

종속 Chebyshev BPF와 동일 차수 BPF의 skirt 특성 비교

A Comparison of the Cascading Chebyshev BPF's skirt Characteristic and the Same Order BPF's

신 승 식*
(Seung-Sik Shin)

Abstract - A Chebyshev filter is well known for having a sharp skirt characteristic and equi-ripple. On the other hand, a Butterworth filter has a smooth skirt characteristic and maximally flat ripple. This paper analyzes the skirt characteristics of the filters with the cascade connection. The paper deals with the Chebyshev BPF, Cascading Chebyshev BPF, Butterworth BPF, Cascading Butterworth*Chebyshev BPF. First of all, the paper designs the prototype analog LPF in order to analyze skirt characteristics of the BPFs. Then the paper does the frequency transformation into the BPFs and tests the BPFs with cascading them. As a result, the skirt characteristics of the Chebyshev BPF was the sharpest and those of the Cascading Chebyshev BPF, Butterworth BPF, Cascading Butterworth*Chebyshev BPF was superior in order. The validity of the paper was confirmed through minute measurements of test results.

Key Words : Chebyshev filter, Butterworth filter, Cascading filter, Skirt characteristic

1. 서 론

1.1 연구 목적

최신 아날로그 및 디지털 시스템은 소비전력을 최소화하기 위하여 저전압에서 동작하는 부품을 채택하고 있으며, 음성 및 영상 신호 등을 증폭하기 위한 수많은 증폭기들은 입력 신호로써 진폭(V_{p-p})이 1[V] 이하에서 구동되고 있다. 또한 아날로그나 디지털 통신시스템에서 AM(ASK), PM((PSK), FM(FSK) 등 변복조하여 송수신할 때 중계시스템에 수신되는 신호는 매우 미약한 신호가 되기 때문에 이를 처리하는 필터는 리플에 대한 영향도 고려되어야 한다[1~3]. 그러나 특정 주파수만을 통과시켜주는 필터에 있어서 차단특성을 고려하지 않은 필터에 관한 연구는 필터를 다루는 엔지니어에게는 크게 실용적이지 못하다. 그래서 본 논문에서는 대표적인 Chebyshev BPF와 Butterworth BPF와 그리고 종속 Chebyshev BPF, Chebyshev BPF와 Butterworth BPF를 종속 접속한 BPF의 차단특성을 비교하고자 한다.

1.2 연구 내용

일반적으로 필터의 설계는 먼저 진폭 및 위상 특성에 의한 사양을 결정하고, 디지털 필터를 설계할 경우 FIR 필터로 구현할 것인지 IIR 필터로 구현할 것인지를 결정해야 하며 이에 따른 전

달함수를 구하고 필터의 차수와 계수를 구해야 한다. 이에 따라 FIR의 경우 횡단(transversal)구조나 격자(lattice)구조, IIR의 경우 직접형, 종속형, 병렬형 등의 필터 구조를 결정하고 유한어장(word length)에 의한 덧셈 및 곱셈시의 절삭오차나 반올림오차 등의 영향을 검토해야 하며 최종적으로 하드웨어나 소프트웨어로 필터를 구현해야 한다. 하드웨어적으로는 기본적으로 인덕턴스 L 및 정전용량 C의 조합으로 구성하지만 주파수가 매우 높은 초단파(VHF) 대에서는 레헤르(Lecher)선이나 동축선을 소자로 하는 필터를 사용하기도 하고 그보다 주파수가 높은 마이크로파대에서는 도파관 필터가 사용된다. 그 외 특수한 것으로서 정전용량과 저항으로 된 CR 필터, 기계적 공진을 이용한 수정 필터, 기계식 메카니컬 필터 등이 있다. 소프트웨어적으로는 주로 음성 및 영상처리 등 신호처리 분야에 이용된다. 하드웨어로 구현을 하든지 소프트웨어로 구현하든지 FIR 필터는 항상 안정하지만 원하는 사양을 얻기 위해서 높은 차수의 필터가 요구되며, IIR의 경우는 비교적 낮은 차수의 필터로 구현이 가능하나 전달함수에 항상 극점이 존재하므로 안정성에 유의하여 설계하여야 한다[4].

본 논문에서는 디지털 BPF 필터의 차단특성을 분석하기 위하여 먼저 디지털 IIR LPF를 설계한다. 이를 위하여 필터의 prototype analog LPF(Butterworth LPF, Chebyshev LPF)를 설계한다. 필터의 차수와 주파수 특성을 결정하여 prototype 아날로그 LPF를 설계를 한다. 이렇게 설계한 LPF를 BPF의 차단특성에 맞게 BPF로 변환한 후 변환시킨 BPF의 차단 특성을 비교하고 분석한다. 이와 같은 과정을 그림으로 요약하면 그림 1과 같다.

* Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, DongYang Mirae University, Korea

E-mail: manmind@dongyang.ac.kr

Received : February 24, 2015; Accepted : March 26, 2015

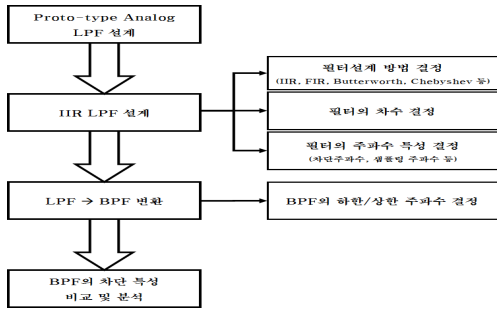


그림 1 연구 내용 및 과정
Fig. 1 The content and process of the study

2. 배경 이론

일반적으로 FIR 필터를 이용하여 IIR 필터와 비슷한 진폭특성을 얻으려면 차수가 매우 커지게 되어 지연레지스터, 가산기, 승산기 등 하드웨어적으로 부담을 주며 느리게 수행되고, 또한 주파수 응답을 해석하면 FIR 필터의 진폭특성이 우대칭인 경우와 비대칭인 경우 등에 따라 설계 불가능한 필터가 존재하므로 본 논문에서는 IIR 필터로 설계를 한다.

2.1 Prototype Analog LPF 설계

필터는 LPF, BPF 그리고 HPF 등이 있지만, LPF를 주파수 변환에 의해 다른 필터로 설계할 수가 있다. 즉 필터를 설계할 때는 개별적으로 필터 특성에 맞는 BPF, HPF 등을 직접 설계하는 것이 아니고 기본이 되는 LPF(prototype LPF)를 설계한 후 BPF, HPF 등을 설계하는 간접방식이 바람직하다. 또한 아날로그 필터의 설계 이론은 이미 정립되어 있기 때문에 실제로 LPF를 설계하여 주파수 변환하는 것이 쉽다.

2.1.1 Prototype Analog Butterworth LPF의 설계 스펙

Prototype Analog Butterworth LPF의 특징은 통과대역에서는 최대평탄(maximally flat) 특성을 갖고 천이대역에서는 완만한 skirt 특성을 갖는다. N차의 Prototype Analog Butterworth LPF의 주파수 응답은 식 (1)과 같다[4~10].

$$|H_N(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega}{\omega_c})^{2N}}} \quad (1)$$

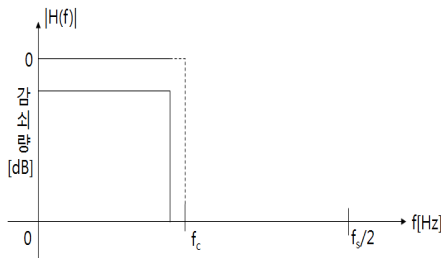


그림 2 Prototype Analog Butterworth LPF 설계 스펙 예
Fig. 2 A design spec. example of a prototype analog Chebyshev LPF

또한 Prototype Analog Butterworth LPF를 설계할 때 주어지는 스펙의 한 예는 그림 2과 같다.

그림 2에서 fc는 통과 대역의 3[dB] 감쇠를 갖는 차단주파수이며 fs는 샘플링 주파수를 의미하며 한다. 이론적으로 샘플링 주파수는 샘플링 이론에 따라 원신호 주파수의 2배 이상이면 원신호를 복원할 수 있으나 경험상 보다 정확한 결과를 도출하기 위하여 대략 5배 이상 정도로 한다.

2.1.2 Prototype Analog Chebyshev LPF의 설계 스펙

Prototype Analog Chebyshev LPF는 통과대역에서는 등맥동의 리플(equiripple)을 갖으며 천이대역에서는 급준한 skirt 경사 특성을 갖는다. N차의 Prototype Analog Chebyshev LPF의 주파수 응답은 식 (2)와 같다[4~9][11~12].

$$|H_N(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\epsilon^2 C_N^2(\frac{\omega}{\omega_c})}} \quad (2)$$

위 식 (2)에서 ϵ 은 통과 대역의 리플, 즉 통과 대역 내의 진폭손실이고, C_N 은 Chebyshev 다항식이다. Prototype Analog Chebyshev LPF 설계 시 주어지는 설계 스펙의 한 예를 그림 3에 나타내었다.

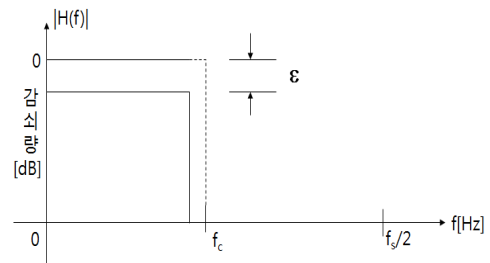


그림 3 Prototype Analog Chebyshev LPF 설계 스펙 예
Fig. 3 A design spec. example of a prototype analog Chebyshev LPF

이러한 Prototype Analog LPF의 진폭특성 $|H(j\omega)|$ 을 이용하여 Butterworth LPF의 전달함수 H(S)나 Chebyshev LPF의 전달함수 H(S)를 근사화하여 구한다. 하나의 예로서 Prototype LPF의 차수 N=2일 때 대역통과 필터로 주파수 변환된 4차 Butterworth BPF와 Chebyshev BPF의 전달함수를 식 (3)과 식 (4)에 나타내었다.

