

유체에 부분적으로 둘러싸인 사각형 용기의 접수진동

Hydroelastic Vibration of a Rectangular Tank Partially Surrounding with a Liquid

정 경 훈† · 김 종 욱*

Kyeong-Hoon Jeong and Jong-Wook Kim

(Received February 9, 2014 ; Revised February 9, 2015 ; Accepted March 6, 2015)

Key Words : Hydroelastic Vibration(접수진동), Rectangular Tank(사각용기), External Liquid(외부유체), Rayleigh-Ritz Method(Rayleigh-Ritz 방법), Natural Frequency(고유진동수)

ABSTRACT

This paper deals with a theoretical method to calculate natural frequencies of a fixed-free rectangular tank partially in contact with an outer water gap. Orthogonal polynomials satisfying the boundary conditions of the tank are used as admissible functions in the Rayleigh-Ritz method. A quarter model of the liquid-coupled system is constructed and it is simplified to a line supported flat plate in contact with the liquid. The liquid displacement potential functions satisfying the Laplace equation and water boundary conditions are derived, and the finite Fourier transform is accomplished in conjunction with the compatibility requirement along the contacting interfaces between the tank and water. An eigenvalue problem is derived so that the natural frequencies of the wet rectangular tank can be extracted. The predictions from the proposed analytical method show good agreement with the finite element analysis results.

1. 서 론

원자력 산업에서 유체와 구조물이 접하는 경우를 다양하게 접할 수 있다. 원자로내부구조물이나 사용 후 핵연료 저장조, 증기발생기와 배관 등 헤아릴 수 없을 만큼 다양한 구조물이 유체와 접하고 있다. 이렇듯 유체와 접하는 구조물은 유체의 부가질량과 연성효과로 인해서 그 동특성이 많이 달라지게 된다. 하지만 이러한 동특성 변화를 정확하게 예측하기란 쉽지가 않다.

접수된 구조물의 동특성 변화를 이론적 또는 수

치해석적인 방법으로 구명하는 방법이 연구되어 왔지만 복잡한 접수구조물에 적용하는 데는 한계가 있다. 간단한 구조물로 사각형 평판이 유체로 연성된 구조물에 대한 이론적인 연구가 발표되었다^(1~3).

기존의 연구는 유체가 사각형 탱크 내부에 채워진 구조물에 대한 연구가 발표되었다^(4,5). 하지만 강체구조물과 사각형 용기가 이루고 있는 간극 사이에 유체가 들어가 구조물과 연성된 경우는 유체로 채워진 사각형 용기와 다른 동적 거동을 보여줄 것으로 예상된다. 이 논문은 사각형 용기 외부에 유체가 좁은 간극을 부분적으로 채우고 있는 경우, 이를 해석할 수 있는 이론적인 방법을 제시하고 이론의 타당

† Corresponding Author ; KAERI, SMART Development Div.
E-mail : khjeong@kaeri.re.kr
Tel : +82-42-868-8792

* Member, KAERI, SMART Development Div.

‡ Recommended by Editor Heung Soo Kim

© The Korean Society for Noise and Vibration Engineering

성을 유한요소 해석을 통해서 확인해 보고자 한다.

2. 접수된 사각형 용기의 해석

2.1 해석모델

Fig. 1은 유체가 부분적으로 둘러싸고 있는 사각형 용기의 모드해석을 위한 모델이다. 사각형 용기의 외부에 있는 또 다른 강체 사각형 구조물이 유체의 운동을 제한하고 있다. 이 구조물은 중심축인 x 축과 y 축에 대하여 대칭이기 때문에 유체와 연성된

