

2009 개정 교육과정의 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천의 비교에 따른 초등 수학 교과서 분석

임 미 인* · 장 해 원**

본 연구는 2009 개정 교육과정에서 그 중요성이 강조되었으며 새로운 2015 교육과정의 개정에서 확대 적용이 예상되는 수학적 과정이 수학 교과서에 구현된 정도를 확인하고 그 내용에 있어서 보완이 요구되는 요소를 추출하는 것을 목적으로 한다. 이를 위해 2009 개정 수학과 교육과정의 수학적 과정과 미국의 CCSSM의 수학적 실천의 비교를 통해 공통 요소와 차이는 요소를 파악함으로써 우리나라 학교수학에 추가적으로 필요한 수학적 과정 요소를 탐색하고, 현행 초등학교 4학년 수학 교과서를 대상으로 수학적 과정에 있으나 구현되지 않은 수학적 실천 요소 또는 수학적 과정이 아니지만 구현된 수학적 실천 요소에 대해서 분석하였다. 각각에 대한 분석 결과를 제시하고, 그에 따른 논의로부터 교육과정 개정 및 수학 교과서 개발시 수학적 과정의 보완 및 구현을 위한 시사점을 제안한다.

1. 서 론

2009 개정 교육과정에서는 수학적 창의성의 신장을 강조하며 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통이라는 3가지 요소의 수학적 과정을 제시하고 있고 이를 수학과 교육과정의 목표 및 교수·학습 방법에서뿐만 아니라 내용 영역에서 구체적이고 포괄적인 성취기준으로 진술함으로써 수학적 과정 지도에 대한 의도를 분명히 밝히고 있다. 김도한 외(2009)에 따르면 수학적 과정은 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학적 능력을 의미하며 이는 미래 사회를 살아가는 데에 중요한 사고 특성이므로 교육과정에서 강조되어야 한다고 하였다.

이러한 수학적 과정의 요소들은 우리나라 수학과 교육과정에서 지속적으로 강조되어 왔다. 특히, 수학적 문제해결은 제4차 교육과정 이후 계속적으로 강조되고 있으며 2007 개정 수학과 교육과정에서는 의사소통 능력 신장, 추론 능력 신장에 대한 항목을 추가하여 제시하였다. 그리고 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 이들을 수학적 과정의 구성요소로 제시하여 보다 더 명시적으로 강조하고 있다(교육과학기술부, 2011). 더욱이 진행되고 있는 2015 교육과정의 개정 논의에 있어서도 수학적 과정의 긍정적인 효과에 주목하고 이를 재구조화하여 더욱 확대하려는 추세이고, 미국뿐만 아니라 핀란드, 대만, 일본, 홍콩 등 외국의 교육과정에서도 수학적 과정과 관련된 활동을 강조하고 있다(박경미 외, 2014)는 점은 이러한 추이를 뒷받침

* 서울교육대학교 교육전문대학원, ssbin22@naver.com (제1 저자)
** 서울교육대학교, hwchang@snu.ac.kr (교신저자)

해준다.

이와 같이 교육과정 및 여러 선행연구(박경미, 2010; 김규상, 2014; 김은혜, 2014; 이수연, 2014 등)에서 그 당위성 및 필요성이 강조되고 있는 수학적 과정이 학교수학에서 잘 구현되고 있는지를 확인하고 보완점을 모색하는 것은 2009 개정 수학과 교육과정의 적용 3차년도에 접어들어 차기 교육과정 개정 논의의 방향으로 ‘수학적 핵심역량’을 강조(박경미 외, 2014)¹⁾하는 현 시점에서 의미 있는 연구라고 할 수 있다.

수학적 과정이 실질적으로 수학 수업에서 구현되기 위해서는 현행 수학 교과서에 이러한 교육과정의 의도가 충분히 반영되어 있어야 한다. 초등학교 교사들이 수학을 지도할 때 수학 교과서에 대한 의존도가 매우 높은 현실을 감안했을 때 초등 수학 교과서에 수학적 과정 요소가 반영된 활동이 충분히 제시되어 있다면 실제 수학 수업에서 수학적 과정은 교육과정의 의도대로 내용 요소와 연결되어 자연스럽게 지도될 수 있다. 따라서 초등 수학 교과서에 수학적 과정이 어느 정도 구현되어 있는지 분석해 볼 필요성이 제기된다.

한편 수학적 과정은 특정 영역이 아닌 전 내용 영역에 걸쳐서 두루 지도되어야 하는 과정 요소라는 점에서 미국 CCSSM의 수학적 실천²⁾과 같은 맥락의 것이며(장혜원, 2012), 양자 모두 NCTM(2000)의 과정 기준을 근간으로 하고 있다. 그러나 수학적 과정은 3개의 요소로 이루어져 있는 반면, CCSSM의 수학적 실천은 8개의 요소로 구성된다는 것만으로도 수학적 실천이 수학적 과정에 비해 좀 더 폭넓고 구체적으로 다루어짐을 예상할 수 있다. 물론, 수학적 실천에 포함된

도구의 사용과 같은 요소가 우리나라의 수학적 과정 요소로 포함되지 않았다는 것이 교육과정에서 다루어지지 않음을 의미하는 것은 아니다. 그러나 과정 요소와 관련된 제 측면을 과거와 같이 교육과정 내에 선언적으로만 제시하는 것은 이를 분명하게 드러내지 못한다는 한계를 지니기 때문에, 2009 개정 수학과 교육과정은 수학적 과정을 이전에 비해 보다 구체적으로 포함시킴으로써 학교수학에서 더욱 적극적으로 다루려는 의도를 지닌다(한국과학창의재단, 2011). 이는 CCSSM의 문서 첫 페이지에서 수학적 실천을 소개하여 K-12 교육과정 전반에서 이를 강조하려는 의도(NCTM, 2013)와 같은 맥락이라 할 수 있다. 따라서 수학적 실천과 동일한 위상의 역할을 하면서도 그 세분화와 구체성에서 부족함을 보이고 있는 수학적 과정을 중심으로 양자 간의 관계를 면밀하게 비교·분석함으로써 수학적 과정을 구체화하는 것은 의의 있는 과제로 간주된다. 비록 CCSSM에 대해 미국 내 수학과 안팎에서 개발 방식 및 교육과정 획일화와 관련한 비판이 있기는 하지만(김지원 외, 2014), CCSSM의 수학적 실천의 효과에 대해서는 많은 연구가 주목하고 있다(Jennifer & Padmanabhan, 2014; Janet & Jacqueline, 2014; Patricia et al., 2014 등). 또한 장혜원(2012)에서 수학적 과정의 요소를 재확인하기 위해 2009 개정 교육과정의 학습내용 성취 기준 또는 교수·학습 방법에서 MP1~MP8에 따라 해당 요소를 선별해볼 필요성이 제기되었기 때문에, 수학적 과정과 수학적 실천의 요소를 비교·분석하고 이를 바탕으로 교육과정의 구현 결과인 초등 수학 교과서의 활동을 분석하는 것은 다양한 시사점을 제공할 수 있을 것이다.

1) ‘수학적 핵심역량’의 구성 요소로 창의적 사고, 문제해결, 추론, 의사소통, 연결, 정보처리, 모델링 등이 고려되는 것으로 나타난다.

2) 장혜원(2012)은 ‘학교수학을 위한 원리 및 기준(NCTM, 2000)’의 과정 기준에 대응하는 Common Core State Standards for Mathematics(이하 CCSSM)의 기준이 mathematical practice이며 이를 ‘수학적 실천’이라고 칭하고 있다.

이에 따라 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 외에 보강되어야 할 수학적 과정 요소를 파악하고, 그 구현 방안을 마련하기 위한 기초 연구로서 본 연구는 다음과 같은 연구 문제를 설정하였다.

1. 2009 개정 교육과정의 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천에서 제시하고 있는 과정 요소는 어떻게 다른가?
2. 초등 수학 교과서에서 구현되고 있는 수학적 실천 요소가 있는지, 있다면 어떤 방법으로 구현되어 있는가?