<Prototype 2차 LPF에 대한 4차 BPF의 전달함수>

① 주파수 변환된 Butterworth BPF의 한 예

$$H(s) = \frac{1.579 \cdot 10^6 s^2}{s^4 + 1.777 \cdot 10^4 s^3 + 7.975 \cdot 10^8 s^2 + 6.946 \cdot 10^{13} s + 1.52810^{19}}$$

$$H(z) = \frac{0.0001611 - 2.665 \cdot 10^{-15} z^{-1} - 0.0003222 z^{-2} - 8.88210^{-15} z^{-3} + 0.0001611 z^{-4}}{1 + 3.931 z^{-1} + 5.828 z^{-2} + 3.861 z^{-3} + 0.9644 z^{-4}} \quad (3)$$

② 주파수 변환된 Chebyshev BPF의 한 예

$$H(s) = \frac{7.914 \cdot 10^7 s^2}{s^4 + 8104s^3 + 7.929 \cdot 10^9 s^2 + 3.167 \cdot 10^{13} s + 1.528 \cdot 10^{19}}$$

$$H(z) = \frac{8.154 \cdot 10^{-5} - 0.0001631z^{-2} + 8.882 \cdot 10^{-16}z^{-3} + 8.15410^{-5}z^{-4}}{1 + 3.951z^{-1} + 5.886z^{-2} + 3.918z^{-3} + 0.9836z^{-4}} \quad (4)$$

Prototype LPF를 BPF로 주파수 변환할 경우 식 (5)에 의해 LPF의 차수보다 BPF의 차수는 2배가 된다.

2.2 BPF로의 주파수 변환

Prototype Analog LPF를 BPF로 주파수 변환할 경우 하한 주파수(lower edge frequency) ω_L 과 상한 주파수(upper edge frequency) ω_H 를 결정하여 Prototype Analog LPF의 전달함수 $H(s)$ 에 식 (5)를 대입하여 BPF의 전달함수 $H(s)$ 를 구한다.

$$s = \frac{s^2 + \omega_o^2}{Bs} \quad (5)$$

여기서, ω_o 는 중심주파수이며 $\omega_o^2 = \omega_L \cdot \omega_H$ 이고, B 는 대역폭이며 $B = \omega_H - \omega_L$ 이다. 식 (5)에 의해 구한 BPF의 전달함수 $H(s)$ 를 쌍선형 z변환법, 식 (6)을 대입하여 디지털 IIR 필터의 전달함수 $H(z)$ 를 구한다.

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (6)$$

쌍선형 z변환 때 발생하는 주파수 응답의 왜곡현상을 보상하기 위해, 즉 아날로그 주파수 응답과 디지털 주파수 응답이 원하는 주파수 범위에서 근사해지도록 미리 식 (7)을 대입하여 프리워핑(prewarping)시킨다.

$$\omega_c' = \frac{2}{T} \tan^{-1}\left(\frac{\omega_c T}{2}\right) \quad (7)$$

여기서 ω_c' 는 디지털 임계 주파수이며, ω_c 는 아날로그 임계주파수이다. 그러므로 아날로그 필터 스펙의 임계 주파수 ω_c 를 식 (7)에 의해 프리워핑한 후 식 (5)에 대입하여 BPF로 주파수 변환하고, 최종적으로 쌍선형 변환법 식 (6)에 대입함으로써 디지털 IIR BPF

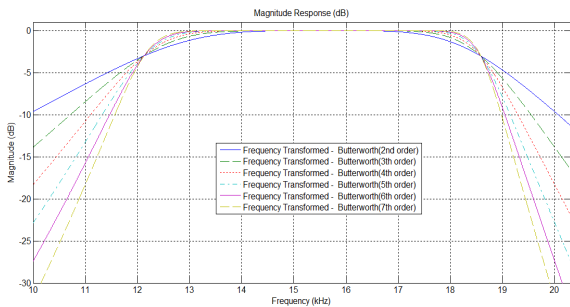


Fig. 4 Magnitude Responses of Butterworth BPFs transformed frequency

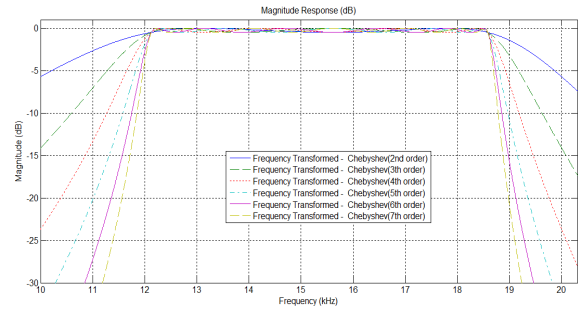


그림 5 주파수 변환된 Chebyshev BPF의 Magnitude Response
Fig. 5 Magnitude Responses of Chebyshev BPFs transformed frequency

의 전달함수 $H(z)$ 를 구한다[2], [4~5]. Prototype Analog LPF를 BPF로 주파수 변환한 Magnitude response를 그림 4와 그림 5에 나타내었다.

