

자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화에 기반한 자기 부상 시스템의 스위칭 제어

Switching Control of Electromagnetic Levitation System based on Jacobian Linearization and Input-Output Feedback Linearization

정민길* · 최호림†
(Min-Gil Jeong · Ho-Lim Choi)

Abstract - Electromagnetic levitation system(EMLS) is one of the well known nonlinear systems. Often, it is not easy to control an EMLS due to its high nonlinearity. In this paper, we first apply two linearization method(jacobian and input-output feedback linearization) to design two feedback controllers for an EMLS. Then, by observing the advantages of each controller, we design a switching control algorithm which engage two controllers depending on the position of the steel ball in order to achieve the improved performance over each controller. The validity of our switching control approach is verified via both simulation and actual experimental results.

Key Words : Electromagnetic levitation system, Jacobian linearization, Input-output feedback linearization, Switching control

1. 서론

자기 부상 시스템은 전자기력을 이용하여 물체를 공중에 띄우는 장치로써 입력전압을 통해 자기력을 발생시켜 코일에서의 전류 조절에 의해 쇠공의 공극을 제어하는 비선형 시스템이다. 이와 같은 자기 부상 원리를 이용하여 물체를 띄우면 물체와 물체 사이에 접촉면이 없어 소음 및 기계적 마찰이 발생하지 않기 때문에 고속 회전체의 자기 베어링, 자기 부상 열차 등 다양한 산업 분야에서 응용되고 있다. 또한 자기 부상 시스템은 피드백 제어의 개념을 익히려는 학습자를 위한 교육용 시스템으로도 자주 활용된다. 자기 부상 시스템은 비선형 시스템이고 불안정한 시스템이므로 제어 이론의 학습 이외에도 새로운 제어 이론을 적용하여 성능 및 유효성을 평가하기에도 알맞은 시험 표준 시스템이다. 이러한 특성 때문에 자기 부상 시스템에 대해 다양한 연구가 진행되어왔다[1, 2, 4, 7, 9]. 자기 부상 시스템을 표현하는 모델식은 비선형 방정식으로 주어지므로 선형화 기법을 통해 근사된 식을 이용하면 제어를 설계하는데 있어 더욱 용이하다. 이러한 비선형 시스템을 선형화 하는데 있어 기존의 연구에서는 한 가지 선형화 기법을 적용하여 제어를 설계하였다[1, 2, 4, 7, 9]. 한편, [3, 11]에서는 설계한 제어기의 성능을 개선하기 위해 스위

칭 제어와 같은 제어 기법을 이용한 연구도 진행되었다. 즉, 단일 제어기를 적용하는 것보다 두 개 이상의 복수의 제어기를 설계하고 각각의 설계된 제어기를 알고리즘에 따라서 효과적으로 적용하면 각각의 제어기에서 얻는 성능보다 향상된 성능을 얻을 수 있다는 것이다.

따라서 본 논문에서는 Quanser사의 자기 부상 시스템에 자코비안 선형화와 입-출력 궤환 선형화 두 가지 선형화 기법을 적용하여 각각의 제어기를 설계하고, 스위칭 제어 기법을 이용하여 제어기의 성능을 개선하였다. 두 가지 선형화 기법에 근거하여 극배치 기법을 이용한 제어기를 각각 설계하여 모의 실험과 실제 실험을 통해 제어기의 성능을 확인하였고, 시스템의 출력 y 를 비교해보았다. 자코비안 선형화 기반 제어기는 국소영역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 크지만 정상상태에서 더 고르고, 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기는 전대역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 작지만 정상상태에서 진동이 심하다는 것을 확인할 수 있었다. 이에, 우리는 스위칭 제어 기법을 적용하여 두 제어기의 장점만을 이용한 더욱 개선된 성능의 제어기를 제안하였다. 또한, 모의 실험 및 실제 실험을 통해 제안된 제어기의 개선된 성능을 입증하였다.

2. 자기 부상 시스템 모델링 및 두 가지 선형화에 근거한 제어기 설계

2.1 자기 부상 시스템 모델링

그림 1은 본 논문에서 다루는 Quanser 사의 자기 부상 시스

* Dept. of Electrical Engineering, Dong-A University, Korea.

† Corresponding Author : Dept. of Electrical Engineering, Dong-A University, Korea.

E-mail : hlchoi@dau.ac.kr

Received : November 03, 2014; Accepted : March 24, 2015

템의 장비 구성을 나타낸 것이고, 시스템을 도식적으로 나타낸 것은 그림 2와 같다. 자기 부상 시스템의 동역학 방정식은 식 (1)과 같다[8].

$$V_c(t) = (R_c + R_s)I_c(t) + L_c \left(\frac{d}{dt} I_c(t) \right) \quad (1)$$

$$\ddot{x}_b = -\frac{1}{2} \frac{K_m I_c^2}{M_b x_b^2} + g$$

여기서 x_b 는 쇠공의 위치, R_c 는 코일의 저항, R_s 는 전류측정기의 저항, L_c 는 코일의 전류, L_c 는 코일의 인덕턴스, K_m 은 전자기력 상수, M_b 는 쇠공의 질량, g 는 중력 가속도이다.

