

## 論文

## 달 착륙선의 동역학 모델링 및 추력기 기반 제어기 설계

양성욱\*, 이상철\*\*

Dynamic Modeling and Design of Controller based on Thrusters  
for Korean Lunar Module

Sung-Wook Yang\* and Sang-Chul Lee\*\*

## ABSTRACT

This paper deals with dynamic modeling and controller design of a future Korean lunar module planned to be launched 2020's in Korea. For dynamic modeling of the lunar module, we first assume the lunar module as a rigid body. And we derive equations of motion for the lunar module by considering allocation of main thrusters and reaction thrusters. With the equation of motion, we design the controller based on the quaternion. A Pulse Width Pulse Frequency modulator(PWPFM) is selected for generating on/off signal. Finally, we construct a 2-phase descent mode including initial guidance mode, terminal guidance mode. The MATLAB simulation is performed for evaluating the descent ability and final landing velocity. The dynamic modeling and descent simulation of the lunar module in this paper could be applied for developing the future work of the Korean lunar exploration program.

**Key Words** : Korean Lunar Module(한국형 달 착륙선), PWPFM(펄스폭 펄스주파수 변조기), 2-Phase Descent(2단계 하강), Initial Guidance Mode(초기 유도 모드), Terminal Guidance Mode(최종 유도 모드)

## 1. 서 론

미래창조과학부에서는 2025년 한국형 로켓을 이용한 달착륙선 발사를 목표로 우주 탐사 프로그램을 준비하고 있다[1]. 우주 탐사 프로그램의 일환으로 달 착륙선 지상시험모델이 개발되었고, 지상시험모델의 동역학 모델링 및 추력기 기반 제어기 설계가 연구되었다[2, 3].

달 착륙선이 달 표면에 착륙하는 방법으로는 직접 착륙 방법(Direct Lunar Descent)와 달 주

차궤도(Lunar Parking Orbit)을 이용하는 방법이 있다. 달 주차궤도를 이용하는 방법은 먼저 달 착륙선이 달에서 고도 100 km의 주차궤도에 진입하고 몇 번의 공전을 거친다. 이후, 역추진(deorbit burn)을 통해 고도 15 km까지 하강하고, 동력 하강(Power Descent)를 통해 목표지점까지 접근한 후 착륙한다[4].

달 착륙선의 연착륙을 위해 AKio 외 2인은 달 착륙선의 하강 궤적을 미리 설정하고 이를 추종하는 비선형제어기를 설계하였고[5], Zhou 외 3인은 최적제어기법을 이용해 유도법칙을 설계하였다[6]. 또한, 조성진 외 3인은 달 착륙선의 동력하강 단계의 유도 제어를 위해 비례-적분-미분(PID) 제어기를 설계하였다[7].

본 논문에서는 달 착륙선 동력하강 단계의 고도 및 자세 제어기를 설계하였다. 우선, 달 착륙

2015년 03월 12일 접수 ~ 2015년 03월 26일 심사완료  
논문심사일 (2014.03.24, 1차)

\* 한국항공대학교 대학원 항공우주 및 기계공학과

\*\* 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

연락처, E-mail : slee@kau.ac.kr

경기도 고양시 덕양구 항공대학교로 76

선에 착륙될 추력기의 배치 형상을 고려하여 달 착륙선의 모델링하였다. 달 착륙선의 고도 및 자세 제어를 위해 쿼터니언(Quaternion)을 이용한 비례-미분 제어(P-D Controller)가 적용되었다. 또한, 고도 및 자세 제어를 제어하기 위한 시간에 대해 연속적인 신호를 출력하는 제어기와 달리 달 착륙선의 구동기인 하강 제어 추력기(Descent Control Thruster)와 자세 제어 추력기(Attitude Control Thruster)는 출력이 연속적인 크기로 조절되지 않고 일정한 값을 유지한다[8]. 이에 시간에 대한 연속적인 제어 입력을 On/Off 신호로 변조시키는 펄스폭 펄스주파수 변조기(PWPFM, Pulse Width Pulse Frequency Modulator)를 적용하였다. 마지막으로 초기유도모드, 최종유도모드로 구성된 시나리오를 통해 달 착륙선의 하강 성능을 시뮬레이션하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 달 착륙선의 운동방정식 모델링

Fig. 1에서 볼 수 있듯이  $X, Y, Z$ 는 달의 관성 좌표계이고,  $x_b, y_b, z_b$ 는 달 착륙선의 기체고정좌표계이다.