3. 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성

주파수 변환된 BPF는 Prototype LPF보다 차수가 2배되어 각각의 BPF 차수는 4차, 6차, 8차 등으로 이루어진다. 또한 Chebyshev 필터는 필터의 차수에 따라 리플의 진동수가 결정되며, 종속 Chebyshev BPF는 리플의 진동이 서로 상쇄되도록 접속해야 리플의 크기를 저감할 수 있다. 그림 6의 종속 Chebyshev BPF의 개념도에 보인 바와 같이 종속 Chebyshev BPF는 통과대역(pass band)에서 한 쪽 Chebyshev BPF가 상승일 때 다른 한 쪽의 BPF가 하강이 되면 리플이 상쇄되어 감소된다는 원리이다[1~3]. 그러나 필터는 통과대역(pass band)에서의 평활한 리플 특성도 중요하지만 이에 못지않게 차단특성, 즉 skirt 특성도 오히려 더욱더 중요하다할 수 있다. 따라서 본 장에서는 Chebyshev BPF의 skirt 특성과 Butterworth BPF의 skirt 특성, 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성을 각각 10차, 12차, 14차로 구분하여 비교 분석하고자 한다.

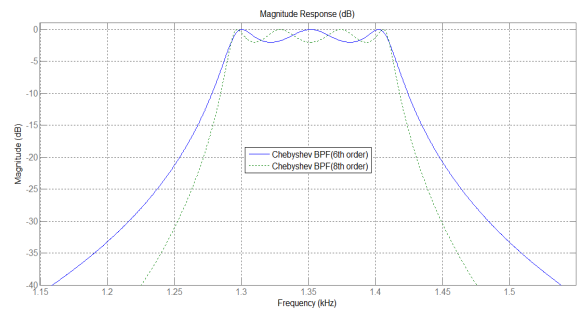


그림 6 종속 Chebyshev BPF의 개념도
Fig. 6 The Schematic diagram of the cascading Chebyshev BPF

먼저 BPF의 skirt 특성을 분석하기 위하여 그림 7과 같이 통과대역의 크기 α_1 [dB]과 저지대역(stop band)의 크기 α_2 [dB]를

정의한다. Butterworth나 Chebyshev의 주파수 응답이 식 (1)과 (2)로 구해지므로 필터의 Gain, 즉 이득이 정확히 0이 되지 않으며 본 논문에서는 α_1 을 -3[dB], α_2 를 -30[dB]로 정하였다. 또한 천이대역(transition band)을 α_1 [dB]에 해당하는 차단 주파수 f_{CL} [kHz]과 f_{CH} [kHz], α_2 [dB]에 해당하는 상한 주파수 f_H [kHz]와 하한 주파수 f_L [kHz]로 구분하여 천이대역의 대역폭을 비교 분석한다.

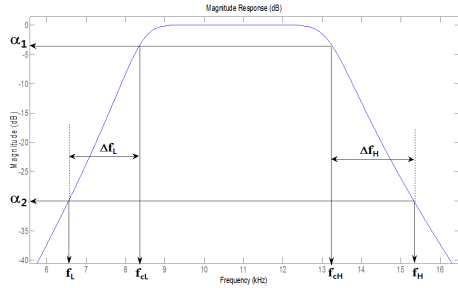


그림 7 BPF의 skirt 특성 비교를 위한 천이대역 정의
Fig. 7 The definition of the BPF transition band for the skirt characteristic comparison

그림 7에 나타난 바와 같이 천이대역은 저주파 대역의 천이대역 Δf_L 과 고주파 대역의 천이대역 Δf_H 로 구분할 수 있다. 또한 저주파 대역의 천이대역 Δf_L 과 고주파 대역의 천이대역 Δf_H 는 식 (8)과 식 (9)로 구한다.

$$\Delta f_L = f_{CL} - f_L \quad (8)$$

$$\Delta f_H = f_H - f_{CH} \quad (9)$$

제한한 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성을 타당하게 비교 분석하기 위하여 동일한 차수(order)의 BPF를 설계한다. 주파수 변환된 BPF의 가장 낮은 차수는 4차이므로 4차, 6차, 8차, 10차, 12차, 14차의 Chebyshev BPF, Butterworth BPF를 설계하고 이를 위해서 먼저 Prototype LPF를 2차부터 7차까지를 설계한다. 또한 동일한 형태의 BPF를 종속 접속할 경우에는 종속접속의 순서와 무관하게 결과가 나오므로 Chebyshev BPF를 4차와 6차를 종속 접속하여 10차 종속 Chebyshev BPF 설계하고, 4차와 8차를 종속 접속하여 12차 종속 Chebyshev BPF를 설계하며 그리고 14차 종속 Chebyshev BPF는 4차와 10차의 종속 14차 Chebyshev BPF와 6차와 8차를 종속접속한 14차 Chebyshev BPF를 설계하여 동일 차수의 BPF와 skirt 특성을 비교 분석한다.

3.1 10차 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성 비교

주파수 변환한 10차 Chebyshev BPF와 Butterworth BPF 그리고 Chebyshev 4차와 6차 BPF를 종속 결합한 10차 종속 Chebyshev BPF와 Chebyshev 4차와 Butterworth 6차 BPF를 종속 결합한 10차 종속 BPF의 주파수 응답을 그림 8에 나타내었다.

