

# $\alpha - \beta$ 필터를 사용한 위상배열 레이더의 실패적 추적 정확도 평가 알고리즘 연구

## A Study for Assessment of Track Accuracy of Phased Array Radar Associated with $\alpha - \beta$ Filter

신 상 진 · 김 완 규\*

Sang-Jin Shin · Wan-Gyu Kim\*

### 요 약

본 논문은 위상배열 레이더를 사용하여 실제표적을 추적하였을 때 추적 정확도를 평가하기 위한 알고리즘 연구이다. 실패적에 대한 추적 정확도를 평가하기 위해서는 실패적 위치에 대한 정보가 있어야 하지만, 시험비용 및 시험시간의 증대로 인해 위상배열 레이더에서 획득된 데이터만을 사용하여 실패적의 정확도를 평가하는 알고리즘을 제시한다. 이러한 평가 알고리즘은 위상배열 레이더에서 사용된  $\alpha - \beta$  추적필터의 잔차로부터 추적 정확도의 지표인 거리오차와 각도 오차의 표준편차를 도출한 결과이며, 통계적 방법으로 sample variance 개념을 사용하게 된다.

### Abstract

In this paper, the assessment technique for track accuracy in the phased array radar is proposed. It is assumed that  $\alpha - \beta$  tracking filter to track the target is established in the phased array radar. In order to assess the track accuracy strictly, we should use the real target position data acquired from the special instrument, ACMI(Air Combat Maneuvering Instrument) pod or DGPS(Differential Global Positioning System). However, this method leads to increase the experiment cost and test time. We derive the relationship between the residuals of tracking filter and the standard deviations of range and angle tracking errors which are assigned as track assessment index. The theory of sample variance is introduced in this assessment because track accuracy has to be calculated with many residual samples.

Key words: Assessment, Track Accuracy, Tracking Filter

### I. 서 론

본 논문은  $\alpha - \beta$  추적필터를 사용한 위상배열 레이더에서 실패적에 대한 추적 정확도를 평가하는 알고리즘에 관한 연구이다. 실패적에 대한 추적 정확도를 엄밀하게 평가하기 위해서는 ACMI(Air Combat Maneuvering Instru-

ment) pod나 DGPS (Differential Global Positioning System)와 같은 측정장비를 실패적에 장착하여 실패적의 위치와 속도 등을 측정한 데이터가 필요하다. 이렇게 측정한 데이터와 시간 동기화된 추적결과가 실패적을 추적한 위상배열 레이더로부터 저장되어서 두 데이터의 차이를 분석하는 방법이 요구되나, 평가에 대한 시험비용 및 시험시

방위산업기술지원센터(국방과학연구소 부설) 지휘정찰기술팀(C4ISR Technical Team, Defense Industry Technology Center)

\*국방과학연구소 제1유도무기체계단(Agency for Defense Development)

· Manuscript received April 21, 2015 ; Revised August 25, 2015 ; Accepted September 23, 2015. (ID No. 20150421-034)

· Corresponding Author: Sang-Jin Shin (e-mail: radarsjs@gmail.com)

간이 증가하게 되는 어려움이 따른다. 본 논문에서 제시한 알고리즘은 위상배열 레이더의 추적결과만을 사용하여 실표적의 추적 정확도를 평가하는 방법으로 시험평가에 대한 추가적인 비용 및 시간이 요구되지 않는다. 본 논문에서 제시한 알고리즘과 유사한 기존 연구결과는 찾아보기가 어렵다<sup>[2],[3]</sup>. 본 논문은 위상배열 레이더의 추적필터로 사용된  $\alpha-\beta$  추적결과로부터 추적 정확도 평가 파라미터인 거리와 각도오차의 표준편차간의 연관성을 이론적으로 유도하여 추적 정확도를 산출한다.

위상배열 레이더의 측정값은 레이더와 표적사이의 거리와 **biconical** 좌표계에서 표현된 사인(sin)값으로 나타나므로 직교좌표계 성분과 비선형인 관계가 되며, 이를 해결하기 위한 연구결과가 참고문헌 [1]에 정리되어 있다. 본 논문에서는  $\alpha-\beta$  추적필터를 위상배열 레이더에 사용한 경우에 해당하여 참고문헌 [1]에 수록된 방법을 사용할 수 없으므로  $\alpha-\beta$  추적필터를 위상배열 레이더에 적용한 경우에 대한 알고리즘을 2장 1절에서 좌표계와 연계하여 설명한다. 본 논문에서 추적 정확도의 평가 지표는  $\alpha-\beta$  추적필터의 결과로서 거리와 각도에 대하여 추적오차의 표준편차로 정의한다<sup>[2],[3]</sup>. 이러한 표준편차는 위상배열 레이더에서 획득된 측정샘플로부터 추정하게 되며, 신뢰성을 향상시키기 위해서 다수의 측정샘플이 필요하다. 측정샘플로부터 표준편차를 추정하기 위해서는 **sample variance**<sup>[4]</sup> 개념을 도입하며, 이러한 경우 추정 분산의 기대값이 실제 분산값과 일치하게 된다. 본 논문에서는 신호대 잡음비가 되도록 일정하고, 동시에 추적필터 이득값이 거의 유사해지는 거리간격으로 측정 샘플을 취해서 추적오차의 표준편차를 구하게 된다. 대부분의 추적필터<sup>[1]</sup>는 표적추적 결과가 극좌표계보다 직교좌표계에서 이루어지므로, 직교좌표계 성분으로부터 각도오차에 대한 표준편차를 구하는 관계식이 필요하며, 이에 대한 연구결과를 2.3절에 제시한다.