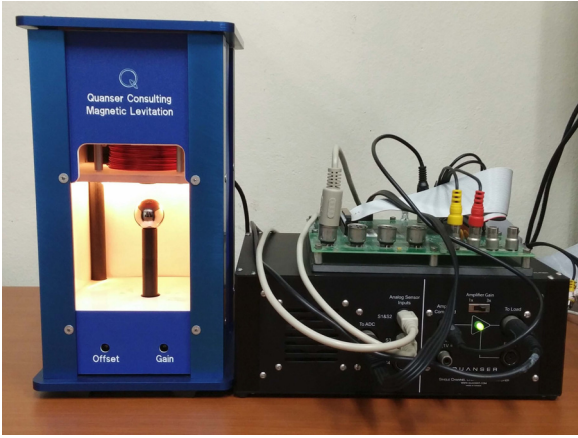


그림 1 자기 부상 시스템
Fig. 1 Electromagnetic levitation system

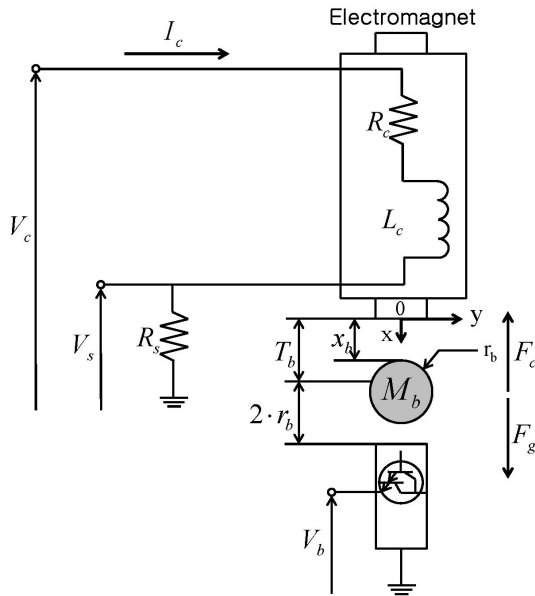


그림 2 자기 부상 시스템의 개략도
Fig. 2 Schematic of electromagnetic levitation system

표 1은 Quanser사의 자기 부상 시스템의 사양을 나타낸 것이다[8].

표 1 자기 부상 시스템의 사양

Table 1 Specifications of electromagnetic levitation system

Parameter	Description	Value
R_c	Coil Resistance	10 Ω
R_s	Current Sense Resistance	1 Ω
L_c	Coil Inductance	412.5 mH
K_m	Electromagnet Force Constant	$6.5308 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{A}^2$
M_b	Mass of Ball	0.068 kg
g	Gravitational Constant	9.81 m/s^2

식 (1)을 상태방정식 형태로 나타내기 위해 상태변수와 입력변수를 식 (2)와 같이 설정하면

$$x_b = x_1, \dot{x}_b = x_2, I_c(t) = x_3, V_c(t) = u \quad (2)$$

상태방정식은 식 (3)과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -\frac{1}{2} \frac{K_m x_3^2}{M_b x_1^2} + g \\ \dot{x}_3 &= -\frac{R_c + R_s}{L_c} x_3 + \frac{1}{L_c} u \\ y &= x_1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 시스템의 입력은 u 이고 시스템의 측정 가능한 출력 즉, 쇠공의 위치는 y 이다.

자기 부상 시스템은 비선형성이 높은 시스템이므로 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 두 가지 선형화 기법을 각각 적용하여 보다 다루기 쉬운 선형시스템으로 변환하여 표현하도록 한다.

2.2 자코비안 선형화에 근거한 제어기 설계

자코비안 선형화(Jacobian linearization)는 시스템의 평형점을 중심으로 선형화해서 시스템을 근사화 하고자 할 때 많이 사용되는데 시스템 함수의 변화를 자체가 작아야 그 근사값이 신뢰도가 높아진다.

자기 부상 시스템의 상태방정식 (3)에서 $y = x_1$ 을 만족하는 평형점 (x_{10}, x_{20}, x_{30}) 와 정상상태 입력 u_0 를 구하면 $x_{10} = x_{b0}$, $x_{20} = 0$, $x_{30} = x_{b0} \sqrt{\frac{2M_b g}{K_m}}$ ($= i_0$)이고, $u_0 = (R_c + R_s)x_{30}$ 이다.