그림 8의 안쪽으로부터 실선(solid line)은 주파수 변환된 10차 Chebyshev BPF의 주파수 응답이고 파선(dashed line)은

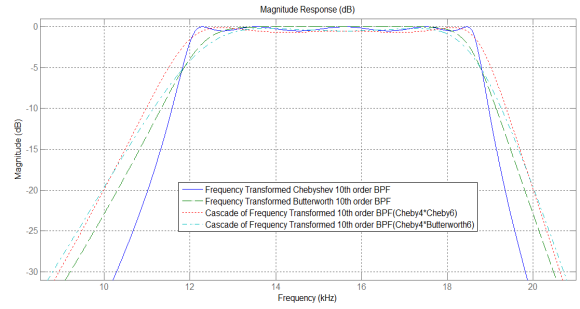


그림 8 10차 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성 분석을 위한 주파수 응답
Fig. 8 Frequency response of the 10th cascading Chebyshev BPF for the skirt characteristic analysis

Butterworth BPF, 점선(dotted line)은 종속 Chebyshev BPF, 쇠선(dot-and-dash line)은 4차 Chebyshev BPF와 6차 Butterworth BPF를 종속 접속한 BPF의 주파수 응답이다. 그림 8의 주파수 응답으로부터 skirt 특성을 분석하기 위하여 저주파 천이대역과 고주파 천이대역을 분리하여 그림 9와 그림 10에 확대하여 나타내었다. 그림 3.4와 같은 저주파 천이대역에서 α_1 (-3dB)에 해당하는 f_{CL} 과 α_2 (-30dB)에 해당하는 f_L 을 세밀하게 측정하여 저주파 천이대역 Δf_L 을 표 3.1에 정리하였다. 표 1로부터 10차 종속 Chebyshev BPF는 동일 차수의 Chebyshev BPF보다는 저주파 천이대역폭이 1.1655[kHz]만큼 넓지만 Butterworth BPF

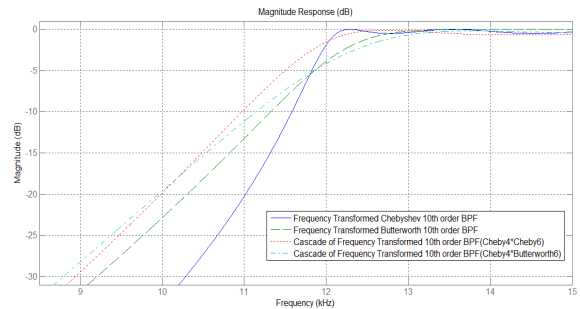


그림 9 skirt 특성 분석을 위한 저주파 천이대역의 확대도(10차 BPF)
Fig. 9 Detailed wave of the upper side band at the 10th BPF

표 1 10차 BPF의 저주파 천이대역 비교 분석

Table 1 The comparison of the lower side band at the 10th BPF

필터 유형(10차)	f_{CL} [kHz]	f_L [kHz]	Δf_L [kHz]
Chebyshev	11.9294	10.2841	1.6453
Butterworth	12.1277	9.2050	2.9227
종속 Cheby*Butter	12.2324	8.7930	3.4394
종속 Chebyshev	11.7529	8.9421	2.8108

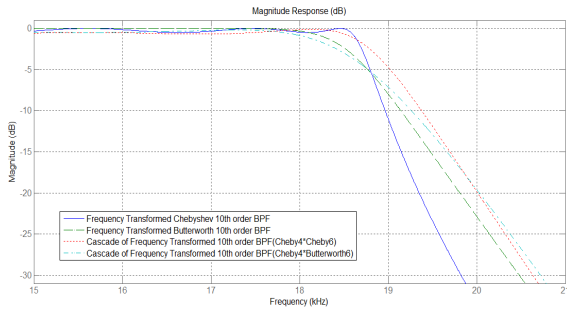


그림 10 skirt 특성 분석을 위한 고주파 천이대역의 확대도(10차 BPF)

Fig. 10 Detailed wave of the lower side band at the 10th BPF

보다는 0.1119[kHz]의 천이대역폭이 작게 측정되었다. 본래 Chebyshev BPF는 등맥동의 리플이 있는 반면 급준한 skirt 특성을 가지므로 위의 실험 결과가 타당하며 제안한 종속 Chebyshev BPF는 다른 두 가지의 BPF보다는 급준한 skirt 특성을 갖는 것을 확인할 수 있다.

이제 고주파 천이대역을 비교 분석하기 위하여 고주파 천이대역을 확대하여 그림 10에 나타낸다.

저주파 천이대역의 비교 분석 과정과 동일하게 그림 10와 같은 고주파 천이대역에서도 α_1 (-3dB)에 해당하는 f_{cH} 와 α_2 (-30dB)에 해당하는 f_H 를 세밀하게 측정하여 고주파 천이대역 Δf_H 를 표 2에 정리하였다. 고주파 천이대역에서도 저주파 천이대역의 분석 결과와 마찬가지로 제안한 종속 Chebyshev BPF가 Butterworth BPF의 천이대역보다 0.1136[kHz] 작게 측정되며 급준한 skirt 특성을 확인할 수 있다.

표 2 10차 BPF의 고주파 천이대역 비교 분석

Table 2 The comparison of the upper side band at the 10th BPF

필터 유형(10차)	f_{cH} [kHz]	f_H [kHz]	Δf_H [kHz]
Chebyshev	18.7224	19.8227	1.1003
Butterworth	18.5802	20.4790	1.8988
종속 Cheby*Butter	18.5042	20.7182	2.2140
종속 Chebyshev	18.8471	20.6323	1.7852

3.2 12차 종속 Chebyshev BPF의 skirt 특성 비교

그림 11과 그림 12에 12차 BPF의 skirt 특성을 비교하기 위한 저주파 천이대역과 고주파 천이대역의 확대도를 나타낸다.