이를 위해 2009 개정 교육과정의 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천을 비교함으로써 수학에서 추가적으로 다루어야 할 수학적 과정 요소를 탐색하고, 현행 초등 수학 교과서에서 어떠한 수학적 실천 요소를 명시적으로 구현하고 있는지와 그 구현 방법을 파악하기 위해 관련 발문을 분석틀로 하여 교과서 활동을 분석하였다.

II. 연구 방법

1. 분석 대상

본 연구의 주요 내용은 2009 개정 교육과정의 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천의 비교,

그리고 그 결과에 따른 초등 수학 교과서의 활동 분석의 두 가지로 구성되므로 분석 대상 역시 이에 따라 두 가지로 설명된다.

연구 문제 1을 위해서 수학적 과정의 3가지 요소와 수학적 실천의 8가지 요소를 분석 대상으로 설정하고 이를 두 개의 차원에서 비교하였다. 먼저 수학적 과정의 수학적 문제해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통 3가지 요소와 수학적 실천의 8가지 요소(<그림 III-1> 참조) 자체를 비교 대상으로 하고, 양쪽에서 명시적으로 확인 가능한 공통 요소와 한 쪽에만 제시되는 요소를 추출한 1차 분석이다.

그러나 이는 수학적 과정과 수학적 실천의 요소들의 구체적인 의미가 명시되지 못하여 요소 간의 관련성이 다양하게 해석될 수 있다는 한계를 지니기 때문에 각각의 요소를 세분화하여 2차 분석을 실시하였다. 이때 수학적 과정의 세부 요소에 해당하는 분석 대상은 장혜원 외(2014)에서 수학적 과정 분석틀로 사용한 <표 II-1>이다. 이를 분석 대상으로 선정한 이유는 수학적 과정의 요소를 세분화함에 있어 교육과정의 교수·학습 방법(교육과학기술부, 2011)과 2009 개정 교육과정 연구 보고서(한국과학창의재단, 2011) 등을 참조하였을 뿐만 아니라 선행연구를 통해 그 타당성이 검증되었기 때문이다.

한편, CCSSM의 수학적 실천의 세부 요소에 해당하는 분석 대상은 CCSSI(2010)에서 제시하고 있는 수학적 실천의 8가지 요소별 행동 특성

<표 II-1> 수학적 과정의 세부 요소 (장혜원 외, 2014)

수학적 문제해결		수학적 추론		수학적 의사소통	
요소	코드	요소	코드	요소	코드
문제해결 전략	P1	추측 및 정당화	R1	일상 언어 및 수학적 표현	C1
문제해결 과정	P2	분석	R2	논리적 설명	C2
문제 만들기	P3	관계 파악	R3	토론	C3
실생활 문제해결	P4	추론 반성	R4	타인의 사고 이해	C4

<표 II-2> 수학적 실천의 세부 요소 (장혜원, 2012)

수학적 실천	수학적 실천 세부 요소
(MP1) 문제를 이해하고 끈기 있게 풀기	<ul style="list-style-type: none"> · 문제의 의미를 스스로에게 설명 · 주어진 것, 제약조건, 관계, 목표 분석 · 해법의 형식과 의미에 대한 추측 · 해결 경로 계획 · 유사 문제 참조하고 특수한 경우나 간단한 형태 시도 · 자신의 풀이를 감독, 평가, 필요시 방향 전환
(MP2) 추상적으로, 정량적으로 추론하기	<ul style="list-style-type: none"> · 문제 상황에서 양과 그 관계를 이해 · 탈문맥화 능력과 문맥화 능력 · 관련 단위를 고려, 계산 방법뿐만 아니라 양의 의미 다루기, 연산과 대상의 다른 성질을 알고 유연하게 활용
(MP3) 실행가능한 주장을 구성하고 다른 사람의 추론을 비판하기	<ul style="list-style-type: none"> · 가정, 정의, 증명된 결과를 이해하고 이용하여 논증 구성 · 추측하고, 그것이 참인지 탐구하기 위해 명제를 논리적으로 전개 · 상황 분석, 반례 이용 · 자신의 결론을 정당화하고, 그 결론을 다른 사람과 의사소통하고, 다른 사람의 논증에 반응 · 데이터가 비롯된 문맥을 고려하여 논증을 만들면서 귀납적 추론 · 두 논증의 효과 비교 · 추론의 시비 구별, 오류 설명
(MP4) 수학으로 모델링하기	<ul style="list-style-type: none"> · 일상의 문제 해결을 위해 수학 적용
(MP5) 적절한 도구를 전략적으로 사용하기	<ul style="list-style-type: none"> · 문제 해결에 도구 사용 · 도구의 장단점을 인식하여 사용 적절한 시기를 결정
(MP6) 정확성에 주의를 기울이기	<ul style="list-style-type: none"> · 정확한 의사소통 · 토론이나 추론시 명확한 정의 사용
(MP7) 구조를 찾고 활용하기	<ul style="list-style-type: none"> · 패턴이나 구조를 식별하기 위한 관찰
(MP8) 반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기	<ul style="list-style-type: none"> · 계산의 반복 파악 · 일반 해법과 약식 해법 찾기

을 추출하여 간단하게 정리한 <표 II-2>(장혜원, 2012)이다.

한편 연구 문제 2를 위해서는 2009 개정 교육 과정에 따른 4학년 1학기 및 2학기 수학 교과서³⁾(교육부, 2015, 2014)를 분석 대상으로 하였다. 이 때, 학년급으로서 4학년의 선정은 수학적 과정의 특성 및 학생들의 발달 단계상 저학년보다는 고학년에서의 구현이 더 활발할 것으로 기대되는 한편, 현재의 연구 시점에서 2009 개정 교육 과정에 따른 초등 수학 교과서가 1~4학년까지 적용되고 있다는 사실에 기인한다.

2. 분석 내용 및 분석 방법

본 연구는 연구 문제 1, 2를 위하여 크게 2가지 측면에서 접근된다.

가. 수학적 과정과 수학적 실천의 비교 분석

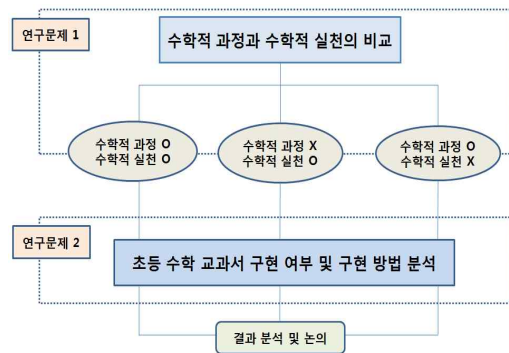
I장에서 기술한 바와 같이 2009 개정 교육과정에서 강조하고 있는 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천은 동일한 교육 목표 하에서 마련된 동일한 위상의 것이라 할 수 있다. 연구 문제 1을 위해 1차적으로 수학적 과정의 3가지 요소와 수

3) 4학년 1학기 수학 교과서는 연구를 진행하는 시점에서 2015년 3월부터 사용되는 2쇄 발행본이 보급되었으므로 이를 분석의 대상으로 하였다.

학적 실천의 8가지 요소 자체를 분석하여 양 과정 요소에서 명시적으로 확인 가능한 공통 요소와 한 쪽에만 제시되고 있는 요소를 추출할 것이다. 그러나 1차 분석은 각각의 요소가 내포하고 있는 세부 요소와 그 의미를 명확하게 드러내지 않고 있어서 연구자에 따라 관련성을 다각적으로 해석할 수 있다는 한계가 있다. 따라서 이를 보완하여 분석의 타당성을 확보하고 더욱 밀도 있는 세부 요소간의 관계를 비교하기 위해 수학적 과정과 수학적 실천을 각각 세분화한 <표 II-1> 과 <표 II-2> 간의 관계를 2차 분석할 것이다.