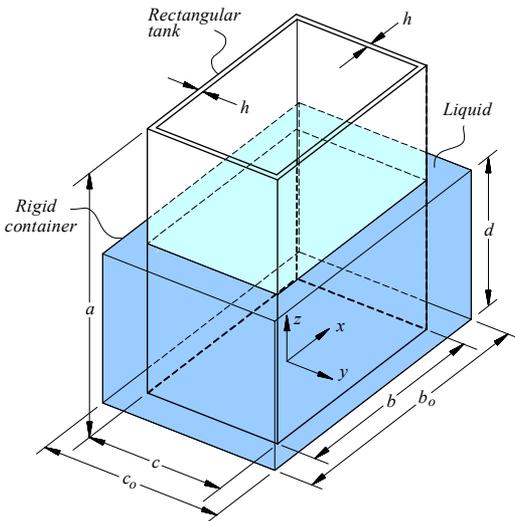


Fig. 1 Liquid-surrounded rectangular tank model with outer rigid walls

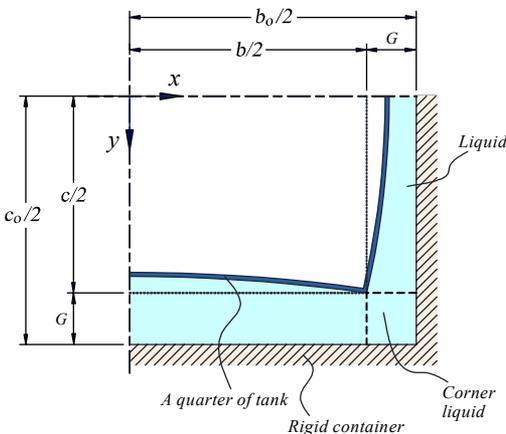


Fig. 2 Top view of a quarter model of wet rectangular tank

사각형 용기도 Fig. 2와 같이 1/4해석모델로 변환하여 해석할 수 있다. 더 나아가 이 접수구조물을 일직선으로 펼쳐서 Fig. 3과 같이 단순화하여 해석하고자 한다. 이 해석방법에서 사각형 용기 모서리의 변위를 영으로 가정하였고, 용기 모서리의 변위를 영으로 가정했기 때문에 모서리에 위치한 유체 (corner liquid)가 용기에 미치는 효과를 배제하였다.

2.2 공기중 사각용기의 고유진동

(1) 사각용기의 변위

Fig. 1에 나타난 바와 같이 유체와 부분적으로 접촉하고 있는 사각용기의 높이가 a , 가로와 세로는 b 와 c 이고, 두께는 h 이다. 그리고 유체의 깊이는 d , 그리고 사각형 용기와 강체 벽면 사이에 채워진 물의 간격은 G 이다. 외부 강체 용기의 가로와 세로는 b_0 와 c_0 이다. 여기서 G 는 a 나 b 에 비해서 현저히 작은 값을 갖는다. 유체로 둘러싸인 사각형 용기의 진동모드는 변형된 모양에 따라 x 축과 y 축의 중심선을 기준으로 대칭(symmetric) 또는 회전대칭(anti-symmetric)으로 나눌 수 있다.

즉, SS(대칭-대칭) 모드, SA(대칭-회전대칭) 모드, AS(회전대칭-대칭) 모드와 AA(회전대칭-회전대칭) 모드의 4개 유형으로 분류될 수 있다⁽⁵⁾. Fig. 2와 같이

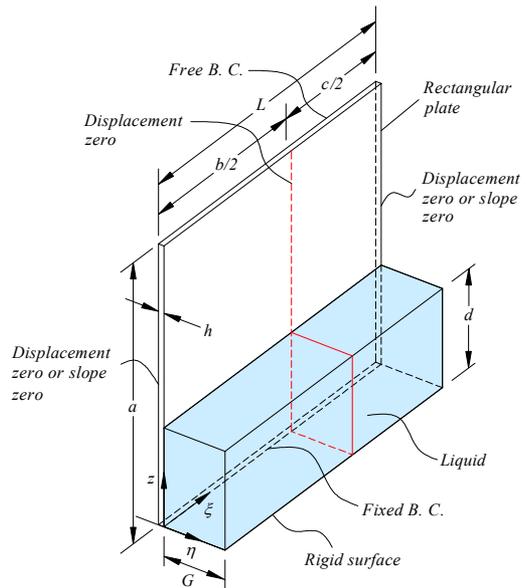


Fig. 3 Flat plate model for a rectangular tank in contact with a liquid

접수된 용기의 1/4을 선택한 다음, Fig. 3과 같이 펼치고 새로운 좌표계 (ξ, z, η) 를 도입하면 사각형 용기의 면외 변위를 평판의 면외 변위로 바꾸어 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

$$w(\xi, z, t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn} W_{mn}(\xi, z) \exp(i\omega t), \quad (1)$$

여기서 동적변위 $W_{mn}(\xi, z)$ 는 $\xi=b/2$ 에서 선지지 (line support)를 갖는 사각판의 허용함수이고, q_{mn} 은 미정계수이며 M 과 N 은 각각 ξ 와 z 방향 허용함수의 개수이다. 그리고 $i = \sqrt{-1}$ 이다. 또한 모드함수 $W_{mn}(\xi, z)$ 는 ξ 와 z 방향의 허용함수 $H_m(\xi)$ 와 $F_n(z)$ 의 곱으로 나타낼 수 있다.

$$W_{mn}(\xi, z) = H_m(\xi) F_n(z). \quad (2)$$

허용함수는 사각평판의 기하학적 경계조건과 자연적 경계조건을 만족하는 직교다항식으로 나타낼 수 있는데 이들은 식 (3)과 식 (4)로 표현되는 직교성(orthogonality)을 만족한다.

$$\int_0^L H_m(\xi) H_u(\xi) d\xi = \begin{cases} 0 & \text{if } m \neq u \\ L & \text{if } m = u \end{cases}, \quad (3)$$

$$\int_0^a F_n(z) F_v(z) dz = \begin{cases} 0 & \text{if } n \neq v \\ a & \text{if } n = v \end{cases}. \quad (4)$$

여기서 $L = (b+c)/2$ 이고, u 와 v 도 동일하게 ξ 와 z 방향의 u 번째와 v 번째 허용함수를 각각 나타낸다.