비선형 모델식 (3)을 위 평형점에서 자코비안 선형화로 근사시키면 식 (4)를 구할 수 있다.

$$\dot{\delta x} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_m i_0^2}{M_b x_{bo}^3} & 0 & -\frac{K_m i_0}{M_b x_{bo}^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R_c + R_s}{L_c} \end{bmatrix}}_A \delta x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_c} \end{bmatrix}}_B \delta u \quad (4)$$

여기서 $\delta x = [x_1 - x_{10}, x_2 - x_{20}, x_3 - x_{30}]^T$, $\delta u = u - u_0$, $\delta y = \delta x_1$ 이다.

상태방정식 (3)에서 자코비안 선형화를 통해 근사된 식 (4)를 이용하여 극배치 기법에 기반한 제어기를 설계하도록 한다. 제어기 설계를 위해 식 (4)의 A 와 B 를 이용하여 A_K 즉, $A_K = A + BK$ ($K = [k_1, k_2, k_3]$)가 Hurwitz가 되도록 하는 제어기의 gain을 구한다.

$$A_K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{K_m i_0^2}{M_b x_{bo}^3} & 0 & -\frac{K_m i_0}{M_b x_{bo}^2} \\ 0 & 0 & -\frac{R_c + R_s}{L_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_c} \end{bmatrix} [k_1 \ k_2 \ k_3] \quad (5)$$

식 (4)에서 $\delta u = u - u_0$ 이므로 $u = \delta u + u_0 = K\delta x + u_0$ 이다. 따라서 제어기 식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u = k_1(x_1 - x_{10}) + k_2(x_2 - x_{20}) + k_3(x_3 - x_{30}) + u_0 \quad (6)$$

설계한 자코비안 선형화에 근거한 제어기의 성능을 모의 실험 및 실제 실험을 통해 알아보도록 한다.

모의 실험 환경은 시스템의 초기 조건을 $x_1(0) = 0.014$,

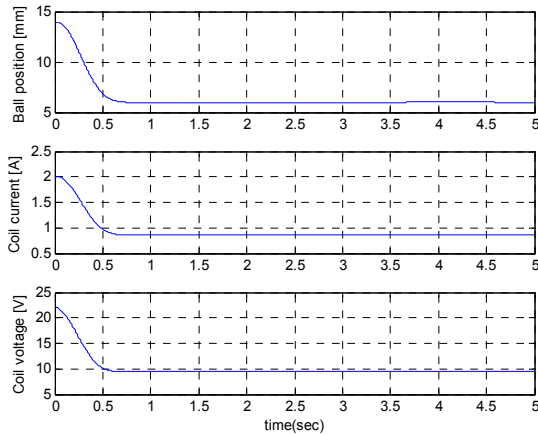


그림 3 자코비안 선형화 기반 제어기 모의 실험 결과
Fig. 3 Simulation results of jacobian linearization based controller

$x_2(0) = 0$, $x_3(0) = 2.001$ 로 설정하고, 제어기의 기본 설계를 위해 A_K 의 극점을 $-10, -12, -14$ 로 정하였다. 또한 표 1의 자기 부상 시스템의 사양을 이용하였으며 제어 목표를 $x_b = 6$ [mm]로 설정하였다.

실제 실험 환경은 제어기의 기본 설계를 위해 A_K 의 극점을 $-50, -60, -70$ 로 설정하였다. 실제 시스템에서 존재하는 불확실성 및 실험 장비의 노이즈로 인하여 모의 실험에서 사용한 A_K 의 극점을 실제 실험에서 사용하니 충분한 제어 입력이 발생하지 않아 모의 실험에서 사용한 A_K 의 극점에 비해 5배 정도 낮추게 되었다.

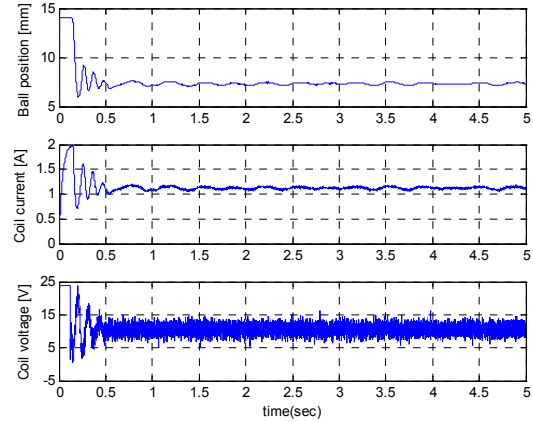


그림 4 자코비안 선형화 기반 제어기 실제 실험 결과
Fig. 4 Actual experimental results of jacobian linearization based controller

그림 3, 4는 각각 모의 실험 및 실제 실험을 통해 쇄공의 위치와 코일의 전류, 코일의 전압을 나타낸 것이다.