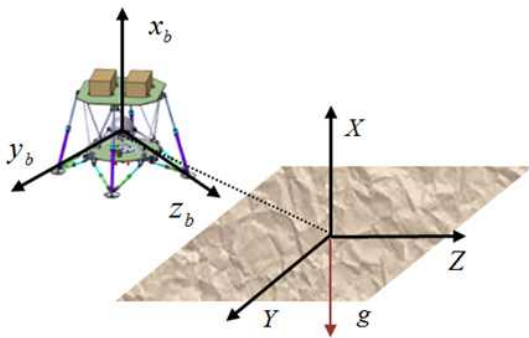


Fig. 2 Inertial Frame and Body Frame

#### 2.1.1 추력기 배치 형상

달 착륙선에는 고도제어를 위한 하강 제어 추력기와 자세제어를 위한 자세 제어 추력기가 장착된다. Fig. 2와 같이 추력기들이 배치될 경우  $i$  번째 추력기에서 발생하는 힘은 식 (1)과 같다.

$$\mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ F_{z_i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} -\cos(\alpha_i) \\ \sin(\alpha_i)\cos(\beta_i) \\ \sin(\alpha_i)\sin(\beta_i) \end{bmatrix} F_i \quad (1)$$

또한,  $N$ 개의 추력기에서 발생하는 토크는 식 (2)와 같다.

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i \quad (2)$$

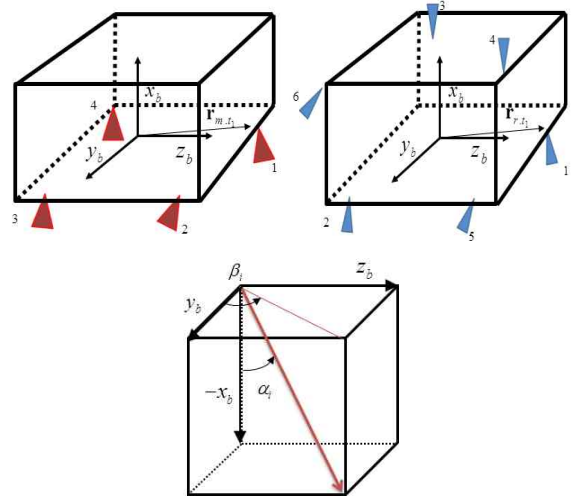


Fig. 3 Allocation and Direction of Thrusters

뉴턴-오일러 방정식을 이용하여 달 착륙선의 동역학 모델링을 표현하면 식 (3)과 (4)와 같다 [9].

$$I_b \dot{\omega} + \omega^\times I_b \omega = \mathbf{T}_D + \mathbf{T}_A = \mathbf{T}_{total} \quad (3)$$

$$m \dot{\mathbf{V}} + \omega^\times (m \mathbf{V}) = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_g = \mathbf{F}_{total} \quad (4)$$

여기서,  $\omega$ 는 기체고정좌표계에서의 각속도 벡터,  $I_b$ 는 달 착륙선의 관성행렬,  $\mathbf{T}_D$ 는 하강 제어를 위한 추력기에서 발생하는 토크,  $\mathbf{T}_A$ 는 자세 제어를 위한 추력기에서 발생하는 토크,  $m$ 은 달 착륙선의 질량,  $\mathbf{V}$ 는 기체고정좌표계에서의 선속도 벡터,  $\mathbf{F}_D$ 는 하강 제어를 위한 추력기에서 발생하는 힘,  $\mathbf{F}_A$ 는 자세 제어를 위한 추력기에서 발생하는 힘,  $\mathbf{F}_g$ 는 기체고정좌표계에서 달의 중력을 나타낸다.