나. 수학적 과정과 수학적 실천의 비교 결과에 따른 초등 수학 교과서 분석

연구 문제 2를 위해 연구 문제 1의 분석 결과를 바탕으로, 수학적 실천의 세부 요소들을 수학적 과정과 수학적 실천에 둘 다 있는 경우, 수학적 실천에만 있는 경우, 수학적 과정에만 있는 경우의 3가지로 분류하여 각각의 세부 요소가 초등 4학년 수학 교과서의 발문 및 권고에서 어떻게 구현되고 있는지 분석할 것이다(그림 II-1).⁴⁾



[그림 II-1] 연구문제 1, 2를 위한 분석 내용

4) 과정 요소는 학습목표를 갖춘 차시 외에 단원도입, 공부를 잘 했는지 알아봅시다, 문제해결, 체형마당, 놀이마당 등을 통해 다양하게 구현되는 경우가 다수 있기 때문에 수학 지도서에서 다룬 초등 수학 교과서의 전체 차시를 분석 대상으로 한다. 그러나 '보충'으로 명시된 차시는 필수 학습 요소가 아니므로 교사의 지도가 필수적이라고 볼 수 없기 때문에 분석에서 제외한다.

초등 수학 교과서에 구현된 수학적 실천 요소를 분석하기 위해서는 분석 목적에 적합한 분석틀이 마련되어야 한다. 이를 위해 Jennifer & Padmanabhan(2014)이 제시한 수학적 실천을 촉진하는 발문 유형을 코드화하여 <표 II-3>과 같이 분석틀로 재구성하고, 초등 수학 교과서에 제시된 발문 및 권고가 분석틀의 어느 발문에 해당하는지를 교과서 코드를 이용하여 나타낼 것이다. Jennifer & Padmanabhan(2014)은 Lesson study와 수학적 실천을 촉진하는 수업 연구의 일환으로, 교사들과 수학교육 전문가들과 함께 수학적 실천을 촉진하는 발문을 구성하고 4~8학년의 실제 수업에 적용하여 관찰한 후 이를 수정·보완하였다. 이 발문들은 CCSSM의 수학적 실천에서 제시하고 있는 행동 특성을 준거로 하여 구성된 것이고 수학교육 전문가의 검토와 4~8학년 학생들을 대상으로 한 수업에의 적용을 통해 검증된 것이므로 본 연구의 분석 대상인 4학년 수학 교과서를 위한 수학적 실천 분석틀로서 타당하다고 할 수 있다. 이때, 수학적 실천의 발문 코드는 요소-발문으로 구성된다. 예를 들어, 첫 번째 수학적 실천 요소 MP1의 첫 번째 발문인 '문제를 이해했나요?'의 코드는 'MP1-1'로 나타낸다. 분석틀의 각 발문은 Jennifer & Padmanabhan(2014)이 제시한 원문을 따르되, 분석 대상인 교과서 활동의 발문이 분석틀과 똑같지 않더라도 동일한 의미일 경우 해당되는 것으로 판단할 것이다.

한편, 수학 교과서 코드는 장혜원 외(2014)에서 사용한 수학 교과서 코드에 '활동'을 추가하여 구성함으로써 '학년-학기-단원-차시-활동/문제'로 이루어진다. 예를 들어, '4-1-1-①5'은 4학년-1학기-1단원-1차시-활동1(또는 문제1)을 의미한다.

<표 II-3> 수학 교과서의 수학적 실천 분석틀 (Jennifer & Padmanabhan, 2014)

수학적 실천	수학적 실천 관련 발문	코드
(MP1) 문제를 이해하고 끈기 있게 풀기	문제를 이해했나요?	MP1-1
	문제를 풀기 위해 무엇이 필요한가요?	MP1-2
	어떤 정보를 가지고 있나요?	MP1-3
	어떤 전략을 사용할 건가요?	MP1-4
	이 문제는 여러분의 수적 능력, 공간 추론능력, 논리적 추론능력을 사용하길 요구하나요?	MP1-5
	난관에 봉착했을 때 여러분은 무엇을 할 수 있나요?	MP1-6
(MP2) 추상적으로, 정량적으로 추론하기	문제 안의 수들은 무엇을 의미하나요?	MP2-1
	문제 안의 수들 사이의 관계는 무엇일까요?	MP2-2
	여러분의 해결방법이 합리적인지 점검하는 것을 돕기 위해 여러분은 수 감각을 어떻게 사용할 수 있나요?	MP2-3
	어떤 연산 또는 알고리즘이 포함되어 있나요?	MP2-4
	기호를 사용하여 문제를 일반화할 수 있나요?	MP2-5
(MP3) 실행가능한 주장을 구성하고 다른 사람의 추론을 비판하기	어떻게 여러분의 생각을 정의하거나 증명할 수 있나요?	MP3-1
	친구의 해결방법에 동의하나요?	MP3-2
	왜 그런가요(왜 그렇지 않나요)?	MP3-3
	답은 같지만 그것을 다른 방법으로 설명해 볼 수 있나요?	MP3-4
	친구들의 전략들은 어떤 관계가 있고 몇몇 전략들은 다른 방법들보다 어떻게 더 효과적인가요?	MP3-5
(MP4) 수학으로 모델링하기	이러한 수학을 어떻게 현실 세계 맥락에서 사용할 수 있을까요?	MP4-1
	일상생활 속에서 비슷한 문제가 발생한 것을 본 적이 있나요?	MP4-2
	이 문제 상황을 그림, 다이어그램, 수, 낱말, 그래프, 식으로 어떻게 모델링할 수 있나요?	MP4-3
	실생활 문제를 가지고 수학으로 모델링할 수 있나요?	MP4-4
(MP5) 적절한 도구를 전략적으로 사용하기	문제를 풀기 위해 어떠한 도구나 기술을 사용할 수 있나요?	MP5-1
	어떤 조작 또는 표현이 더 정확하고 효과적이고 또는 다른 것들보다 분명한가요?	MP5-2
	문제를 상상하는데 도움을 줄 수 있는 조작은 무엇인가요?	MP5-3
(MP6) 정확성에 주의를 기울이기	여러분의 설명을 더욱 정확하고 분명하게 하기 위해 여러분이 사용할 수 있는 특별한 수학 용어, 정의, 표현은 무엇인가요?	MP6-1
	여러분의 아이디어를 분명하게 전달하기 위해 정당화 또는 증명에 포함시켜야 하는 중요한 수학 개념은 무엇인가요?	MP6-2
(MP7) 구조를 찾고 활용하기	문제에서 찾은 패턴과 구조는 무엇인가요?	MP7-1
	문제를 해결하기 위해 필요한 논리적 단계가 있나요?	MP7-2
	이 문제는 문제의 단계(예: 다단계, 거꾸로 풀기, 또는 대수적)와 관계가 있나요?	MP7-3
	문제를 해결하기 위한 특정한 알고리즘적 절차를 사용할 수 있나요?	MP7-4
(MP8) 반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기	반복되는 패턴이 보이나요?	MP8-1
	그 패턴을 설명할 수 있나요?	MP8-2
	규칙으로 일반화될 수 있는 패턴이 있나요?	MP8-3
	다음에 올 것을 예상할 수 있나요?	MP8-4
	마지막으로 올 것을 예상할 수 있나요?	MP8-5

5) 수학 교과서 코드에서 마지막 순서에 위치한 ‘활동’은 ①, ②, ③과 같이 별도 기호로 표시하여, 5자리로 이루어진 코드의 명시성을 높이고자 하였다. 또한 마무리 활동의 경우는 동일 차시의 본 활동에서 구별되지 않은 발문이 제시된 경우, ‘마’로 표시하여 분석 결과로 제시하였다.

교과서의 발문이나 권고는 실제로 수업에서 교사가 제시하는 발문과 밀접한 관련이 있다고 할 수 있다. 즉, 교과서에 제시된 발문이나 권고가 본 연구에서 분석하고자 하는 수학적 실천의 구현에 중요한 역할을 함을 의미한다. 따라서 수학적 실천을 촉진하는 발문에 따라 초등 수학 교과서 활동의 발문과 권고를 분석하는 것은 어떠한 수학적 실천 요소가 실제 수업에서 어떻게 구현되고 있는지를 파악하게 해 줄 것으로 기대된다.

이 분석 결과는 2009 개정 교육과정에서 강조하고 있는 수학적 과정이 초등 수학 교과서에 충실히 구현되어 있는지, 수학적 과정 요소에는 명시되어 있지 않은 CCSSM의 수학적 실천 요소가 초등 수학 교과서에 구현되어 있는지 여부와 그 구현 방법을 드러내 줄 수 있을 것이다.