관찰 1 : 모의 실험 및 실제 실험 결과를 관찰해보면 자코비안 선형화에 근거한 제어기는 오버슈트 및 언더슈트는 크지만 정상상태에서 진동이 적다는 것을 확인할 수 있다.

2.3 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기 설계

입-출력 궤환 선형화(Input-output feedback linearization)는 비선형 시스템에 상태 궤환을 가하여 결과적인 궤환 시스템이 선형의 특성을 갖도록 하는 것이다. $y = x_1 = z_1$, $z_2 = \dot{x}_1 = x_2$, $z_3 = \dot{x}_2 = -\frac{1}{2} \frac{K_m x_3^2}{M_b x_1^2} + g$ 라고 하면 식 (3)을 입-출력 궤환 선형화를 통해 다음과 같이 변환식을 설정할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= \frac{K_m x_2 x_3^2}{M_b x_1^3} + \frac{K_m (R_c + R) x_3^2}{L_c M_b x_1^2} - \frac{K_m x_3 u}{L_c M_b x_1^2} \\ &= \frac{K_m x_3}{M_b x_1^2} \left(x_2 x_3 + \frac{(R_c + R) x_3}{L_c} - \frac{u}{L_c} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)에서 $\alpha(x)$ 와 $\beta(x)$ 는 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \alpha(x) &= \frac{K_m x_3}{M_b x_1^2} \left(\frac{x_2 x_3}{x_1} + \frac{(R_c + R_s)x_3}{L_c} \right) \\ \beta(x) &= -\frac{K_m x_3}{L_c M_b x_1^2} \end{aligned} \quad (8)$$

식 (8)를 이용하여 u 를 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\beta(x)} (-\alpha(x) + v) \\ &= -\frac{L_c M_b x_1^2}{K_m x_3} \left[-\frac{K_m x_3}{M_b x_1^2} \left(\frac{x_2 x_3}{x_1} + \frac{(R_c + R_s)x_3}{L_c} \right) + v \right] \\ &= \frac{L_c x_2 x_3}{x_1} + (R_c + R_s)x_3 - \frac{L_c M_b x_1^2}{K_m x_3} v \end{aligned} \quad (9)$$

식 (9)를 식 (7)의 \dot{z}_3 에 대입하면 다음과 같이 v 를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{K_m x_3}{M_b x_1^2} \left(\frac{x_2 x_3}{x_1} + \frac{(R_c + R_s)x_3}{L_c} \right) \\ - \frac{K_m x_3}{M_b x_1^2} \left[\frac{L_c x_2 x_3}{x_1} + (R_c + R_s)x_3 - \frac{L_c M_b x_1^2}{K_m x_3} v \right] = v \end{aligned} \quad (10)$$

따라서 식 (7)에 식 (10)을 적용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ \dot{z}_3 &= v \end{aligned} \quad (11)$$

시스템의 출력 y 의 제어 목표를 x_{bo} 라고 하면 $y - x_{bo} = z_1 - x_{bo} = 0$ 이 되어야 한다. $e_1 = z_1 - x_{bo}$, $e_2 = z_2$, $e_3 = z_3$ 라고 하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{e}_1 &= \dot{z}_1 = z_2 = e_2 \\ \dot{e}_2 &= \dot{z}_2 = z_3 = e_3 \\ \dot{e}_3 &= \dot{z}_3 = v \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)를 행렬로 나타내면 다음과 같다.

$$\dot{e} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A e + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u \quad (13)$$

여기서 $e = [e_1, e_2, e_3]^T$ 이다.

제어기 설계를 위해 식 (13)의 A 와 B 를 이용하여 A_K 즉, $A_K = A + BK$ ($K = [k_1, k_2, k_3]$)가 Hurwitz가 되도록 하는 제어기의 gain을 구한다.

$$A_K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [k_1 \ k_2 \ k_3] \quad (14)$$

v 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} v &= Ke \\ &= k_1 e_1 + k_2 e_2 + k_3 e_3 \\ &= k_1 (z_1 - x_{bo}) + k_2 z_2 + k_3 z_3 \end{aligned} \quad (15)$$

식 (9)와 식 (15)를 통해 제어기 식을 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$u = \frac{L_c x_2 x_3}{x_1} + (R_c + R_s)x_3 - \frac{L_c M_b x_1^2}{K_m x_3} [k_1 (z_1 - x_{bo}) + k_2 z_2 + k_3 z_3] \quad (16)$$

설계한 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기의 성능을 모의 실험 및 실제 실험을 통해 알아보도록 한다. 모의 실험 및 실제 실험 환경은 자코비안 선형화에 근거한 제어기와 모두 동일하다.