(2) 용기의 경계조건과 허용함수

첫 번째 허용함수는 L자 모양 사각평판의 경계조건으로부터 얻을 수 있다. 사각용기의 모서리에서 변위를 영으로 가정하여 이상화하면

$$H_m(\xi) \Big|_{\xi=b/2} = 0. \quad (5)$$

영역 $[0, L]$ 에서 진동모드의 대칭성에 따라서 허용함수는 4가지 범주로 나눌 수 있으며, 각각의 경계조건은 다음 식과 같다.

SA 모드에 대한 경계조건,

$$dH_m(\xi) / d\xi \Big|_{\xi=0} = dH_m(\xi) / d\xi \Big|_{\xi=L} = 0, \quad (6)$$

SA 모드에 대한 경계조건,

$$dH_m(\xi) / d\xi \Big|_{\xi=0} = H_m(\xi) \Big|_{\xi=L} = 0, \quad (7)$$

AS 모드에 대한 경계조건,

$$H_m(\xi) \Big|_{\xi=0} = dH_m(\xi) / d\xi \Big|_{\xi=L} = 0, \quad (8)$$

AA 모드에 대한 경계조건,

$$H_m(\xi) \Big|_{\xi=0} = H_m(\xi) \Big|_{\xi=L} = 0. \quad (9)$$

하단이 고정되고 상단이 자유인 경계조건은 식 (10)과 식 (11)로 나타난다.

$$F_n(z) \Big|_{z=0} = dF_n(z) / dz \Big|_{z=0} = 0, \quad (10)$$

$$d^2F_n(z) / dz^2 \Big|_{z=a} = d^3F_n(z) / dz^3 \Big|_{z=a} = 0. \quad (11)$$

첫 번째 허용함수는 식 (5)~식 (11)로부터 구할 수 있고, 수직 및 수평방향에 대하여 각각 다음의 다항식으로 나타낸다.

$$F_1(z) = \sqrt{104/45} [6z^2 - 4z^3 + z^4]. \quad (12)$$

SS 모드에 대하여

$$H_1(\xi) = \left\{ \frac{(b+3c)b^2}{16} - \frac{3}{4}(b+c)\xi^2 + \xi^3 \right\} B_1, \quad (13)$$

SA 모드의 경우

$$H_1(\xi) = \left\{ \frac{b^2(b+c)^2}{8(2b+c)} - \frac{3b^2+3bc+c^2}{2(2b+c)} \xi^2 + \xi^3 \right\} B_1, \quad (14)$$

AS 모드의 경우

$$H_1(\xi) = \left\{ \frac{b(b+c)(b+3c)}{4(b+2c)} \xi - \frac{2b^2+6bc+3c^2}{2(b+2c)} \xi^2 + \xi^3 \right\} B_1, \quad (15)$$

AA 모드의 경우

$$H_1(\xi) = \left\{ \frac{b(b+c)}{4} \xi - \frac{2b+c}{2} \xi^2 + \xi^3 \right\} B_1. \quad (16)$$

여기서 B_1 은 모드정규화(mode normalization)를 위한 상수로 식 (17)로 정의된다.

$$B_m = \sqrt{\int_0^L \{H_m(\xi)\}^2 d\xi}, \quad m=1,2,3\cdots. \quad (17)$$

연속되는 다항식은 Gram-Schmidt process⁽⁶⁻⁸⁾에 기초한 회귀공식(recurrence formula)에 따라서 구할 수 있다.

(3) 공기중 사각용기의 고유진동수

접수된 사각용기의 대칭모드의 동적 변형은 대칭을 이루는 허용함수의 조합으로 이루어지고 반대로 회전대칭모드의 동적 변형은 회전대칭을 이루는 허용함수로 이루어진다. 따라서 대칭모드와 회전대칭모드를 따로 구분하여 계산을 수행하면 계산시간을 줄일 수 있다. 각각의 계산에서 충분히 큰 N 과 M 을 고려하면 충분히 수렴된 정확한 해를 얻을 수 있게 된다. 수치해석을 수행하기 위하여 미정계수 벡터 q 를 식 (18)과 같이 정의한다.

$$q = \{q_{11} \ q_{12} \ q_{13} \ \cdots \ q_{1N} \ q_{21} \ q_{22} \ q_{23} \ \cdots \ q_{MN}\}^T. \quad (18)$$

Rayleigh-Ritz 방법을 적용하려면 구조물과 유체의 운동에너지와 변형에너지를 계산해야 한다. 사각용기의 1/4에 해당되는 기준운동에너지 T^* 는 허용함수의 직교성을 적용하여 식 (19)로 구할 수 있다.