III. 수학적 과정과 수학적 실천의 비교 결과

1. 수학적 과정과 수학적 실천의 1차 분석 결과

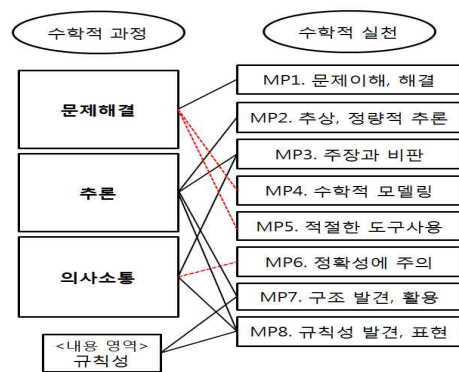
수학적 과정 요소와 CCSSM의 수학적 실천 요소의 비교에 앞서 수학적 실천의 근원에 대한 간단한 고찰은 본 연구의 비교 대상인 수학적 과정과 수학적 실천의 근간이 동일함을 보여주기 때문에 이를 통해 분석 대상으로서의 타당성을 확보하게 된다.

CCSSM의 수학적 실천은 수학적으로 유능한 학생에게 기대되는 행동 특성을 상세하게 서술한 것으로 볼 수 있으며(NCTM, 2013), 미국 수학교육에서 중요하게 여겨지는 NCTM(2000)의 ‘과정 기준’과 NRC(2001)에서 설명된 ‘수학적 능력’에서 비롯된다(CCSSI, 2010; Jennifer &

Padmanabhan, 2014). 실제로 NCTM(2012)은 과정 기준과 CCSSM의 수학적 실천을 요소별로 비교한 표를 제시하고 있기도 하다. 과정 기준과 수학적 실천 사이의 세부적 차이는 있지만 양자 모두 학습해야 하는 본질적인 수학이면서 학생이 수학 내용을 배울 때 참여하는 방식이라는 공통점을 지닌다. 그러나 과정 기준은 수학적 과정의 역할에 대하여 일반적인 견해를 제시하고 있는 반면, 수학적 실천은 이에 대해 보다 구체적이고 정확성의 측면을 강조하는 차이를 보이고 있다(장혜원, 2012).

우리나라 수학교육의 수학적 과정에 대한 NCTM(2000)의 과정 기준의 영향과 수학적 실천의 근원으로서 과정 기준을 고려할 때 우리나라의 수학적 과정과 CCSSM의 수학적 실천의 관련성을 살펴보는 것은 다양한 시사점을 제공할 것으로 기대된다.

먼저, 수학적 과정은 3개 요소로 이루어져 있는 반면, 수학적 실천은 8개의 요소로 구성되어 있다는 점은 수학적 과정에 비해 수학적 실천이 더욱 광범위하고 세분화된 과정 기준을 다루고 있음을 보여준다고 할 수 있다. 수학적 과정의 3개 요소와 수학적 실천의 8개 요소 자체의 관련성은 [그림 III-1]과 같다.



[그림 III-1] 수학적 과정과 수학적 실천의 관련성

[그림 III-1]에서 요소 자체의 명칭만을 비교해 보았을 때, 실선으로 연결된 것과 같이 수학적 과정의 문제해결은 대체로 MP1과 연결되고 추론은 MP2, MP3, MP7, MP8에, 의사소통은 MP3, MP8과 관련됨을 볼 수 있다. 특히 MP7과 MP8은 2009 개정 수학과 교육과정의 내용 영역인 규칙성에서 독립되어 다루어지기 때문에 우리나라 교육과정에 충분히 포함된다고 간주할 수 있다. 이와 같은 결과는 MP4, MP5, MP6에 해당하는 요소가 수학적 과정에서 미흡함을 보여 준다. 그러나 양 요소의 명칭만으로는 교육과정 내에서 각각이 내포하고 있는 의미와 세부 요소를 명확하게 알 수 없기 때문에 점선으로 연결된 부분과 같이 관련성을 다각적으로 해석하거나 그 비교 분석이 모호한 경우가 발생할 수 있다. 예컨대 MP5의 도구 사용 맥락은 광범위하며 경우에 따라서 문제해결과 관련될 수도, 아닐 수도 있다. 따라서 분석 결과의 타당성을 높이기 위하여 각 요소에 대한 상세화가 요구된다. 즉, 1차 분석은 과정 요소의 의미가 압축적이어서 그 분석에 한계가 있기 때문에, 좀 더 명료하고 밀도 있는 관련성을 파악하기 위해서는 2차적으로 각 요소가 포함하고 있는 세부 요소간의 관련을 고려할 필요가 있다.

2. 수학적 과정과 수학적 실천의 2차 분석 결과

세부 요소간의 관련성을 파악하기 위하여 수학적 과정의 세부 요소(<표 II-1>)와 수학적 실천의 세부 요소(<표 II-2>)를 대상으로 한 2차 분석 결과는 <표 III-1>과 같다.

결과적으로 대부분의 요소들이 관련되는 것으로 나타나며, 관련이 없는 요소는 다음의 2가지 경우이다.

첫째, 수학적 실천의 세부 요소에는 제시되지

않고 수학적 과정에만 포함된 경우는 수학적 문제해결의 문제 만들기(P3)이다. 2009 개정 수학과 교육과정에서는 수학적 문제해결과 관련된 유의점으로 ‘(3)문제 해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다(2011, 교육과학기술부).’고 하며 문제해결의 과정과 함께 문제 만들기 활동을 강조하고 있다. 이는 실제로 초등 수학 교과서에서 조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기(4-1-2-10-②), 주어진 자료를 바탕으로 문제 만들기(4-1-6-5-②) 등으로 구현되어 있다.

둘째, 수학적 과정에는 제시되지 않고 수학적 실천의 세부 요소에서만 나타난 경우는 MP5의 문제 해결에 도구 사용하기와 도구의 장단점을 인식하여 적절한 사용 시기 결정하기이다. 전자는 문제해결을 전제로 하지만 CCSSI(2010)의 MP5에 대한 설명에서 도구란 연필, 종이, 구체물, 자, 각도기, 계산기, 스프레드시트, 컴퓨터, 각종 소프트웨어 등을 의미하므로(CCSSI, 2010, p7), 2009 개정 수학과 교육과정의 수학적 과정 요소로서의 직접적인 관련을 파악하기 어렵다. 왜냐하면 수학적 문제해결과 관련된 유의점으로 이와 같은 도구 사용에 대해 명시하고 있지 않기 때문이다. 한편 후자가 언급하는 도구의 적절한 사용 시기 결정은 우리나라의 수학적 과정에는 전혀 나타나지 않는다.

결과적으로 1차 분석 결과에서는 MP4, MP5, MP6의 3가지가 수학적 과정과 연관성이 모호한 것으로 나타났으나, 2차 분석인 세부 요소별 분석 결과에서는 차이가 있었다. MP4는 수학적 문제해결과 수학적 의사소통 요소에서도 제시되는 것으로 나타났으며 MP6는 수학적 의사소통 요소와 관련이 있었다. 따라서 MP5 1가지가 수학적 실천에만 있는 비관련 요소로 드러났다.