그림 11의 안쪽으로부터 실선은 주파수 변환된 12차 Chebyshev BPF의 주파수 응답이고 파선은 종속 Chebyshev BPF, 점선은 Butterworth BPF, 쇠선은 4차 Chebyshev BPF와 8차 Butterworth BPF를 종속 접속한 12차 종속 Chebyshev*Butterworth BPF의 주파수 응답이다. 실선의 Chebyshev BPF는 가장 급준한 skirt 특성을 보이고 있으며 그 다음은 파선의 4차의 Chebyshev BPF와 8차의

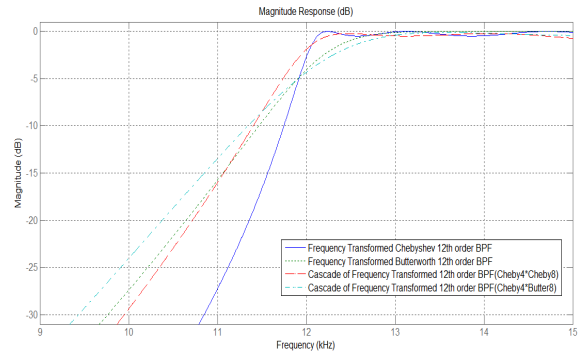


그림 11 skirt 특성 분석을 위한 저주파 천이대역의 확대도(12차 BPF)

Fig. 11 Detailed wave of the lower side band at the 12th BPF

Chebyshev BPF를 종속 결합한 BPF, 그리고 점선의 Butterworth BPF, 쇠선의 4차 Chebyshev와 8차 Butterworth를 종속 접속한 BPF의 순으로 급준한 skirt 특성을 보이고 있다. 표 3에 그림 11을 보다 세밀하게 측정하여 나타내고 있다. 표 3에서처럼 12차 종속 Chebyshev BPF는 급준한 skirt 특성을 보이는 Chebyshev BPF보다는 천이대역폭이 0.8012[kHz]만큼 넓지만 BPF는 Butterworth BPF보다는 0.4197[kHz]만큼 작은 천이대역을 가지며 Chebyshev BPF와 Butterworth BPF를 종속 접속한 종속 Cheby*Butter BPF보다는

표 3 12차 BPF의 저주파 천이대역 비교 분석

Table 3 The comparison of the lower side band at the 12th BPF

필터 유형(12차)	f_{cL} [kHz]	f_L [kHz]	Δf_L [kHz]
Chebyshev	11.9897	10.8485	1.1412
Butterworth	12.1274	9.7653	2.3621
종속 Cheby*Butter	12.2106	9.4356	2.7750
종속 Chebyshev	11.8938	9.9514	1.9424

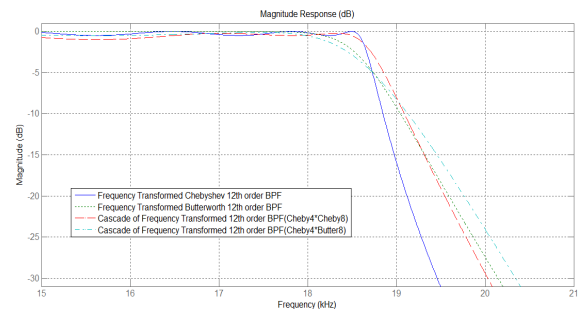


그림 12 skirt 특성 분석을 위한 고주파 천이대역의 확대도(12차 BPF)

Fig. 12 Detailed wave of the upper side band at the 12th BPF

0.8326[kHz]의 매우 작은 천이대역을 갖는다. 또한 고주파 천이대역을 확대한 주파수 응답은 그림 12과 같으며 천이대역폭을 정밀하게 측정하여 표 4에 나타내고 있다.

표 4 12차 BPF의 고주파 천이대역 비교 분석

Table 4 The comparison of the upper side band at the 12th BPF

필터 유형(12차)	f_{CH} [kHz]	f_H [kHz]	Δf_H [kHz]
Chebyshev	18.6795	19.4601	0.7806
Butterworth	18.5804	20.1440	1.5636
중속 Cheby*Butter	18.5201	20.3425	1.8224
중속 Chebyshev	18.7477	20.0300	1.2823

제안한 중속 Chebyshev 12차 BPF는 표 4의 고주파 천이대역의 측정치에 나타낸바와 같이 Butterworth BPF의 천이대역보다 0.2813[kHz]만큼 작은 천이대역폭을 갖는 것으로 나타났으며 skirt 특성이 급준함을 알 수 있다.

3.3 14차 중속 Chebyshev BPF의 skirt 특성 비교

본 절에서는 14차 Chebyshev BPF와 14차 Butterworth BPF, 6차*8차의 14차 중속 Chebyshev BPF 그리고 6차 Butterworth*8차 Chebyshev의 14차 중속 Butterworth*Chebyshev BPF를 비교한다. 그림 13과 그림 14에 BPF의 skirt 특성을 비교하기 위한 주파수 응답을 저주파 천이대역과 고주파 천이대역으로 각각 구분하여 나타내고 있다.