## II. 추적 정확도 평가 알고리즘

### 2.1 좌표계와 추적필터

추적 정확도 평가를 위한 기본적인 좌표계를 그림 1에서 그림 3까지 도시하였다. 그림 1의 LGCS(Local Ground

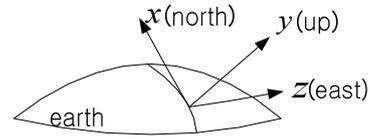


그림 1. LGCS 좌표계  
Fig. 1. LGCS axis.

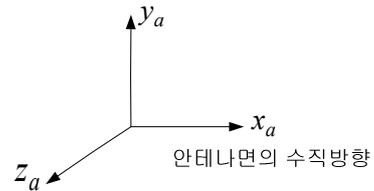


그림 2. ACS 좌표계  
Fig. 2. ACS axis.

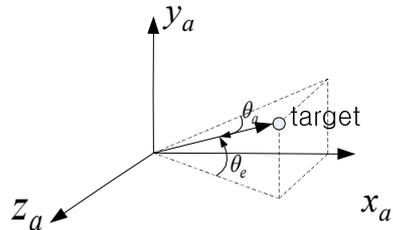


그림 3. BCS 좌표계  
Fig. 3. BCS axis.

Cartesian coordinate System) 좌표계는 지구면에 레이더가 위치한 곳을 좌표계 원점으로 하는 기준 좌표계로써 지구 자전의 영향이 없다고 가정함으로써 식 (5)와 같은 추적필터의 예측 단계를 수행하는 좌표계이다. 위상배열 레이더의 측정값은 그림 3의 BCS 좌표계(Biconical Coordinate System)에서 표현된다. BCS 좌표계와 LGCS 좌표계 사이의 변환과정을 정의하기 위해서 직교좌표계인 ACS (Antenna Coordinate System) 좌표계가 필요하며, 그림 2에 나타내었다. BCS 좌표계 성분과 ACS 좌표계 성분의 관계는 식 (1)~식 (3)과 같이 나타낼 수 있으며, 레이더와 표적 간의 거리  $R$  과 ACS 좌표계의  $y_a, z_a$  를 Beam Coordinate System으로 정의한다. 이 좌표계에서 표적추적필터의 갱신단계가 수행된다.

$$R = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + z_a^2} \tag{1}$$

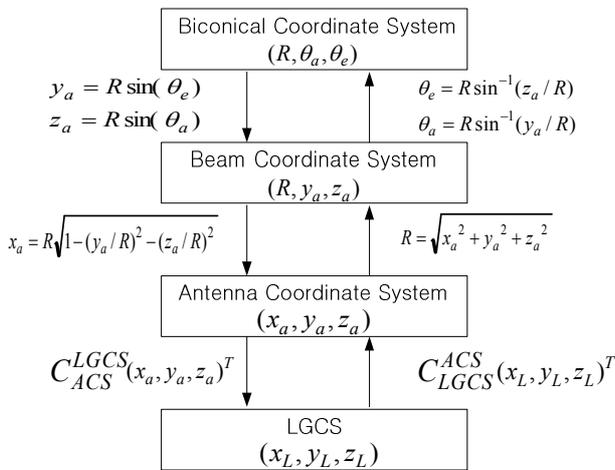


그림 4. 좌표계와 좌표변환 관계  
Fig. 4. Coordinate systems and transformations.

$$\sin(\theta_e) = y_a / R \tag{2}$$

$$\sin(\theta_a) = z_a / R \tag{3}$$

그림 4는 이들 좌표계 간의 변환과정을 도시한 것이다. 그림 4에서  $C_{ACS}^{LGCS}$  와  $C_{LGCS}^{ACS}$  는 ACS 좌표계와 LGCS 좌표계 간의 좌표변환행렬이다<sup>[7]</sup>. 표적추적의 핵심 파라미터인  $\alpha$  와  $\beta$  의 값은 추적지수(tracking index)를 매개변수로 하는 함수이다. 이 추적지수는 측정노이즈의 표준편차와 표적의 기동특성과 샘플링 주기로 구하며, 자세한 알고리즘은 참고문헌 [5]에 수록되어 있다. 문헌의 수록된  $\alpha - \beta$  추적 필터 식은 다음과 같다<sup>[5],[6]</sup>.