$$T^* = \frac{\rho h}{2} q^T Z q, \quad (19)$$

여기서 ρ 는 사각용기의 밀도이고, 식 (19)의 행렬 Z 는 크기가 $(MN) \times (MN)$ 인 대각행렬인데 식 (20)으로 주어진다.

$$Z = \int_0^a \int_0^L W_{mn}(\xi, z) W_{uv}(\xi, z) d\xi dz. \quad (20)$$

사각용기의 1/4에 해당되는 최대 변형에너지 V 를

허용함수의 미분값을 적분하여 구한다.

$$V = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^L \left[\left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi^2} \right\} + \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial z^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial z^2} \right\} + \mu \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial z^2} \right\} + 2(1-\mu) \left\{ \frac{\partial^2 W_{mn}}{\partial \xi \partial z} \frac{\partial^2 W_{uv}}{\partial \xi \partial z} \right\} \right] d\xi dz. \quad (21)$$

여기서 $D = Eh^3 / 12(1-\mu^2)$ 는 평판의 강성을 나타내고, μ 는 Poisson비, 그리고 E 는 탄성계수이다. 식 (21)에 허용함수의 미분값을 대입하고 적분을 수행하면 행렬로 나타나는 최대변형에너지를 식 (22)와 같이 구할 수 있다.

$$V = \frac{D}{2} q^T U q, \quad (22)$$

여기서 U 는 크기가 $(MN) \times (MN)$ 인 행렬로 상세한 계산은 참고문헌 (5)에 나타나 있다. 기준운동에너지에 진동수 제곱을 곱한 값이 최대변형에너지와 동일해야 하는 관계식으로부터 공기중 사각용기의 고유진동수를 얻을 수 있다. 미정계수 q 에 대하여 Rayleigh 지수인 V/T^* 를 최소화하는 것으로부터 식 (23)의 Galerkin 방정식을 얻게 된다.

$$D U q - \rho \omega^2 Z q = \{0\}. \quad (23)$$

2.3 유체의 변위포텐셜

사각용기를 둘러싸고 있는 유체를 이상유체(ideal liquid)로 가정하면 유체의 속도포텐셜은 식 (24)의 Laplace 방정식을 만족해야 한다.

$$\nabla^2 \Phi(\xi, \eta, z, t) = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0. \quad (24)$$

수식전개가 용이하도록 속도포텐셜 ϕ 를 변위포텐셜 Φ 와 시간조화함수 $\exp(i\omega t)$ 로 나타내면 식 (25)와 같이 정의할 수 있다.

$$\Phi(\xi, \eta, z, t) = i\omega \phi(\xi, \eta, z) \exp(i\omega t). \quad (25)$$

사각용기의 바닥면에서 수직방향의 유체유동은 영
이 되어야 한다. 따라서

$$\partial\phi(\xi, \eta, z) / \partial z \Big|_{z=0} = 0. \tag{26}$$

중력이 무시될 때 유체의 표면에서 경계조건은
식 (27)로 단순화될 수 있다.

$$\phi(\xi, \eta, z) \Big|_{z=d} = 0. \tag{27}$$

사각용기의 외부에 있는 강체벽에서 유체의 경계
조건은 식 (28)로 나타난다.

$$\frac{\partial\phi(\xi, \eta, z)}{\partial\eta} \Big|_{\eta=G} = 0. \tag{28}$$

1/4 사각용기 내부에 있는 유체의 경계조건은 대
칭과 회전대칭 모드에 따라 각각의 경우에 대하여
다음과 같이 정의될 수 있다.

SS 모드의 경우,

$$\partial\phi(\xi, \eta, z) / \partial\xi \Big|_{\xi=0} = \partial\phi(\xi, \eta, z) / \partial\xi \Big|_{\xi=L} = 0, \tag{29}$$

SA 모드의 경우,

$$\partial\phi(\xi, \eta, z) / \partial\xi \Big|_{\xi=0} = \phi(\xi, \eta, z) \Big|_{\xi=L} = 0, \tag{30}$$

AS 모드의 경우,

$$\phi(\xi, \eta, z) \Big|_{\xi=0} = \partial\phi(\xi, \eta, z) / \partial\xi \Big|_{\xi=L} = 0, \tag{31}$$

AA 모드의 경우,

$$\phi(\xi, \eta, z) \Big|_{\xi=0} = \phi(\xi, \eta, z) \Big|_{\xi=L} = 0. \tag{32}$$

유체의 경계조건을 나타내는 식 (26)~식 (28) 그리
고 대칭과 회전대칭의 경계조건을 나타내는 식
(29)~식 (32)를 동시에 만족하는 변위포텐셜은 다음
식으로 나타난다.