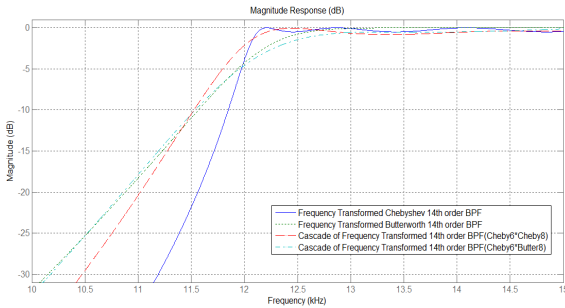


그림 13 skirt 특성 분석을 위한 저주파 천이대역의 확대도(14차 BPF)

Fig. 13 Detailed wave of the lower side band at the 14th BPF

이전의 주파수 응답과 동일하게 그림 13의 안쪽부터 실선은 주파수 변환된 14차 Chebyshev BPF의 주파수 응답이고 파선은 14차 중속 Chebyshev BPF, 점선은 14차 Butterworth BPF, 쇠선은 14차 중속 Chebyshev*Butterworth BPF의 주파수 응답이다. 실선의 Chebyshev BPF는 가장 급준한 skirt 특성을 보이고 있으며 그 다음은 파선의 4차의 Chebyshev BPF와 8차의 Chebyshev BPF를 중속 결합한 BPF, 그리고 점선의 Butterworth BPF, 쇠선의 4차 Chebyshev와 8차 Butterworth를 중속 접속한 BPF의 순으

중속 Chebyshev BPF와 동일 차수 BPF의 skirt 특성 비교

로 급준한 skirt 특성을 보이고 있다. 그림을 보다 정밀하게 확대하여 측정한 결과를 표 5에 보이고 있다.

표 5는 14차 BPF의 저주파 천이대역을 보여준다. 표에서 보이는 것과 같이 가장 급준한 skirt 특성을 보이고 있는 BPF는 Chebyshev BPF로서 천이 대역폭은 0.8361[kHz]이고 중속 Chebyshev BPF는 1.4556[kHz]로서 Butterworth BPF의 1.9761[kHz]보다는 약 73.66%의 천이대역폭을 갖는다. 중속 Chebyshev*Butterworth BPF는 가장 완만한 skirt 특성을 가지며 약 2.0201[kHz]의 천이대역폭을 갖는 것으로 나타난다.

그림 14는 14차 BPF의 고주파 천이대역을 분석하기 위한 주파수 응답을 보여주고 있다. 그림 14에서 실선의 Chebyshev BPF는 가장 가파른 skirt 특성을 보여주고 있으며 그 다음은 파선의 중속 Chebyshev BPF, 그리고 점선의 Butterworth BPF와 쇠선의 Chebyshev와 Butterworth BPF를 중속 접속한 BPF는 비슷한 skirt 특성을 보이고 있다. 보다 정확한 분석을 위하여 -3[dB]

표 5 14차 BPF의 저주파 천이대역 비교 분석

Table 5 The comparison of the lower side band at the 14th BPF

필터 유형(14차)	f_{CL} [kHz]	f_L [kHz]	Δf_L [kHz]
Chebyshev	12.0259	11.1898	0.8361
Butterworth	12.1273	10.1512	1.9761
중속 Cheby*Butter	12.1961	10.1760	2.0201
중속 Chebyshev	11.9298	10.4742	1.4556

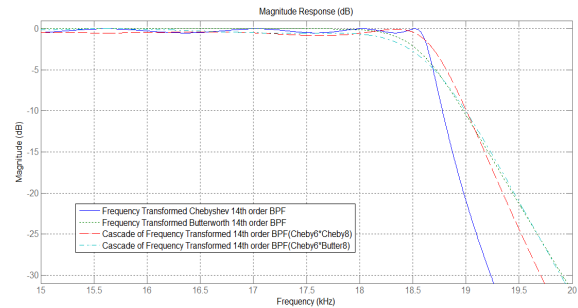


그림 14 skirt 특성 분석을 위한 고주파 천이대역의 확대도(14차 BPF)

Fig. 14 Detailed wave of the upper side band at the 14th BPF

표 6 14차 BPF의 고주파 천이대역 비교 분석

Table 6 The comparison of the upper side band at the 14th BPF

필터 유형(14차)	f_{CH} [kHz]	f_H [kHz]	Δf_H [kHz]
Chebyshev	18.6535	19.2337	0.5802
Butterworth	18.5806	19.9061	1.3255
중속 Cheby*Butter	18.5307	19.8906	1.3599
중속 Chebyshev	18.7221	19.7022	0.9801