<표 III-1> 수학적 과정과 수학적 실천의 세부 요소 간의 관련성

수학적 과정	수학적 과정 세부 요소	연계	수학적 실천 세부 요소	수학적 실천
수학적 문제해결	(P1) 문제해결 전략		문제의 의미를 스스로에게 설명 주어진 것, 제약조건, 관계, 목표 분석 해법의 형식과 의미에 대한 추측 해결 경로 계획 유사 문제 참조하고 특수한 경우나 간단한 형태 시도 자신의 풀이를 감독, 평가, 필요시 방향 전환	(MP1) 문제를 이해하고 끈기 있게 풀기
	(P2) 문제해결 과정		문제 상황에서 양과 그 관계를 이해 탈문맥화 능력과 문맥화 능력 관련 단위를 고려, 계산 방법뿐만 아니라 양의 의미 다루기, 연산과 대상의 다른 성질을 알고 유연하게 활용	(MP2) 추상적으로, 정량적으로 추론하기
	(P3) 문제 만들기		가정, 정의, 증명된 결과를 이해하고 이용하여 논증 구성 추측하고, 그것이 참인지 탐구하기 위해 명제를 논리적으로 전개	(MP3) 실행가능한 주장을 구성하고 다른 사람의 추론을 비판하기
	(P4) 실생활 문제해결		상황 분석 반례 이용 자신의 결론을 정당화하고, 그 결론을 다른 사람과 의사소통 하고, 다른 사람의 논증에 반응 데이터가 비롯된 문맥을 고려하여 논증을 만들면서 귀납적 추론	(MP4) 수학으로 모델링하기 (MP5) 적절한 도구를 전략적으로 사용하기 (MP6) 정확성에 주의를 기울이기 (MP7) 구조를 찾고 활용하기 (MP8) 반분된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기
수학적 추론	(R1) 추측 및 정당화		일상의 문제 해결을 위해 수학 적용	(MP4) 수학으로 모델링하기
	(R2) 분석		· 문제 해결에 도구 사용 · 도구의 장단점을 인식하여 사용 적절한 시기를 결정	(MP5) 적절한 도구를 전략적으로 사용하기
	(R3) 관계 파악		정확한 의사소통 토론이나 추론시 명확한 정의 사용	(MP6) 정확성에 주의를 기울이기
	(R4) 추론 반성		패턴이나 구조를 식별하기 위한 관찰 계산의 반복 파악 일반 해법과 약식 해법 찾기	(MP7) 구조를 찾고 활용하기 (MP8) 반분된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내기
수학적 의사소통	(C1) 일상 언어 및 수학적 표현			
	(C2) 논리적 설명			
	(C3) 토론			
	(C4) 타인의 사고 이해			

IV. 수학적 실천에 따른 교과서 분석 결과

III장에서 이루어진 수학적 과정과 수학적 실천간의 1차 분석과 수학적 과정과 수학적 실천의 세부 요소간의 2차 분석 결과에 기초하여 양쪽에 모두 포함된 요소, 수학적 실천에만 있는 요소, 수학적 과정에만 있는 요소의 3가지 경우를 구분하였다. 앞의 두 경우에 대해 <표 II-3>을 분석틀로 하여 수학적 실천 요소가 초등 수학 교과서에 어떻게 구현되어 있는지를 분석하였다. 한편, 수학적 과정에만 제시된 문제 만들기(P3)는 수학적 실천에는 제시되지 않아서 분석틀의 적용이 불가능하므로 관련 활동이 제시된 교과서 코드와 구체적인 구현 내용을 별도로 제시하였다.

가. 수학적 과정과 수학적 실천에 모두 포함된 요소에 따른 교과서 분석 결과

III장의 분석 결과, 수학적 과정과 수학적 실천에서 모두 포함된 수학적 실천 요소는 MP1, MP2, MP3, MP4, MP6, MP7, MP8의 7가지이다. 따라서 분석틀 <표 II-3>에서 이에 해당하는 수학적 실천 관련 발문만을 추출하여 교과서 활동을 분석하였다. 분석 결과는 4학년 수학 교과서 전반에서 충실히 구현된 경우와 1학년과 2학기 어디에서도 구현되지 않은 경우, 한 학기에서만

구현된 경우로 구분해볼 수 있다.

4학년 1학기(교육부, 2015)와 2학기(교육부, 2014) 교과서를 기준으로 각 활동의 발문이 MP1, MP2, MP3, MP4, MP6, MP7, MP8의 7가지 수학적 실천 중 어떤 요소와 관련되는지 분석한 결과, 10개를 제외한 수학적 실천 발문들이 초등 수학 교과서에서 잘 구현되어 있는 것으로 드러났다. 이는 7가지 수학적 실천 요소가 수학적 과정과 관련이 있기 때문에 수학 교과서가 교육과정의 의도를 적절히 반영하여 집필되었다면 당연한 결과이다. 그러나 제외된 총 10개의 발문은 충분히 구현되지 않은 것으로 나타났고 이중 1학년과 2학기에 한 번도 제시되지 않은 발문은 <표 IV-1>과 같다.

III장에서 MP1, MP2, MP6, MP8의 세부 요소 전부가 2009 개정 교육과정의 수학적 과정과 관련이 있는 것으로 드러났기 때문에 <표 IV-1>에 제시된 4개의 발문은 우리나라 초등 수학 교과서에서 구현될 가능성이 높지만 분석 결과, 실제로는 구현되지 않은 경우이다.

먼저 MP1-5는 ‘학생들 스스로 자신의 문제해결 과정을 관리하고 평가하며 필요에 따라 방법을 수정할 수 있어야 한다(CCSSI, 2010, p6).’와 관련하여, 학생들이 문제를 해결함에 있어서 자신 스스로 어떤 수학적 사고 능력을 사용할지 점검해 볼 수 있도록 해 주는 발문이다.

MP2-4는 추론과 관련하여 주어진 문제를 해결하기 위해서는 어떤 연산 또는 알고리즘이 포함되어 있는지 파악할 수 있도록 유도하는 발문이

<표 IV-1> 수학적 과정과 수학적 실천에 있는 요소 중 교과서에 구현되지 않은 발문

발문코드	수학적 실천 관련 발문
MP1-5	이 문제는 여러분의 수적 능력, 공간 추론능력, 논리적 추론능력을 사용하길 요구하나요?
MP2-4	어떤 연산 또는 알고리즘이 포함되어 있나요?
MP6-2	아이디어를 분명하게 전달하기 위해 정당화 또는 증명에 포함시켜야 하는 중요한 수학 개념은 무엇인가요?
MP8-5	마지막으로 올 것을 예상할 수 있나요?

다. ‘학생들이 어떻게 계산하는지와 연산과 구체 물의 다양한 속성을 알고 유연하게 사용하는지 뿐만 아니라 포함된 단위와 양의 의미에도 주의를 기울여야 한다(CCSSI, 2010, p6).’와 관련하여, 어떤 연산이 포함되어 있고 어떻게 계산하는지에 관심을 갖아야 함을 함의한다. 그러나 4학년 수학 교과서에서는 연산과 관련하여 주어진 연산이나 알고리즘이 무엇인지를 묻는 발문을 찾아볼 수 없다.

MP6-2는 학생들이 자신의 생각을 정당화하고 증명하는데 있어서 포함시켜야 할 수학적 개념을 알고 이를 고려하며 의사소통 할 수 있도록 해 주는 발문이다. 이는 수학적 의사소통 중 C1 과 밀접한 관련이 있는 발문으로, CCSSI(2010)의 ‘수학적으로 유능한 학생들은 친구들과 의사소통을 하거나 자신 스스로 추론하는데 있어서 분명한 수학적 개념을 사용하려고 노력한다(CCSSI, 2010, p7).’, ‘초등학생들이 수학적 의사소통을 하는데 있어서 이를 고려하여 자신의 생각을 표현하다보면 고등학생이 되었을 때 다양한 의견을 평가하고 정의를 명확하게 사용할 수 있게 된다(CCSSI, 2010, p7).’와 관련된다. 이는 자신의 생각을 제시하기 위해 어떤 수학 개념을 사용해야 할지 묻는 발문이나 이전에 학습한 수학 개념을 사용하여 말해보도록 하는 활동이 수학 교과서에 포함될 필요를 제기한다.

마지막으로 MP8-5는 4학년 수학 교과서에는 구현되지 않았으나, 1학년 2학기 수학 교과서 6

단원에서 관련 활동을 찾아볼 수 있기 때문에 초등학교 수학 교과서 전반으로 분석 범위를 확장한다면 구현된 것으로 간주될 수 있다.

한편 MP1, MP2, MP3, MP4, MP6, MP7, MP8 을 위한 발문 중 1학기 또는 2학기 중 한 학기에만 제시된 발문은 <표 IV-2>와 같다.