SS 모드인 경우,

$$\begin{aligned} \phi(\xi, \eta, z) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} R_{rs} \cos(\tau_s \xi) \{ \cosh(\sigma_{rs} \eta) \\ - \sinh(\sigma_{rs} \eta) \tanh(\sigma_{rs} G) \} \cos(\lambda_r z), \end{aligned} \tag{33}$$

여기서

$$\begin{aligned} \tau_s = 2(s-1)\pi / L, \quad \lambda_r = (2r-1)\pi / 2d, \\ \sigma_{rs} = \sqrt{\tau_s^2 + \lambda_r^2}, \quad s, r=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \tag{34~36}$$

SA 모드인 경우,

$$\begin{aligned} \phi(\xi, \eta, z) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} R_{rs} \cos(\tau_s \xi) \{ \cosh(\sigma_{rs} \eta) \\ - \sinh(\sigma_{rs} \eta) \tanh(\sigma_{rs} G) \} \cos(\lambda_r z), \end{aligned} \tag{37}$$

여기서

$$\tau_s = (2s-1)\pi / 2L, \tag{38}$$

AS 모드인 경우,

$$\begin{aligned} \phi(\xi, \eta, z) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} R_{rs} \sin(\tau_s \xi) \{ \cosh(\sigma_{rs} \eta) \\ - \sinh(\sigma_{rs} \eta) \tanh(\sigma_{rs} G) \} \cos(\lambda_r z), \end{aligned} \tag{39}$$

여기서

$$\tau_s = (2s-1)\pi / 2L, \tag{40}$$

AA 모드인 경우,

$$\begin{aligned} \phi(\xi, \eta, z) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} R_{rs} \sin(\tau_s \xi) \{ \cosh(\sigma_{rs} \eta) \\ - \sinh(\sigma_{rs} \eta) \tanh(\sigma_{rs} G) \} \cos(\lambda_r z), \end{aligned} \tag{41}$$

여기서

$$\tau_s = 2s\pi / L. \tag{42}$$

식 (33), (37), (39), (41)에서 R_{rs} 는 미정계수로 구
조물과 유체사이의 접수면이 요구하는 적합조건으로
결정된다. 접수면에 수직인 방향의 구조물 변위와
접수면에 수직방향의 유체변위가 동일해야 한다는
적합조건은 식 (43)으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N q_{mn} W_{mn}(\xi, z) = \left[\frac{\partial\phi(\xi, \eta, z)}{\partial\eta} \right]_{\eta=0} \\ \text{for } 0 \leq z \leq d. \end{aligned} \tag{43}$$

식 (1), (2)와 식 (33)을 식 (43)에 대입하면

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M q_{mn} H_m(\xi) F_n(z) \\ &= \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} R_{rs} \sigma_{rs} \cos(\tau_s \xi) \left\{ \sinh(\sigma_{rs} \eta) \right. \\ & \quad \left. - \cosh(\sigma_{rs} \eta) \tanh(\sigma_{rs} G) \right\} \cos(\lambda_r z). \end{aligned} \tag{44}$$

식 (44)를 유한 Fourier 변환을 적용하기 위하여 양변에 $\cos(\tau_s \xi) \cdot \cos(\lambda_r z)$ 를 곱하고 접수면을 따라서 적분하면 미정계수 R_{rs} 와 q_{mn} 사이의 관계식을 얻게 된다.

SS 모드인 경우,

$$R_{rs} = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \frac{q_{mn} \Gamma_{ms} A_{nr}}{\sigma_{rs} \tanh(\sigma_{rs} G) D_s J_r}, \tag{45}$$

여기서

$$\Gamma_{ms} = \int_0^L H_m(\xi) \cos(\tau_s \xi) d\xi, \tag{46}$$

$$A_{nr} = \int_0^d F_n(z) \cos(\lambda_r z) dz, \tag{47}$$

$$D_s = \int_0^L \cos^2(\tau_s \xi) d\xi, \tag{48}$$

$$J_r = \int_0^d \cos^2(\lambda_r z) dz. \tag{49}$$

SA, AS, AA 모드인 경우도 같은 방법으로 미정계수 R_{rs} 와 q_{mn} 사이의 관계식을 구할 수 있다.