표 7 BPF의 천이대역폭과 백분율

Table 7 The transition band width and percentage of the BPF

필터 유형		천이대역폭(kHz)		백분율(%)	
		Δf_L	Δf_H	저주파 천이대역	고주파 천이대역
10차	종속 Chebyshev	2.8108	1.7852	100	100
	Chebyshev	1.6453	1.1003	58.53	61.63
	Butterworth	2.9227	1.8988	103.98	106.36
	종속 Cheby*Butter	3.4394	2.2140	122.36	124.02
12차	종속 Chebyshev	1.9424	1.2823	100	100
	Chebyshev	1.1412	0.7806	58.75	60.87
	Butterworth	2.3621	1.5636	121.61	121.94
	종속 Cheby*Butter	2.7750	1.8224	142.86	142.12
14차	종속 Chebyshev	1.4556	0.9801	100	100
	Chebyshev	0.8361	0.5802	57.44	59.20
	Butterworth	1.9761	1.3255	135.76	135.24
	종속 Cheby*Butter	2.0201	1.3599	138.78	138.75

지점의 주파수 f_{cH} [kHz]와 -30[dB]에 해당하는 f_H [kHz]를 정밀 측정하여 표 6에 나타내었다.

14차 BPF의 고주파 천이대역을 정밀하게 측정한 결과 10차와 12차 실험 결과와 동일하게 Chebyshev BPF, 종속 Chebyshev BPF, Butterworth BPF, 종속 Chebyshev*Butterworth BPF의 순으로 급준한 skirt 특성을 보이고 있다. 각각의 천이대역폭은 표 6에 나타낸 것처럼 0.5802[kHz], 0.9801[kHz], 1.3255[kHz], 1.3599[kHz]로 분석된다. 이상과 같은 결과를 종속 Chebyshev BPF를 기준으로 하여 각 BPF의 천이대역을 백분율로 정리하면 표 7과 같다.

4. 결 론

본 논문에서는 동일 차수를 갖는 서로 다른 BPF의 skirt 특성을 연구하였다. 먼저 Prototype analog LPF를 설계하였고, 설계한 LPF를 BPF로 주파수 변환한 BPF를 설계하였으며 종속 접속 BPF도 설계하였다. 또한 실험 결과의 확실성을 위하여 10차의 BPF와 12차 BPF, 14차 BPF를 각각 설계하여 비교 분석하였다. 아울러 정확한 비교 분석을 위하여 결과 파형을 10,000배 확대하여 정밀 측정하였으며 그 결과들을 정리하여 표로 제시하였다. 그 결과 리플이 있는 Chebyshev BPF는 다른 종류의 BPF보다 급준한 skirt 특성을 보였으며 Chebyshev BPF를 종속 접속한 BPF는 Chebyshev BPF보다는 급준한 skirt 특성을 보이지는 않지만 다른 두 종류의 BPF보다는 가파른 skirt 특성을 갖는 것을 확인하였다. 이러한 비교 분석 결과가 BPF 설계 분야에 도움이 되기를 바라며 향후 연구과제로 종속 Chebyshev BPF의 리플 감쇄와 skirt 특성에 관한 trade-off에 관한 세밀한 연구가 필요하다고 사료된다.

References

- [1] Doo-Byung Kang, Seung-Sik Shin, "A study on the Cascading Chebyshev Filter for Ripple Cancellation," THE TRANSACTIONS OF THE KOREAN INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS, VOL.61, NO 1, NOV 2012
- [2] Seung-Sik Shin, "A study on the ripple cancellation using two cascading Chebyshev filters,"THE TRANSACTIONS OF THE KOREAN INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS, VOL.61, NO 11, NOV 2012
- [3] Jung-Hwan Kim, Seung-Sik Shin, "A study on the performance of the Stable Cascading BPF,"THE TRANSACTIONS OF THE KOREAN INSTITUTE OF ELECTRICAL ENGINEERS, VOL.62, NO 12, NOV 2013
- [4] Jinwoo Nam, Digital Signal Processing, BooksHill, 2008
- [5] Chaewook Lee, Digital Signal Processing & Filter Design, BooksHill, 2008
- [6] John G. Proakis, Dimitris. G. Manolakis, Digital Signal Processing, Prentice Hall Inc., 2006.
- [7] Phillips/Nagle, Digital control system analysis and design, Prentice-Hall, 1995.
- [8] Vinay K, INGLE, John G. Proakis, Digital Signal Processing using MATLAB 2/E, Thomson, 2007.
- [9] Lynn Paul A., Fuerst W, Introductory Digital Signal Processing 2/E, Wiley, 2008.
- [10] Ivan W. Selesnick and C. Sidney Burrus, "Generalized Digital Butterworth Filter Design," IEEE TRANSACTIONS ON SIGNAL PROCESSING, VOL. 46, NO. 6, JUNE 1998
- [11] David Bsiez-Lcipez and Victor Jimknez-Fernindez, "Modified Chebyshev Filter Design," IEEE, pp.642-646, 2000
- [12] Rong Ye, Qing-Zin Chu, "Extraction of Finite Transmission Zero of General Chebyshev Filter," IEEE International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology Proceedings, pp.272-274, 2004 4th.

저 자 소 개



신 승 식 (Seung-Sik Shin)

1997년 2월 숭실대학교 대학원 전기공학부 졸업 (공학석사)
 2004년 8월 숭실대학교 대학원 전기공학부 졸업 (공학박사)
 2000~2004년 인덕대학 겸임전임강사
 2004~2009년 서일대학 겸임전임강사
 2009년~현재 동양미래대학교 전기공학과 조교수