· 갱신 단계(updated step)

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \bar{x}_k + \alpha(z_k - \bar{x}_k) \\ \hat{\dot{x}}_k &= \bar{\dot{x}}_k + \frac{\beta}{T}(z_k - \bar{x}_k) \end{aligned} \tag{4}$$

· 예측 단계(prediction step)

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \hat{x}_k + T \hat{\dot{x}}_k \\ \bar{\dot{x}}_k &= \hat{\dot{x}}_k \end{aligned} \tag{5}$$

식 (4)와 식 (5)의  $\alpha - \beta$  추적 필터에 사용된 변수는

다음과 같다.

- $\hat{x}_k$ : 갱신된(updated) 표적위치로써 그림 4의 Beam Coordinates System 좌표계 성분  $\hat{R}, \hat{y}_a, \hat{z}_a$ 에 해당됨
- $\hat{\dot{x}}_k$ : 갱신된(updated) 표적 속도로서 Beam Coordinates System 좌표계 성분  $\hat{\dot{R}}, \hat{\dot{y}}_a, \hat{\dot{z}}_a$ 에 해당됨
- $\bar{x}_k$ : 예측된(predicted) 표적 위치로써 그림 4의 LGCS 좌표계 성분  $\bar{x}_{LGCS}, \bar{y}_{LGCS}, \bar{z}_{LGCS}$ 에 해당됨
- $\bar{\dot{x}}_k$ : 예측된(predicted) 표적 속도로서 LGCS 좌표계 성분  $\bar{\dot{x}}_{LGCS}, \bar{\dot{y}}_{LGCS}, \bar{\dot{z}}_{LGCS}$ 에 해당됨
- $z_k$ : 표적위치에 대한 측정값으로써 그림 4의 BCS 좌표계에서 구해지며,  $z_R, z_{\theta_e}, z_{\theta_a}$ 에 해당되고, 노이즈에 대한 표준편차는  $\sigma_v$ 라고 가정

식 (5)에서 예측 단계는 LGCS 좌표계에서 수행하며 이 결과를 좌표변환행렬을 통해 ACS 좌표계로 성분들을 변환시킨다. 측정값과 예측된 상태변수의 비선형성을 해결하기 위한 기존 참고문헌 [1]과 달리 본 논문에서는 위상 배열 레이더로부터 획득되는 residual(잔차)를 이용하여 갱신 단계를 수행한다. 위상배열 레이더의 residual은 거리방향과 BCS 좌표계에서  $\sin(\theta_e)$  와  $\sin(\theta_a)$ 에 대해서 나타나므로 거리  $R$  방향으로 그대로 갱신을 하고  $\sin(\theta_e)$  와  $\sin(\theta_a)$  방향으로 거리방향의 예측값인  $\bar{R}$  를 곱하여 Beam Coordinates System 좌표계  $y_a, z_a$  방향에서 수행한다. 이를 정리하여 다시 설명하면 예측 단계는 LGCS 좌표계에서 수행하고, 갱신 단계는 Beam Coordinates System 좌표계에서 수행하게 된다. 식 (4)에서 표적위치의 추정값을 나타내는  $\hat{x}_k$  에 대한 표준편차를  $\sigma_{\hat{x}_k}$  으로 표현하고, 측정값  $z_k$  와 예측값  $\bar{x}_k$  의 차이인 잔차를  $ES$  로 나타내면 잔차의 표준편차( $\sigma_{ES}$ )로부터 아래 식 (9)를 사용하여  $\sigma_{\hat{x}_k}$  을 구할 수 있다.

$$ES = z_k - \bar{x}_k \tag{6}$$

식 (6)의 분산식은 다음식과 같다<sup>[5]</sup>.

$$\sigma_{ES}^2 = \sigma_v^2 + \sigma_{\bar{x}}^2$$

$$= \frac{4\alpha + 2\beta}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \quad (7)$$

Appendix A로부터 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\sigma_{\hat{x}}^2 = \frac{2\beta - 3\alpha\beta + 2\alpha^2}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \quad (8)$$

식 (7)과 식 (8)로부터 다음과 같은 식 (9)를 얻는다.

$$\sigma_{\hat{x}}^2 = \frac{2\alpha^2 - 3\alpha\beta + 2\beta}{2(2\alpha + \beta)} \sigma_{ES}^2 \quad (9)$$

$R, y_a, z_a$ 에 대한 잔차를 샘플로 취하여 표준편차를 추정하고, 추정된 잔차의 표준편차를 이용하여 식 (9)로부터 거리 및 각도 추적 정확도를 산출한다. 상세한 평가 알고리즘은 다음절에 나타낸다.