#### 2.1.2 추력기 모델링

달 착륙선의 추력기는 펄스 파형의 전기적 신호가 밸브에 입력되고, 이후 추진제가 주입기를 거치는 과정으로 작동하게 된다. 이 과정에서 정상 추력에 도달하기까지 점화 지연 및 비선형적인 지연 등 다양한 요소들이 추력기 반응시간에 영향을 준다. 따라서 Fig. 3와 같이 이상적인 추력

형상과 실제 추력 형상에는 차이가 있다[10]. 이에 달 착륙선의 사실적인 모사를 위해서는 Fig. 4와 같은 추력기 모델링이 필요하다. 본 논문에서는 식(5)와 같이 추력기를 모델링하였다[11].

$$T\dot{u} + u = v \quad (5)$$

여기서,  $T$ 는 양의 시상수,  $u$ 는 추력기 제어 입력,  $v$ 는 모사된 추력기 제어 입력이다.

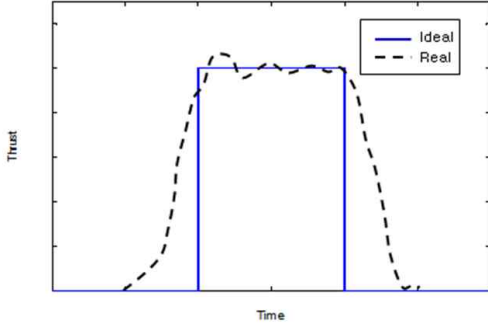


Fig. 3 Real Thrust Profile Compared with Square Pulse Profile

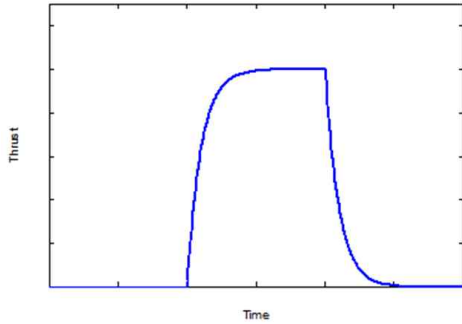


Fig. 4 Thrust Profile Approximation Model

### 2.1.3 달 착륙선 운동 방정식

달 착륙선의 운동방정식은 달의 기하학적 구조를 이용하였다. Fig. 5에서 볼 수 있듯이 달 착륙선은 달 중심 관성좌표계(MCI)상에서 하강한다.

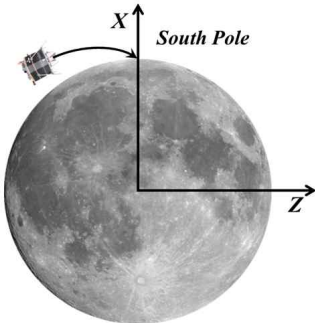


Fig. 6 Geometry for the Lunar Landing

달의 중력가속도는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3} \quad (6)$$

여기서,  $\mu = Gm_{moon}$ ,  $m_{moon} = 7.352 \times 10^{19} \text{ kg}$ ,  $G = 6.67428 \times 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ 이다.