이러한 발문들이 교과서에 제시된다는 점은 활동을 통해 관련 해당 세부 요소의 학습을 가능하게 한다는 점에서 의의가 있으나, MP1-6은 1학기 5, 6단원에서만, MP2-5는 2학기 6단원에서만, MP4-2는 2학기 1, 3, 4, 5, 6단원에서만, MP7-2와 MP7-3은 1학기 5단원에서만, MP8-1은 2학기 2, 6단원에서만 제시되고 있어 두 학기의 여러 단원에 걸쳐 구현되어 있는 타 발문에 비해 편중된 것으로 드러난다. 이 중 MP8-1은 반복된 추론에서 규칙성을 찾고 나타내는 MP8의 다른 세부 요소들에 비해 기초적인 수준의 발문에 해당되기 때문에 4학년 수학 교과서에서는 2학기에 3개의 활동에서만 나타나지만, 1학년과 2학년 교과서에 관련 발문이 다수 등장하고 있으므로 초등 수학 교과서 전반으로는 잘 구현된 요소라고 할 수 있다.

나. 수학적 실천에만 있는 요소에 따른 교과서 분석 결과

<표 III-1>에 따르면 수학적 실천에만 포함된 요소는 MP5이므로 <표 II-3>으로부터 이에 해당

<표 IV-2> 수학적 과정과 수학적 실천에 있는 요소 중 한 학기 교과서에만 구현된 발문

발문코드	수학적 실천 관련 발문
MP1-6	난관에 봉착했을 때 여러분은 무엇을 할 수 있나요?
MP2-5	기호를 사용하여 문제를 일반화할 수 있나요?
MP4-2	일상생활 속에서 비슷한 문제가 발생한 것을 본 적이 있나요?
MP7-2	문제를 해결하기 위해 필요한 논리적 단계가 있나요?
MP7-3	이 문제는 문제의 단계(예. 다단계, 거꾸로 풀기, 또는 대수적)와 관계가 있나요?
MP8-1	반복되는 패턴이 보이나요?

하는 발문에 기초하여 4학년 1, 2학기 교과서 활동을 분석하였다. 분석 결과, 총 3개의 발문 중 1개가 잘 구현되어 있는 것으로 드러났다(<표 IV-3>).

<표 IV-3> 수학적 실천에만 있는 요소 중 교과서에 잘 구현된 발문

발문코드	수학적 실천 관련 발문
MP5-1	문제를 풀기 위해 어떠한 도구나 기술을 사용할 수 있나요?

이는 MP5의 수학적 실천 요소는 수학적 과정과 관련이 없음에도 불구하고 우리나라 초등 수학 교과서에 충분히 구현된 경우로, MP5-1이 이에 해당된다. 문제해결을 위해 사용 가능한 도구나 기술에 대해 묻고 있는 MP5-1은 4학년 수학 교과서에서 각도기, 삼각자 등 다양한 도구 관련 활동으로 구현되어 있으며, 4-1-3-2-① ~ 4-1-3-2-②의 ‘부채의 펼쳐진 정도를 말하기 위해서는 어떻게 해야 하는지 알아보시오. [...] 각도를 쥘 때는 각도기를 사용합니다. 각도기는 어떻게 사용해야 하는지 알아보시오(교육부, 2015).’는 대표적인 구현 사례이다. CCSSI(2010)에서는 MP5의 구체적인 행동 특성으로 ‘문제를 해결할 때 사용 가능한 도구나 기술을 고려해야 한다(CCSSI, 2010, p7).’고 하였으며 수학적 개념에 대한 이해를 깊게 해 주는 자, 각도기, 계산기, 스프레드시트, 컴퓨터 대수 시스템, 통계 프로그램뿐만 아니라 웹사이트에 존재하는 다양한 디지털 자료를 예로 제시하고 있다. 물론 2009 개정 수학과 교육과정의 내용 성취기준에서 자, 각도기, 컴퍼스 등의 도구를 언급하고 있고, 교수·학습상의 유의점에서 계산기의 사용이 포함된 것이 이에 해당한다고 여길 수 있으나 이를 수학적 과정 요소에 구체적으로 명시하지 않았다는 점에서 수학적 실천과의 간격을 확인할 수 있다.

이와 같이 MP5의 발문 중 앞의 1개의 발문이 우리나라 초등 수학 교과서에 잘 구현된 데 비해, <표 IV-4>와 <표 IV-5>는 각각 교과서의 한 학기에만 제시된 경우와 두 학기 모두에서 구현되지 않은 경우를 정리한 것이다.

<표 IV-4> 수학적 실천에만 있는 요소 중 한 학기 교과서에만 구현된 발문

발문코드	수학적 실천 관련 발문
MP5-3	문제를 상상하는데 도움을 줄 수 있는 조작은 무엇인가요?

MP5-3는 2학기 1단원에만 제시되고 있어 두 학기의 여러 단원에 걸쳐 구현되어 있는 MP5-1에 비해 편중되고 비중이 적은 것으로 파악된다. MP5-3는 비록 구현 비중이 크지 않으나 수학 학습에 있어서 유의미한 조작 활동의 중요성을 의미하므로 이에 대해 수학적 과정으로서의 깊이 있는 검토가 이루어질 필요가 있다.

<표 IV-5> 수학적 실천에만 있는 요소 중 교과서에 구현되지 않은 발문

발문코드	수학적 실천 관련 발문
MP5-2	어떤 조작 또는 표현이 더 정확하고 효과적이고 또는 다른 것들보다 분명한가요?

MP5-2는 4학년 수학 교과서에서 전혀 구현되지 않은 수학적 실천 관련 발문이다. 결과적으로, 수학적 과정에 없는 수학적 실천 발문이면서 교과서에서도 구현되지 않은 발문은 MP5-2이며 이는 우리나라 수학과 교육과정 및 교과서에서 등한시되는 것으로 볼 수 있다.

다. 수학적 과정에만 있는 요소에 따른 교과서 분석 결과

<표 IV-6> 수학적 과정에만 있는 요소의 교과서 분석 결과

수학적 과정	세부 요소	구체적인 구현 내용	교과서 코드	
			1학기	2학기
수학적 문제해결	문제 만들기 (P3)	글을 읽고 해결할 수 있는 문제 만들기	4-1-1-9-①	
		조건을 바꾸어 새로운 문제 만들기	4-1-2-10-②	4-2-5-9-④
		그래프를 통해 알 수 있는 내용을 찾고, 이를 바탕으로 다양한 질문 만들기	4-1-6-5-②	

III장의 분석 결과, 수학적 과정에만 있는 과정 요소는 문제 만들기(P3)이다. 이는 수학적 실천에는 포함되지 않은 요소이므로 분석들에 관련 발문이 포함되어 있지 않다. 따라서 분석들의 적용이 불가능하여 문제 만들기 관련 활동이 제시된 교과서 코드와 구체적인 구현 내용을 <표 IV-6>과 같이 별도로 제시하였다.

<표 IV-6>은 문제 만들기 활동이 4학년 수학 교과서에서 3가지 유형으로 총 4차례에 걸쳐 구현되고 있음을 보여 준다. 수학적 문제해결의 문제 만들기는 일반적으로 ‘새로운 문제의 생성’과 ‘주어진 문제의 재구성’의 의미를 포함하여 사용되고 있다(Duncker, 1945; Silver, 1994; 한혜숙 외, 2014). 수학적 과정에서 의도하는 문제 만들기는 교육과정을 반영하여 집필된 초등 수학 교과서의 활동 사례로 미루어보아 전자와 후자를 모두 포함하는 내용으로 간주된다. Einstein & Infeld(1938)는 문제를 만들어보는 것이 주어진 문제를 해결하는 것보다 더 중요하다고 하였고, Brown & Walter(1990) 또한 ‘what if not’ 등 다양한 전략을 제시하며 문제제기의 중요성을 언급하고 있다. 따라서 문제 만들기 요소는 수학적 과정에 포함되는 것이 타당하며 수학 교과서에서도 다각도로 구현되는 것이 바람직하다고 할 것이다.

V. 논의 및 제언

본 연구에서 수학적 과정과 수학적 실천을 비

교한 결과는 [그림 III-1]과 <표 III-1>로, 그 결과에 따라 양쪽에 모두 포함된 수학적 실천 요소, 수학적 실천에만 있는 요소, 수학적 과정에만 있는 요소의 3가지 경우에 따라 4학년 수학 교과서를 분석한 결과는 <표 IV-1> ~ <표 IV-6>으로 정리된다. 각각의 결과에 대한 논의를 통해 현재 연구가 진행되고 있는 교육과정 개정시 수학적 과정의 보완 및 그에 따라 개발될 수학 교과서 집필에 시사점을 제안하고자 한다.