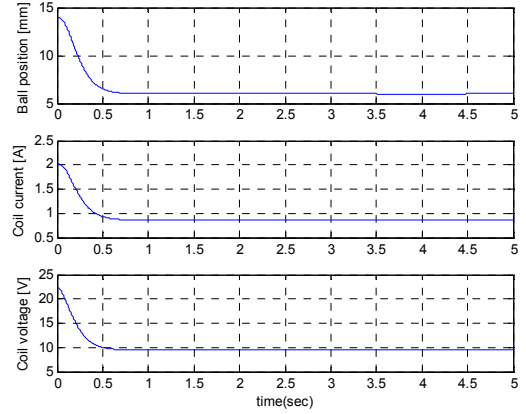


그림 5 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기 모의 실험 결과
Fig. 5 Simulation results of input-output linearization based controller

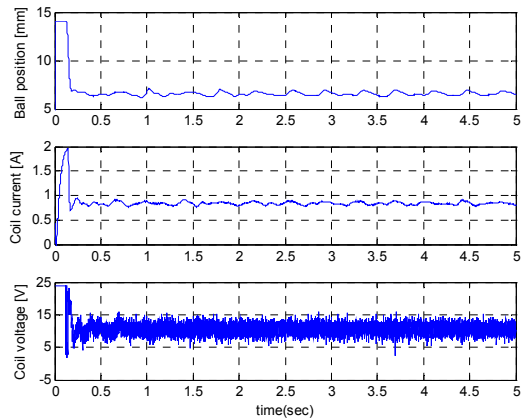


그림 6 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기 실제 실험 결과
Fig. 6 Actual experimental results of input-output linearization based controller

그림 5, 6은 각각 모의 실험 및 실제 실험을 통해 쇄공의 위치와 코일의 전류, 코일의 전압을 나타낸 것이다.

관찰 2 : 모의 실험 및 실제 실험 결과를 관찰해보면 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기는 오버슈트 및 언더슈트는 작지만 정상상태에서 진동이 심하다는 것을 확인할 수 있다.

3. 스위칭 제어 기법을 이용한 제어기 설계

3.1 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기 비교

자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기의 모의 실험 및 실제 실험 결과를 비교해보도록 한다.

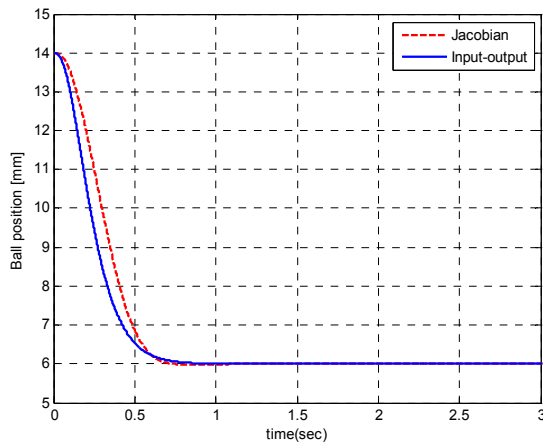


그림 7 두 가지 제어기 모의 실험 결과 비교

Fig. 7 Comparison of two controllers simulation results

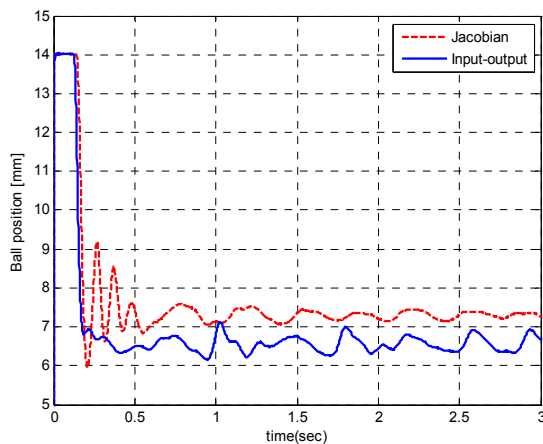


그림 8 두 가지 제어기 실제 실험 결과 비교

Fig. 8 Comparison of two controllers actual experimental results

그림 7, 8은 각각 자기 부상 시스템에 대한 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기의 모의 실험 및 실제 실험 결과에서 시스템의 출력 y 를 비교한 것이다.

관찰 3 : 자코비안 선형화 기반 제어기는 평형점을 중심으로 한 국소영역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 크지만 정상상태에서 더 고르고, 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기는 전대역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 작지만 정상상태에서 진동이 심하다는 것을 확인할 수 있다.

3.2 스위칭 제어 알고리즘

관찰 1, 2, 3을 토대로 스위칭 제어 기법을 이용하여 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기를 각각 적용하여 두 제어기의 장점만을 이용한 더욱 개선된 성능의 제어기를 제안한다.