## 2.2 제어기 설계

### 2.2.1 쿼터니언 기반 제어기

달 착륙선의 쿼터니언 기반 제어기를 설계하기 위해 다음과 같은 가정을 적용하였다.

$$\mathbf{F}_{total} \gg (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}) \text{ 이고, } \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_A \approx \mathbf{F}_D \quad (7)$$

위의 가정을 이용해 식 (4)의 병진 운동방정식은 쿼터니언을 이용하여 달의 관성 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$m\ddot{\mathbf{x}} = (q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2)F_D - mg \quad (8)$$

$$m\ddot{\mathbf{y}} = 2(q_1q_2 + q_3q_4)F_D \quad (9)$$

$$m\ddot{\mathbf{z}} = 2(q_1q_3 - q_2q_4)F_D \quad (10)$$

달 착륙선의 고도 제어를 위해 식 (8)에 비례-미분 제어기를 적용하면 제어 입력  $u_1$ 은 식 (11)와 같다.

$$u_1 = m \left( \frac{g + K_{p1}(x_d - x) + K_{d1}(\dot{x}_d - \dot{x})}{q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2} \right) \quad (11)$$

달 착륙선이  $y$ 축 방향 운동은  $q_3$ 와 연관되어 있다. 식 (9)에  $q_1 = q_2 = 0$ ,  $F_D = m$ 을 대입하면 쿼터니언 명령  $q_{3d}$ 는 식 (13)과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{y} = 2q_3q_4 = K_p(y_d - y) + K_d(\dot{y}_d - \dot{y}) \quad (12)$$

$$q_{3d} = \frac{1}{2q_4} [K_p(y_d - y) + K_d(\dot{y}_d - \dot{y})] \quad (13)$$

달 착륙선이  $z$ 축 방향 운동은  $q_2$ 와 연관되어 있다. 식 (10)에  $q_1 = q_3 = 0$ ,  $F_D = m$ 을 대입하면 쿼터니언 명령  $q_{2d}$ 는 식 (14)와 같이 표현할 수 있다.

$$q_{2d} = \frac{1}{-2q_4} [K_p(z_d - z) + K_d(\dot{z}_d - \dot{z})] \quad (14)$$

달 착륙선이  $q_2$ 와  $q_3$ 를 이용하여 경로를 추종한다고 가정하면, 쿼터니언 명령 벡터  $q_d$ 는 다음 식과 같다.

$$q_d = [0 \quad q_{2d} \quad q_{3d} \quad \sqrt{1 - (q_{2d}^2 - q_{3d}^2)}]^T \quad (15)$$

달 착륙선의 자세 제어를 위해 쿼터니언 피드백 레귤레이터(Quaternion Feedback Regulator)를 적용하였다[12]. 현재 방향과 요구되는 방향의 차이인 자세 오차로 표현되는 오차 쿼터니언(Error Quaternion)은 식 (16)과 같이 표현할 수 있다.

$$q_e = \begin{bmatrix} q_{1e} \\ q_{2e} \\ q_{3e} \\ q_{4e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{4d} & q_{3d} & -q_{2d} & -q_{1d} \\ -q_{3d} & q_{4d} & q_{1d} & -q_{2d} \\ q_{2d} & -q_{1d} & q_{4d} & -q_{3d} \\ q_{1d} & q_{2d} & q_{3d} & q_{4d} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} \quad (16)$$

달 착륙선의 제어 토크 벡터  $u_{att}$ 와 제어 이득  $K$ 와  $D$ 는 식 (17)~(19)과 같다.

$$u_{att} = -\omega^\times I_b \omega - D\omega - Kq_e \quad (17)$$

$$K = 2\omega_n^2 J \quad (18)$$

$$D = 2\zeta\omega_n J \quad (19)$$

여기서,  $\zeta$ 는 감쇠비,  $\omega_n$ 는 고유주파수이다.

