. Sane, “Review: The aerodynamics of insect flight,” *The Journal of Experimental Biology*, vol. 206, pp. 4191-4208, 2003.
- [10] D. B. Doman, M. W. Oppenheimer, and D. O. Sigthorsson, “Wingbeat shape modulation for flapping-wing micro-air-vehicle control during hover,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 33, no. 3, pp. 724-739, 2010.
- [11] S. P. Sane and M. H. Dickinson, “The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model for flapping flight,” *Journal of Experimental Biology*, vol. 205, no. 8, pp. 1087-1096, 2002.
- [12] J.-S. Han, J.-K. Kim, and J.-H. Han, “Simplified quasi-steady aerodynamic model including pitching moment  $C_M$  for Hawkmoth flight,” *Journal of Experimental Biology*, submitted, 2014.
- [13] M. Sun, J. Wang, and Y. Xiong, “Dynamic flight stability of hovering insects,” *Acta Mechanica Sinica*, vol. 23, no. 3, pp. 231-246, 2007.



#### 김 중 관

2009년 성균관대학교 기계공학부 학사. 2011년 KAIST 항공우주공학과 석사. 2011년~현재 동 대학원 박사과정 재학 중. 관심분야는 날갯짓 비행체 동역학 및 안정성.



#### 한 중 섭

2007년 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부 학사. 2009년 동 대학원 석사. 2013년~현재 KAIST 항공우주공학과 박사과정 재학 중. 관심분야는 비정상 공기역학 실험.



#### 김 호 영

2012년 KAIST 항공우주공학과 학사. 2012년~현재 동 대학원 석박 통합과정 재학 중. 관심분야는 비행 동역학 및 제어.



#### 한 재 흥

1991년 KAIST 기계공학과 학사. 1993년 KAIST 항공우주공학과 석사. 1998년 동 대학원 박사. 2003년~현재 KAIST 항공우주공학과 교수. 관심분야는 지능재료, 진동제어, 날갯짓 비행체 동역학 및 제어.