시스템의 출력과 제어 목표의 차이 즉, $y - x_{bo}$ 가 0이 되면 출력이 원하는 목표로 제어가 되는 것인데 스위칭 조건을 오차 판단 기준 $y - x_{bo}$ 로 정하고, 그림 7, 8에서 두 가지 제어기의 출력을 비교한 것을 바탕으로 과도영역에서 성능이 좋은 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기와 정상상태 영역에서 성능이 좋은 자코비안 선형화 기반 제어기를 실험을 통해 두 제어기의 장점을 이용하는 스위칭 조건 $y - x_{bo}$ 의 값을 찾아주어야 한다. 그림 4와 그림 6의 실제 실험 결과를 보면 입력이 튀기 전에 스위칭 되는 것이 좋다는 것을 알 수 있는데 입력이 튀는 부분의 스위칭 조건이 6[mm] 부근일 것이라 관찰하였고, 그림 9의 실험 결과에서 볼 수 있듯이 기대한대로 6[mm]가 최적의 스위칭 조건인 것을 확인하였다. 스위칭 조건이 8[mm]일 경우에는 6[mm]인 경우에 비해 스위칭 동작이 빨리 이루어지므로 자코비안 선형화 기반 제어기가 빨리 작동되어 과도영역에서 진동이 더 많고, 4[mm]일 경우에는 6[mm]인 경우에 비해 스위칭 동작이 늦게 이루어지므로 초반에 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기의 작동이 길어져 과도상태에서 정상상태 도달 시 진동이 잦다는 것을 알 수 있다.

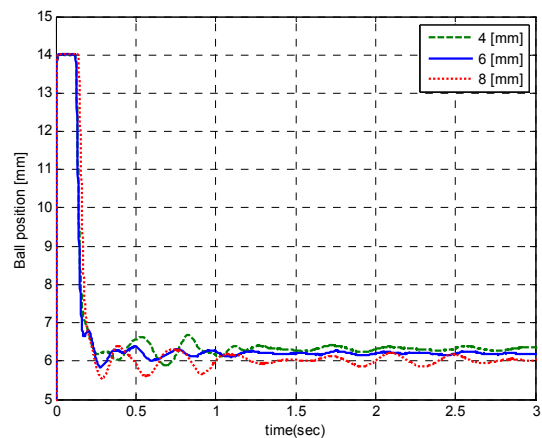


그림 9 스위칭 조건에 따른 제어기 실제 실험 결과

Fig. 9 Actual experimental results of the controller according to switching conditions

다음 그림은 스위칭 제어 알고리즘을 순서도로 나타낸 것이다.

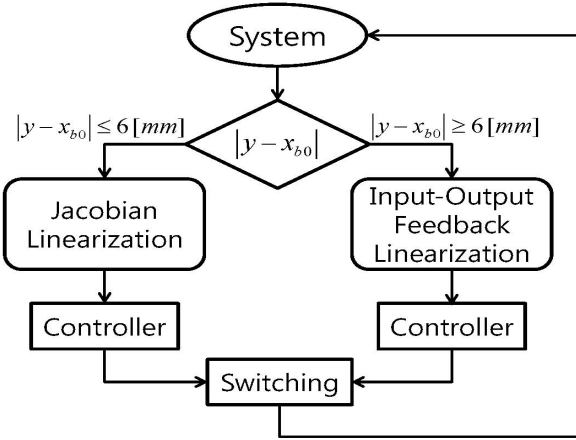


그림 10 제안된 최종 알고리즘
Fig. 10 Proposed final algorithm

스위칭 제어 알고리즘의 설명 : 자기 부상 시스템을 모델링하여 자코비안 선형화 기반 제어기와 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기를 각각 설계하여 두 가지 제어기를 시스템의 출력과 제어 목표의 차이로 스위칭하여 원하는 구간에서만 작동시킨다. 즉, $|y - x_{b0}| \geq 6$ [mm]일 때는 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기를, $|y - x_{b0}| \leq 6$ [mm]일 때는 자코비안 선형화에 근거한 제어기를 작동시키는 것이다.

입-출력 궤환 선형화 기반 제어기는 전대역에서 동작하므로 쇄공의 위치가 원하는 지점에서 멀리 떨어진 초기 상태에서부터 동작을 하지만 제어기 식 (16)을 보면 분모에 시스템의 상태변수 x_1 과 x_3 가 있는데 이것이 작아질 경우 수치적 오류가 발생하는 등의 특이점 문제가 있고, 자코비안 선형화 기반 제어기는 제어기 식 (6)을 보면 분모에 상태변수가 없어서 특이점이 없고, 로컬 영역에서는 그 성능이 안정하다는 것이 증명되어 있으므로 특이점 문제가 없는 안정한 자코비안 선형화 기반 제어기를 작동시킨다[6]. 로컬 영역에서 특이점 문제가 없는 제어기이므로 시스템의 상태변수 x_1 과 x_3 의 값으로 인한 진동이 덜할 수 있다.