## 2.2.2 달 착륙선의 유도·항법·제어

Fig. 6에서 볼 수 있듯이 달 착륙선은 15.24 km 지점에서 달의 남극까지 동력하강(Power Descent)를 실시한다. 하강 모드는 초기 유도 모드와 최종 유도 모드의 2단계로 구성하였다. 달 착륙선의 유도·항법·제어 알고리즘은 가속도 명령과 쿼터니언 명령을 생성하며, 달 표면을 고려한 제어기의 가속도 명령과 쿼터니언 명령은 다음과 같다.

$$r_f = [r_{moon} \quad 0 \quad 0]^T \quad (20)$$

$$\left. \frac{dr}{dt} \right|_f = [0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (21)$$

- 가속도 명령 (하강 제어 추력기의 제어)

$$\hat{r} = \frac{\dot{\hat{r}}}{2a} \quad \text{where, } \hat{r} = r - r_f \quad (22)$$

- 쿼터니언 명령 (펄스폭 펄스주파수 변조기를 이용한 자세 제어)

$$\text{Principal line : } e = [0 \quad 1 \quad 0]^T$$

Quaternion :

$$q_d \equiv \begin{bmatrix} q_{1d} \\ q_{2d} \\ q_{3d} \\ q_{4d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 \sin(\theta/2) \\ e_2 \sin(\theta/2) \\ e_3 \sin(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\text{여기서, } \cos(\theta/2) = \sqrt{\frac{\cos\theta + 1}{2}} = \sqrt{\frac{|a| + a_z}{2|a|}},$$

$$\sin(\theta/2) = \sqrt{1 - \frac{|a| + a_z}{2|a|}}, \quad |a| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

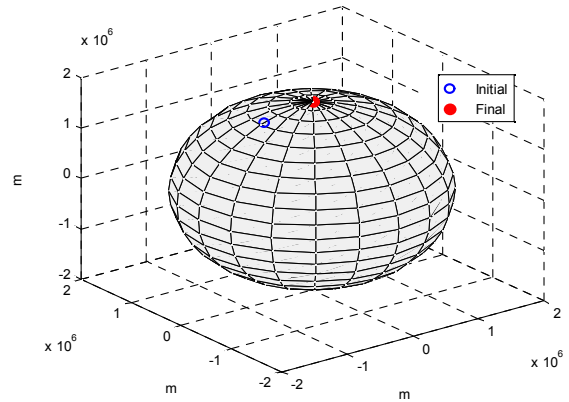


Fig. 7 Position of Lunar Module

Table 1. Condition of Acceleration Command

Initial Guidance Mode	$X: -1.075 m/s^2$ $Y: 0 m/s^2$ $Z: \frac{v_z^2}{2r_z} m/s^2$
Terminal Guidance Mode	$X: \frac{v_x^2}{2r_x} m/s^2$ $Y: 0 m/s^2$ $Z: \text{비례-미분제어기 (P-D Controller)}$

## 2.2.3 펄스폭 펄스주파수 변조기

달 착륙선의 제어기에서 발생하는 신호는 시간에 대해 연속적인 신호이지만, 달 착륙선에 장착된 추

력기는 On/Off 신호에 의해 작동된다. 펄스폭 펄스주파수 변조기는 연속적인 신호에 대해 On/Off 방식의 펄스 명령을 생성한다. 펄스폭 펄스주파수 변조기는 슈미트 트리거, 1차 필터, 피드백 루프로 구성되고, 기본 구조는 Fig. 7과 같다[2, 13].

Fig. 8에서 볼 수 있듯이 슈미트 트리거의 입력인 양의 실수  $f(t)$ 가  $U_{on}$ 보다 커지면 슈미트 트리거의 출력은  $U_m$ 이 된다. 반대로 슈미트 트리거의 입력  $f(t)$ 가  $U_{off}$ 보다 작아지면 슈미트 트리거의 출력은 0이 된다. 오차 신호  $e(t)$ 는 슈미트 트리거의 출력  $U_m$ 과 제어입력  $r(t)$ 의 차이이다. 오차신호는 필터를 거치게 되고, 필터의 출력인  $f(t)$ 는 슈미트 트리거에 입력된다[2, 14].