2.4 접수사각용기의 고유진동수

사각용기와 접수된 유체의 1/4에 해당되는 기준운동에너지는 식 (50)의 적분으로 구해진다.

$$T_o^* = -\frac{1}{2} \rho_o \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^N \int_0^L \int_0^d W_{uv} q_{uv} \phi(\xi, 0, z) d\xi dz \tag{50}$$

여기서 ρ_o 는 유체의 밀도를 나타낸다. 식 (1), (2),

(33)과 식 (45)를 식 (50)에 대입하면 유체의 기준운동에너지로 식 (51)을 얻게 된다.

$$\begin{aligned} T_o^* &= \frac{1}{2} \rho_o \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{u=1}^M \sum_{v=1}^N \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} q_{mn} q_{uv} \\ & \quad \times \frac{\Gamma_{ms} \Gamma_{us} A_{nr} A_{vr}}{\sigma_{rs} \tanh(\sigma_{rs} G) D_s J_r} = \rho_o \mathbf{q}^T \mathbf{\Omega} \mathbf{q} \end{aligned} \tag{51}$$

같은 방법으로 SA, AS, 그리고 AA 모드에 대해서도 유체의 기준 운동에너지를 구할 수 있다. 미정계수 \mathbf{q} 에 대하여 Rayleigh 지수인 $V/(T^* + T_o^*)$ 를 최소화하는 것으로부터 식 (52)의 Galerkin 방정식을 얻게 된다.

$$D U \mathbf{q} - \omega^2 \{ \rho \mathbf{Z} + \rho_o \mathbf{\Omega} \} \mathbf{q} = \{ 0 \} \tag{52}$$

3. 예제 및 검증

3.1 유한요소 해석

2장에서 제시한 이론의 타당성을 검증하기 위하여 상용 해석코드인 ANSYS(release 14)를 사용하여 유한요소 모드해석을 수행하였다. 해석모델에서 채워진 유체의 수위는 50%로 설정했고, 사각용기와 강체벽 사이의 간격은 30 mm이다. 사각용기는 알루미늄 재질로 두께가 3 mm이고 크기가 300 mm(가로) × 240 mm(세로) × 360 mm(높이)이며, 용기의 하단은 고정되고 상단이 자유단을 갖고 있다. 유한요소해석과 비교하기 위한 이론계산도 수행하였다. 접수된 사각용기의 이론치 고유진동수는 상용 소프트웨어 Mathcad 14를 사용하여 계산하였다. 유한요소 해석에서 ANSYS의 block Lanczos 방법으로 고유모드형상과 고유진동수를 추출하였다. Fig. 4에 사각용기의 외부로 유체가 부분적으로 둘러싸고 있는 경우, 유한요소 해석모델이 나타나 있다.

3.2 유한요소 해석 및 이론 해석 결과

유한요소 해석 결과와 이론해석 결과가 Table 1에 나타나 있다. 이론 해석 결과와 유한요소 해석 결과가 비교적 잘 일치하는 결과를 보여주고 있다. 이론 계산으로 얻은 고유진동수가 유한요소 해석으로 얻은 고유진동수보다 대체적으로 큰 값을 갖는데 이는 모서리에 위치한 유체의 부가질량이 고려되지

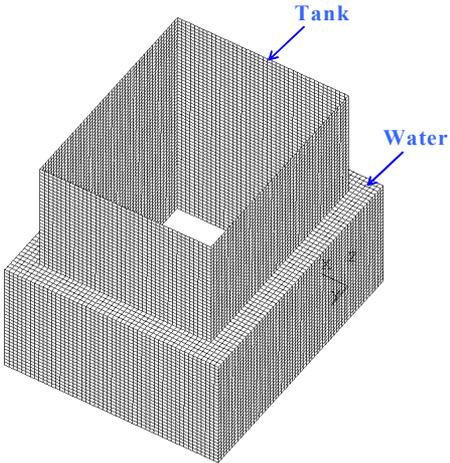


Fig. 4 Finite element analysis model of a rectangular tank surrounded with water for a 50 % filling ratio

Table 1 Comparison of natural frequencies of a rectangular tank surrounding with water for a 50 % filling ratio

Serial mode number	Coupled natural frequency(Hz)		Discrepancy (%)
	ANSYS	Theory	
1	86.5	90.0	-4.05
2	98.4	103.4	-5.08
3	128.5	128.1	0.31
4	133.6	136.2	-1.95
5	147.6	148.6	-0.68
6	157.9	158.1	-0.13
7	206.6	201.8	2.32
8	251.3	251.3	0.00
9	264.0	283.7	-7.46
10	271.3	284.9	-5.01

못한 결과 때문인 것으로 판단된다. 9번째 모드에서 비교적 큰 오차인 -7.46%의 오차가 발생했는데 이는 Fig. 6에 나타난 AA 모드의 특성 때문인 것으로 판단된다. 참고문헌 (5)에서 언급한 대로 9번째 모드는 모드특성상 수직축을 기준으로 사각용기 전체에서 약간의 비틀림이 일어나 모서리의 변위가 영이 되지 못하기 때문에 이론의 가정에서 모서리 변위가 영인 가정을 약간 위배하여 오차가 발생하는 것으로 판단된다. Table 1의 결과로 판단할 때, 이 논문에서