3.3 모의 실험 및 실제 실험 결과

그림 11, 12는 각각 자기 부상 시스템에 대한 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기와 스위칭 제어 기법을 이용한 제어기의 모의 실험 및 실제 실험 결과에서 시스템의 출력 y 를 비교한 것이다.

스위칭 제어 기법의 적용 결과 : 스위칭 제어 기법을 적용함으로써 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기 각각의 장점만을 이용하여 시스템의 과도응답이 빨라지고 오버슈트 및 언더슈트는 작아졌으며 정상상태에서 진동이 거의 없다는 것을 확인할 수 있다.

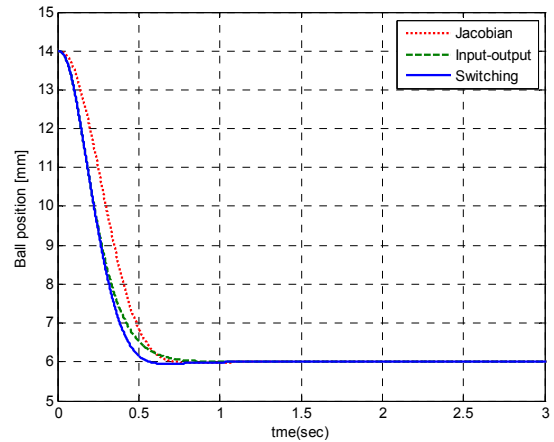


그림 11 모의 실험 결과 비교
Fig. 11 Comparison of simulation results

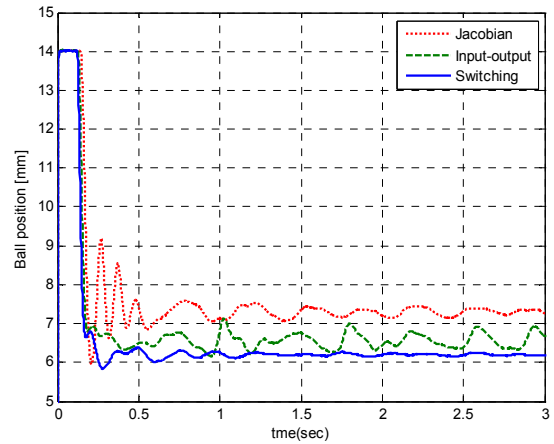


그림 12 실제 실험 결과 비교
Fig. 12 Comparison of actual experimental results

3.4 적분기를 이용한 정상상태 오차 감소

그림 12의 실험 결과를 보면 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기는 정상상태 오차가 존재하므로 정상상태 오차를 줄인 상태에서 제안된 기법의 우수성을 확인하기 위해 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기에 적분기를 추가하여 실험한 결과를 정리하였다.

자코비안 선형화 기반 제어기 식 (6)에 적분기를 추가한 식은 다음과 같다.

$$u = k_1(x_1 - x_{10}) + k_2(x_2 - x_{20}) + k_3(x_3 - x_{30}) + u_0 + k_4 \int_0^t (y - x_{b0}) ds \quad (17)$$

입-출력 궤환 선형화 기반 제어기 식 (16)에 적분기를 추가한 식은 다음과 같다.

$$u = \frac{L_c x_2 x_3}{x_1} + (R_e + R_s)x_3 - \frac{L_c M_b x_1^2}{K_m x_3} \left[k_1(z_1 - x_{10}) + k_2 z_2 + k_3 z_3 - k_4 \int_0^t (y - x_{10}) ds \right] \quad (18)$$

여기서 적분기의 gain k_4 는 각 제어기의 gain을 고려하여 실험을 통해 각각 -10, -2로 설정하였다.

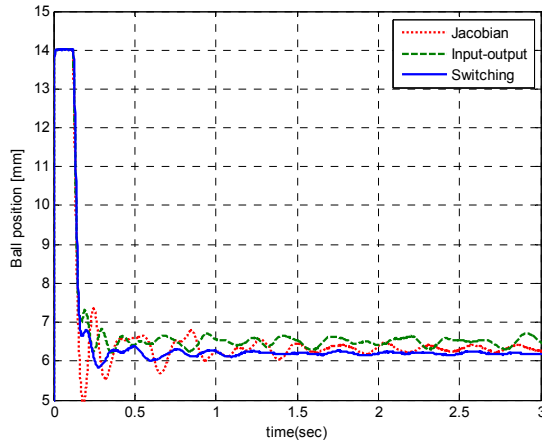


그림 13 적분기를 이용해 정상상태 오차를 줄인 실험 결과
 Fig. 13 Experimental results of the reduced steady state error using integrator