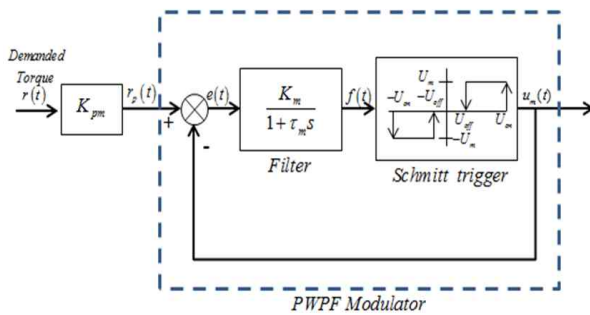


Fig. 8 PWPF Modulator

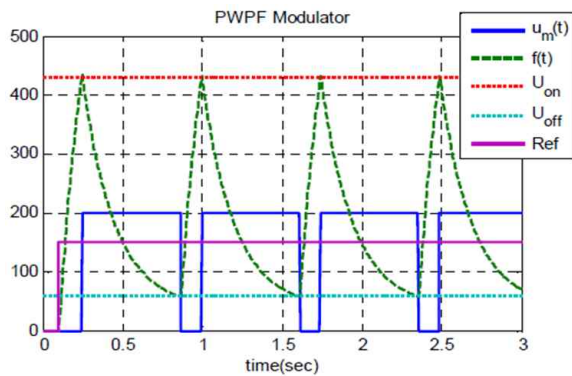


Fig. 9 Response of PWPF Modulator

### 2.3 달 착륙선 시뮬레이션

시뮬레이션의 시나리오는 초기 유도 모드, 최종 유도 모드의 2단계로 구성하였다. 시뮬레이션 시간은 착륙할 때까지로 설정되었고, 시뮬레이션상 달 착륙선은 1219.85초에 착륙한다. 시뮬레이션을 위한 달 착륙선의 가정은 다음과 같다.

- 달 착륙선은 강체이다.
- 기체고정좌표계의 중심은 질량 중심과 같다.
- 연료의 슬로싱, 외란, 질량과 관성모멘트의 변화는 무시한다.

- 최초 위치는  $P_0 = [1589 \ 0 \ -741]^T km$  이다.
- 최초 속도는  $v_0 = [707 \ 0 \ 1516]^T m/s$  이다.

달 착륙선의 질량 특성은 다음과 같다.

$$I_b = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 70 & 0 \\ 0 & 0 & 50 \end{bmatrix} kg \cdot m^2$$

$$m = 100 kg$$

Fig. 9에서 볼 수 있듯이 달 착륙선에는 고도제어를 위한 5개의 하강 제어 추력기와 자세제어를 위한 8개의 자세제어 추력기가 장착된다. 하강 제어 추력기와 자세 제어 추력기는 각각 285 N과 4.23 N의 추력을 생성한다. 토크 생성을 위한 자세 제어 추력기의 동작은 Table 2를 따른다[2].

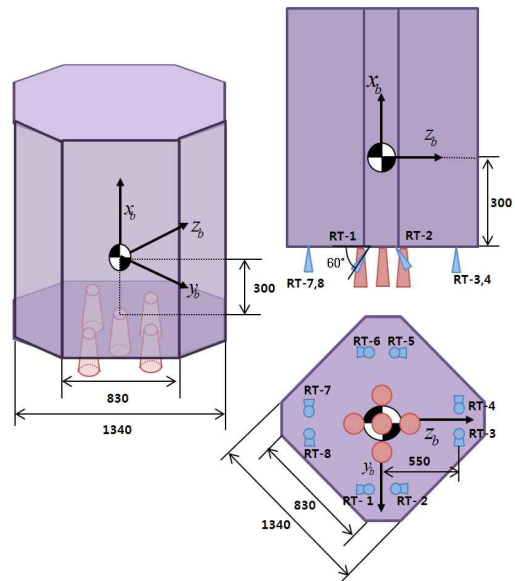


Fig. 10 Allocation of Thrusters

Table 2. Reaction Thruster Selection Table

Rotational Motion	Attitude Control Thruster ID (ACT-No.)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$+\phi$	0	0	1	0	0	0	1	0
$-\phi$	0	0	0	1	0	0	0	1
$+\theta$	0	0	1	1	0	0	0	0
$-\theta$	0	0	0	0	0	0	1	1
$+\psi$	0	0	0	0	1	1	0	0
$-\psi$	1	1	0	0	0	0	0	0

Figs. 10~12는 달 착륙선의 하강 성능과 최종 착륙속도를 보여주고 있다.