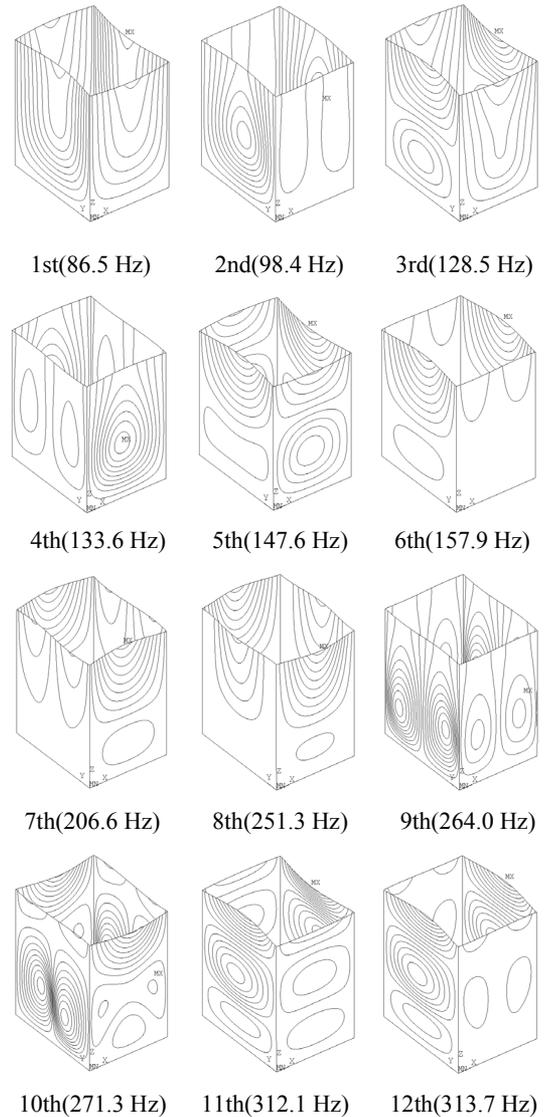


Fig. 5 Mode shapes of a liquid-surrounded rectangular tank for 50 % filling ratio

제시된 이론이 사각용기 외부에 유체가 채워진 구조물의 고유진동수를 예측하는데 유효하게 적용될 수 있다고 생각된다.

3.3 모드형상

유한요소 해석으로 구한 접수된 사각용기의 모드형상이 Fig. 5에 나타나 있다. 모든 모드는 전술한 대로 4개의 범주로 나뉠 수 있다. 1차, 3차, 5차, 8차, 11차 모드는 SS모드이고, 2차, 6차, 12차 모드

는 SA모드, 4차, 7차, 10차 모드는 AS모드, 9차 모드는 AA모드로 분류될 수 있다. 1차 모드, 3차 모드와 5차 모드는 모두 중심축에 대칭인 형상을 보여주고 있으며, 서로 대면하는 두 쌍의 면이 역위상으로 나타나고 있다. 하지만 6차 모드와 12차 모드의 경우는 변형이 크게 나타나는 마주보는 면이 동위상으로 나타난다. 9차 모드는 두 쌍의 마주보는 면이 서로 동위상으로 변형되고 있다. 일반적으로 접수된 구조물에서 동위상 모드보다 역위상 모드的高유진동수가 작게 나타나는데 이 경우도 동일한 현상을 보여주고 있다. 저차모드에서 비교적 단순한 형태의 동적 변형이 고차로 갈수록 복잡해지면서 10차 모드와 같이 유체의 부가질량과 연성효과로 인해서 상당히 틀어진 형태의 동적 변형으로 나타나게 된다는 것도 관찰할 수가 있었다. 또한 유체의 부가질량 영향이 용기의 하단부에 집중된다 하더라도 4차 모드나 9차 모드처럼 하단부의 변형이 크게 일어나기도 하지만 6차 모드나 7차 모드처럼 유체가 접하지 않는 부분의 변형이 크게 나타나기도 한다.

3.4 수위의 영향

Fig. 6에는 유체의 수위(filling ratio)에 따른 무차원 고유진동수의 변화를 나타내고 있다. 무차원 고유진동수는 접수된 사각용기의 고유진동수를 공기중 고유진동수로 나눈 값으로 정의된다. 그림에 나타난 바와 같이 수위가 영인 경우 즉 공기중인 경우에서 100% 즉 만수위로 증가함에 따라서 무차원 고유진동수가 급격하게 감소함을 알 수 있다. 특히 약 20%의 수위까지는 고유진동수에 미치는 영향이 매우 미미하지만 이후 유체의 부가질량이 급격하게 증가하여 고유진동수가 낮아지고 있다. 이는 사각용기의 하부가 고정되지 되었기 때문에 하부의 변위가 크게 나타나지 않아서 저수위에서 유체의 부가질량이 미미하게 나타나기 때문이다. 고수위의 경우는 사각용기의 상단이 자유단을 갖고 있어 변위가 크게 나타남으로써 유체의 부가질량도 증가하기 때문에 고유진동수가 급격히 낮아지게 된다. 1차, 2차, 3차, 4차, 그리고 9차 모드는 위방향의 절선(nodal line)이 없기 때문에 고유진동수가 지속적으로 감소하지만, 5차, 6차, 7차, 8차, 그리고 10차 모드는 위방향으로 절선이 1개 또는 2개가 되기 때문에 유체의 수위가 이 절선을 지날 때 유체의 부가질량 변화가