## 2.2 거리 정확도 평가

Beam Coordinates System 좌표계에서  $R, y_a, z_a$ 에 대한 잔차를 샘플로 취하여 정확도 평가를 위한 추적오차의 표준편차를 추정하고자 할 경우에는 sample variance 개념을 사용해야 샘플 분산에 대한 기대값이 실제 분산과 동일하게 된다<sup>4)</sup>.

거리에 대한 정확도 평가는 거리에 대한 잔차의 분산을 추정하고, 이를 통해 식 (9)를 이용하여 거리 정확도  $\sigma_{\hat{R}}$ 를 산출한다. 거리에 대한 정확도는 다음과 같이 계산한다.

① 거리에 대한 잔차 샘플을  $N_i$ 개 모은다.

$$ES_R(1), ES_R(2), \dots, ES_R(N_i) \quad (10)$$

② 거리 잔차로부터 sample variance를 구한 후 표준편차를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{ES_R} = \sqrt{\frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} ES_R(j)^2} \quad (11)$$

③ 갱신 단계에 사용된  $\alpha - \beta$  계수의 평균값을 구한다.

$$\bar{\alpha}_R = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \alpha_R(j), \quad \bar{\beta}_R = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \beta_R(j) \quad (12)$$

④ 식 (9)를 사용하여 거리 정확도에 대한 표준편차를 다음과 같이 구한다.

$$\sigma_{\hat{R}} = \hat{\sigma}_{ES_R} \cdot \sqrt{\frac{2\bar{\alpha}_R^2 - 3\bar{\alpha}_R\bar{\beta}_R + 2\bar{\beta}_R}{2(2\bar{\alpha}_R + \bar{\beta}_R)}} \quad (13)$$

## 2.3 각도 정확도 평가

식 (4)에서 갱신 단계는 Beam Coordinates System 좌표계에서 수행되므로  $\alpha - \beta$  이득과 잔차도  $R, y_a, z_a$  축에서 구해진다. 그러므로  $\sigma_{\hat{\theta}_e}(R)$ 와  $\sigma_{\hat{\theta}_a}(R)$ 를 구하는 방법은  $y_a, z_a$  축의 잔차로부터  $\sigma_{\hat{y}}$ 과  $\sigma_{\hat{z}}$ 를 구하고, 이를 각도로 환산한다. 환산식에 대한 유도과정은 다음과 같다. 그림 3에서 안테나 좌표계의  $y_a, z_a$  값은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{pmatrix} y_a \\ z_a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \sin(\theta_e) \\ R \sin(\theta_a) \end{pmatrix} \quad (14)$$

위 식 (4)의 변수에 대해 variation 시키면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} y_a + \delta_y \\ z_a + \delta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (R + \delta_R) \sin(\theta_e + \delta_{\theta_e}) \\ (R + \delta_R) \sin(\theta_a + \delta_{\theta_a}) \end{pmatrix} \quad (15)$$

위 식에서  $\delta_y, \delta_z, \delta_R, \delta_{\theta_e}, \delta_{\theta_a}$ 가 작다고 가정하면 식 (16)의 가정이 유효하고 식 (15)는 식 (17)과 같다.

$$\begin{aligned} R + \delta_R &\approx R, & \cos(\delta_{\theta_e}) &\approx 1, & \sin(\delta_{\theta_e}) &\approx \delta_{\theta_e}, \\ \cos(\delta_{\theta_a}) &\approx 1, & \sin(\delta_{\theta_a}) &\approx \delta_{\theta_a} \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} y_a + \delta_y \\ z_a + \delta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(\sin(\theta_e) + \delta_{\theta_e} \cos(\theta_e)) \\ R(\sin(\theta_a) + \delta_{\theta_a} \cos(\theta_a)) \end{pmatrix} \quad (17)$$

식 (14)와 식 (17)로부터 식 (18)을 얻는다.

$$\begin{pmatrix} \delta_y \\ \delta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot \delta_{\theta_e} \cos(\theta_e) \\ R \cdot \delta_{\theta_a} \cos(\theta_a) \end{pmatrix} \quad (18)$$

위 식에 의해서  $\sigma_{y_a}, \sigma_{z_a}, \sigma_{\theta_e}, \sigma_{\theta_a}$  의 관계식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{y_a} \\ \sigma_{z_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot \cos(\theta_e) \cdot \sigma_{\theta_e} \\ R \cdot \cos(\theta_a) \cdot \sigma_{\theta_a} \end{pmatrix} \quad (19)$$