그림 13은 적분기가 추가된 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기, 스위칭 제어 기법을 이용한 제어기를 실험을 통해 출력 y 를 비교한 결과이다. 실험 결과를 통해 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기에 적분기를 추가하여 정상상태 오차가 줄어든 것을 확인할 수 있다. 적분기를 추가하여 정상상태가 줄어들어도 제안된 제어기의 성능(빠른 응답시간과 적은 진동)이 더 좋다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 비선형 시스템인 자기 부상 시스템을 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 두 가지 선형화 기법에 근거하여 제어기를 설계하고 모의 실험 및 실제 실험을 통해 제어기의 성능을 확인하였다. 모의 실험 및 실제 실험 결과를 토대로 시스템의 출력 y 를 비교한 결과 자코비안 선형화에 근거한 제어기는 평형점을 중심으로 한 국소영역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 크지만 정상상태에서 진동이 적고, 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기는 전대역에서 동작되므로 오버슈트 및 언더슈트는 작지만 정상상태에서 진동이 심하다는 것을 확인할 수 있었다. 이에 스위칭 제어 기법을 이용하여 시스템의 출력과 제어 목표의 차이 즉, $y - x_{10}$ 의 값에 따라 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화에 근거한 제어기를 각각 적용하여 두 제어기의 장점만을 이용한 더욱 개선된 성능의 제어기를 제안하였다. 모의

실험 및 실제 실험을 통해 스위칭 제어 기법을 적용함으로써 시스템의 과도응답이 빨라지고, 오버슈트 및 언더슈트는 작아졌으며 정상상태에서 진동이 거의 없다는 것을 확인하였다. 또한, 실험 결과 비교에서 발견된 정상상태 오차를 줄이기 위해 자코비안 선형화 및 입-출력 궤환 선형화 기반 제어기에 적분기를 추가하여 실험을 통해 검증하였고 그런 환경에서도 제안된 제어기의 성능(빠른 응답시간과 적은 진동)이 뛰어나다는 것을 입증하였다.

감사의 글

본 논문은 동아대학교 학술연구비 지원에 의하여 연구되었음.

References

- [1] A.E. Hajjaji and M. Ouladsine, "Modeling and nonlinear control of magnetic levitation systems," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol.48, no.4, pp.831-838, 2001.
- [2] D.L. Trumper, "Linearizing control of magnetic suspension systems," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol.5, no.4, pp.427-438, 1997.
- [3] D.-H. Yeom and J.-Y. Choi, "Switching control for second order nonlinear systems using singular hyperplanes," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol.4, no.1, pp.124-135, 2006.
- [4] G.-M. Park and H.-L. Choi, "Control of electromagnetic levitation system using ϵ -scaling partial state feedback controller," *Trans. KIEE*, vol.60, no.8, pp.1572-1576, 2011.
- [5] H.K. Khalil, *Nonlinear systems*, 3rd Ed., Prentice Hall Inc., 2002.
- [6] H.-L. Choi, J.-W. Son, and J.-T. Lim, "Stability analysis and control of non-standard nonlinear singularly perturbed system," *IEE Proc.-Control Theory and Applications*, vol.153, no.6, pp.703-708, 2006.
- [7] N.-S. Kang and N.-H. Jo, "A study on the controller design for EMS system using disturbance observer," *Trans. KIEE*, vol.62, no.9, pp.1264-1269, 2013.
- [8] Quanser, *MAGLEV user manuals*, 2008.
- [9] S.-H. Lee, H.-K. Sung, J.-T. Lim, and Z. Bien, "Self-tuning control of electromagnetic levitation systems," *Control Engineering Practice*, vol.8, no.7, pp.749-756, 2000.
- [10] S.-Y. Oh and H.-L. Choi, "Design and analysis of a switching state feedback controller to reduce the measurement error effect for a chain of integrators system under AC and DC noise," *Journal of Institute of*

Control, Robotics and Systems(in Korean), vol.20, no.1,
pp.12-17, 2014.

저 자 소 개



정 민 길(Min-Gil Jeong)

2014년 동아대학교 전기공학과 졸업.
2014년~현재 동 대학원 석사과정.
관심분야는 입-출력 제한 선형화 및 스위칭
제어 기법, 강인 제어기 설계 등.



최 호 림(Ho-Lim Choi)

1996년, Univ. of Iowa, USA(학사). 1999년,
2004년 KAIST(석·박사). KAIST 정보전자연
구소 연구조교수, KIST 인지로봇연구단 선
임연구원, 2007년~현재 동아대학교 전기공
학과 부교수. 관심분야는 비선형 시스템의
제한 선형화 기법, 시지연 시스템, DEDS 등.