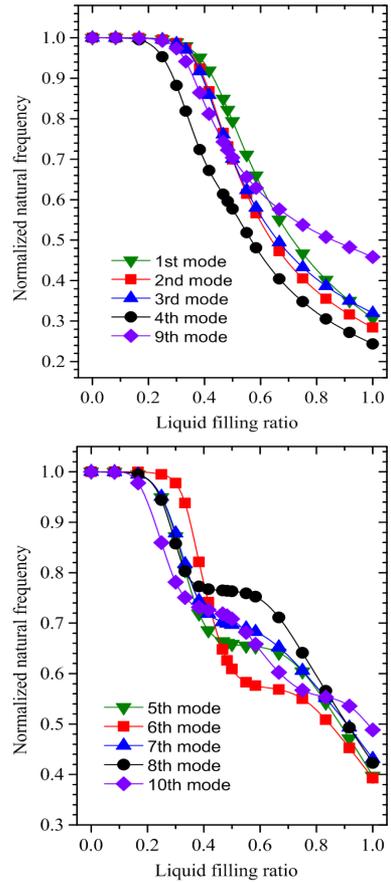


Fig. 6 Liquid depth effect on normalized natural frequency of a rectangular tank surrounded with water

일시적으로 줄어들어 계단형상의 고유진동수 변화를 보여주게 된다.

4. 결 론

사각형 용기의 외부에 유체가 부분적으로 채워진 구조물에 대한 고유진동해석 이론을 제시하였고 유한요소해석을 수행한 다음 이론해석 결과와 비교하여 이론의 적합성을 확인하였다. 계산의 정밀도를 높이기 위하여 모서리 유체의 영향을 반영할 수 있는 이론모델이 추후 개발되어야 할 것으로 판단된다.

후 기

이 논문은 2015년도 우리나라 미래창조과학부의

재원으로 한국연구재단의 지원을 받아 수행된 연구
임(사업명: SMART 건설관련 안전성향상 연구사업,
번호: 2012M2A8A4026290).

References

(1) Jeong, K. H., Yoo, G. H. and Lee, S. C., 2003, Hydroelastic Vibration of Two Identical Rectangular Plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 272, pp. 539~555.

(2) Jeong, K. H. and Kim, J. W., 2009, Hydroelastic Vibration Analysis of Two Flexible Rectangular Plates Partially Coupled with a Liquid, *Nuclear Engineering and Technology*, Vol. 41, pp. 335~346.

(3) Jeong, K. H., Lee, G. M., Kim, T. W. and Park, K. B., 2008, Free Vibration of a Rectangular Plate Partially in Contact with a Liquid at Both Sides, *Transactions of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering*, Vol. 18, pp. 123~130.

(4) Zhou, D. and Liu, W., 2007, Hydroelastic Vibrations of Flexible Rectangular Tanks Partially Filled with Liquid, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 71, pp. 149~174.

(5) Jeong, K. H., 2011, Hydroelastic Vibration Analysis of Liquid-contained Rectangular Tanks, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 40, pp. 665~688.

(6) Bhat, R. B., 1985, Natural Frequencies of Rectangular Plates Using Characteristic Orthogonal Polynomials in Rayleigh-Ritz Method, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 102, pp. 493~499.

(7) Dickinson, S. M. and Di Blasio, A., 1986, On the

Use of Orthogonal Polynomials in the Rayleigh-Ritz Method for the Study of the Flexural Vibration and Buckling of Isotropic and Orthotropic Rectangular Plates, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 108, pp. 51~62.

(8) Cupial, P., 1997, Calculation of the Natural Frequencies of Composite Plates by the Rayleigh-Ritz Method with Orthogonal Polynomials, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 201, pp. 385~387.



Kyeong-Hoon Jeong is a principal researcher of Korea Atomic Energy Research Institute since 1985. He received B.S. and Ph.D. degrees in Mechanical Engineering, Chonbuk National University, and M.S. degree in Mechanical Engineering, Korea Advanced Institute of Science and Technology. His main research area includes hydroelastic vibration, flow-induced vibration, and reactor internals design & analysis of nuclear power plants.



Jong-Wook Kim is received B.S., M.S. and Ph.D. degrees from Sungkyunkwan University in 1991, 1993, and 1998, respectively. He is currently a principle researcher at the SMART development division in Korea Atomic Energy Research Institute. His current fields of interest include design and simulation of small modular reactors.