그림 3의 BCS 좌표계에서 식 (19)를 다른 형태로 표현하면 아래와 같다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{y_a} \\ \sigma_{z_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sqrt{\bar{x}_a^2 + \bar{z}_a^2} \cdot \sigma_{\theta_e} \\ \sqrt{\bar{x}_a^2 + \bar{y}_a^2} \cdot \sigma_{\theta_a} \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\theta_e} \\ \sigma_{\theta_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{y_a}}{\sqrt{\bar{x}_a^2 + \bar{z}_a^2}} \\ \frac{\sigma_{z_a}}{\sqrt{\bar{x}_a^2 + \bar{y}_a^2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{y_a}}{\sqrt{\bar{R}_a^2 - \bar{y}_a^2}} \\ \frac{\sigma_{z_a}}{\sqrt{\bar{R}_a^2 - \bar{z}_a^2}} \end{pmatrix} \quad (21)$$

$y_a, z_a$  축의 잔차로부터  $\sigma_{\hat{y}}$  과  $\sigma_{\hat{z}}$  를 구하고, 식 (21)로부터 각도 정확도를 나타내는  $\sigma_{\theta_e}, \sigma_{\theta_a}$  를 구한다. 각도 정확도 평가에 대한 수식을 요약하면 다음과 같다

①  $y_a, z_a$  에 대한 잔차 샘플을  $N_i$  개 모은다.

$$ES_{y_a}(1), ES_{y_a}(2), \dots, ES_{y_a}(N_i) \quad (22)$$

$$ES_{z_a}(1), ES_{z_a}(2), \dots, ES_{z_a}(N_i) \quad (23)$$

②  $y_a, z_a$  에 대한 잔차로부터 sample variance를 구한 후 표준편차를 구하면 다음과 같다.

$$\hat{\sigma}_{ES_{y_a}} = \sqrt{\frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} ES_{y_a}(j)^2} \quad (24)$$

$$\hat{\sigma}_{ES_{z_a}} = \sqrt{\frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} ES_{z_a}(j)^2} \quad (25)$$

③ 갱신 단계에 사용한  $\alpha - \beta$  계수의 평균값을 구한다.

$$\bar{\alpha}_{y_a} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \alpha_{y_a}(j), \quad \bar{\beta}_{z_a} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \beta_{z_a}(j) \quad (26)$$

④ 식 (6)을 사용하여 거리 정확도에 대한 표준편차를 구한다.

$$\sigma_{\hat{y}_a} = \hat{\sigma}_{ES_{y_a}} \cdot \sqrt{\frac{2\bar{\alpha}_{y_a}^2 - 3\bar{\alpha}_{y_a}\bar{\beta}_{y_a} + 2\bar{\beta}_{y_a}}{2(2\bar{\alpha}_{y_a} + \bar{\beta}_{y_a})}} \quad (27)$$

$$\sigma_{\hat{z}_a} = \hat{\sigma}_{ES_{z_a}} \cdot \sqrt{\frac{2\bar{\alpha}_{z_a}^2 - 3\bar{\alpha}_{z_a}\bar{\beta}_{z_a} + 2\bar{\beta}_{z_a}}{2(2\bar{\alpha}_{z_a} + \bar{\beta}_{z_a})}} \quad (28)$$

⑤ 식 (21)로부터 다음과 같은 각도 정확도를 산출한다.

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\hat{\theta}_e} \\ \sigma_{\hat{\theta}_a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\sigma_{\hat{y}_a}}{\sqrt{E[\bar{R}]^2 - E[\bar{y}_a]^2}} \\ \frac{\sigma_{\hat{z}_a}}{\sqrt{E[\bar{R}]^2 - E[\bar{z}_a]^2}} \end{pmatrix} \quad (29)$$

위 식에서 평균값  $E[\bar{R}], E[\bar{y}_a], E[\bar{z}_a]$  는 다음과 같다.

$$E[\bar{R}] = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \bar{R}(j) \quad (30)$$

$$E[\bar{y}_a] = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \bar{y}_a(j) \quad (31)$$

$$E[\bar{z}_a] = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \bar{z}_a(j) \quad (32)$$

### III. 실패적 추적 정확도 평가결과

그림 5는 위상배열 레이더를 사용하여 실제 항공기 표

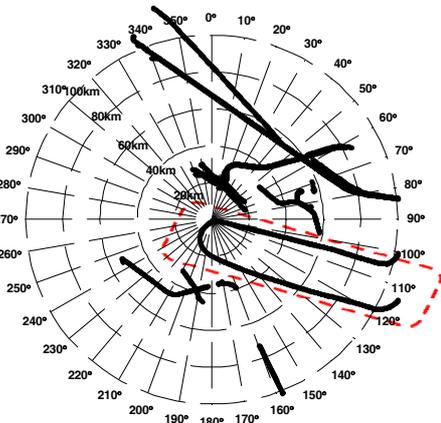


그림 5. 표적궤적  
Fig. 5. Target trajectory.