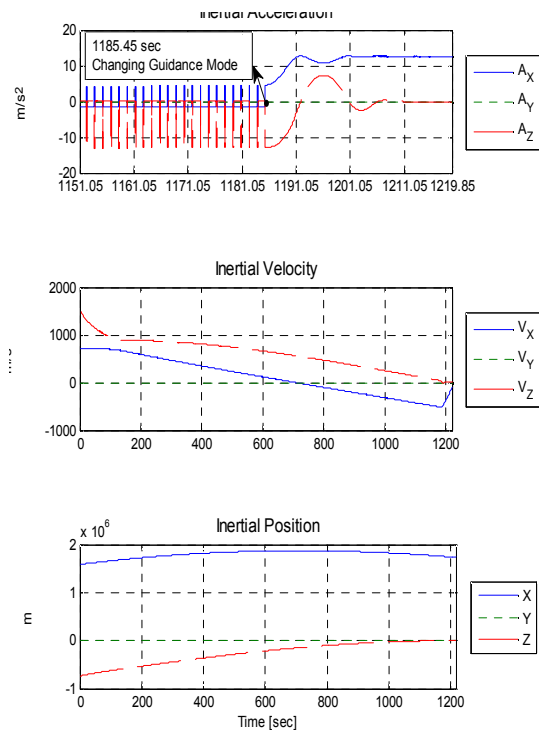


Fig. 11 Results of Translational Dynamics

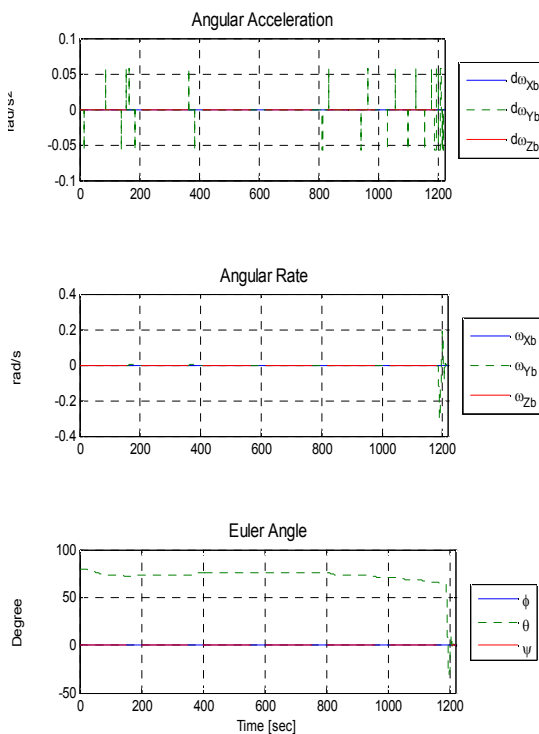


Fig. 12 Results of Rotational Dynamics

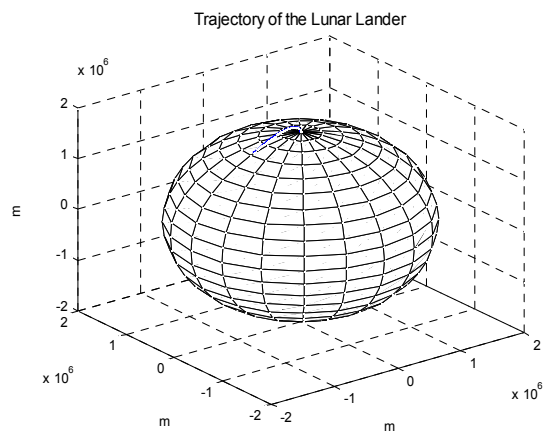


Fig. 13 Trajectory of Lunar Module

### 3. 결 론

본 논문에서는 동력하강 단계에서 한국형 달 착륙선의 동역학 모델링과 제어기 설계에 대한 내용을 다루고 있다. 달 착륙선을 모델링하기 위해 달 착륙선이 강체라는 가정 하에 추력기 배치 형상을 고려한 운동방정식을 유도했다. 유도된 운동방정식을 기반으로 쿼터니언 피드백 레귤레이터를 적용한 제어기를 설계하였다. 설계된 제어기의 연속적인 신호는 펄스폭 펄스주파수 변조기를 이용해 On/Off 신호로 변조되었다. 또한 설계된 제어기가 어느 정도의 하강 성능을 갖는지 보이기 위해 2단계로 구성된 시나리오를 구성하고, MATLAB을 이용한 시뮬레이션을 수행하였다. 2장에서 보인 시뮬레이션 결과에 의하면 달 착륙선은 연착륙이 가능한 것을 알 수 있다.

### 참고문헌

- 1) 미래창조과학부, “우주개발사업 세부실천로드맵”, 2007.11.
- 2) 김광진, 이정숙, 이상철, 고상호, 류동영, 주광혁, “달 착륙선 지상시험모델의 경로 추종을 위한 추력기 기반 제어기 설계”, 한국항공우주학회지, 제19권, 제4호, 2011, pp.37~43.
- 3) 양성욱, 손종준, 이상철, “펄스폭 변조기 기반 추력 제어기를 이용한 달 착륙선 지상시험모델의 경로 추종 성능 연구”, 한국항공우주학회지, 제22권, 제4호, 2014, pp.75~80.
- 4) 목성훈, 박봉균, 이동현, 전병주, 방효충, 탁민제, “달 탐사 임무의 유도항법제어 시뮬레이션”, 한국항공우주학회 춘계학술대회, 2013.

5) Abe, A., Uchyama, K., Shimada, Y., "Trajectory and Attitude Control for a Lunar-Lander Using a Reference Model", International Conference of Control, Automation and Systems, Muju, Korea, 2002.