첫째, 수학적 과정과 수학적 실천의 1차 분석에서는 MP4, MP5, MP6의 3가지가 관련이 모호한 요소로 드러났으나 그 구체적인 내용을 고려하지 않은 상태에서는 다양한 해석이 가능하다는 한계가 있었다. 따라서 각 세부 요소를 대상으로 한 2차 분석을 실시한 결과, 수학적 과정과 수학적 실천의 어느 한쪽에만 제시된 세부 요소가 드러남으로써 포함된 요소에 있어서 서로 차이가 있음을 명확히 알 수 있었다. 수학적 과정에서는 MP5의 문제 해결에 도구 사용하기와 도구의 장단점을 인식하여 적절한 사용 시기 결정하기를, 수학적 실천에서는 문제 만들기를 찾아볼 수 없다. 이때 1차 분석에 있어서 다양한 해석과 모호한 의미로 인한 분석의 어려움은 수학적 과정 또한 수학적 실천과 같이 기대하는 구체적인 행동 특성을 상세히 제시하거나 그 요소를 세분화하여 제시할 필요가 있음을 함의한다.

둘째, 수학적 과정과 수학적 실천의 세부 요소 비교 결과, 양자 모두에 제시되어 있는 MP1, MP2, MP3, MP4, MP6, MP7, MP8의 7가지 요소

는 우리나라와 미국의 수학교육에서 공통적으로 중시하는 과정 요소라 할 수 있으므로 지속적으로 강조할 만한 성질의 것이다. 그러나 1학년 수학 교과서에서 적절히 구현된 MP8-5를 제외하고 <표 IV-1>에 나타난 MP1-5, MP2-4, MP6-2의 3개 요소는 교육과정과 교과서의 연계성이 부족한 것을 보여주는 사례이다. 수학적 과정과 수학적 실천에 모두 포함된 실천 요소는 2009 개정 교육과정에서도 강조된다는 점에서 초등 수학 교과서에 잘 구현될 것으로 기대되지만, 실제 분석 결과는 충실히 구현된 요소와 구현되지 않은 요소가 있음을 보여주며 <표 IV-1>은 후자에 해당된다. 이는 수학적 실천이 각 요소별로 구체적인 행동 특성을 기술하여 이해를 돕는데 비해 수학적 과정은 개괄적인 유의점만을 언급하여 교과서 집필진이 그 의도를 명확하게 파악하지 못했기 때문으로 해석된다. 박경미 외(2014) 또한 수학적 과정에 대한 언급이 ‘목표’와 ‘교수·학습 방법’에서 이루어지고 있어, 구체적인 내용과 관련된 수학적 과정의 영향력이 제한적일 수밖에 없다고 하였다. 따라서 수학 교과서 개발시 집필진은 수학과 교육과정의 의도를 충분히 파악하여 연계가 미흡한 MP1-5, MP2-4, MP6-2 관련 활동을 교과서에 구현해야 하며, 더 나아가 교육과정 개정시 현존 수학적 과정을 더욱 세분화하여 구체적이고 명시적으로 제시해야 할 필요가 있다. 이는 교과서 집필진뿐만 아니라 현장에서 수학을 지도하는 교사들에게도 수학적 과정의 의도를 정확히 전달해줄 수 있는 효과적인 방안이 될 것으로 기대된다.

셋째, 수학적 실천에만 포함되어 있음에도 불구하고 우리나라 초등 수학 교과서에서 두루 구현되고 있는 요소에 관한 논의이다. <표 IV-3>과 <표 IV-4>의 MP5-1, MP5-3가 이에 해당한다. 2009 개정 수학과 교육과정에서 내용 성취기준과 교수·학습상의 유의점에서 자, 각도기, 컴퍼

스, 계산기 등이 언급되지만, 수학적 과정과 직접적으로 관련되는 설명은 아니며 도구의 범위에 있어서도 제한적이다. 이와 관련하여 박경미 외(2014)는 핵심역량의 다양한 요소 중 컴퓨팅 사고력(Computational Thinking)을 포함하고 있어, 수학과 교육과정에서 다양한 소프트웨어 등의 도구를 전략적으로 사용할 것이 기대된다. 더욱이 수학 교과서에 구현된 MP5-1, MP5-3는 적절한 도구의 사용이 수학과 교육과정에 명시적인 과정 요소로 포함될 필요를 뒷받침한다.

넷째, 수학적 실천에만 포함되어 있고 우리나라 초등 수학 교과서에서도 전혀 구현되지 않은 요소에 관한 논의이다. <표 IV-5>의 MP5-2가 이에 해당한다. 이 요소는 우리나라 수학과 교육과정과 초등 수학 교과서에서 부족하고 등한시되는 것으로 보이며, 결과적으로 우리나라 학교수학에서는 문제해결에서 다양한 조작과 표현 활동을 강조하고 있으나 각 방법 중 어느 것이 더 정확하고 효과적인지에 대한 평가는 크게 고려하지 않음을 함의한다. 이처럼 MP5-2가 수학과 교육과정과 교과서 양쪽에 모두 제시되지 않으므로 수학적 과정의 보강에 관한 논의시 그 추가 가능성의 검토를 제안한다.

다섯째, 수학적 과정에만 제시된 문제 만들기는 CCSSM에 비해 우리나라 수학과 교육과정에서 특히 강조되고 있는 요소로서, 학생 스스로 수학적 지식을 구성하도록 해야 한다는 구성주의 학습 원리 또는 추측과 반박을 통한 발명의 과정을 강조하는 준 경험주의 수리 철학관과도 밀접한 관련이 있다(김수환 외, 2010). 이러한 철학적 배경을 바탕으로 2007 개정, 2009 개정 수학과 교육과정뿐만 아니라 여러 선행연구(Brown & Walter, 1990; Duncker, 1945; Einstein & Infeld, 1938; Silver, 1994; 김수환 외, 2010; 나철영, 2001; 임문규 외, 1992; 한혜숙 외, 2014)에서 그 중요성이 강조되는 활동인 만큼, 문제해결의 세

부 요소로서 문제 만들기를 지속적으로 강화할 것을 제안한다. 또한 4학년 수학 교과서에 제시된 3가지 유형 외에 주어진 문제와 유사한 문제 만들기, 동일한 답이 나오도록 문제 만들기 등 다양한 유형의 문제 만들기 활동을 학생들의 발달 수준을 고려하여 여러 학년급에서 두루 다루는 것을 고려할 필요가 있다.

여섯째, 2009 개정 수학과 교육과정의 수학적 과정의 세부 요소 중 특정 요소가 초등 수학 교과서에서 편중되어 구현되고 있음이 나타났다. 단원별로 다루는 수학 주제가 다르기 때문에 특히 더 강조되는 과정 요소가 있을 수 있으나, MP1과 관련된 발문들은 일부 단원의 문제해결 차시에서 Polya의 문제해결 단계에 따른 활동으로 폭넓게 강조되고 있는데 반해, 수학적 의사소통과 관련 있는 MP6의 발문이 4학년 전반에서 6개의 활동으로만 제시되고 있음은 그 격차를 확연히 보여주는 사례이다. 이는 다양한 수학적 과정 요소의 균형 있는 구현에 대해 생각하도록 한다. 뿐만 아니라 수학적 모델링과 관련하여 일상생활 속에서 비슷한 문제 상황을 찾는 MP4-2 관련 발문은 모두 차시의 마무리 활동으로만 제시되어 있기 때문에 차시의 본 활동과의 중요도나 비중 측면에서 제고의 여지가 있다.