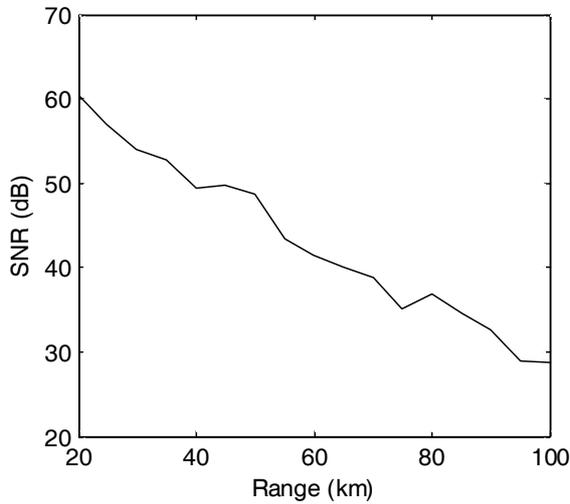


그림 6. 신호대 잡음비  
Fig. 6. Signal-to-noise ratio.

적에 대해 추적한 결과이다. 그림 5에서 점선으로 표시한 표적에 대하여 본 논문에서 제시한 평가 알고리즘으로 추적 정확도를 계산하였으며, 이에 대한 결과를 그림 7에서 그림 9까지 나타내었다. 표적과 위상배열 레이더의 거리를 5 km 간격으로 데이터를 획득하여 신호대 잡음비 및 위치에 대한 추적 정확도를 그림 6에서 그림 9까지 나타내었다. 그림 6은 신호대 잡음비를 나타낸 것으로 가로축은 표적과 레이더의 거리 단위인 km이고, 세로축은 신호대 잡음비는 dB 단위로 나타내었다. 그림 6에서 표적과

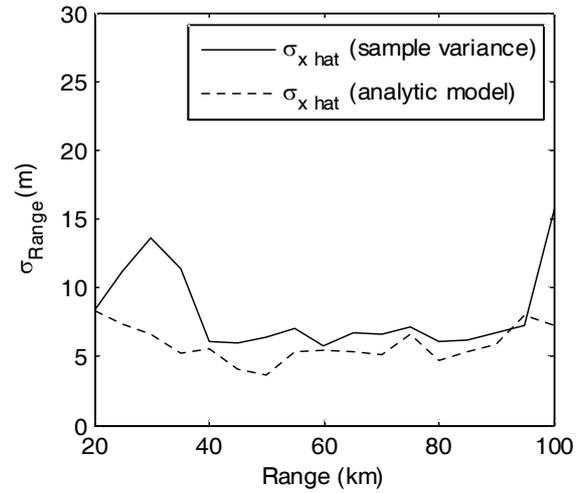


그림 7. 거리추적오차의 표준편차  
Fig. 7. Standard deviation of range error.

레이더의 거리가 증가하면서 신호대 잡음비가 감소하게 되는 것을 볼 수 있다. 그림 7은 거리에 대한 추적오차를 도시한 것으로 가로축은 거리 단위인 km로 나타내었고, 세로축은 거리의 단위인 m로 나타내었다. 그림 7에서 실선으로 도시한 것은 본 논문에서 제시한 평가 알고리즘을 사용한 것이고, 점선으로 표시된 것은 식 (8)을 사용하여 도시한 것이다. 식 (8)을 사용한 그래프는 측정노이즈의 표준편차를 구하여 계산한 방법으로 클러터 등의 실제 레이더 환경을 반영하지 못하는 단점이 있다. 그림 8과 그림 9는 각각 고각과 방위각에 대한 추적오차를 도시한 것으로 가로축은 그림 7과 동일한 km 단위로 나타내었고, 세로축은 각도 단위인 arcmin으로 나타내었다. 그림 8과 그림 9에서 실선과 점선으로 도시한 그래프는 그림 7과 동일한 방식으로 구하였다. 레이더와 표적 간의 거리가 증가하면서 추적 정확도의 지표인 표준편차 값이 대체적으로 커지는 현상이 나타난다. 그림 7의 거리추적오차에서 거리 35 km 이내에서 오차가 크게 발생한 것은 파형 전환과 수신기 감쇄기의 동작에 의해 발생한 것으로 분석된다. 시험에 사용된 표적은 일정고도를 유지하며 진입과 퇴각을 하였으며, 표적이 90 km 이상의 원거리에 위치할 경우 추적에 사용된 안테나의 주엽빔의 고각이 낮아짐으로 인해서 지면 클러터 영향을 받아 각도 오차가 커진 것으로 분석된다.