6) Zhou, J. Y., Teo, K. L., Zhou, D., Zhao, G. H., "Optimal Guidance for Lunar Module Soft Landing", Nonlinear Dynamics and Systems Theory, Vol. 10, No. 2, 2010, pp. 189~201.

7) 조성진, 민찬오, 이대우, 조겸래, "PID 제어기를 이용한 달착륙선의 powered descent phase 유도제어", 한국항공우주학회지, 제39권, 제5호, 2011, pp. 408~415.

8) 방효충, 탁민제, 김진형, "추력기를 이용한 유연 우주비행체의 자세제어", 한국항공우주학회지, 제29권, 제4호, 2001, pp. 93~100.

9) Sidi, M. J., "Spacecraft Dynamics and Control", Cambridge University Press, New York, pp. 260~290.

10) 김광진, "달 착륙선 지상시험모델의 경로 추종을 위한 추력기 기반 제어기 설계", 한국항공대학교, 2012, pp. 11~12.

11) Kristiansen, K., Hagen, D., "Modeling of Actuator Dynamics for Spacecraft Attitude Control", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 32, No. 3, 2009, pp. 1022~1025.

12) Wie, B. Weiss, H., Arapostathis, A., "Quaternion Feedback Regulator for Spacecraft Eigenaxis Rotations", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 12, No. 3, 1989, pp. 375~380.

13) Song, G., "Spacecraft Vibration Reduction using Pulse-Width Pulse-Frequency Modulated Input Shaper", Journal of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 22, No. 3, 1999, pp. 433~440.

14) Krovel, T. D., "Optimal Tuning of PWPF Modulator for Attitude Control", Master Thesis, Norwegian University of Science and Technology, Norway, 2005, pp. 11~12.