마지막으로 MP7과 MP8이 수학적 과정과 밀접한 관련이 있고 수학 교과서에도 폭넓게 구현되었다는 분석 결과에 따라, 우리나라 수학과 교육과정의 '규칙성' 영역에 대한 논의를 덧붙인다. MP7은 구체적인 세부 요소 중에 패턴을 관찰하는 것을, MP8은 요소 자체에서 반복적인 추론으로 규칙성 찾기를 제시하고 있기 때문에 우리나라 교육과정의 규칙성 영역과 밀접하게 관련되는 것으로 볼 수 있으나 CCSSI(2010)이 설명한 구체적인 행동 특성을 살펴보면 2009 개정 수학과 교육과정에서 의도하는 규칙성과 다소 차이가 있음을 알 수 있다. 뿐만 아니라 White &

Dauksas(2012)가 학생들에게 친숙한 언어로 제시한 수학적 실천 진술에서도 MP7은 수학 내에서 패턴과 구조를 찾는 실천 요소이고 MP8은 문제 해결의 다양한 방법과 전략을 찾는 것을 다루기 때문에 그 의미가 우리나라의 규칙성 영역과 일치한다고 보기 어렵다. 그러나 우리나라 수학과 교육과정에서 규칙성을 별도의 내용 영역으로 구성한 것은 학교수학에서 규칙성이 매우 중요함을 내포한다고 볼 수 있다. Cuoco et al.(1996)은 구조 발견과 패턴 훑기(pattern sniffing)를 기본적인 수학적 생각 습관이라고 하였다. 또한 Devlin(1996)은 수학을 패턴의 과학이라고 하였고 NCTM(2000)에서도 패턴을 인식하고 패턴을 만드는 활동은 학년이 높아질수록 점차 중요하게 다루어진다. 따라서 MP7과 MP8 중 우리나라의 규칙성과 동일한 의도를 지닌 행동 특성을 추출하여 충분히 검토하고 내용 영역으로서의 규칙성과 더불어 수학적 과정으로서의 규칙성을 더욱 명료화하여 강화할 것을 제안한다.

이상의 분석 결과 및 그에 대한 논의는 수학적 실천과의 구체적인 비교를 통하여 수학적 과정을 세분화하고 그 내용을 보완하여 확대·발전시키기 위한 시사점을 제공하며, 동시에 수학교육 전문가들과 현장 교사들이 수학적 과정의 중요성과 내용을 더욱 명시적으로 인식하게 함으로써 핵심역량을 위한 수학적 과정의 체계화에 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

참 고 문 헌

- 교육과학기술부·부산광역시교육청(2009). **세계 각국의 교육과정 및 운영사례(I)** -미국-. 교육과정자료-436.
- 교육과학기술부(2011). **수학과 교육과정**(교육과학기술부 고시 제2011-361호 [별책 8])

- 교육과학기술부(2012). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 성취기준 및 성취수준 개발 연구. 교육과학기술부, 전라남도교육청
- 교육부(2014). 수학 4-2. (주)천재교육
- 교육부(2015). 수학 4-1. (주)천재교육
- 김규상(2013). 수학을 활용한 수업에서 나타나는 수학적 과정 사례 분석. 한국교원대학교 대학원 석사학위논문
- 김도한, 박혜숙, 이재학, 김홍중, 백석운, 박경미, 송용진, 방정숙, 이정례, 나귀수, 도종훈, 손홍찬, 홍진곤, 하길찬, 김재완, 최지선, 최혜령, 이환철, 이문호(2009). 창의 중심의 미래형 수학과 교육과정 모형 연구. 한국과학창의재단
- 김수환, 박성택, 신준식, 이대현, 이의원, 이종영, 임문규, 정은실(2010). 초등학교 수학과 교재 연구. 동명사
- 김은혜(2014). 수학적 과정을 강조한 쓰기 활동이 학습에 미치는 영향. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문
- 김지원, 박교식, 이정은(2014). 2011 개정 초등학교 수학과 교육과정과 미국 CCSSM 비교·분석 연구. 한국초등수학교육학회지, 18(2), 279-295
- 나철영(2001). 수학 문제 만들기 활동이 문제해결력 및 학습태도에 미치는 효과. 서울교육대학교 교육대학원 석사학위논문
- 박경미(2010). ‘학년군’과 ‘수학적 과정’을 중심으로 한 외국 수학과 교육과정의 최근 경향 비교·분석. 대한수학교육학회지 <학교수학>, 12(4), 667-686
- 박경미, 권오남, 박선화, 박만구, 변희현, 강은주, 서보억, 이환철, 김동원, 김선희(2014). 문·이과 통합형 수학과 교육과정 재구조화 연구. 교육부
- 이수연(2014). 실업계 학생의 수열 단원 수업에서 발문 학습을 활용한 학생들의 수학적 과정 수준과 오류에 관한 질적 연구. 강원대학교 교육대학원 석사학위논문
- 임문규, 정지호(1992). 문제설정의 교수·학습에 관하여(1). 한국수학교육학회지 <수학교육>, 31(3), 55-62
- 장혜원(2012). 미국의 수학교육과정 기준 CCSSM의 수학적 실천에 대한 고찰. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 22(4), 557-580
- 장혜원, 강태석, 박원규, 김동원, 이환철(2014). 초등학교 수학과 교육과정과 교과서의 연계 분석 - 2009 개정 교육과정 초등학교 3~4학년군을 중심으로-. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 24(2), 181-204
- 정상권, 이경화, 유연주, 신보미, 박미미, 한수연(2012). 수학적 과정 중심 평가에 대한 교사들의 인식 조사. 대한수학교육학회지 수학교육학연구, 22(3), 401-427
- 한국과학창의재단(2011). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구
- 한혜숙, 주홍연(2014). 문제제기와 수학수업. 수학 학습 지도 원리와 적용, 53-74, 서울: 경문사
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1990). *The art of problem posing*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum
- Common Core State Standards Initiative(CCSSI: 2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf
- Cuoco, A., Goldenberg, E.P., & Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal for mathematical behavior*, 15, 375-402
- Devlin, K. (1996). *Mathematics: The science of patterns: The search for order in life, mind and the universe*. New York: Holt Paperbacks
- Dunker, K. (1945). On problem-solving. *Psychological*

- Monographs*, 58(5), 1-113
- Einstein, A., & Infeld, L.(1938). *The evolution of physics*. New York: Simon & Schuster
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2012). *Administrator's guide: interpreting the common core state standards to improve mathematics education*. Reston, VA:NCTM
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM: 2013). *Connecting the NCTM process standards & the CCSSM practices*. Reston, VA:NCTM
- National Research Council(NRC: 2001). *Adding it up: helping children learn mathematics*. Washington D.C.: National Academy Press
- Janet H.F. & Jacqueline C. (2014). Increasing Proficiency Levels of Mathematical Practices. *Using Research to Improve Instruction* (pp.193-202). Reston, VA:NCTM
- Jennifer, M.S. & Padmanabhan, S. (2014). Developing Strategic Competence by Teaching Using the Common Core Mathematical Practices. *Using Research to Improve Instruction* (pp.77-87). Reston, VA:NCTM
- Particia, D.H., Denisse, R.T., & Barbara, Z. (2014). Mathematical Practices: Small Changes in Assessments = Big Benefits. *Using Research to Improve Instruction* (pp.205-214). Reston, VA:NCTM
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28
- White, J. & Daukas, L. (2012). CCSSM: Getting started in K-Grade 2. *Teaching Children Mathematics*, 18(7)

Analysis on Elementary Mathematics Textbooks Based on Comparison between Mathematical Processes in 2009 Revised National Curriculum and Mathematical Practices in CCSSM

Lim, Miin (Graduate School, Seoul National University of Education)

Chang, Hyewon (Seoul National University of Education)

The mathematical processes are strongly emphasized in 2009 revised national curriculum for mathematics and are expected to be complemented and extended in 2015 revised one. This study aims to investigate how much the processes are being implemented in mathematics classroom and select some elements which need complementation. To do this, we selected the mathematical practices of CCSSM as a reference, because it plays the corresponding role in the United States to the mathematical processes in Korea. We recognized common elements and different elements between the two and analyzed. Considering those, we searched the possibility of newer mathematical process and analyzed the 4th grade mathematics textbooks in relation to questions for mathematical practices. We provided the results of analyses and several suggestions for revising mathematics curriculum and textbooks.

* Key Words : mathematical processes(수학적 과정), mathematical practices(수학적 실천), 2009 revised national curriculum(2009 개정 교육과정), CCSSM, 4th grade mathematics textbooks(초등학교 4학년 수학 교과서)

논문접수 : 2015. 1. 22

논문수정 : 2015. 3. 11

심사완료 : 2015. 3. 14