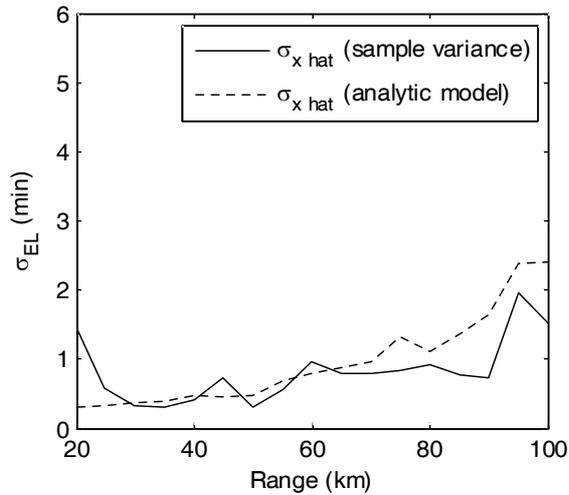


그림 8. 고각추적오차의 표준편차  
Fig. 8. Standard deviation of elevation angle error.

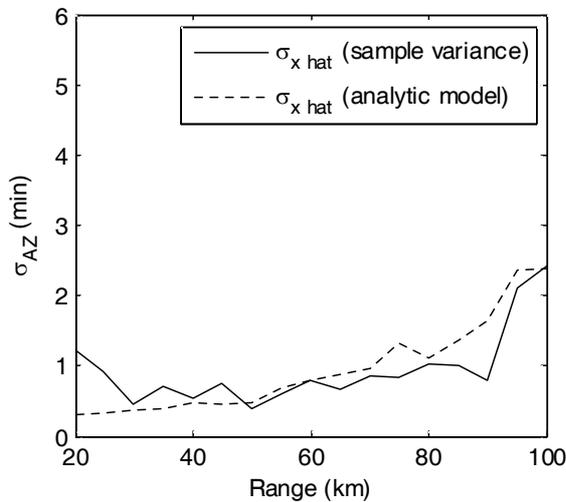


그림 9. 방위각추적오차의 표준편차  
Fig. 9. Standard deviation of azimuth angle error.

그림 7부터 그림 9까지 도시한 그래프로부터 위상배열 레이더는 신호대 잡음비가 20 dB 이상일 때 추적 정확도

오차가 거리는 20 m, 각도는 3 arcmin을 넘지 않는 것으로 볼 수 있다.

#### IV. 결 론

본 논문에서는 위상배열 레이더의 실패적 추적에 대하여 추적 정확도를 평가하는 알고리즘을 연구하였다. 실패적 추적 정확도를 평가하는 알고리즘으로써 위상배열 레이더의 추적결과만을 사용하였으며, 이러한 알고리즘은 시험비용을 감소시키며, 시험시간을 단축시킬 수 있다. 제시한 평가 알고리즘은 위상배열 레이더의 추적필터 알고리즘부터 추적 정확도 산출까지 이론적으로 전개가 되었으며, 또한 실패적에 대한 추적결과를 사용하여 운용 중인 위상배열 레이더의 추적 정확도를 평가하였다.

#### References

- [1] X. R. Li, V. P. Jilkov, "A survey of maneuvering target tracking-part III: Measurement models", *Proceedings of SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Target*, 2001.
- [2] X. Wang, W. Wang, and L. Diao, "Research and implementation of a testing method in target tracking based on multi-radar information fusion", *IPCSIT*, vol. 51, 2012.
- [3] S. B. Colegrove, B. Cheung, and S. J. Davey, "Tracking system performance assessment", *ISIF 2003*.
- [4] A. Populios, *Probability & Statistics*, Prentice Hall, 1990.
- [5] 신상진, 오선진, 홍동희, 박진규, " $\alpha - \beta$  추적필터 이득 산출 연구", *한국군사과학기술학회지*, 10(4), 2007.
- [6] S. Blackman, R. Popoli, *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*, Artech House, 1999.
- [7] J. A. Farrell, M. Barth, *The Global Position System & Inertial Navigation*, McGraw Hill, 1999.

APPENDIX A.  $\sigma_{\hat{x}}^2$ 와  $\sigma_v^2$  관계식 유도

$\alpha$ - $\beta$  추적 필터 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_k &= \bar{x}_k + \alpha(z_k - \bar{x}_k) \\ \hat{\dot{x}}_k &= \bar{\dot{x}}_k + \frac{\beta}{T}(z_k - \bar{x}_k) \end{aligned} \quad (A1)$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_k &= \hat{x}_{k-1} + T\hat{\dot{x}}_{k-1} \\ \bar{\dot{x}}_k &= \hat{\dot{x}}_{k-1} \end{aligned} \quad (A2)$$

식 (A1)과 식 (A2)을 다음과 같이 표현한다.

$$\hat{X}_k = \bar{X}_k + K(z_k - H\bar{X}_k) \quad (A3)$$

$$\bar{X}_k = \Phi\hat{X}_{k-1} \quad (A4)$$

여기서 state transition matrix  $\Phi$  와  $\bar{X}_k$ ,  $\hat{X}_k$  와  $K, H$  는 다음과 같이 정의된 것이다.

$$\begin{aligned} \Phi &= \begin{pmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \bar{X}_k = \begin{pmatrix} \bar{x}_k \\ \bar{\dot{x}}_k \end{pmatrix}, \hat{X}_k = \begin{pmatrix} \hat{x}_k \\ \hat{\dot{x}}_k \end{pmatrix}, \\ K &= \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta/T \end{pmatrix}, H = (1 \quad 0) \end{aligned} \quad (A5)$$

식 (A3)과 (A4)로부터 다음 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{X}_k &= \bar{X}_k + K(z_k - H\bar{X}_k) \\ &= (I - KH)\bar{X}_k + K z_k \\ &= (I - KH)\Phi\hat{X}_{k-1} + K z_k \\ &= \begin{pmatrix} 1-\alpha & (1-\alpha)T \\ -\beta/T & 1-\beta \end{pmatrix} \hat{X}_{k-1} + \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta/T \end{pmatrix} z_k \end{aligned} \quad (A6)$$

여기서  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 이다. 식 (A6)의  $\hat{X}_k$  의 공분산을  $\hat{P}_k$

라고 하면  $\hat{P}_k$  는 다음 식으로 나타난다.

$$\hat{P}_k = A\hat{P}_{k-1}A^T + KK^T\sigma_v^2 \quad (A7)$$

여기서  $A = \begin{pmatrix} 1-\alpha & (1-\alpha)T \\ -\beta/T & 1-\beta \end{pmatrix}$ 이다. Steady state 상태

에서  $\hat{P}_k = \hat{P}_{k-1} = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{pmatrix}$ 이라고 정의하고 식 (A7)

을 전개하면 공분산  $\hat{P}_k$  의 각 성분은 다음과 같이 나타난다.

$$\begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-\alpha)^2 & 2(1-\alpha)^2T & (1-\alpha)^2T^2 \\ -\beta(1-\alpha)/T & (1-\alpha)(1-2\beta) & (1-\alpha)(1-\beta)T \\ (\beta/T)^2 & -2\beta(1-\beta)/T & (1-\beta)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{11} \\ p_{12} \\ p_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha^2 \\ \alpha\beta/T \\ (\beta/T)^2 \end{pmatrix} \sigma_v^2 \quad (A8)$$

식 (A8)의 3원 1차 방정식의 해를 구하면  $p_{11}, p_{12}, p_{22}$  의 값은 다음과 같다.

$$p_{11} = \frac{2\beta - 3\alpha\beta + 2\alpha^2}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \quad (A9)$$

$$p_{12} = \frac{\beta(2\alpha - \beta)}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \quad (A10)$$

$$p_{22} = \frac{\beta^2}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \quad (A11)$$

식 (A9)의  $p_{11}$  은  $\hat{x}_k$  의 분산과 같고 이를 다시 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{x}}^2 &= p_{11} \\ &= \frac{2\beta - 3\alpha\beta + 2\alpha^2}{\alpha(4 - 2\alpha - \beta)} \sigma_v^2 \end{aligned} \quad (A12)$$

신 상 진



1989년~1995년: 한양대학교 제어계측공학과 (공학사)  
1996년~1998년: 한양대학교 제어계측공학과 유도제어연구실 (공학석사)  
1998년~2002년: 한양대학교 제어계측공학과 유도제어연구실 (공학박사)  
2003년~2004년: K1 기술연구소 선임연

구원

2005년~2013년: 국방과학연구소 선임연구원

2014년~현재: 방위산업기술지원센터(국방과학연구소 부설) 선임연구원

[주 관심분야] 표적 추적필터, 레이더 신호처리 알고리즘, 레이더 파형 및 시스템 설계

김 완 규



1999년~2005년: 서울시립대학교 전자전기컴퓨터공학부 (공학사)  
2006년~2007년: 한국과학기술원 전기 및 전자 공학과 (공학석사)  
2008년~현재: 국방과학연구소 1체계개발단 연구원

[주 관심분야] 지대공 교전 레이더, 다기능레이더 탐지/추적 알고리즘, 레이더 추적 시스템, 위상배열

레이더 Calibration, 다기능레이더 파형 특성